

## 第五章 八十二年版部編本角的課程設計

### 一. 前言

本設計原則上按照82年公布的課程標準，註 200的架構來在布局。讀者可參考本系列叢書的「長度」或「面積」的第一章。即使如此，由於角的引入從三年級才開始，學童的智慧較低年級有開展，而且又因教學時間有限，所以我們並未把註 200所談的每一階段的活動都做得很仔細。

### 二. 量的確認及複製

實驗課本中的角的設計，大體上注意到圖形角、張開角和旋轉角有前後開展的依存關係。

在第5冊第6單元活動1至活動5，學生以圖形疊合的方式，描下三角形和四邊形圖卡的各角，並加以檢驗。不注意角兩邊的長短。然後在第6冊第7單元活動 7透過扇子的張合的狀態，溝通張開程度的意義，並做張開程度的紀錄，從而連結到圖形角，並在第 6冊第7單元活動8賦予圖形角量的意義。先是透過扇子的媒介，再取消扇子，使兩個圖形角能夠透過疊合頂點與一邊來比較大小。接著到第 7冊第7單元活動1透過扇子係因「固定扇子的一邊，旋轉另一邊而得以展開」，而將張開程度連結到旋轉現象上。因為旋轉就像移動一樣，一旦旋轉或移動了，原來的位置或狀態就不見了，除非事先加以紀錄。但扇子固定的一邊永遠是在的。所以我們把表徵從扇子改成吸管或竹籤，來代替旋轉臂或旋轉方向。在第 7冊第7單元活動2旋轉程度就以圖形角加以記錄，並從旋轉現象將角的構成要素重新命名為始邊、終邊。

### 三. 角量的直接比較

在第6冊第7單元活動8；我們先透過兩把張開懸殊的扇子與學童溝通要比較什麼。(不管活動敘寫時有沒有強調兩把扇子的半徑的差異應該大些，例如12公分和7公分，讀者是否體會到，半徑的差異大些，效果會比較好?)接著再以兩個差異不大的圖形角，例如小於180度，兩者相差 5度左右，讓學童以疊合

方式比較大小。此二圖形角可以溝通為張開程度的紀錄，也可以是旋轉程度的紀錄。

#### 四. 角量的間接比較

按照註 200的藍圖，直接比較以後要進行「一次複製的直接比較」的間接比較活動。但是這個藍圖是基於「假如學童沒有保留概念，則以個別單位加以累積而成的量的比較將無意義」的邏輯而來。但是無論張開角量或旋轉角量本身的記錄就有間接的味道，因此第6冊第9單元活動1和第 7冊第7單元活動3，雖然執行時毫無問題，但是重要性並不大。

#### 五. 角量的合成

第7冊第7單元活動4的過程如下：①先做一個吸管的旋轉，並記錄其程度為一個圖形角，並標上始邊、終邊。② 再將此吸管從終邊位置再按同方向轉，又標上始邊、終邊。③ 另外畫出一個圖形角，取第一次的始邊及第二次的終邊。④溝通此圖形角為前兩次旋轉合起來的旋轉程度的紀錄。本教材沒有做分解活動。

下面有一個建議，可以當做旋轉角量的合成活動。

①給學童兩個圖形角，以角形卡表現之。甲卡約為80度，乙卡約為50度。

②要求學童旋轉吸管，先旋轉甲角卡，接著再旋轉乙角卡。

（將圖形角卡置於吸管下方，吸管之支點與角的頂點重合。）

③問學童吸管共旋轉了多少，是否可以用這兩個角卡表示它的旋轉程度？

此處步驟②、③皆為自發解題。

至於角量的分解活動則直接以圖形角卡為之，不必再牽扯旋轉角量。即問甲角卡是由乙角卡和多大的角卡合起來的，要求學童把另一個角畫出來！或者問學童，旋轉甲角卡比旋轉乙角卡多旋轉多少，將它的旋轉角量畫出來。

## 六.量角器的教學

按照註200的藍圖，常見的量角器的教學分成兩次活動。第6冊第9單元活動5是在圖形角已經是一種可以比較大小的量，可以用數字表示其大小。此時量角器被視為是一個「怪尺」。其測量的運作方式即為圖形角的疊合，報讀的方式和公分尺以怪尺方式報讀幾公分完全相同。事實上，長度和角度有一種強烈的同構，這可以反映在歐氏幾何「圓心角用所對弧之長度之」。在物理學中，這種同構又被強調了。

第8冊第3單元活動4則將量角器的結構視為每次再旋轉1度的多重等刻度的累積。其方式和分析公分尺的結構相同。不過，由於實際上不可能畫出每條代表1度的刻度線半徑，因此在解釋量角器上的線痕時，需費一些唇舌，這和解釋旋轉鐘面上的分刻度類似。

本教材在第6冊引入的量角器是較簡化的形式，至於效果是否會較佳，則需執行教學實驗後才會清楚。教科書開放後，不太可能再出現教學活動序列如此細膩的版本，但老師們想做較細膩的教學應該沒問題。

由於幾何的原因，角度可以有一些個別單位，例如周角（旋轉3圈半）平角、直角、45度角等，但是這些角度仍與360度制密切相關，所以不需另外處理（沒有所謂的3個迴紋針長）。

## 七. 實測及估測

角度的實測只有一種，就是以量角器疊合執行之。在第8冊第3單元活動7，除了畫出指定度數的角之外，尚有認識銳角和鈍角。銳角和鈍角的視覺辨識可以當做估測的一種。比較準確的圖形角估計，可將其中一邊持為垂直或水平進行之。

在註200中，原作者認為估測是用一熟悉的量去截割欲測量，以估得截割的次數，從而推得欲測量之大小。例如以腳步計算從家裏到學校的距離。但是在角度的世界裏，直接以熟悉的圖形印象，例如旋轉鐘面數字的位置，相鄰兩數所對應的半徑形成的圓心角為30度，不論圖形角或方位（例如10點

鐘方向)都比較方便。

## 八. 角度的四則計算

82年課程注重單位，認為測量就是某一定量單位的計數。根據此一原則，30度就是30個1度。所以順時針轉了35度後，再轉28度等於轉了35個1度後，再轉28個1度，因 $35 + 28 = 63$ 所以共轉了63個1度，即63度。實驗本承認旋轉可分成順時針和逆時針的旋轉，但不用正負數去描述它們。實驗本沒有用分數和小數度數，雖然 $\frac{7}{11}$ 度是可以理解的。第8冊第3單元活動5僅處理加減算式，其實乘除的問題也可以處理，不會增加學生負擔。

## 九. 部編本角度課程和九年一貫綱要中的相關指標

九年一貫課程數學領域中，量與實測指標的擬定，係以82年課程標準之實踐為準。由於在指標中，角度與長度、容量、重量、面積、體積等並列在N-1-9，N-1-10、N-2-9與N-2-11中，因此稍有削足適履之處，前已就此略作說明。另在幾何主題中有S-2-6能了解張開程度，旋轉程度和角的關係，此因角的概念確與幾何主題有密切關係，八十二年部編本基本上認為圖形角與旋轉角一定要配合發展，至於張開角則為中介的地位，較不重要。在三角學中，將單位圓置於直角坐標系上，以半徑的旋轉表示角，再以半徑與其投影形成直角三角形，即成圖形角，由此發展可印證圖形角與旋轉角的密切關係。