

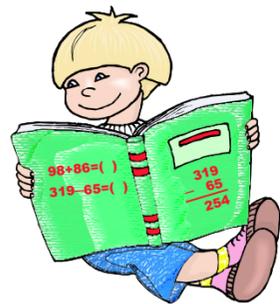
統一編號
1009700889

國中小數學教材與教學探討-整數的數概念與加減運算篇

國家教育研究院籌備處出版

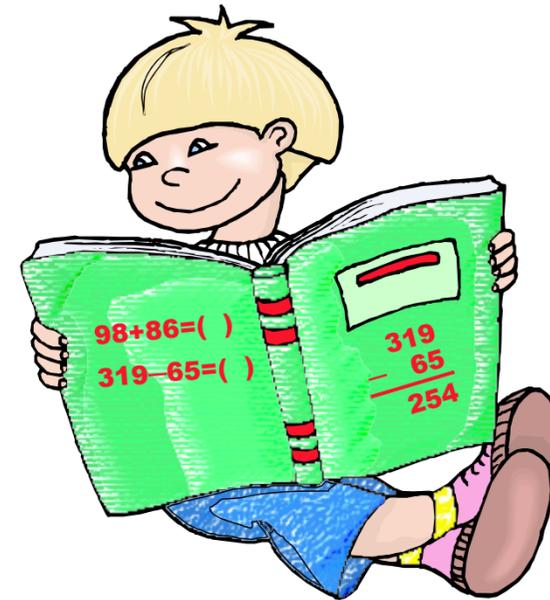
國中小數學教材與教學探討

-整數的數概念與加減運算篇



97.05.3000

工本費：180元



國家教育研究院籌備處 出版

國中小數學教材與教學探討 — 整數的數概念與加減運算篇

國家教育研究院籌備處 出版
中華民國九十七年五月

李主任序

民國 83 年通過「師資培育法」之後，國中、小學師資培育的重責，已不再由師範體系的院校所獨力承擔，但開放師資培育管道之後，是否達到提昇教師專業知能以及公平原則之初衷？相關之研究仍不多見。第一次全國科學教育會議之後，國科會提出了具體的政策白皮書做為數理師資培育的依據，因此現階段數理師資培育問題主要不在於理論與方法的缺乏，而是在於如何有效的付諸實施與檢討改進。

1989 年的 3 月，NCTM 出版了 curriculum and evaluation standards for school mathematics，在這份文件中，NCTM 仔細地描述了幼稚園以上至 12 年級學生所應學習的數學內容，其中，數學能力的培養則為學習之重點，數學能力的內涵，依 NCTM 的定義，涵蓋了對於數學世界探索、猜測、和進行邏輯推理的能力，以及能解決非例行的數學問題，以數學語言進行溝通，整合各種不同的數學概念，及能運用數學想法於其他生活領域的能力，數學能力也包含個人自信的發展和尋求評估、使用量化及空間資訊解決問題作決定的能力，而學生之彈性、持續力、興趣、好奇心和發明能力則會影響到學生數學能力的發展和實現，NCTM 強調發展學生的數學能力需要建立一種全新的課程和環境，以供數學教學及學習發生，為了適應這樣全新的課程及教學環境，中小學的數學教師需具備以下能力：1、能選擇適當的數學活動以引動學生的智慧與興趣；2、提供學生深化數學理解及應用的機會；3、能藉由課堂活動協助學生數學思維的成長及數學探索；4、能協助學生使用科技及其他工具探索數學；5、能協助學生連結之前所學的數學知識與目前發展中的知識；6、引導個人、小組和全班的工作(NCTM, 1991)。因此，數學教師需具備深廣的數學知識以因應學生於數學學習上的需求。許多研究指出高層次的數學資格證書，比不上數學教師對於數學課程的瞭解和數學課程內部作連結的能力 (French, 2003)。

荷蘭的 Freudenthal 研究中心 (FI) 提出反思 (reflection) 與敘事 (narration)、建構 (construction) 同列為培育數學師資的三大重點。其主張的多元互動學習環境計畫 (multiple interactive learning environment, MILE) 將小學教學實務的場景錄影帶數位化，並運用到師資培育。MILE 的特點是讓師範生或在職教師透過教學實務來學習教學理論並反思自身的教學觀，以建構自我的教學基礎。此種方式，除了提供一個學習的

實務環境之外，同時也提供了教學實務的表徵，以作為師範生建構實務知識的基礎。

本處周筱亭研究員與劉君毅助理研究員自 91 年度起，即組成研究團隊開始進行「現實教學紀錄」對於數學教師專業成長影響之探討研究，後續計畫目前仍在進行中，研究以記錄教師們的「教學歷程」為主要的資料蒐集方式，包含：「教學實錄錄影」、教師在教學前所做的「教學活動設計」以及錄影後所做的「教學省思」等三大部分，目的在建置一個適合國民中小學數學教師使用的「現實教學紀錄」資料庫，內容結合學者專家的智慧以及國中小教師的實務，針對活動設計、數學內涵、班級經營、以及學生認知等向度進行分析與整理，最後透過媒體、專書、網站等方式呈現，以做為教師實務學習的資源。

這套叢書「國中小數學教材與教學探討」即是研究產出的一部份，自 93 年度起已陸續出版「長度篇」、「比例篇」、「時間篇(一)、(二)、(三)」、「小數篇」、「幾何篇(一)、(二)、(三)」、「分數篇(一)、(二)」、「整數的乘除篇(一)、(二)」和「因數與倍數篇」等，現在再出版「整數的數概念與加減運算篇」。每本書都包含該數學主軸的各單元「教學活動設計」、「教學活動實錄」和「教學後的省思」，並附上各單元的教學實錄影音光碟。同時，研究群也逐步將本系列叢書內容(含文本與影片)與歷年來的研究成果數位化，建置成「國中小數學教師專業成長網」(網址為：<http://math.naer.edu.tw>)，期盼提供教師們更便利、更多元的服務。

本人自本(97)年 2 月接掌本處以來，即秉持「傳承化」、「效率化」、「整合化」、「大師化」、「聚焦化」等理念，寄望研究同仁能結合政策、理論與實務，充分發揮能力，並與國內的學者專家共同研究，讓本處再創巔峰。在這本書付梓之際，僅以此序向各位參與的人士表達誠摯的謝意，由於他們的專心投入與犧牲週末假日的無私奉獻，讓本處能出版、製作這些教學敘事，作為以學校為基地的數學教師成長學習資源。



於國家教育研究院籌備處

民國九十七年三月

編輯要旨

- 一、本書為國家教育研究院籌備處預定陸續出版的一系列與國中小數學教材和教學相關的叢書之一，96年出版的三本中，兩本是以「整數的乘除」為主題，一本是以「因數與倍數」為主題。今(97)年先出版的一本書是以「整數的數概念與加減運算」為主題，整數的數概念與加減運算篇收錄國小一年級至國中一年級的教學主題單元。
- 二、出版這類叢書的主要目的在於提供國中小教師欲提升專業能力時，可以參考或共同討論的教學案例。
- 三、本書分為兩個部分：文本和數位影音光碟(DVD)，前者包括「整數的數概念與加減運算」主題的各單元活動設計、教學實錄、教學說明和教學者教學後的省思；後者則為各單元的教學實況錄影以及擔任教學的教師於教學後所錄製的教學說明。
- 四、讀者在觀看影音光碟時，可以對照文本中的教學實錄。
- 五、本書並未涵蓋國中小數學教材中所有「整數的數概念與加減運算」主題的相關題材，係就參與的老師們當時任教的年級與使用的版本，配合原訂的教材和教學進度，選取與「整數的數概念與加減運算」有關的重要概念，在教授們的指導之下，先設計教學活動，經過反覆的討論與修正，定案後，由本處委外錄製教學實況和教學說明。錄影紀錄皆為自然真實的上課過程，由於採用雙機錄影，影片中呈現的教學實況的畫面已經過剪輯，但音效方面則是教室現場原音重現。
- 六、由於每位教師的教學風格不同，所教學生的背景、經驗與知識也不盡相同，因而讀者不應將本書的各個案例視為「範例」。
- 七、本書內容(含文本與影片)未來將逐步數位化，以線上課程方式呈現，建置於本處「國中小數學教師專業成長網」(網址為：<http://math.naer.edu.tw>)，歡迎上網瀏覽最新資訊。
- 八、本處保留本書及影片內容之著作權及所有權利，讀者若需引用或有任何問題，歡迎逕洽本處。

目次

合起來 分開來	1
壹、教學活動設計.....	1
貳、教學實錄.....	5
參、教學說明.....	29
肆、教學後的省思.....	31
整數的直式加減	35
壹、教學活動設計.....	35
貳、教學實錄.....	40
參、教學說明.....	66
肆、教學後的省思.....	67
十萬以內的數	69
壹、教學活動設計.....	69
貳、教學實錄.....	81
參、教學說明.....	102
肆、教學後的省思.....	102
加減估算	105
壹、教學活動設計.....	105
貳、教學實錄.....	110
參、教學說明.....	125
肆、教學後的省思.....	126

整數的加法	128
壹、教學活動設計.....	128
貳、教學實錄.....	142
參、教學說明.....	173
肆、教學後的省思.....	175

合起來 分開來

壹、教學活動設計

- 一、教學年級：一年級上學期
 二、教學者：國立台北師院實小 江世真老師
 三、教學目標：
 透過具體物的操作解決 20 以內的合成和分解。

- 四、活動目標：
 (一)透過操作具體物來解決「併加型」及「添加型」的問題。
 (二)透過操作具體物來解決「拿走型」的問題。
 (三)透過遊戲進行「8」的合成。

五、教學概要說明：

這兩堂課主要的教學目標是解決 20 以內的合成和分解的問題。學生在之前已經認識 1-20 的數字和數序的先後關係，因此多能採用點數的方式解決問題。有的學生以序列合成的思考模式解題，有的學生以累進合成的思考模式解題，有的學生已內化為記憶，加上一年級學生語言表達的能力較弱，因此如何溝通，引導學生說出想法，常是課堂上最大的挑戰。

六、教學活動設計：

教學內容摘要	主要問題與活動	說明	評量重點
一、操作具體物進行「併加型」問題的合成（實物操作）	一、併加型 1.第二組有 6 個小朋友，第五組有 4 個小朋友，兩組合起來一共有幾個小朋友？ 2.你怎麼知道的？	<ul style="list-style-type: none"> 教師以口頭布題的方式呈現問題。 多數的學生都能答出 10 個。教師要引導學生說出解題策略。 學生的反應可能如下： (1)我用數的，1、2、3、4… (2)第二組有 6 個人，所 	<ul style="list-style-type: none"> 能了解題意，並能使用點數或其他策略解題。

		<p>以 7、8、9、10 (點數第五組的同學)。</p> <p>(3)我用算的, 6 加 4 等於 10。</p> <p>◎這時教師可追問:「你怎麼知道 6 個小朋友和 4 個小朋友會是 10 個小朋友? 把你怎麼樣算出來的方法告訴我們。」</p>	
<p>二、進行「添加型」問題的合成 (使用花片操作)</p>	<p>二、添加型</p> <p>1. 弟弟有 7 枝鉛筆, 媽媽再給他 5 枝鉛筆, 弟弟現在有幾枝筆? 請你用一個花片當成一枝筆, 算算看。</p> <p>2. 誰願意上來用大花片再算一次給大家看?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 學生操作時教師應行間巡視, 觀察學生的解題策略。 • 學生可能的回答: 一共有 12 枝。 • 學生操作的方式可能如下: <ul style="list-style-type: none"> (1) (直接拿 12 個花片) 12 個。 ◎這時教師要提示學生, 要先拿出 7 個花片當作 7 枝鉛筆。 (2) (先拿 7 個花片) 這是弟弟原有的鉛筆, (再拿 5 個花片) 媽媽再給他 5 枝鉛筆。(然後一個一個點數) 1、2、3... 一共有 12 個。 (3) 其他。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能操作花片算出答案。
<p>三、進行「添加</p>	<p>1. 操場上有 9 個小朋友在</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 學生可能的操作方式: 	<ul style="list-style-type: none"> • 能操作花片或

<p>型」問題的合成 (使用花片或手指頭操作)</p>	<p>玩遊戲，不久又來了 6 個小朋友，請問現在有幾個小朋友？ 2.說說看你是怎麼算出來的？ 3.說說看用手指頭要怎麼算呢？</p>	<p>(1)使用花片點數(方法如問題二) (2)使用手指頭點數： 把 9 放在心裡，然後 10、11、12、13、14、15(一邊點數，一邊伸出指頭) (3)其他</p>	<p>手指頭算出答案。</p>
<p>四、進行 10 以內「拿走型」問題的分解</p>	<p>三、拿走型(10 以內) 1.姊姊有 7 張貼紙，送給妹妹 3 張，姊姊還有幾張？請你用一個花片當作一張貼紙，算算看。</p>	<p>• 學生操作時教師應行間巡視，觀察學生的解題策略。 • 學生操作的方式可能如下： (1)(拿 4 個花片)4 個。 ◎教師要引導學生回溯： 「姊姊原來有幾張貼紙呢？」「7 張。」「請你拿出 7 個花片當作姊姊的貼紙。」 (等待學生操作)「現在送給妹妹 3 張，請你算算看。」 (2)(先拿出 7 個花片)這是姊姊原有的貼紙，送給妹妹 3 張(拿走 3 個花片)，還剩下 4 張。 ◎此時學生不一定會點數，因為一看就知道是 4。 (3)其他</p>	<p>• 能操作花片算出答案。</p>

<p>五、進行 20 以內的「拿走型」問題的分解</p>	<p>四、拿走型（重新布題）</p> <p>1. 樹上有 15 顆蘋果，摘下 9 顆蘋果，樹上還有幾顆蘋果？請你用一個花片當作一顆蘋果，算算看。</p>	<p>• 學生可能的操作方式如下：</p> <p>(1) (先拿出 15 個花片) 樹上有 15 顆蘋果，摘下 9 顆蘋果 (拿走 9 個花片)，1、2、3、4、5、6 (點數剩餘的花片) 還有 6 個。</p>	<p>• 能使用花片解題。</p>																											
<p>六、玩投擲遊戲，並記錄投進和沒投進的個數。</p>	<p>五、(給每一位學生 8 個花片)</p> <p>1. 每一個小朋友是不是都有 8 個花片呢？</p> <p>2. 說說看你投進了幾個？有幾個沒投進去？</p> <p>3. 每一個小朋友都有 8 個花片，請你再看看，每一個小朋友投進的和沒有投進的一樣多嗎？</p> <p>4. 請你說說看幾個和幾個合起來是 8 個呢？</p>	<p>• 教師將學生的答案記錄在黑板上：</p> <table border="1" data-bbox="831 864 1128 1308"> <thead> <tr> <th>投進</th> <th>沒投進</th> <th>總數</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>3</td> <td>5</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>2</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>4</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>6</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>0</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>3</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>7</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>1</td> <td>8</td> </tr> </tbody> </table> <p>* 遊戲的目的只是讓學生察覺相同的答案，可能有好幾種組合。</p>	投進	沒投進	總數	3	5	8	6	2	8	4	4	8	2	6	8	8	0	8	5	3	8	1	7	8	7	1	8	<p>• 能回答每個小朋友都有 8 個花片。</p> <p>• 能說出自己投進了幾個，沒投進幾個。</p> <p>• 能回答每小朋友投進的和沒有投進的是否一樣多。</p> <p>• 能察覺哪兩個數合起來是 8。</p>
投進	沒投進	總數																												
3	5	8																												
6	2	8																												
4	4	8																												
2	6	8																												
8	0	8																												
5	3	8																												
1	7	8																												
7	1	8																												

貳、教學實錄

【第一節】

1. 老師：小朋友，我們來看一下，請第 2 組的小朋友舉手一下，讓我知道。說說看，第 2 組有幾個小朋友？
2. 學生：6 個。
3. 老師：第 5 組的小朋友，請你們舉手。第 5 組有幾個小朋友？
4. 學生：4 個。
5. 老師：4 個，告訴我第 2 組和第 5 組的小朋友一共有多少個？
6. 學生：10 個。
7. 老師：這麼快答案就出來了。我還想請你們不要講，想好再舉手，結果你們答案都出來。等一下我問你們的問題，如果你知道答案，請你先放在心裏頭，然後舉手再告訴我，可以嗎？
8. 學生：可以。
9. 老師：現在江老師要問你們，怎麼知道是 10 個人呢？舉手！
10. 韋黎：6 加 4 等於 10。
11. 老師：好，韋黎，你怎麼知道 6 加 4 等於 10？
12. 老師：好，來，君衡。
13. 君衡：5 加 5 是 10，所以 6 加 4 等於 10。
14. 老師：5 加 5 跟 6 加 4 又有什麼關係呢？
15. 禹回：6 多了一個……
16. 老師：對不起，要舉手才能回答。
17. 君衡：5 的 1 分到那個 5（指另一個 5），那就是 6 加 4。
18. 老師：你聽得懂嗎？
19. 學生：聽得懂。
20. 老師：有人搖頭表示聽不懂，誰聽得懂？來，聽得懂的人可不可以幫我們再講一遍他的意思是什麼？要大聲說，好，請你講。
21. 恩貽：因為他說 5 加 5 嘛，就是說 5 的 1 被拿掉到另外一個 5，就變成 6，然後那邊就只剩下 4，那就變成 10 了。
22. 老師：你有聽懂嗎？

23. 學生：聽不懂。
24. 老師：噢！聽不懂沒關係。來，誰再說你怎麼知道是 10？好，元俊。
25. 元俊：2、4、6、8、10。
26. 老師：2、4、6、8、10，你用數的嗎？你可不可以出來數給大家看，你是怎麼數的？
27. 元俊：2、4、6、8、10（點數第 2 組和第 5 組的小朋友）。
28. 老師：很好，謝謝你。還有誰知道為什麼是 10？好，宥如，請你講大聲一點。
29. 宥如：4+4=8，然後再加 2 等於 10。
30. 老師：.你可不可以出來指給我們看看，你是怎麼算的？
31. 宥如：4+4=8，然後再加 2 等於 10
32. 老師：聽懂嗎？
33. 學生：聽懂。
34. 老師：聽懂，好，你說。你可以出來說。你可以出來指給大家看你是怎麼算的？
35. 妮臻：每一個桌子都有這個，把它分成兩半，然後這 2 個數，這 2 個數，這 2 個數，這邊就有幾個，那邊也有幾個，再加起來。
36. 老師：嗯，可是我的題目是：第 2 組有幾個人？
37. 學生：6 個人
38. 老師：第 4 組，噢，第 5 組有幾個人？
39. 學生：4 個人。
40. 老師：來，你說。
41. 佳林：先把……這樣子 1、2、3、4、5，然後再把另一邊的 5 加起來變成 10。
42. 老師：好，有聽懂她說的嗎？
43. 學生：聽懂了。
44. 老師：聽懂了，是不是？
45. 學生：是。
46. 老師：好，老師剛才說第 2 組有幾個人？
47. 學生：6 個人。
48. 老師：6 個人，第 4 組（應是第 5 組）有幾個人？
49. 學生：4 個。
50. 老師：來，韋黎，你還要說嗎？

51. 韋黎：他們才相差 1 個（和 5 比），所以我們可以給他一個（指 4）變成 5……
52. 老師：你剛才沒有答出來，現在想起來了，很棒！好，小朋友都知道這兩組的小朋友合起來有幾個？
53. 學生：有 10 個。
54. 老師：有 10 個，對不對？現在江老師這裏有個題目，我要讓你們先看看這邊的題目：弟弟有 7 枝筆，媽媽再給他 5 枝筆，弟弟現在有幾枝筆呢？
55. 學生：12 枝。
56. 老師：噢！我剛才說的你們都沒有聽清楚，我說要先舉手。現在請你們先舉手。好，米炘。
57. 米炘：12。
58. 老師：好，郁杰。
59. 郁杰：我知道有 12 個。是因為那裡不是有 7 個嗎？
60. 老師：對。
61. 郁杰：有 7 個。1、2、3、4、5、6、7，啊！8、9、10、11、12。
62. 晟祐：6 加 6 等於 12。因為把 7 分一個……
63. 老師：對不起，你還沒有舉手。好，還有誰要說，你來說，到前面來說，對著大家，說給大家聽。
64. 晟祐：把 7 分一個到 5 那邊去，就變成 6 個。616 就是 12 呀。
65. 學生：什麼是 616？
66. 老師：什麼是 616？
67. 晟祐：就是 6 加 6。
68. 老師：你有沒有聽懂？我現在要請每一組的女生去拿一桶花片，好，花片放在桌子中間，兩個人一起用。現在請你注意聽，請你先拿七個花片，代表弟弟原來有的七枝筆。好，通通數好的人，就坐好。
現在我要請一個小朋友出來用大花片做給大家看。元俊，我這裏有大花片。好，你就做在黑板上給大家看，你要一邊做一邊說。小心，你要看磁鐵在哪一邊。請你輕一點，它就不會一直掉下來，你輕輕放上去它就不會一直掉下來。你可不可以告訴我們，你為什麼這樣分兩邊？這個是什麼意思（5 個紅花片在左邊，7 個黃花片在右邊）？
69. 元俊：這個是加的。

70. 老師：對，這個是幾個花片？
71. 元俊：7 個。
72. 老師：這 7 個花片代表什麼？
73. 元俊：代表要加的那一邊。
74. 老師：那，這個呢？
75. 元俊：這個是要加過去的
76. 老師：好，有誰可以幫忙，這個 7 代表什麼？好，芃妤。
77. 芃妤：代表鉛筆。
78. 老師：鉛筆，什麼樣的鉛筆？來，你說。
79. 芃妤：寫字的鉛筆。
80. 老師：來，郁杰，誰的鉛筆？
81. 郁杰：7 枝鉛筆。
82. 老師：7 枝鉛筆是誰的？剛才郁杰說是 7 枝，是誰的？昀璇。
83. 昀璇：弟弟的。
84. 老師：我再問一遍，這個 7 是代表什麼？誰知道？
85. 學生：弟弟。
86. 老師：弟弟的什麼？
87. 學生：鉛筆。
88. 老師：幾枝？
89. 學生：7 枝。
90. 老師：幾枝？
91. 學生：7 枝。
92. 老師：我現在看到有人又在開始在忙了，噢！又開始在忙了。請你用耳朵，請你不要用手。然後你聽了以後要舉手問，要舉手回答。來，這個是什麼？冠辰說。
93. 冠辰：媽媽給的……
94. 老師：媽媽給的，媽媽給的幾枝？
95. 冠辰：5 枝。
96. 老師：我覺得冠辰很厲害。這是什麼？誰再說一次？
97. 學生：媽媽給的。

98. 老師：媽媽給的，幾枝？
99. 學生：5 枝。
100. 老師：總共有幾枝？
101. 學生：12 枝。
102. 老師：你怎麼知道 12 枝？請你用花片做給大家看。來，佳林出來，你來告訴大家，你怎麼知道是 12 枝？
103. 佳林：3 個。
104. 老師：3 個。
105. 佳林：4、5、6。
106. 老師：4、5、6。
107. 佳林：7。
108. 老師：然後 7。
109. 佳林：8。
110. 老師：8，好。
111. 佳林：9。
112. 老師：9。
113. 佳林：10、11、12，這樣就變成 12 個。
114. 老師：這樣子就是幾枝？
115. 學生：12 枝。
116. 老師：她講得很小聲，你有沒有聽到？
117. 學生：聽到。
118. 老師：她說這樣就是 12 枝，有沒有聽到我講的？
119. 學生：聽到。
120. 老師：她講的，你聽到了嗎？
121. 學生：聽到。
122. 老師：她講的，你知不知道？
123. 學生：知道。
124. 老師：好，謝謝你（對佳林說）。她講得很好（對全班說）。來，你說，你要說什麼？你要出來做，是不是？那我拿走，你重做一遍，可以嗎？
125. 郁杰：花片又不乖了。

126. 老師：你們要輕輕放，它就會乖；你們很用力放，它就不乖。還有你們要讓它分開一點點，你讓它分開一點，這樣子它就乖乖的，你讓它們太擠了，它們就會不乖。來，你可不可以一邊放，一邊數給我們聽？
127. 郁杰：1、2、3、4……這裡是 10 個再加 2 個，就等於 12 個。
128. 老師：好，謝謝你，可是我要問你，你可不可以告訴我們，在這些花片裏，哪裏是代表弟弟的 7 枝？
129. 郁杰：這邊。
130. 老師：這邊，哪裏是媽媽再給的 5 枝？
131. 郁杰：這邊。
132. 老師：好，謝謝。還有人要出來做嗎？我再找一個人出來做好，仁祥。來，你到中間一點，到中間一點，我們往中間一點。
133. 晟祐：老師，你剛才沒有在有幾枝筆那一邊寫 12。
134. 老師：哦！好，你是幾個、幾個一數？
135. 仁祥：兩個、兩個數。
136. 老師：12，那你可不可以告訴我，哪一邊是弟弟的 7 枝筆？
137. 仁祥：這邊。
138. 老師：來，你可不可以用粉筆畫給我們看？
139. 仁祥：黃色的。
140. 老師：黃色是弟弟的 7 枝筆。紅色的呢？
141. 仁祥：是媽媽給他的。
142. 老師：是媽媽給他的 5 枝筆。他是不是做得很清楚，你懂了沒有？
143. 學生：懂了。
144. 老師：懂了。
145. 晟祐：老師，你寫 12。
146. 老師：好，來，我現在還要請你們作一題。你的耳朵要不要注意聽？
好，這題要你請你用耳朵注意聽，因為這一題沒有在黑板上，你要用耳朵很仔細聽，然後你算出來時，不要講出答案來，要放在心裏頭，不可以把答案說出來，要放在心裏頭。要等一下才能告訴我是多少？有沒有聽到？
147. 學生：聽到。
148. 老師：好，操場上有 9 個小朋友在玩遊戲。過了一下子又來了 6 個小朋友。請問

現在有幾個小朋友？不行講，江老師剛才說什麼？要把答案怎麼樣？放在心裏頭，算好了再舉手告訴我。你可以用不同的方法算，你要用你桌上的花片算也可以，你要用什麼方法算都可以，但是你算出來才能舉手，不可以說出答案來。好，手都先放下來，等一下，我再問你們答案。你可以先用花片算算看，或用各種不同的方法算算看。好，來，算出來的舉手。來，芃好多少？

149. 芃好：15。
150. 老師：咏恩多少？
151. 咏恩：15。
152. 老師：安婷多少？
153. 安婷：15。
154. 老師：也是 15。
155. 晟祐：11。
156. 老師：你說多少？
157. 晟祐：11。
158. 老師：柏雅多少？
159. 柏雅：10。
160. 老師：10 嗎？我沒聽清楚，你可不可以再講一遍？多少？來，李翎，你說，好，子瑞。好，15 的舉手。手放下來。我現在要請小朋友來告訴我你是怎麼算出來的？
161. 晟祐：我不是 15。
162. 老師：你不是 15，那你是多少？為什麼？你可不可以來說給我們聽？
163. 晟祐：因為老師說是 9 加 3。
164. 老師：9 加 3？
165. 晟祐：12 呀！
166. 老師：我再把題目說一遍給你聽，操場上本來有 9 個人，後來又來了 6 個人，現在操場上有幾個人？
167. 晟祐：15。
168. 老師：噢，很好。誰來告訴我們 15 是怎麼算出來的？好，米炘。來，放到中間，好，我們把這個拿到中間來。

169. 米炘：1、2、3、……
170. 老師：花片在那邊，到中間。
171. 米炘：4、5、6……15
172. 老師：好，米炘停下來，你再等一下。眼睛一直看著米炘怎麼做的人，請舉手。
啊！我好喜歡這一些人。手先放下來，你的兩隻小手一直在玩花片的人，請你停下來，請你注意聽米炘說。來，米炘，你為什麼分成這樣兩邊？大聲。
173. 米炘：我用 9 個加 6 個，然後等於 15。
174. 老師：那這個 9 個是什麼？我的題目說操場上原來有？
175. 學生：9 個人。
176. 老師：很好，操場上原來怎麼樣？
177. 學生：9 人。
178. 老師：所以這一堆是什麼？
179. 學生：9 個人。
180. 老師：很好，9 個人，對不對？這邊呢？
181. 學生：6 個。
182. 老師：6 個是怎麼來的？
183. 學生：後來加進來的。
184. 老師：後來來的人，對不對？後來來的幾個人？
185. 學生：6 個。
186. 老師：6 個人，對不對？
187. 學生：對。
188. 老師：你能不能告訴我們，為什麼總共是 15 個？請你仔細看他怎麼算的。
189. 學生：9 個人，9、10、11……15
190. 老師：看到了嗎？
191. 學生：看到了。
192. 老師：謝謝你，很棒。我現在要考你們，我決定要來考考你們，因為我看到有幾個人好忙！他們都一直在玩花片，不看這裏。宥如來，請你把米炘的方法，再做一遍給我們大家看一看。宥如，來，你知道米炘的做法嗎？喔！那要請你上課專心，不要一直玩花片，可以嗎？好，請你把手放腿上，仔細看

別人做。

誰知道米忻剛才可是怎麼算的？誰還會來做一次？這些人好棒，都是上課專心在聽的，好厲害。來，冠辰出來做一次，宥如，你要仔細看噢！

193. 冠辰：這裡有 9 個人，是本來就有的。然後這裡 6 個人，是後來的。然後加起來就是 15。
194. 老師：你可不可以照她的方法教給我們看。她剛才這邊說 9，然後呢？然後她怎麼算的？
195. 冠辰：9、10、11……15。
196. 老師：很好，他上課很專心聽講，所以我好喜歡他。
你們可不可以不用花片，用別的方法告訴我們，你怎麼算出來的？我剛才看到了，也聽到有人在底下算給隔壁的小朋友聽。現在誰可以用其他的方法做給我們看？
197. 老師：君衡，請你出來說，你是怎麼算的？
198. 君衡：10 加 5。
199. 老師：等一下，站好再說，不要急。
200. 君衡：10 加 5 就是 15，然後 10 減 1 就是 9，9 加 6 就是 15。
201. 老師：你們有沒有聽懂？
202. 學生：聽懂了。
203. 老師：聽懂，這麼厲害，真的嗎？咏恩，你再說一遍。
204. 咏恩：5 加 5 就是 10，然後 6 再……然後 9 加 6 等於 15。
205. 晟祐：怎麼扣掉 5？
206. 老師：為什麼扣掉 5？好，江老師是希望你聽懂了，就說聽懂；聽不懂就說聽不懂。
來，君衡講的，聽懂的人請舉手。聽懂的人，請你再講一遍，告訴我們，他怎麼說的？你會講嗎？
207. 咏恩：不會。
208. 老師：不會，好，謝謝你。還有誰有別的方法？來，妮臻。
209. 學生：6 給 9 一個，這裡變 5，這裡變 10。
210. 老師：你可不可以用這個花片來做？我把黑板擦乾淨，然後你可以用花片來做。
211. 學生：這裡 6 個給 9 一個，就變 5 個。這裡 9 個加 1 個，就變 10 個。然後 1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12、13、14、15。

212. 老師：懂了沒有？
213. 學生：懂了。
214. 老師：我知道他懂君衡的做法。因為君衡說的就是這樣，可是君衡沒有用花片做，現在妮臻用花片把它做出來。請問，剛才不懂的人，現在懂了沒有？
215. 學生：懂了。
216. 老師：懂的人舉手。很好，手放下來。還有誰有別的方法？好，你說。
217. 恩貽：把上面 5 個放在一起，然後，下面再放 4 個，就等於 9 個。然後再旁邊放 6 個，然後再把 1 個放過來，然後……
218. 老師：輕一點，你要把花片分開一點，它們擠在一起就會吵架，就會掉下來。
219. 恩貽：3 個加 4 個等於 7 個。然後 4 個加 4 個等於 8 個，然後 9、10、11、12、13、14、15。
220. 老師：好，你有沒有看懂？
221. 學生：有。
222. 老師：好，來。剛才講的通通沒問題了，對不對？都懂了對不對？現在把花片都收在盒子裏，然後坐好。我剛才看到禹同用一種方法算，可是呢，他現在不好意思出來做給大家看，所以我要請禹同過來做給大家看。你剛才在跟珈瑩說的方法可以再說一次嗎？好，來珈瑩幫忙把花片收起來，然後其他的人通通看我們這裏。我們要來看看禹同是怎麼算的？
223. 禹同：9 不是要加 1 嗎？不是等於 10 嗎？
224. 老師：你要把你的手比出來，你剛才……
225. 禹同：9 這樣子，如果再加 1 不是 10 嗎？5 剛好有被扣掉 1（說錯了）耶？6 本來被扣掉 1 就是 5（發現錯誤再說一遍）。15 啊！一個 10 一個 5。
226. 老師：所以合起來就是 15，有聽懂嗎？
227. 學生：有。
228. 老師：知道了嗎？
229. 學生：知道了。
230. 老師：他是用什麼算的？
231. 學生：用手指。
232. 老師：他用什麼算？用手指。還有沒有人用手指算？誰再來用手指算給我們看？舜夫，好，請你說。

233. 舜夫：5 加 5 等於 10，然後旁邊還有一個 5 所以就是 15。
234. 老師：那你這個 5 是哪一個 5，是弟弟原來有的裡頭的 5，還是媽媽再給裡頭的 5？
（真是老糊塗了）你要跟我們說清楚，因為我的題目是……對不起，我的題目是操場上有 9 個人，對不對？後來又來了 6 個人，對不對？你的 5 指的是操場上 9 個人裡頭的 5？還是又來的 6 個人？
235. 舜夫：操場上裏頭的 5。
236. 老師：操場上裏頭的 5，然後呢？
237. 舜夫：然後還有 4 個（指操場上的 9 個人）。然後其中 6 個（後來的）裡面再加 1 個進去就有 10 個。10 個旁邊還有 5 個，所以是 15。
238. 老師：旁邊的那個 5 是 6 個裏頭的 5 個是不是？（該生點頭）有聽懂嗎？
239. 學生：有。
240. 老師：其實他的方法跟剛才…….
241. 咏恩：跟禹同一樣。
242. 老師：對，也跟妮臻的方法一樣，但是他用的是手指頭，妮臻是用花片。
謝謝你，舜夫。好，唐誠，來，向著同學大聲地說。
243. 唐誠：9 加 1 等於 10，10 加 5 然後就是 15。
244. 老師：有聽懂嗎？
245. 學生：有
246. 老師：他的方法跟舜夫是一樣的。來，郁杰。好，坐好，我們等郁杰做完再下課。
247. 學生：下課了，下課了。
248. 老師：對，可是江老師說什麼？
249. 學生：等郁杰。
250. 老師：對，我看哪一個有耐心會等郁杰做好？你先等一下，你先放桌子上，我們下一節還會用到。有一個人的腳不太聽話。好，來，請你開始說。
251. 郁杰：9 是有 9 個花片，然後 6 是有 6 個花片，這兩個加起來就是 15。
252. 老師：你怎麼知道 9 加 6 是 15？
253. 郁杰：因為我用手指頭算，1、2、3、…再 10、11、12、13、14、15。
254. 老師：你這樣是 15 嗎？（教到糊塗了？還是腦袋停留在之前的運作？）你要不要再比一次給我們看？
255. 郁杰：10、11、12、13、14、15。（孩子真的沒錯，只是被我搞慌了）。

256. 老師：噢，我知道。剛才是江老師誤會你的意思了（頓悟了？卻又用另一種方式詮釋？）9、10、11、12、13、14、15。對不對？丕！是江老師錯了，對不對？謝謝你，我們可以下課了。

【第二節】

257. 老師：我們現在要進行下一個題目了：姐姐有 7 張貼紙，送給妹妹 3 張，姐姐還有幾張？

258. 學生：4 張。

259. 老師：跟剛才的規矩一樣，舉手的人才可以回答。你可以拿花片出來算，所以算出來的人請你先等一下，我們再等還沒有算出來的人。你可以拿花片出來算。你也可以不用花片算。來，算好的舉手告訴我。宛臻。

260. 宛臻：4 張。

261. 老師：4 張，來，冠辰。

262. 冠辰：4 張。

263. 老師：4 張，好，安婷。

264. 安婷，4 張。

265. 老師：是 4 張的人舉手，好，手放在腿上。來，你怎麼算出來的，誰出來講？好，元俊。

266. 學生：元俊出來過了。

267. 老師：可以再出來第 2 次，大聲講。

268. 元俊：7 減 3 等於 4。

269. 老師：你可不可以再做清楚一點？原來有幾張？

270. 元俊：7 張。

271. 老師：然後呢？

272. 元俊：減掉 3 張，只剩 4 張。

273. 老師：有沒有聽清楚？

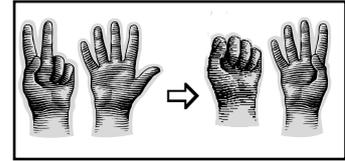
274. 學生：有。

275. 老師：聽得到他說的舉手。很好，手放下來。來，仁祥，請你不要這樣敲，很吵，我們會聽不見。好，郁杰，江老師要請你把衣服的扣子扣好，因為你衣服上的扣子全部都掉出來了，請你扣好。來，登明。

276. 登明：7 個嘛，然後減 3 個。

277. 老師：大聲。

278. 登明：7 個減 3 個等於 4 個。



279. 老師：你再說一次（對登明說）。他說這樣是 7 個（對全班說）。

280. 登明：減掉 3 個。

281. 老師：然後拿走 3 個。這邊有嗎（指左手的手指頭算不算在內）？

282. 登明：沒有。

283. 老師：這邊有嗎？（指右手的大拇指算不算，該生馬上把大拇指向內彎曲）剩下幾個？

284. 學生：剩下 4 個。

285. 老師：你有看到 4 個嗎？有沒有？

286. 學生：有

287. 老師：來，郁杰。你現在衣服穿整齊了，我讓你出來。我們把花片放到中間，來，放在中間來做。你可不可以再做一次，然後大聲地說，你告訴大家這裏有幾個？

288. 郁杰：這裏有 7 個。

289. 老師：7 個花片代表什麼？

290. 郁杰：7 個都是姐姐的 7 張貼紙。

291. 老師：很好，然後呢？

292. 郁杰：然後姐姐送了她的妹妹 3 張，姐姐就只有 4 張貼紙。

293. 老師：這 3 張是送走的，然後這 4 個呢？

294. 郁杰：這 4 個是姐姐的貼紙。

295. 老師：是剩下的還是原來有的？

296. 郁杰：是原來的。

297. 老師：姐姐原來有幾張？

298. 郁杰：7 張。

299. 老師：現在這裏有幾張？

300. 郁杰：4 張。

301. 老師：4 張是什麼？

302. 郁杰：是姐姐的貼紙。

303. 老師：是原來的，還是後來的？
304. 郁杰：後來的。
305. 老師：後來的，有沒有聽到？這幾張貼紙是後來的還是原來的？
306. 學生：後來的。
307. 老師：好，謝謝。現在不要再玩花片了，現在不是玩花片的時間，現在是聽小朋友講的時候。來，李翎跟哲宇把花片收好。來，還有誰要出來說？請你們出來說，要像郁杰這樣。他講的很清楚，而且很大聲，請你又大聲又清楚的講給全班聽。來，芃妤。
308. 芃妤：就是先把 7 個花片拿出來。姊姊有 7 張貼紙送給妹妹 3 張。
309. 老師：再大聲一點。
310. 芃妤：給 3 張，姐姐還有 4 張。
311. 老師：姐姐還有的 4 張在哪裏？
312. 芃妤：在這一邊。
313. 老師：那，這 3 張你放在一邊是什麼意思？
314. 芃妤：給妹妹的。
315. 老師：你有沒有聽到？
316. 學生：有。
317. 老師：她說什麼？
318. 學生：給妹妹的。
319. 老師：她說這 3 張是給誰的？
320. 學生：給妹妹的。
321. 老師：這 4 張是什麼？
322. 學生：姐姐。
323. 老師：姐姐剩下的對不對？好，謝謝你。來，宥如。請你們不要玩，也不要講話，好不好？
324. 學生：好。
325. 宥如：這是 7 張。
326. 老師：講大聲一點。
327. 宥如：7 張。
328. 老師：幾張？

329. 宥如：姐姐 7 張。
330. 老師：姐姐 7 張，好。
331. 宥如：給妹妹 3 張。
332. 老師：給妹妹 3 張。
333. 宥如：剩下 4 張。
334. 老師：剩下 4 張。好，謝謝。她講的，你聽到了嗎？
335. 學生：聽到了。
336. 老師：剩下幾張？
337. 學生：4 張。
338. 老師：好，來，我現在要出一題，請你仔細地聽聽看老師的題目。跟剛才一樣，你要先舉手才能回答，你不可以題目一出來，你想到答案馬上就告訴我，你要讓不知道的小朋友，有機會算算看，想想看。好，來，樹上有 14 顆蘋果，摘下了 8 顆，請問樹上現在還有幾顆蘋果呢？樹上本來有 14 顆蘋果，摘下了 8 顆，請問樹上還有幾顆？這麼快，都算得這麼快！已經這麼多人舉手了，而且這一次這麼棒，都沒有人先說答案，太好了！來，泓凱。
339. 泓凱：6。
340. 老師：6，咏恩。
341. 咏恩：22。
342. 老師：22，好，來，恩貽。
343. 恩貽：6。
344. 老師：6，好，安婷。
345. 安婷：6。
346. 老師：6，柏雅。
347. 柏雅：6。
348. 老師：6，好，雨浩。
349. 雨浩：6。
350. 老師：6，好，請問你怎麼算出 6？來，哲宇。反了，這樣會貼不上。
351. 哲宇：14 顆蘋果。
352. 老師：這邊有多少？
353. 哲宇：14 顆蘋果。

354. 老師：他說這裏有 14 顆蘋果。然後呢？
355. 哲宇：摘下 6 顆。
356. 老師：摘下 6 顆，好。來，你摘下的是 6 顆嗎？你再數一數看看。好，這裏是摘下的。
357. 學生：摘下 8 顆。
358. 哲宇：8。
359. 老師：摘下 8 顆，然後呢？
360. 哲宇：剩 6 顆。
361. 老師：剩 6 顆，你聽懂了嗎？
362. 學生：聽懂了。
363. 老師：好，我要請一個小朋友出來再做一遍。來，珈瑩。請你出來再做一遍。剛才哲宇是怎麼算的，請你照他的方法再做一遍。
364. 珈瑩：就是先把 1、2、3...6
365. 老師：大聲，6，然後呢？
366. 珈瑩：7、8、9、10、11、2、3、4（應是 12、13、14，該生省略了 10 的部分）。
367. 老師：好，然後呢？
368. 珈瑩：樹上原來有 14 顆，然後摘下來 8 顆，2、3、4、5、6、7，這邊是摘下來。
369. 老師：這邊是摘下來，幾個？
370. 珈瑩：8 個。
371. 老師：好，然後這裏呢？
372. 珈瑩：就剩 6 個。
373. 老師：剩下幾個？大家一起說。
374. 學生：6 個。
375. 老師：來，登明。（登明上台，在黑板上擺花片）
376. 老師：紅的花片沒有那麼多（指 14 個），紅的只有這幾個而已（登明擺了 15 個花片，正準備拿走 8 個。）。
377. 老師：來，等一下，這邊總共有幾個？請你數一次看看（登明點數後，拿走 1 個）。好，然後呢？
378. 登明：然後拿掉 8 個。
379. 老師：你拿掉幾個？

380. 登明：8 個。
381. 老師：他總共拿掉 8 個，請問他拿掉幾個？
382. 學生：8 個。
383. 老師：幾個？
384. 學生：8 個。
385. 老師：來，現在剩下幾個？
386. 學生：6 個。
387. 老師：6 個，很好。還有沒有人出來把你的算法告訴大家，剛才小朋友的算法通通都是用花片，可是江老師覺得很奇怪的是，我題目放在黑板上的時候，很多小朋友都不是用花片算的，答案也都出來了，你可不可以告訴我們，你是怎麼算出來的？你用什麼樣的方法算出答案？來，柏雅。你是用什麼方法算出來的？
388. 柏雅：就是 10 減 8。
389. 老師：等一下，你站好，再做給全班看，大聲。
390. 柏雅：就是用 10 減 8，然後再 2……2 加 4 等於 6。
391. 老師：好，你可不可以告訴我們，你為什麼用 10 減 8？那個 8 是什麼？
392. 柏雅：8 顆蘋果。
393. 老師：8 顆蘋果，先把摘下來的蘋果拿走，對不對？好，摘下來幾顆蘋果？
394. 柏雅：8 顆。
395. 老師：8 顆，所以先拿走 8 顆，是不是？好，你的手指頭有幾根？
396. 柏雅：有 10 根。
397. 老師：為什麼她用 10 去減，你懂了沒？為什麼？咏恩，告訴我們為什麼？
398. 咏恩：我在扣扣子。
399. 老師：好，那你一邊扣扣子一邊聽啊！誰知道為什麼她用 10 減？我看有哪一個人上課能專心聽講。來，安婷。
400. 安婷：……（不清楚）
401. 老師：請你講大聲一點。
402. 安婷：因為只有 10 根手指頭。
403. 老師：因為什麼？哲宇，請說。
404. 哲宇：因為 10 比較大。

405. 老師：10 比較大，還有你的手指頭有幾隻？
406. 學生：10 隻。
407. 老師：幾隻？
408. 學生：10 隻。
409. 老師：幾隻？
410. 學生：10 隻。
411. 老師：我都沒有聽到，幾隻？
412. 學生：10 隻。
413. 老師：有 10 隻，很好。因為手指頭有 10 隻，所以她先用 10，然後拿走…摘下幾個蘋果？
414. 柏雅：8 個。
415. 老師：8 個，請你摘掉，摘掉！怎麼摘？
416. 柏雅：減掉。
417. 老師：減掉，剩下幾個？
418. 學生：2 個。
419. 老師：大家一起說，剩下幾個？
420. 學生：2 個。
421. 老師：可是蘋果真的只剩下 2 個嗎？
422. 學生：沒有。
423. 老師：沒有，那怎麼辦？
424. 學生：再加 2 個……再加 4 個。
425. 老師：為什麼還要再加 4 個？
426. 恩賄：因為手指頭不夠，所以還要再加 4 個。
427. 老師：那 4 個是哪裡來的？
428. 舜夫：14 呀！
429. 老師：來，舜夫說。
430. 舜夫：14 先減 10。
431. 老師：14 裡頭的 4，是不是？減掉 4（應該是 10）就有 4，你的意思是不是這樣？
432. 舜夫：不是，先把 10 拿走然後減 8，然後只剩 2 個，然後再加旁邊的 4。
433. 老師：我問那個 4 是從哪裡來的？

434. 舜夫：是從 14。
435. 老師：14 來的，對不對？你很棒，來，其他的小朋友有沒有聽懂？
436. 學生：聽懂了。
437. 老師：聽懂了。我現在要大家通通把花片放到盒子裡面去。現在江老師再請一個小朋友出來說，你不用花片，你是怎麼算的。一個，我只要一個小朋友出來說，你是怎麼算的？好，剛才佳林想告訴我們，來，佳林，出來告訴我們。
438. 佳林：就是我。
439. 老師：我說不要用花片，你不用花片會不會算？好，那你用花片，好。要仔細看囉！
440. 佳林：1、2、3……
441. 老師：好，來，你拿走幾個？8 個。
442. 佳林：8 個。
443. 老師：她拿走 8 個。為什麼她要拿走 8 個，你知道嗎？
444. 學生：知道。
445. 老師：然後呢？
446. 佳林：1、2、3、4、5、6 個。
447. 老師：剩下幾個？
448. 學生：6 個。
449. 老師：剩下幾個？
450. 學生：6 個。
451. 老師：你聲音很大，你大聲數一次給我們看，一共有幾個。
452. 佳林：1、2、3、4、5、6。
453. 老師：很好，她做得對不對？
454. 學生：對。
455. 老師：好，請你回去。請你們聽清楚，不用花片。來，台安。
456. 晟祐：老師，題目是什麼？
457. 老師：題目在這裡。好，大聲。
458. 台安：這裡有 14 個減掉……
459. 老師：14 個。

460. 台安：減掉 4 個，再減掉 4 個。
461. 老師：本來有 14 個。
462. 台安：然後減掉 4 個。
463. 老師：對不起，你講得好小聲，我們都沒有聽到。你可不可以講大聲點？本來有幾個？
464. 台安：本來……這樣有 14 個，然後…….
465. 老師：可是我只看到 10 個，還有 4 個呢？
466. 台安：4 個假裝在心裡面。
467. 老師：4 個假裝在心裡頭。
468. 台安：然後減掉，然後 4 個，變 6 個。
469. 老師：好，你講慢一點。4 個假裝在心裡頭，先把心裡頭 4 個減掉，是不是？然後再減掉什麼？
470. 學生：手上的 4 個。
471. 老師：手上的 4 個。那這樣你總共減掉幾個了？
472. 台安：2 個……總共 8 個。
473. 老師：減掉 8 個，然後剩下幾個？
474. 台安：6 個。
475. 老師：剩下 6 個，你有沒有聽懂？
476. 學生：聽懂了。
477. 老師：江老師再說一遍。他是這樣子說的：他只有 10 個手指頭，他說另外 4 個在哪裡？
478. 學生：心裡頭。
479. 老師：心裡頭。他先把心裡頭 4 個怎麼樣了？減掉了，然後再減掉手上的 4 個，還有幾個？
480. 學生：6 個。
481. 老師：還有 6 個，這樣你清楚了嗎？
482. 學生：清楚了。
483. 老師：好，現在我們要來玩一個遊戲，我會給每一組一個這樣子的紙盒子。
484. 晟祐：我們玩過了，我剛才就玩過了。
485. 老師：我剛才讓你試試看（曾找幾個人試試，以便取出適當的距離）好，請你注

意聽規則。4 個，4 個一組。這裡第一組，這裡第二組，這邊第三、第四、第五。你們 4 個人一組、然後你們 4 個一組。來，請你坐下，那你們 4 個人一組。好，那我現在請你們隊伍通通排到這一邊來。來，你們 4 個人先出來。等一下，你們先坐著，來，請你站起來。好，請你站起來。你們要排在第一張桌子前，排這樣子。然後我要把這個盒子放在這一邊，每組都是一個盒子放在這一邊。然後呢，每一個人先拿 8 個花片，就從這個位置……這邊有個盒子，對不對？對不對？你有沒有看到？好，然後就從這個位置把花片丟到盒子裡頭。這樣你懂了沒有？

486. 學生：懂了。

487. 老師：來，請回去。請問一個人要拿幾個花片？

488. 學生：8 個。

489. 老師：幾個？

490. 學生：8 個。

491. 老師：好，我做一次給你們看。這個盒子在這一邊，我人站在這裡，然後我一次丟一個花片，我一次丟一個，就這樣丟進去，有沒有看到？一次丟幾個？

492. 學生：1 個。

493. 老師：1 個，然後你要看看，你丟進去幾個？沒有丟進去幾個？你要把它記在心裡頭。請問你丟進去幾個，沒有丟進去幾個？要怎麼樣？

494. 學生：記在心裏頭。

495. 老師：要記在哪裡？

496. 學生：記在心裏頭。

497. 老師：今天早上我跟小朋友說過，我說我們這次比賽，比什麼？（導師時間先預告數學課有個比賽，先耳提面命以免場面失控）

498. 學生：規矩。

499. 老師：還有什麼？

500. 學生：誠實。

501. 老師：所以你丟進去幾個，你沒丟進去幾個，要誠實的告訴我，有沒有聽到？

502. 學生：聽到。

503. 老師：好，現在請你數 8 個花片，沒有花片的人，要不要守規矩呀！來拿！在那邊，都一樣，都一樣。請你回位置，請你回位置，你回位置就有了。來，

你們一個、一個、來，一個、一個、一個，好，一個，來，你們一個。你爲什麼用搶的？很沒禮貌。來，你們四個人一個，到這邊來玩。來，八個花片拿好了沒？

504. 學生：拿好了。

505. 老師：拿好了，來，我說都在什麼地方排隊？這一邊。這兩排在這一邊，這兩排在這一邊。然後這兩排到這一邊來排，這一邊，來，很好，對，非常好。好，來，盒子要遠一點。盒子要遠一點。來，對不起，盒子要遠一點，大眼睛，看老師。盒子請放在這一張桌子，要遠一點。

506. 禹同：老師，一次一個對不對？

507. 老師：什麼？一次丟一個。好，現開始丟。你可以開始丟，來，要遠一點，盒子要遠一點哦！。

來，丟完 8 個的人就坐下來。來，丟完 8 個的人就坐下來，眼睛通通看黑板，來，請你舉手告訴我，你丟進幾個？沒丟進幾個？請你舉手告訴我。好，咏恩。

508. 咏恩：丟進 5 個。

509. 老師：丟進 5 個，沒丟進去的呢？

510. 咏恩：3 個。

511. 老師：3 個，好，來，唐誠。

512. 唐誠：全部丟進去。

513. 老師：你全部都丟進去，你丟進去幾個？

514. 唐誠：8 個。

515. 老師：8 個，你沒丟進去幾個？請問全部丟進去，沒丟進去的是幾個？

516. 學生：0 個。

517. 老師：0 個，好。

518. 恩貽：江老師，剛剛我只丟進 2 個，後來又加了 3 個。

519. 老師：來，子瑞，你丟進去幾個？

520. 子瑞：6 個。

521. 老師：6 個，你沒有丟進去幾個？

522. 子瑞：2 個。

523. 老師：2 個。

524. 泓凱：我跟子瑞一樣。
525. 老師：哦，你跟子瑞一樣，好，來，宥如，你丟進去幾個？
526. 宥如：3 個。
527. 老師：3 個，你沒有丟進去幾個？
528. 宥如：5 個。
529. 老師：5 個，來，米炘，你丟進去幾個？
530. 米炘：5 個。
531. 老師：5 個，你沒丟進去幾個？
532. 米炘：2 個。
533. 老師：2 個，你有拿 8 個嗎？
534. 米炘：有。
535. 老師：有，那你 5 個跟 2 個，你再數數是不是 8 個，好不好？請你再數一次看看。
來，楊正。
536. 楊正：8 個。
537. 老師：你全部丟進去，你沒丟進去幾個？
538. 楊正：0 個。
539. 老師：好，0 個，來，柏雅。
540. 柏雅：丟進 5 個。
541. 老師：你丟進去 5 個，沒丟進去 3 個。妮臻，你呢？
542. 妮臻：我丟進去 6 個，我沒有丟進去 2 個。
543. 老師：好，台安呢？
544. 台安：我丟進去 7 個，沒有丟進去 1 個。
545. 老師：你丟進去 7 個，沒有丟進去 1 個。好，來，冠辰，你呢？
546. 冠辰：2 個。
547. 老師：你丟進去 2 個，你有幾個沒丟進去？
548. 冠辰：6 個。
549. 老師：6 個，好，來，昀璇呢？
550. 昀璇：我丟進去 7 個，沒丟進去 1 個。
551. 老師：你丟進去 7 個，沒丟進去 1 個。安婷，你呢？
552. 安婷：我丟進去 6 個，沒有丟進去 2 個。

553. 老師：你丟進去 6 個，沒有丟進去 2 個。好，宛臻，你呢？
554. 宛臻：4 個。
555. 老師：你丟進去 4 個，你沒丟進去幾個？哦，也是 4 個。好，來，韋黎，你呢？
556. 韋黎：跟宛臻一樣。
557. 老師：通通看老師這裡，來，大眼睛，
558. 學生：看老師。
559. 老師：5 個跟 3 個，總共是幾個？
560. 學生：8 個。
561. 老師：8 個跟 0 個總共是幾個？
562. 學生：8 個。
563. 老師：6 個跟 2 個總共是幾個？
564. 學生：8 個。
565. 老師：3 個跟 5 個總共是幾個？
566. 學生：8 個。
567. 老師：7 個跟 1 個呢？
568. 學生：8 個。
569. 老師：2 個跟 6 個呢？
570. 學生：8 個。
571. 老師：4 個跟 4 個呢？
572. 學生：8 個。
573. 老師：通通是幾個？
574. 學生：8 個。
575. 老師：它們都是 8 個，可是投進去的，跟沒投進去的，有沒有一樣多？
576. 學生：沒有。
577. 老師：有沒有一樣多？
578. 學生：（有人說）有，有人說（沒有）。
579. 老師：我說投進去的，跟沒投進去的，有沒有一樣多？
580. 學生：（有人說）有，（有人說）沒有。
581. 老師：有嗎？
582. 學生：（有人說）沒有，（有人說）有。

583. 老師：這個投進去幾個？
584. 學生：5 個。
585. 老師：這個呢？
586. 學生：8 個。
587. 老師：有一樣多嗎？
588. 學生：沒有。
589. 老師：可是最後通通都是幾個？
590. 學生：8 個。
591. 老師：你每一個人都投了幾個？
592. 學生：8 個。
593. 老師：可是投進去的有沒有一樣？
594. 學生：沒有。
595. 老師：沒有，對不對？好，今天我們的課就上到這裡。

參、教學說明

首先我要講的就是，在這課課程之前我做了一些什麼？

事前我看了各家的版本，把我覺得比較適合的教材提出來，再加上我從前的經驗，然後把它們融合成一個課程設計。我的教學重點就是 20 以內的合成跟分解。首先呈現的是 10 以內的合成，接著是 20 以內的合成；然後就是 10 以內的分解，接著是 20 以內的分解；最後我以一個遊戲的方式，進行一個 8 的合成活動。

我在教具準備上是很簡單的，就是利用教室裡已經有的花片，還有就是自己做的紙盒子，用最簡單的教具來進行這個課程。

接下來我要講的就是我上課的重點。

我上課的內容就是 1 到 20 以內的合成跟分解。這一堂裡面有兩個重點。一個重點就是學生在之前，並沒有小學的團體生活規範，他們是剛進入小學，所以要先建立他們在班級的一個規範。首先是要讓他們學習傾聽還有發表，就是說，他要先傾聽然後發表，並且要勇敢的說出自己的想法，所以我把一個重點放在這個上面。至於他們的

學習經驗呢？就是之前我們教過 1 到 20 的數字，還有數序的排列；之前他們是沒有做過合成與分解的，這個是他們第一次做合成與分解的活動。

接下來要談的是，學生的程度。

其實我在上這一堂課之前，對他們會有什麼反應，我完全不知道。因為這是我們第一次上這樣的課程，所以我完全不知道他們的起始點在什麼地方，但是上了一段時間，我就發現我的小朋友大部分都會用累進性的運思來處理這個問題，所以在課堂上也可以看到小朋友其實程度是參差不齊的。有的小朋友一定要有具體物，有的小朋友已經可以脫離具體物，但是在脫離具體物的時候，他的說法有些小朋友是沒有辦法理解的。大部分的小朋友，還是需要透過具體物來處理這個問題的；小朋友如果有具體物，他來說明的時候，會說得更清楚。

所以，在這個時候，我就比較清楚說我要用什麼樣子的方法，繼續課程。事實上，我也是一邊跟他們溝通，一邊再做我的課程設計。

接下來我要說的就是這堂課我的反思。

其實，從小朋友的運作當中，可以看出，如果上數學課老師和小朋友有一個很好的溝通方式，那麼這堂課，也就可以進行得很好。可是，我在這兩堂課當中，還是一點不滿意的地方。

譬如有一個小朋友，他希望我把答案 12 寫出來，當時我的想法是這活動結束了，我想進行下一個活動，我就回答他，我現在不準備把這個答案寫出來，因為你們都已經知道答案了。我現在想想，其實我那時候是可以把答案寫出來的。這樣他們做完題目，也可以把答案記下來。這是我覺得可以更正的一個地方。

還有一個小朋友，就是我們在做分解的時候，那一題的題目是：蘋果樹上原來有 14 顆蘋果，摘下來了 8 顆，還剩下幾顆蘋果？而這個小朋友的答案是 22，他會出現 22，是因為他用合成的方式來做這樣的一個問題，可是事實上這樣的方法解決問題是錯誤的。但是，當時我並沒有處理這個問題，因為在整個的課程進行當中，沒有機會再回到這樣一個問題上來，所以也就沒有在這堂課處理這樣的問題。這樣的問題，其實是可以留在下課時間或下次上課，再重新檢驗這個小朋友是不是懂了。我的另外一個想法是：這個小朋友平常在課堂上的表現算是不錯的，我想，他也可以利用同儕之間的互動，察覺到自己哪一個地方有問題，所以這個地方我沒有立即處理。當然，我還要

透過下一次上課，看看我的猜測是不是對的。

接下來我要說的另外一個問題。

就是有一個小朋友，當我發現發現很多小朋友都不需要再通過具體物，來算出答案的時候，我就問小朋友說，有哪一個小朋友能夠不用花片，就把答案算出來，請你來告訴大家。

可是有一個小朋友，他一定要使用花片。當時我覺得他要使用花片，好像不符合我的想法，所以我就回答他，我要的是不用花片。可是這個小朋友很想要表現，於是，我就給他一個機會，讓他使用花片在黑板上再做一次。其實這個小朋友的做法，跟其他小朋友的做法雷同。事實上，分解的問題如果用花片來做，方式大部分是一致的，所以這個小朋友的做法，也跟其他小朋友的做法是一樣的。我想我給他這樣一個機會，就是讓他有一個機會表現。

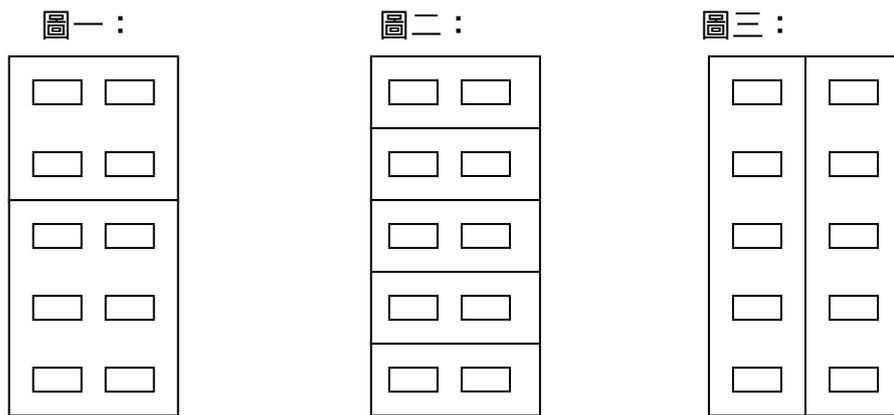
當然也有人可以用其他的方法來解決問題，有的時候小朋友是聽不懂的。譬如有一個小朋友講的時候，我就發現很多小朋友是聽不懂他的解說。這時候有另一個小朋友出來了，他用花片把那個小朋友的說法表示出來，而我覺得這是一個很好的契機，可以用這樣的一個方式，讓小朋友不但了解這個同學的想法，也可以了解前一個同學的想法。這是我覺得學生表現得很好的地方，也是讓我有一點訝異的地方。

肆、教學後的省思

看完整捲錄影帶，校正過逐字稿之後，再也提不起勇氣拍攝下一捲影帶，總覺得自己的缺失一籬筐。經過一段時間再回首重看一遍，覺得也還好，只要能改進一些小錯誤，就能讓教學更進步。現提出幾處可以改進的地方，供大家參考，並提醒自己不要重蹈覆轍：

(一)問題的設計應更符合教室佈置的情境

第一個問題雖然依照班上平日分組的狀況設計，如圖一；但是學生看到的現象可能是圖二或圖三，因此在解題的時候，就會出現圖二和圖三的解題策略。雖然學生平日都清楚和自己同組的組員，但是仍然會就現狀，以最自然的方式解題，二個、二個一數，或五個加五個的解題策略，而忽略了原有的題目，捨棄了一組六人，一組四人的合成。如果當初在設計題目時能更謹慎，學生解題的策略也就能更符合題意。



(二)要能破除自我的制約，給學生更多的空間

進行第二個問題的時候，有一位學生一直希望我在題目的問號後面寫上答案，第一次沒有會意，而且另一個同學正在台前解題；第二次覺得沒有必要在問題的後面寫上答案，因為自己的養成教育並不習慣直接將答案寫在問號的後面，而且也因為急著想進行下一個活動，所以回答他：「我現在不準備把這個答案寫出來，因為你們都已經知道答案了。」其實這耽誤不了多少時間，只是內心的執著，不願意讓他將答案呈現在問題的後面。但是話一說出口就後悔了，如果我給他機會，不但可以滿足他的發表慾，也可以讓其他學生經驗記錄答案的方式。

也因此第二節課，有一位學生並沒有依照我的要求一不使用花片解題，我還是給他一個機會，畢竟一年級的孩子還正在適應學校生活，以及師生互動的方式。

(三)要專心傾聽學生的敘述，冷靜的處理問題

當第一節下課鐘聲響起時，還有一位學生正在敘述他的解題策略，可能擔心學生因此燥動不安，又擔心外面的吵鬧聲影響拍攝的效果，在忐忑不安的情況下，一再的誤解學生的意思。其實該生的解題策略非常棒，沒有思毫的問題，只是我太慌亂了，可見處變不驚，冷靜的處理問題是多麼的重要！

(四)學生的表現可圈可點

拍攝影帶之前，我有些焦慮，原因有二，一是教學的對象為剛入學的小一，彼此的了解都還不夠深；一是這個單元的教學，可以說是整數加減的開啓，不同於之前數數活動的教學，因此也無法預知學生的能力。沒想到這一班學生的程度高出我的預估，使用累進性合成運思的學生相當的多，而且個個表達能力都很好，敘述十分清楚明確。更讓我讚嘆的是，第三個問題有一位同學採用口述的方式說明解題策略，我知道一定

有同學聽不懂他的敘述，於是徵詢聽懂得學生再說一遍，沒想到他會使用花片一邊操作一邊說明，讓我對他們的能力刮目相看。

教書這麼多年，能教到一班程度這麼好的，可還真是少見，能當他們的老師真是我的福氣，我可要好好的享受他們精采的演出。

整數的直式加減

壹、教學活動設計

一、教學年級：三年級上學期

二、教學者：台北市興隆國小 王蘇灃老師

三、教學目標：

1. 解決三位數加法的問題，能以直式記錄三位數加法的解題活動和結果。
2. 解決三位數減法的問題，能以直式記錄三位數減法的解題活動和結果。

四、活動目標：

- 1-1 能解決三位數加二位數的問題，並能用直式記錄解題過程和結果。
- 1-2 能解決三位數加三位數的問題，並能用直式記錄解題過程和結果。
- 2-1 能解決三位數減二位數的問題，並能用直式記錄解題過程和結果。
- 2-2 能解決三位數減三位數的問題，並能用直式記錄解題過程和結果。

五、教學概要說明：

希望結合學校主題活動-圖書館的閱讀活動情境，引發兒童學習的動機與興趣，進一步讓兒童在閱讀的活動情境中，去察覺和數學相關的問題，培養兒童的察覺能力外，並把數學的知識和生活情境相連結，以提升兒童的數學素養。並透過問題的溝通、討論、比較與反省的解題歷程，來培養兒童批判與評鑑數學能力。

一般人稱成人習慣使用的加、減、乘、除算則為「直式算則」。直式算則其實區分「算則」與「直式」兩個概念，「算則」是指進行活動時的一種特殊解題策略；「直式」是一種活動紀錄的格式。

與算式相同，直式是另一種數學語言的溝通格式，只是數學符號的組織排列規則有所不同，算式是指橫的排列，而直式是直的排列。

在直式紀錄格式中，必須記錄要解決的問題，而在解題視窗中，可以留下解題過程的痕跡，最後必須呈現答案，直式的橫線是代表活動的區隔，而不必然具有等號的意義。

六、教學活動設計：

教學內容摘要	主要問題與活動	說明	評量重點
<p>一、複習活動： 二位數加二位數的問題</p> <p>二、三位數加二位</p>	<p>• 圖書館將要舉辦「關懷系列兒童繪本博覽會」。這個博覽會分為六大區：第一區：科學區；第二區：文學區；第三區：休閒區；第四區：史地區；第五區：藝術區；第六區：總區。每一區都有兩類的書。 王老師希望小朋友在參觀以前先做個挑戰題。</p> <p>1.第一區科學區的書，有自然科學類 98 本，人文科技類有 86 本，請問第一區的書共有多少本書？</p> <p>先用算式填充題，再用直式算法把你算的過程記錄下來。</p> <p>* 有誰要說說看，你算了第一區的書共有幾本？</p> <p>* 有沒有不同的解法？</p>	<p>• 學生可能的作法：</p> <p>(1) $98 + 86 = ()$</p> $\begin{array}{r} 98 \\ + 86 \\ \hline 184 \end{array}$ <p>(2)</p> $\begin{array}{r} \boxed{9}8 \\ + \boxed{8}6 \\ \hline 17 \quad \square \\ + 14 \quad \square \\ \hline 184 \end{array}$ <p>(3)其他。</p>	<p>• 能了解題意並進行解題。</p> <p>• 能回答共有184本，並能說明解題的過程及想法。</p>

<p>數的問題</p>	<p>2.第二區有故事類 246 本，語文類 73 本。文學區的書共有多少本？</p>	<p>• 學生可能的做法：</p> <p>(1)$246 + 73 = ()$</p> $\begin{array}{r} 246 \\ + 73 \\ \hline 319 \end{array}$ <p>(2)</p> $\begin{array}{r} \boxed{2}4\boxed{6} \\ + \boxed{7}3 \\ \hline 200 \\ 11 \\ + 9 \\ \hline 319 \end{array}$ <p>(3)其他。</p>	<p>• 能回答共有 319 本，並能說明解題的過程及想法。</p>
<p>三、三位數加三位數的問題</p>	<p>3.休閒區的書分為活動類和運動類，共 219 本；史地區的歷史類和地理類，共有 432 本。這兩區的書合起來共有多少本？</p>	<p>• 學生可能的做法：</p> <p>(1)$219 + 432 = ()$</p> $\begin{array}{r} 219 \\ + 432 \\ \hline 651 \end{array}$ <p>(2)</p> $\begin{array}{r} 43\boxed{2} \\ + 21\boxed{9} \\ \hline \boxed{11} \\ + 64 \\ \hline 651 \end{array}$ <p>(3)</p> $\begin{array}{r} 432 \\ + 219 \\ \hline 11 \\ 4 \\ + 600 \\ \hline 651 \end{array}$	<p>• 能回答共有 651 本，並能說明解題的過程及想法。</p>

<p>四、三位數減二位數的問題</p>	<p>4. 剛剛我們算了第二區文學區的書有 319 本，參觀的小朋友已經借走了 65 本，還有多少本書在展覽場裡？</p> <p>(重新布題)</p> <p>5. 總區有 328 本，工具書類 81 本，請問其它類的書有多少本？</p>	<p>(4)其他。</p> <p>• 學生可能的做法：</p> <p>(1) $319 - 65 = ()$</p> $\begin{array}{r} 319 \\ - 65 \\ \hline 254 \end{array}$ <p>(2)</p> $\begin{array}{r} 319 \\ - 65 \\ \hline 314 \\ - 6 \\ \hline 254 \end{array}$ <p>(3)其他。</p> <p>• 學生可能的做法：</p> <p>(1) $328 - 81 = (247)$</p> $\begin{array}{r} 328 \\ - 81 \\ \hline 247 \end{array}$ <p>(2)</p> $\begin{array}{r} 328 \\ - 81 \\ \hline 327 \\ - 8 \\ \hline 247 \end{array}$ <p>(3)其他。</p>	<p>• 能回答 254 本，並說明解題的過程及想法。</p> <p>• 能回答其它類有 247 本，並說明解題的過程及想法。</p>
---------------------	--	---	---

五、三位數減三位數的問題	6.史地區的書有 432 本，架子上還有 184 本，請問被借走了幾本書？	<p>• 學生可能的做法：</p> <p>(1)$432 - 184 = ()$</p> $\begin{array}{r} 432 \\ - 184 \\ \hline 248 \end{array}$ <p>(2)</p> $\begin{array}{r} 432 \\ - \boxed{1}84 \\ \hline 332 \\ - \boxed{8}\boxed{4} \\ \hline 328 \\ - \quad 8 \\ \hline 248 \end{array}$ <p>(3)</p> $\begin{array}{r} 432 \\ - 184 \\ \hline 348 \\ - 100 \\ \hline 248 \end{array}$ <p>(4)其他。</p>	• 能回答被借走了 248 本書並說明解題過程和想法。
六、討論活動	<p>7.我們已經認識這次的關懷系列博覽會共分爲幾大區？</p> <p>每一大區都有幾類的書？</p> <p>請你先想一想，再說說看，你想要先參觀的區是第幾區？爲什麼？</p> <p>王老師希望小朋友能多利用圖書館，多借、多看好書。</p>		• 能參與討論，並回答博覽會共分爲 6 大區，每一區有 2 類。

貳、教學實錄

【第一節】

1. 老師：有去過興隆國小圖書館的請舉手，哦！每個人都很棒。都有去過圖書館對不對？好，請放下來。圖書館最近要舉辦一個博覽會。我們來看看這個博覽會到底舉辦些什麼，好不好？
2. 學生：好。
3. 老師：請問這個博覽會要舉辦什麼？
4. 學生：『關懷系列兒童繪本博覽會』。
5. 老師：這個博覽會要分爲五大區，分爲哪五大區？第一區有科學區，第二區有文學區，第三區有休閒區，史地區，還有總區。總共分成幾區啊？
6. 學生：分五區。
7. 老師：總共分爲五區哦！每一區會有兩小類，現在要請小朋友注意聽老師的題目：第一區是什麼區？
8. 學生：科學區。
9. 老師：科學區，王老師把它分爲自然科學類、還有人文科技類。注意聽囉！。筆準備好了嗎？
10. 學生：準備好了。
11. 老師：自然科學類的有九十八本，人文科技類的有八十六本，請問第一區科學區的書共有多少本？請你把你的作法記下來。
好！現在請你坐正。王老師繞了一圈。看到大部分的小朋友都跟偉哲的比較像。另外一個不太一樣的是逸炫的。王老師看到這兩個記法，想要了解一下。好，請小朋友來看一下前面。偉哲，你要不要說說看，你怎麼作的？
12. 學生：就是這個。
13. 老師：偉哲，好，來。
14. 學生：就是這個八加六就是十四，四寫在這裡，然後進一，然後，九加一等於十。然後，這邊就寫八。然後，這邊進一。然後，這邊就是一百八十四。
15. 老師：有沒有人對偉哲的作法有問題？都聽得懂嗎？都聽得懂。婉玲是不是有問題？

<u>偉哲</u> 的作法	$\begin{array}{r} 1 \\ 98 \\ 98+86=(184) \quad + \quad 86 \\ \hline 184 \end{array}$
---------------	--

16. 學生：只是他沒有寫 A (答)。
17. 老師：哦！要寫答。
18. 學生：因為是文字題。
19. 老師：所以在平常的時候，你們講到文字題的時候，要怎麼樣？
20. 學生：要寫答。
21. 老師：你覺得這題是不是文字題？
22. 學生：是。
23. 老師：要不要寫答？
24. 學生：要。
25. 老師：哦！所以要。
26. 老師：忘記寫了。現在補可以來得及嗎？
27. 學生：可以。
28. 老師：好，來，那你們單位要寫什麼？
29. 學生：「本」。
30. 老師：現在請你還沒有補上的先補上去。逸炫。
31. 學生：他忘記進 1 了。
32. 老師：現在你們注意看哦！是不是有一些人也是會常常忘記、疏忽的？逸炫怎麼樣？你的作法是什麼？
33. 學生：九十八加六等於十四我也忘記進一了。
34. 老師：忘記進一，再來呢？
35. 學生：九加八等於十七，進一。
36. 老師：誰的一啊？它的進一是誰的一？
37. 學生：十四個一。
38. 老師：十四個一，誰的十四個一？
39. 學生：八加六等於十四，
40. 老師：那它的一是什麼一？偉哲？
41. 學生：進位的。
42. 老師：那它的單位是什麼？是一還是十？
43. 學生：十。
44. 老師：十。所以呢，逸炫把它講完，這是九，九加八，

<u>逸炫</u> 的作法	
$98+86=(174)$	$\begin{array}{r} 98 \\ + 86 \\ \hline 174 \end{array}$
A : 174 本	

45. 學生：九加八等於一百八十四。
46. 老師：一百八十四，所以這裡的九是九個十，這裡八十六的八是八個十。所以它合起來是一百八十四，它少了八加六的一個十進位，少了進位。謝謝逸炫。好，我們再來作一下第二題，把板子擦乾淨，現在我們來算一下第二區的書哦！第二區是什麼區啊？
47. 學生：文學區。
48. 老師：哦！第二區是文學區。好，文學區呢！王老師把它分為故事類，看誰的耳朵厲害哦！等一下我會抽問哦！二百四十六本，語文類有七十三本，請你算算看，文學區總共有多少本的書？你先作什麼，後作什麼，可不可以記錄下來，讓王老師知道一下？還沒有寫好的小朋友請舉手。都寫好了，白板請你放下來，好，眼睛看前面，王老師先請賀安分享一下她的作法，如果你等一下有不同的作法，請你舉手跟我們分享。賀安！
- | | |
|--------------|------|
| 賀安的作法 | 1 |
| 246+73=(319) | 246 |
| A：319 本 | + 73 |
| | 319 |
49. 學生：六加上三等於九。
50. 老師：對不起，可不可以先講一下王老師的題目？我們幫你檢查看看你的紀錄對不對，好不好？王老師的題目是什麼？
51. 學生：圖書館裡的文學區，
52. 老師：可不可以請小朋友幫她唸一下題目好不好？誰要幫她唸？請玉金。
53. 學生：第二區的文學區故事類有二百四十六本，
54. 老師：請等一下，二百四十六本，你記在哪裡？
55. 學生：記在這裡。
56. 老師：好，再來，
57. 學生：語文類有七十三本，算算看文學區，共有多少本書？
58. 老師：玉金講的，好不好？
59. 學生：好。
60. 老師：謝謝玉金幫我們唸的很棒、很順，請賀安。
61. 學生：二百四十六本書，
62. 老師：你要看什麼？
63. 學生：二百四十六本書是故事區，然後再加上三十七本的語文類（說錯了，又改正），再加上七十三本，二百四十六加上七十三，六加三等於九。

64. 老師：你可以邊指給我們看一下。
65. 學生：六加三等於九，四加七等於十一進一，一加二等於三。答，三百一十九本。
66. 老師：有沒有人要問？
67. 學生：大家有沒有問題？沒有。
68. 老師：都聽得懂嗎？聽得懂。偉哲這邊舉手囉！要請問賀安，是不是？請說。
69. 學生：A 下面要畫一橫。
70. 老師：這邊要畫一橫。
71. 學生：沒關係！都可以啦！
72. 老師：都可以啦，最重要的是他把作法跟大家分享，對不對？好，謝謝偉哲！賀安，老師想問你一下哦！這裡的 2 你上面記了 1，1 是多少？
73. 學生：這個 1 是十。
74. 老師：1 是十，1 是多少？
75. 學生：1 是這個十一裡面四加七等於十一，十一裡面的十位，十一進十。
76. 老師：有沒有覺得怪怪的？
77. 學生：有！
78. 老師：哪裡怪怪的？請你講給大家聽一下，然後跟王老師講，你發現了什麼？不可以請柏勳！
79. 學生：就是這個在十位數的啊！（請見 P.42 賀安的作法）
80. 老師：十位數是誰？
81. 學生：十位數就是在第二排的，
82. 老師：第二排的，可不可以指給我們看？
83. 學生：就是這裡。
84. 老師：十位數的有誰？4！
85. 學生：4 跟 7。
86. 老師：4 跟 7。
87. 學生：它兩個合起來就是一百一十。
88. 老師：4 個十加上 7 個十，所以合起來是多少？你剛剛講得很好。
89. 學生：一百十。
90. 老師：那我們可以…？
91. 學生：一百一。

92. 老師：我們平常都怎麼說？
93. 學生：一百一十。
94. 老師：哦，一百一十，所以它是多少進了前面，進了一位，是一個十進了前面，還是一個百進了前面？
95. 學生：一個十，一個百進了前面。
96. 老師：一個百還是一個十？
97. 學生：一個百。
98. 老師：一個百。
99. 學生：我剛剛講成了十。
100. 老師：她剛剛講成了十，她想到了，所以一個百再加上兩個百就是？
101. 學生：三百。
102. 老師：好，合起來就是？
103. 學生：三百一十九。
104. 老師：謝謝賀安跟柏勳。現在柏勳，謝謝你。幫柏勳拍拍手。哇！他很勇敢。賀安，偉哲是不是還有問題？
105. 學生：她把七十三小時看成三十七小時。
106. 老師：哦！所以數字應該是多少？
107. 學生：七十三。
108. 老師：你們耳朵真的好厲害哦！給自己三下掌聲。謝謝賀安，現在我們再來算一題，好不好？挑戰一下，很難的哦！有沒有信心？
109. 學生：有。
110. 老師：真的啊！注意聽哦！現在我們要換第幾區？
111. 學生：第三區。
112. 老師：現在我們要換第三區，還要再難一點點，再加上一個第四區，第三區休閒區的書呢，它有活動類和運動類，它總共有二百一十九本，第四區的史地區有歷史類和地理類四百三十二本，請問這兩區的書合起來會是多少本書？已經做完的小朋友請拍一下，第五組白板先放下來，那我們注意聽哦！聽聽看雨秦跟我們分享她的作法，剛剛王老師找到那個永承的。王老師想先聽聽看永承的作法，好不好？

永承的作法

$$219+432=(661)$$

A：661 本

131. 老師：一百！
132. 學生：這個是百位數，這個是個位數，她應該進在個位數才對啊。
133. 老師：所以呢？嗯！他們兩個在講悄悄話，沒關係，我們請永承，等一下我們有空的時候，再來討論一下你的作法好不好？婉玲，謝謝你。請偉哲。
134. 學生：老師！我是聽永承說，那個三加一會等於五？
135. 老師：偉哲！三加一等於五？
136. 老師：有小朋友很有興趣哦！要繼續幫忙這一題哦！
137. 學生：老師，他把三加一是四，他寫成了五。
138. 老師：三加一是四，
139. 學生：他寫成了五，
140. 老師：他寫成什麼？看錯了。
141. 學生：…。
142. 老師：有沒有人要給永承一些建議？請曼華。永承，注意聽別人給你的建議。
143. 學生：就是以後可不可以不要用那種太複雜的算法。
144. 老師：你覺得很複雜嗎？
145. 學生：我覺得很複雜。
146. 老師：你覺得很複雜嗎？還有沒有？請雨秦。
147. 學生：就是以後要用直式的算法，不然用這種算法就會很亂，
148. 老師：直式比較好用嗎？你覺得直式比較好用？
149. 學生：對。
150. 老師：有些人看不懂啊！
151. 學生：這是偉哲的。
152. 老師：永承，剛剛有人給你兩個建議，現在還有人要給你一些建議，好，來。請怡宣。
153. 學生：就是以後三加一等於四的話，它不是有進一嘛！要說進一，不然人家搞不懂。
154. 老師：要說進一，我們可不可以作個動作幫他進個一？怡宣，你要怎麼樣？我們除了用說的以外，我們要幫他進個一。
155. 學生：就是九加二等於…
156. 老師：怡宣，來。

$$\begin{array}{r} 219+432=(651) \\ 4 \\ 2\overline{1}9 \\ +4\overline{3}2 \\ \hline 6\overline{5}1 \end{array}$$

157. 學生：就是九加二等於十一，可是你不能在心裡想，你要這樣寫上去或是寫在這裡讓人家看得清楚。
158. 老師：這是要讓人家看得清楚，還是讓自己看得清楚？
159. 學生：自己看得清楚。
160. 老師：哦！自己看得清楚，然後講給別人聽的時候，也能清楚，謝謝怡宜跟永承，他這邊的答案，結果呢？
161. 學生：他這邊算錯了，那邊算對了。
162. 老師：哪邊算錯了？
163. 學生：這邊。
164. 老師：他這邊算錯了，黑板上重新算是算對了。
165. 學生：對了！
166. 老師：所以改過來了。很好。謝謝永承，好。我們再來請，這是？
167. 學生：雨秦。
168. 老師：雨秦的。
169. 學生：運動類有二百一十九本，然後地理類有四百三十二本，我就把二百一十九，它就是問你二百一十九和四百三十二合起來是多少？所以我的作法是二百一十九加四百三十二，九加二等於十一，進位，一加一等於二，二加三等於五，再來再算這個，二加四等於六，所以就是六百五十一本。
170. 老師：請問清不清楚？
171. 學生：清楚。
172. 老師：謝謝雨秦。請問剛剛六百五十一本是哪兩區合起來的書？
173. 學生：第三區和第四區。
174. 老師：第三區和第四區合起來的書，寫對的請舉手，好，請放下。王老師剛剛看到小朋友好厲害哦！都會自動寫上一個，王老師想知道這是什麼？他寫個括號是什麼？
175. 學生：算式填充題。
176. 老師：你們都好棒，知道這是一個算式填充題，這個填充題有什麼用呢？它的作用是什麼？請逸杰。

<p><u>雨秦</u>的作法</p> $219+432=(651)$ $\begin{array}{r} 1 \\ 219 \\ +432 \\ \hline 651 \end{array}$ <p>A：651 本</p>
--

177. 學生：讓別人一看就知道，後面那個數字是答案。
178. 老師：後面那個數字是答案，謝謝逸杰。還有沒有人要補充其他的說法，你覺得這個算式填充題要作什麼？好！瑋鴻。
179. 學生：算式填充題就可以告訴你題目是幾加幾？
180. 老師：告訴你題目是幾加幾？
181. 學生：如果你忘記的話只要看上面就會知道。
182. 老師：所以算式填充題可以提示我們題目到底出了些什麼，是不是？謝謝瑋鴻！好棒哦！給他拍拍手。王老師再來出一題哦！然後請你一樣記得寫上算式填充題，請你的作法用直式寫，用直式哦！永承，王老師要求什麼？
183. 學生：要寫直式。
184. 老師：要寫直式，還有呢？還要寫什麼？
185. 學生：算式填充題。
186. 老師：所以這一題你要寫算式填充題還要寫直式，我們第一次算到了科學區的書總共有一百二十四本。
187. 學生：一百二十四本。
188. 老師：那文學區的書呢？
189. 學生：三百一十九本。
190. 老師：三百一十九本，現在王老師要請問你了，文學區的書你剛剛算起來有三百一十九本，然後去參觀的小朋友借走了六十五本，借走六十五本哦！請問文學區裡面還有多少書在展覽場裡面？請你先寫算式填充題，再用直式的方法把你的紀錄記下來。
先放下來，眼睛看前面，請問王老師剛剛在寫題目之前有兩個要求，哪兩個要求？
191. 學生：要寫『算式填充題』。
192. 老師：要寫『算式填充題』。還有呢？
193. 學生：『直式』。
194. 老師：要寫直式。那我們看上面你發現到什麼？你發現到什麼？請逸炫。
195. 學生：他沒有寫直式，他是寫橫式的。
196. 老師：哦，有一個沒有寫到直式是不是？眼睛都有在看前面哦！請坐下。那我們

$319-65=(254)$
$319-5=314$
$314-60=254$

可不可以先請第一個小朋友講講你的作法？這是誰的，柏凱的。好。

197. 學生：國豪！

198. 老師：國豪！好。站這邊，

199. 學生：我是用文學區兩類的書減掉被借走的六十五本，然後用括號，三百一十九減掉六十五，九減五等於四，六減一不夠減，所以我就在三借走一個一百變成十位，十個十，十減六等於四，四加一等於五，因為這邊被借走所以我就寫二，二就寫到這邊來，所以等於二百五十四本。

國豪的作法

$$319-65=(254)$$

$$\begin{array}{r} 2\cancel{1}9 \\ - \quad 65 \\ \hline 254 \end{array}$$

A：254 本

200. 老師：好。講的好棒哦！幫國豪拍拍手。他本來有點緊張哦，國豪，你問問大家，對你的說法有沒有不清楚的地方？

201. 學生：有沒有對我的說法有不清楚的地方？

202. 老師：唉！王老師好像聽到有一個？國豪你剛才說這邊是多少？六減一，不夠減。

203. 學生：一減六不夠減。

204. 老師：應該怎麼說會比較好？可不可以請國豪再講一次？

205. 學生：全部再講一次？

206. 老師：好，大聲一點好不好？好來，你剛剛講的好棒哦！

207. 學生：我是用文學區的書兩個加起來是三百一十九減六十五，之後被借走的六十五本。

208. 老師：被借走了六十五本。

209. 學生：等於括號，三百一十九，九減五等於四，一減六不夠減，只好跟三百來借十，借一百然後…。

210. 老師：等一下，這個十是一個十，還是一個百？

211. 學生：一個百，一個十。

212. 老師：一個十。

213. 學生：先減六等於…

214. 老師：好，等一下，國豪。這個十是一個十還是一個百？這個十是什麼？還是十個十？

215. 學生：十個十。

216. 老師：國豪想一下，這是什麼？

⑩

$$\begin{array}{r} 2\cancel{1}9 \\ - \quad 65 \\ \hline 254 \end{array}$$

217. 學生：十個十。
218. 老師：十個十。
219. 學生：十個十，我先把它減掉六。
220. 老師：十個十先減掉…？
221. 學生：減掉六等於四，然後再加上一等於五，然後這個被它借走一個十，所以它變成二，下面沒有東西可以減，所以就變成二百五十四。
222. 老師：國豪，王老師想請問你一下，這個二是多少？
223. 學生：二百。
224. 老師：那這裡呢？
225. 學生：三百給它借走一個十。
226. 老師：借走了一個十？
227. 學生：借走了一個百，所以是二百。
228. 老師：然後一個百借走了就變成，這個十是什麼？
229. 學生：十個十。
230. 老師：十個十再加上它這個是什麼？一個十，再去減掉你的六，六個一還是六個十？六個十，所以你記成五個十。所以，最後記錄下來你算出來的答案是多少？
231. 學生：兩百五十四。
232. 老師：請問圖書館還剩下多少書？
233. 學生：兩百五十四。
234. 老師：嗯！兩百五十四本。國豪講得很棒哦！幫國豪拍拍手。等一下我們回來繼續把他分享完哦！先讓小朋友休息一下。

$$\begin{array}{r} 319-65=(254) \\ \textcircled{10} \\ 2\cancel{3}19 \\ - \quad 65 \\ \hline 254 \\ \text{A: 254 本} \end{array}$$

【第二節】

235. 老師：看一下剛剛那個小朋友，誰還記得，剛剛是國豪講的，對不對？
236. 學生：對！
237. 老師：好，剛剛國豪講了什麼？國豪，請幫我們聽聽看小朋友有沒有講到你說的，好不好？請國豪聽聽看哦！誰要幫國豪講講看？國豪是這一題，對不對？請陳儀。國豪請注意聽哦！看陳儀有沒有講到你說的。
238. 學生：三百一十九。
239. 老師：你可不可以再大聲一點？

240. 學生：九減五。
241. 老師：陳儀再大聲一點。
242. 學生：這個…。
243. 老師：對不起，準備好了嗎？
244. 學生：好了！
245. 老師：等一下！九減五是多少？
246. 學生：四。
247. 老師：再來。
248. 學生：一減六不夠，再向三借一。
249. 老師：等一下！一，一是什麼一？
250. 學生：十個十。
251. 老師：剛才我聽到好幾種答案哦！曼華，你覺得是什麼？
252. 學生：一是十個十。
253. 老師：一是十個十，有沒有不同答案？逸炫。
254. 學生：一個十。
255. 老師：一個十，這樣有兩個答案出來哦！是十個十呢還是一個十？有沒有第三種答案？聽聽看。好，瑋鴻。
256. 學生：十個一。
257. 老師：十個一，那我們來想想看哦！陳儀，請問這個一是什麼比較合理？
258. 學生：一個十。
259. 老師：為什麼對？偉哲講那麼大聲，為什麼對？請問它在什麼位？
260. 學生：因為它在十位那邊，一個就是代表十。
261. 老師：那兩個呢？
262. 學生：就代表兩個十。
263. 老師：那這裡的六呢？
264. 學生：代表六個十。
265. 老師：清不清楚？
266. 學生：清楚。
267. 老師：謝謝偉哲。好，陳儀，你繼續。
268. 學生：這個…。

269. 老師：一不夠減六什麼？是六個一還是六個十？
270. 學生：六個十。
271. 老師：一不夠減，是六個一還是六個十？第一組雨秦，是六個一還是六個十？
272. 學生：六個十。
273. 老師：六個十哦！所以一個十不夠減六個十，那怎麼辦？雨秦。
274. 學生：就是三減掉，就是借三啊！然後三就變成二，然後十減掉六就變成四，四加一等於五。
275. 老師：所以雨秦，這個三是什麼三？
276. 學生：三就是三百。
277. 老師：是三百。
278. 學生：是三百的三。
279. 老師：三百的三，現在有三百個一。
280. 學生：三百的三。
281. 老師：三百的三，你剛剛怎麼說？好，來，賀安。
282. 學生：三百個一。
283. 老師：好，還有沒有？陳惠。
284. 學生：應該是三個一百，
285. 老師：三個一百。
286. 學生：對。
287. 老師：三個一百是多少？
288. 學生：三百。
289. 老師：然後我們再繼續請陳儀！好來，三個一百。
290. 學生：借走了一個，就是二。
291. 老師：等一下！被借走了一個十還是一個百？
292. 學生：一個百。
293. 老師：被借走了一個百，一個百到十位的時候，它變成幾個十？
294. 學生：十個十。
295. 老師：變成十個十，再來呢？
296. 學生：十個十減六。
297. 老師：減六是什麼？十個十減六個十，再來呢？

298. 學生：等於四，四加…。
299. 老師：四是什麼？陳儀可不可以再告訴我們四是什麼？
300. 學生：四是十減六得出來的。
301. 老師：十減六，那十是什麼？十是多少？十是幾個十？
302. 學生：十個十。
303. 老師：十個十減…。
304. 學生：六個十。
305. 老師：六個十。
306. 學生：等於四個十。
307. 老師：幾個十？
308. 學生：四個十。
309. 老師：四個十。
310. 學生：四個十再加一個十。
311. 老師：原來的一個十。
312. 學生：等於五個十。
313. 老師：好，看記在哪裡？
314. 學生：這裡。
315. 老師：對了嗎？這個五是記了什麼？幾個十？
316. 學生：五個十。
317. 老師：五個十。那我們繼續哦！我們再到百位哦。
318. 學生：剛剛被借走了十個十，現在剩下二。
319. 老師：你剛說十個十是什麼？
320. 學生：十個十是剛剛三的…
321. 老師：這邊是三個…。
322. 學生：一百。
323. 老師：三個一百，所以是三百。所以是百，借了一個百，還剩下？
324. 學生：兩個百。
325. 老師：還剩下兩個百，國豪，下面呢？還有沒有東西要去減它的，沒有。所以他記了多少？
326. 學生：二百五十四。

327. 老師：他記了幾個百？
328. 學生：兩個百。
329. 老師：幾個十？
330. 學生：五個十。
331. 老師：幾個一？
332. 學生：四個一。
333. 老師：合起來是多少本？
334. 學生：二百五十四本。
335. 老師：二百五十四本。請問國豪，剛剛陳儀有沒有把你這樣作法再講清楚一點了？有沒有表達你的意思？是這樣子嗎？是。謝謝國豪。謝謝陳儀。拍拍手，陳儀今天很勇敢哦！剛剛玉金說直式不太熟是不是？沒有關係，就是不熟我們才要一起來學習嘛！可不可以請你寫在黑板上面，好不好？我們等一下，玉金。王老師也順便檢查一下你們剛剛記的哦！擦掉了？題目還在上面，你要不要再算算看？等一下王老師可能會請你再說說看哦！好，玉金可不可以請你用你的作法來說說看你的想法？
336. 學生：九減五等於四，這個是一個十但是一不夠減六所以要跟百位借，這裡是三個一百，借掉一個一百剩下二，這個一百是十個十，十個十減六個十等於四個十，剩下四個十再加這個一個十等於五十，五十寫在這裡，然後這裡剛剛被借走了，剩下二，這裡沒有東西可以減，所以就寫下來就是二百五十四。
337. 老師：請問剛剛玉金講的有沒有問題？
338. 學生：沒有。
339. 老師：沒有！玉金，王老師想再請問一下，你這個三是什麼三？
340. 學生：三個一百就是三百一十九的三。
341. 老師：三百一十九這個三是？
342. 學生：三個一百。
343. 老師：然後借走了？
344. 學生：一個一百，就是十個十。

玉金的作法

$$319-65=(254)$$

$$\begin{array}{r} 2\cancel{3}19 \\ - \quad 65 \\ \hline 254 \end{array}$$

A : 254 本

345. 老師：十個十，玉金寫的比較小，王老師再把它放大一點哦！是不是這樣子？好。
所以這邊還剩下多少？
346. 學生：兩百。
347. 老師：還剩下兩百，兩百我們可以說它是幾個百？
348. 學生：兩個百。
349. 老師：哦，還剩下兩個百哦！兩個百移下來，那這樣子呢？這個我們要怎麼念它？
350. 學生：二百五十四。
351. 老師：二百五十四，好，玉金，請問這個有幾個百？
352. 學生：兩個百。
353. 老師：兩個百。
354. 學生：五個十，四個一。
355. 老師：所以合起來是？
356. 學生：二百五十四。
357. 老師：玉金講的清不清楚？而且他那個直式也算對了。玉金剛剛還很不好意思，是不是？要對自己有信心，好不好？
358. 學生：好。
359. 老師：來，給玉金掌聲鼓勵。我們可不可以再請另外一個小朋友？這是柏勳的，來，柏勳。
360. 學生：我是九減五等於四，然後…。
361. 老師：準備好了嗎？
362. 學生：準備好了。
363. 老師：好，準備好了。可不可以請你用另外一隻手？
364. 學生：就是九減五等於四，一不夠減六就跟三借一，三剩下二，它借過來之後換成十，十加一等於十一，十一減六等於五，二沒有什麼可以減的地方，就是二。
365. 老師：我可不可以請柏勳再講一次，這個九減五是幾個九，一個九是幾個一？
366. 學生：九個一。
367. 老師：九個一減掉五呢？五是多少個一？
368. 學生：五是五個一。
369. 老師：五個一，所以他下面記了？

柏勳的作法

$$\begin{array}{r}
 319-65=(254) \\
 \begin{array}{r}
 210 \\
 \cancel{3}19 \\
 - \quad 65 \\
 \hline
 254
 \end{array}
 \end{array}$$

A：254 本

370. 學生：四個一。
371. 老師：四個一。然後這邊的一呢？這邊的一是什麼？三百一十九的一是什麼？柏勳再慢慢講一下，這個一是什麼？
372. 學生：一就是十位的十。
373. 老師：一就是十，十位的十，好。
374. 學生：一就是十，十位的十，十不夠減六就跟三百借一，三只剩下二，借一個之後然後變成十，十加一就等於十一，減掉六等於五，二沒有減的，所以就把它寫在答案這邊就好了，不然這個要把它移到那邊去。
375. 老師：就把它記下來。現在王老師請問這個三？這個三是什麼三？
376. 學生：三個一百。
377. 老師：小朋友好像越聽越懂囉！
378. 學生：三個一百。
379. 老師：三是什麼？
380. 學生：三是三個一百。
381. 老師：三個一百被借走了多少？
382. 學生：被借走了一個一百。
383. 老師：一個一百，所以他記成了，一個一百，我們換成了十位的時候，是幾個十？
384. 學生：十個十。
385. 老師：十個十。柏勳可不可以再講一次？慢慢說。這個三被借走了一個百之後，還剩下多少？
386. 學生：還剩下二。
387. 老師：二是什麼？
388. 學生：二是百位。
389. 老師：二是百位，所以叫作多少？
390. 學生：二百。
391. 老師：兩個一百叫作？
392. 學生：二百。
393. 老師：所以在下面因為它只有借走多少？六十五本，所以它的二百，我們直接就把它…。
394. 學生：寫在這邊。

$$\begin{array}{r} 319-65=(254) \\ 210 \\ 1 \\ 19 \\ - 65 \\ \hline 254 \end{array}$$

395. 老師：寫在這邊，這邊是哪裡？這邊是什麼位？
396. 學生：百位。
397. 老師：這邊是什麼位？
398. 學生：百位。
399. 老師：那五呢？
400. 學生：十位。
401. 老師：四呢？
402. 學生：個位。
403. 老師：所以百位是寫這裡。
404. 學生：二百。
405. 老師：百位是寫二百。是兩個一百，想一下哦！兩個一百是賀安講的，還有沒有不同的？是二百。是直接寫二百，還是寫兩個一百？這樣說比較好。好奇怪哦！怎麼會這樣呢？這個二是什麼？
406. 學生：二百啊！
407. 老師：二百，幾個百？
408. 學生：兩個百。
409. 老師：兩個百。
410. 學生：五個十。
411. 老師：五個十。
412. 學生：四個一。
413. 老師：四個一。所以合起來是？
414. 學生：二百五十四，
415. 老師：二百五十四。來！是不是偉哲有問題？
416. 學生：他那個答二百五十四，寫那個四好像九。
417. 老師：哦！這個 4 的地方很像 9，因為太擠了，所以你在書寫的時候，也要讓別人可能看起來比較舒服一點，不要覺得說擠在一起讓別人看不懂，好，謝謝柏勳。好，我們再來一題就是炳璜的，炳璜的字比較小一點，來，炳璜，請問你記了什麼？
418. 學生：三百一十九減六十五，因為它上面寫借走了，就是用

炳璜的作法

$$\begin{array}{r} 319-65=(254) \\ \quad 210 \\ \quad \cancel{3}19 \\ - \quad \underline{65} \\ \quad \quad 254 \end{array}$$

A：254 本

減的方法。

419. 老師：借走了，就是用減的方法，所以你的作法呢？
420. 學生：我的作法就是用九…。
421. 老師：可不可以一邊說、一邊指給大家看，你做到哪裡？
422. 學生：我是用直式。
423. 老師：直式在哪裡？
424. 學生：直式在這啊。然後再用三百一十九減六十五，就是九減五等於四，一減六。
425. 老師：炳瓚的直式在哪裡？
426. 學生：直式在這邊。
427. 老師：那這邊是什麼？
428. 學生：算式。
429. 老師：算式。
430. 學生：填充題。
431. 老師：算式填充題，所以你要指的時候你是要指上面的算式還是下面的直式？
432. 學生：下面的。
433. 老師：下面哦！好，來，下面的直式，來，慢慢說。
434. 學生：一減六不夠，要跟百爸爸借，百爸爸借走後剩下二，然後借過來十，十加一等於十一，十一減六等於五，然後二減零等於沒有了就是等於二。
435. 老師：炳瓚，可不可以請你再把我們剛剛說的，它是幾個百、幾個十、跟幾個一的關係去作一個判斷，好不好？可以嗎？三百一十九你記在哪裡？
436. 學生：這裡。
437. 老師：好，三百一十九，我借走了六十五本，你記在哪裡？
438. 學生：心裡。
439. 老師：記在心裡。在他的小黑板上有沒有出現？
440. 學生：有。
441. 老師：也有出現哦！現在來幫我們來指一下，好不好？六十五。
442. 學生：六十五。
443. 老師：那你怎麼算剩下多少本的書呢？
444. 學生：二百五十四本。
445. 老師：二百五十四本，這是最後的結果，對不對？

446. 學生：對。
447. 老師：好，你的過程是怎麼算的？有沒有人要幫炳璜？因為剛剛我們有講哦！很有默契的哦！幾個百、幾個十、幾個一的方法？然後你的什麼位？百位、十位、個位，好，請瑋鴻。
448. 學生：他的作法是個位的九減個位的五。
449. 老師：個位的九減個位的五。
450. 學生：九減五等於四，他說十位的一減十位的六，十位的一不夠減十位的六，他跟百位借了十，十減六等於四，四加一等於五，二沒有東西可以減就可以直接寫在上面。
451. 老師：好，這二沒有東西，二是什麼？
452. 學生：百位的二。
453. 老師：百位的二，所以是二百，記下來是不是？好！請問他有沒有講到你的作法？
454. 學生：有。
455. 老師：有啊！好，謝謝瑋鴻。炳璜，王老師想要再請你留下來，請問你這個一上面寫了 10 是從哪裡來的？
456. 學生：百那邊來的。
457. 老師：跟誰借的？
458. 學生：百爸爸。
459. 老師：百爸爸是誰？這裡面出現的是誰？百。百是誰？這個是什麼？
460. 學生：百位。
461. 老師：百位的數字是多少？原來是多少？
462. 學生：三。
463. 老師：三個百，百爸爸原來是三哦！再來，被他借走了一個百。
464. 學生：十。
465. 老師：一個十還是一個百？
466. 學生：一個百。
467. 老師：一個百。它會變成幾個十？炳璜，變成幾個十？
468. 學生：變成兩個。
469. 老師：百爸爸借到十位去，它剩下一個百，是幾個十？
470. 學生：十個十。

471. 老師：十個十不是兩個十啦！再來，現在剩下十個十，這邊百爸爸借走了一個百之後，還剩下幾個百？
472. 學生：兩個百。
473. 老師：所以把它記下來，是二百。然後這邊二百五十四的百位記了什麼？幾個百？
474. 學生：二個百。
475. 老師：幾個十？
476. 學生：五個十。
477. 老師：四呢？
478. 學生：四個一。
479. 老師：所以合起來是？
480. 學生：二百五十四。
481. 老師：非常好，二百五十四。好棒哦，幫炳璜掌聲鼓勵。王老師想要問一下小朋友哦！來，謝謝炳璜。注意聽王老師的問題哦！請問這邊三百一十九和六十五的關係？如果王老師把六直接減一可不可以？
482. 學生：不可以。
483. 老師：爲什麼不可以？我六個十直接減一個十啊，可不可以？
484. 學生：不可以。
485. 老師：陳惠，可不可以？爲什麼不可以？
486. 學生：是因爲這個算式填充題，三百一十九減六十五，如果這樣反過來減的話，連算式都要反過來。
487. 老師：哦，連算式都要反過來了。如果直接用六個十去減掉一個十呢？可不可以？
賀安！
488. 學生：不可以。
489. 老師：爲什麼不可以？
490. 學生：因爲意思都不一樣。
491. 老師：因爲意思不一樣。什麼樣的意思不一樣？
492. 學生：因爲它三百…。
493. 老師：你要不要戴眼鏡？好，你來。
494. 學生：三百一十九減六十五，可是呢，要是它先減一的話，就會成六十五減三百一十九。

495. 老師：哦！他幫陳惠講的意思是說，如果我直接用六去減一的話，算式就要反過來寫了，就要六十五減三百一十九，合不合理？
496. 學生：不合理。
497. 老師：就不合理了嘛！好，謝謝賀安。還有沒有不同的想法？也就是為什麼六不能去減一，六個十不能去減一個十？好！柏勳。
498. 學生：就是因為…。
499. 老師：就是因為怎麼樣？
500. 學生：因為雖然它減它是等於五。
501. 老師：雖然它是誰？
502. 學生：一。
503. 老師：你說誰減誰？
504. 學生：就算它減它是五，但是…。
505. 老師：為什麼一減六是五？
506. 學生：因為反過來，六減一就是五。
507. 老師：因為反過來，六減一就是五，怡宣在搖頭，為什麼怡宣在搖頭，怡宣是不是有想到什麼？來，柏勳再注意聽一下哦！好，我們來看一看。柏勳你先回去，謝謝你。
508. 學生：這個六減一等於五，就是變成六十五減一百三十，一百，不是，三百一十九。
509. 老師：好，怡宣剛才講到說，如果我六個十減一個十，六減一的話呢？怎麼樣就要反過來？
510. 學生：就要變成六十五減三百一十九。
511. 老師：就要變成六十五減三百一十九，所以呢？所以我們可不可以直接用六去減一？
512. 學生：不行。
513. 老師：為什麼不行？怡宣，為什麼不行？
514. 學生：要全部倒過來。
515. 老師：這裡的一個十是三百一十九的一個十，對不對？那它不夠減六個十怎麼辦？去跟誰借？跟三百一十九的百位去借一個百，才能合起來變成減掉六個十，所以我們這個可能要注意哦！大的可不可以減小的，就是它的答案？

$\begin{array}{r} 319 \\ - 65 \\ \hline 54 \end{array}$

可能我們要想一下？好，謝謝怡宣。這題我們先進行到這邊，偉哲。

516. 學生：但是如果那個是…。
517. 老師：來，但是如果什麼？
518. 學生：但是如果是這樣算的話，這邊就會變成三百五十四。
519. 老師：所以他覺得這樣子算不合理。
520. 學生：答案不對。
521. 老師：答案不對。
522. 學生：還有就是…。
523. 老師：這邊的三，為什麼就跑出來了？
524. 學生：因為是從這邊減的，減零，所以就這樣寫。
525. 老師：所以減零就掉下來，零是什麼？百位，有沒有？
526. 學生：沒有。
527. 老師：所以三個百減零個百，還是三個百。
528. 學生：三。
529. 老師：三是三個？
530. 學生：百。
531. 老師：三是三個百。那六減一我們常常會誤會哦！就變成忘記要跟誰借？
532. 學生：百爸爸。
533. 老師：忘記跟百爸爸借？好，謝謝偉哲。我們現在再作另外一題，試試看！現在我們來看一下總區的書呢？第五區哦！總區的書有三百二十八本，工具書類呢？它總共也就分兩小類哦！其中的工具書類有八十一本，另外一類叫作其它類，會有多少本？總區分為兩類，有工具書類跟其他類，工具書類有八十一本，其它類呢？有多少本？請你把『算式填充題』，還有用『直式的紀錄』寫下來。題目看得懂嗎？
534. 學生：看得懂。
535. 老師：看得懂。請問總區總共有多少本的書？總區有書多少？
536. 學生：三百二十八。
537. 老師：有三百二十八本。然後其中王老師有說到，每一區都分為二小類。
538. 學生：二小類。
539. 老師：請問其中一類，工具書類有多少？八十一本。

540. 學生：八十一本。
541. 老師：另外一類叫什麼類？
542. 學生：其它類。
543. 老師：其它類。請問其它類有多少本的書？我們來看一下你記了什麼？王老師看到這四個小白板上記的不太一樣，可不可以先請這個小朋友？是誰寫的，偉哲寫的，偉哲，你現在是在作什麼？
- 偉哲的作法

$$328+81=(409)$$

1
328
+ 81
409

A：409 本
544. 學生：檢查題目。
545. 老師：檢查題目。
546. 學生：這裡是三百二十八加上八十一，八加一等於九，二加八等於十，寫零進一，就是四百零九。
547. 學生：老師，偉哲的，我覺得有一點小問題耶！
548. 老師：偉哲，你要不要聽聽看？有人對你有一點點小問題，好，柏勳。
549. 學生：就是他問其他類有多少本書？他不是把原本的工具類和這個類把它加起來，這個是全部有多少書？而它這個是一部分而已，他問其它類的書有多少？
550. 老師：工具類的書，只是三百八十一本的一部分而已，那王老師問的是誰？其它類的書有多少本？所以算式填充題應該怎麼記？
551. 學生：應該寫三百二十八減八十一才對。
552. 老師：為什麼減八十一才對？加八十一就不對？
553. 學生：因為這邊是全部的書啊！不可能再加另一個書啊！
554. 老師：這是全部的書，不可能再加。
555. 學生：加一些。
556. 老師：為什麼不可能再加一些，這是其它類的書？
557. 學生：因為工具類的書是這些，還有其它類的書，不知道是多少本？這個是總數，這個是一部分，這個也是一部分。
558. 老師：其它類的書是誰的一部分？
559. 學生：就是總區的書。
560. 老師：總區的書？
561. 學生：總區的書的一部分。

562. 老師：有多少本的一部分？
563. 學生：三百二十八本。
564. 老師：三百二十八本的一部分，所以偉哲你的應該要怎麼記？你同不同意柏勳的說法？不同意。你為什麼會想到用加的？
565. 學生：因為他說有三百二十八本，工具類八十一本，請問其它類的書有多少本？
566. 老師：所以你覺得其它類是什麼？
567. 學生：其它類是用三百二十八加八十一。
568. 老師：好，總區是第幾區？
569. 學生：第五區。
570. 老師：好，第五區，我們都說每一區會有幾小類？
571. 學生：兩小類。
572. 老師：每一區都會有兩小類，請問總區有哪兩小類？
573. 學生：其它類和工具書類。
574. 老師：所以？
575. 學生：所以就把三百二十八加八十一，
576. 老師：還是把三百二十八加八十一？有沒有不同的小朋友幫忙一下偉哲，好不好？
577. 學生：就是如果寫出總區的書全部有三百二十八本。
578. 老師：就是總區的書怎麼樣？再加個什麼？
579. 學生：全部有。
580. 老師：哦，全部有三百二十八本，然後呢？
581. 學生：工具書類有八十一本，請問其他類書有多少本？
582. 老師：偉哲，這樣子寫的話會不會比較清楚？好，王老師馬上把它加上去哦！總區的書全部有三百二十八本，這樣的話你會怎麼樣來列你的算式？
583. 學生：三百二十八減掉八十一。
584. 老師：就會三百二十八減八十一。好，謝謝你。來，你要不要先在旁邊算一下？你會再怎麼算？王老師也再修改一下題目，請問你覺得柏勳的建議好不好？
585. 學生：好！
586. 老師：可是王老師沒有加那兩個字「全部」，你會不會誤會？
587. 學生：不會！

588. 老師：也不會嘛！爲什麼這麼厲害？你怎麼知道？就是要算他另外一部分的，婉玲，你覺得要不要加那兩個字？全部。
589. 學生：不用。
590. 老師：爲什麼不用？好，逸炫！
591. 學生：因爲這裡有多少本？
592. 老師：什麼東西最多有多少本？
593. 學生：其它書類最多有多少本？
594. 老師：其它書類最多有多少本？題目上有沒有寫最多有多少本啊！好，請逸杰！
595. 學生：有了一個全部的三百二十八本。
596. 老師：所以呢？
597. 學生：所以不用加全部，這樣就知道了總區全部有三百二十八本書。
598. 老師：好。逸杰的講法聽得懂嗎？他說因爲王老師已經在上面寫總區的書有這麼多本，所以他不會誤會是一部分的書，要再合下面的書，是不是這樣？是哦！謝謝逸杰。好，偉哲你要這樣子記是不是？那可不可以解釋一下？好，謝謝柏勳！
599. 學生：因爲八減一等於七，七就寫在等於這邊，然後二要減八不夠減，就要跟百位借，百位有三被借走了就變成二張一百。
600. 老師：二張一百。
601. 學生：所以這邊寫成二。寫過來就是十個十可以換成一張一百。
602. 老師：十個十可以換成？
603. 學生：一張一百的，十減八等於二，再加這邊的二等於四，所以是二百四十七。
604. 老師：好，來，偉哲。這個十是你換成十個十進到一個百，還是從一個百換成十個十過來的？
605. 學生：是從一個百。
606. 老師：一個百。
607. 學生：換成十個十。
608. 老師：換成十個十。
609. 學生：然後再減掉…。
610. 老師：再減掉？

偉哲的作法

$$\begin{array}{r} 2\text{⑩} \\ \cancel{3}28 \\ - \quad 81 \\ \hline 247 \end{array}$$

611. 學生：相減的八。
612. 老師：八是什麼？
613. 學生：八十。
614. 老師：八十是八十個十還是八十個一？
615. 學生：八十個一。
616. 老師：八十個一。這個八是八個十還是？
617. 學生：八個十。
618. 老師：八個十還是八十個一？
619. 學生：八個十。
620. 老師：爲什麼是八個十，而不是八十個一？
621. 學生：因爲它在十位數那邊。
622. 老師：對，因爲它在十位數，所以這個八是指？
623. 學生：八個十。
624. 老師：八個十。很好。所以有幾個百？
625. 學生：二個百。
626. 老師：二個百。
627. 學生：四個十。
628. 老師：四個十。
629. 學生：七個一。
630. 老師：七個一。合起來是？
631. 學生：二百四十七。
632. 老師：二百四十七。好，這是偉哲剛剛從前面對題目的看法，後來再把他修正的作法，那現在下課，我們再休息一下好了。好，來，班長。

參、教學說明

直式加減的基礎就在位值概念的了解，也就是說小朋友一定對在個位的一表示一個一，十位的二表示兩個十，百位的三表示三個百，十個一可以換成一個十，一個十可以換十個一，一個百可以換成十個十，十個十可以換成一個百，今天我的佈題首先是二位數加二位數，這只是一個復習活動。學生都能很快的用直式計算。

所以，我就佈了三位數加二位數的問題，十位需要進位。二百四十六本加七十三本等於三百一十九本。

我在下面一題又佈了三位數減二位數的問題，利用前面算出的文學區三百一十九本借走了六十五本，問還剩下多少本？

這一題雖然我要求他們用直式記錄解題的過程和結果，但是我發現有一位小朋友卻用橫式作紀錄，他寫的是 $319-5=314$ ， $314-60=254$ ，這個小朋友我後來請他上台用直式記錄，他也能說得很好，他告訴我，他覺得用直式怕會錯，沒有信心，我認為他雖然用橫式記錄，但是非常清楚自己每個步驟。

另外一個小朋友雖然用直式記錄，但是十位的一減去六，他卻說成六減一，所以，我後來有提醒小朋友，這裡是從百位借的一個百，變成十個十，連同原有的一個十總共是十一個十，減去六個十剩下五個十，從小朋友的計算裡我發現他們雖然已經採用直式計算，但是許多小朋友對於位值概念，原來不是很清楚和熟練，因為他們常常會指著十位的一，說這是一減六，因為不夠所以再借一變成十一減六，結果剩下五，我就在第二節時，常常問他們。這個三在什麼位？代表多少？一在什麼位？代表多少？

最後一題我佈的是：總區有三百二十八本，工具書類八十一本，請問其他類的書有多少本？有的小朋友用加法，有的小朋友用減法，會造成這樣子的誤解，原來是題意不清，所給的資訊不足，有一位小朋友說得很好，他說：「如果加上總區『全部』有三百二十八本，就不會弄錯了。」這個題目，我在呈現的時候，如果能先說明總區的書也有兩類，一類是工具類，另外一類是其它類，就應該不會產生這樣的誤會了，所以，建議老師們佈題的時候，不要只顧到精簡，還需要清楚，不會讓小朋友產生誤會才好。直式計算是成人的算則，簡潔好用，但是務必要讓兒童了解與熟悉『位值概念』，這樣才不會二位數的加減，要用一個單元來教；三位數加減，又要用一個單元來教；到了四位數，還要教一次。讓小朋友有穩固的位值概念基礎，會作推理不是更好嗎？

肆、教學後的省思

一、缺點

1. 教師在說明數學題目的意義及發問問題的技巧上，其清楚程度或連貫性，仍有再

努力的空間。

- 2.在學童學習使用「算式填充題」解題方面，教師除了要事先講解說明清楚其意義及如何使用解題技巧外，教師應再對學生做全面的檢測其瞭解程度及會不會使用，以避免少部份學生仍不瞭解或不會使用，致使影響其四～六年級時的學習。

二、優點

- 1.教師教學生過程中，能透過「算式填充題」的布題情境，以幫助學童經驗「加法等式」的事實及解題經驗，引導學童學習「加法計算」存在於日常生活中的數學問題。
- 2.教師的教學重點，能幫助兒童建立「加法和減法的相互關係」的意義上，可以加強學童再學到「加法和減法互為逆運算的關係」的運思技巧，但目前不強求學童都能察覺此種關係。

十萬以內的數

壹、教學活動設計

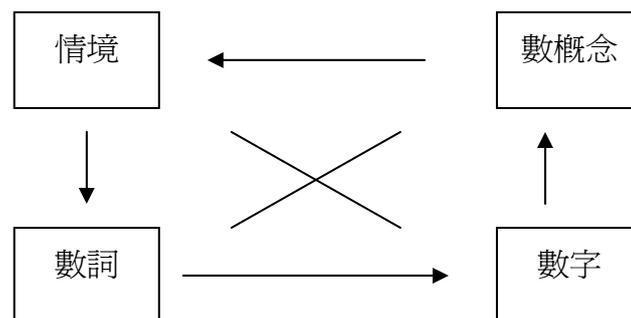
- 一、教學年級：三年級下學期
- 二、教學者：台北市興隆國小 王蘇豐老師
- 三、教學目標：
 - 1.進行五位數的說、讀、聽、寫、做的活動。
 - 2.認識及使用五位數的位名和位值。

- 四、活動目標：
 - 1.十萬以內的數的說、讀、聽、寫的活動。
 - 2.以 10000、1000、100、10 和 1 的圖像表徵五位數的數量。
 - 3.認識五位數的位名。
 - 4.利用定位板記錄由數個一、十、百、千和萬所合成的數。

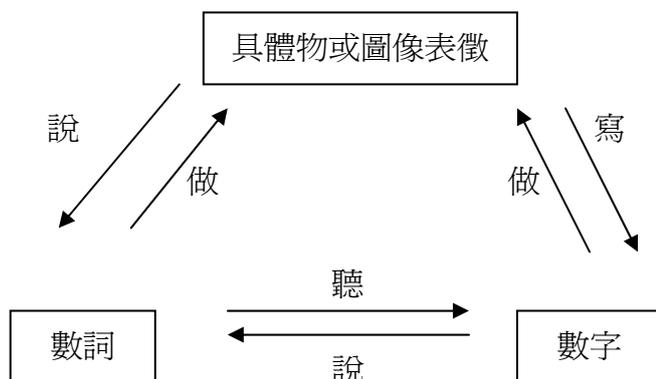
- 五、教學說明：

數概念的教學活動，大致分為三部份：(1)命名活動；(2)說、讀、聽、寫、表現活動；(3)定位板的使用。

命名活動的目的是希望學童藉由命名而掌握印度－阿拉伯計數系統的結構。其次，藉由說、讀、聽、寫、表現等活動使學童充分了解數量、數詞和數字三者之間的關係。



整數的說、讀、聽、寫活動是指具體物（或圖像）、數字與數詞三者之間的轉換活動。



最後，藉由定位板的使用，再次澄清數的多單位概念。

當我們把一個數分解成多個單位來計數，我們稱此為數的多單位概念。例如 1234 可以看成 1 個千、2 個百、3 個十、4 個 1 合起來。此時的千、百、十、一皆為計數單位，故稱為多單位概念。

七、教學活動設計：

教學內容摘要	主要問題與活動	說明	評量重點
一、複習活動： 十萬以內的 數的聽、 說、讀、寫、 做	1.這是多少元？	• 老師手持 1 張千元鈔票，向學生提問。	• 能說出是一千元。
	2.10 張千元鈔票合起來是 多少元？	• 教師手持 10 張千元鈔票，向學生提問。	• 能說出是一萬元。
	3.把 10 張千元鈔票捆成一 疊。這一疊鈔票合起來 是多少元？怎麼記？	• 教師揭示另 10 張千元鈔票，並一一點數展示後，捆成一疊再向學生提問。	• 能說出是一萬元並記成「10000」。
	4.這一疊千元鈔票也是 10 張，合起來是多少元？		• 能說出是一萬元。

	<p>原來的這一萬元（指黑板），和老師手上的這一萬元，合起來有幾個一萬元？</p> <ul style="list-style-type: none"> • 2 個一萬元合起來是多少元？你怎麼知道的？ • 「2 萬」怎麼記？ <p>5. 數數看，這裡（比著黑板上所有的鈔票）有幾個一萬元？ 5 個一萬元合起來是多少元？『5 萬』怎麼記？</p> <p>6. 數數看，這裡（比著黑板上所有的鈔票）有幾個一萬元？</p> <ul style="list-style-type: none"> • 9 個一萬元合起來是多少元？『9 萬』怎麼記？ 	<ul style="list-style-type: none"> • 教師利用學生已有的命名的經驗，讓學生做類比命名。（利用 2 個一千是 2 千引入） • 學生的說法可能是： <ul style="list-style-type: none"> (1) 點數，1 萬、2 萬。 (2) 2 個千是 2 千，所以 2 個萬是 2 萬。 • 教師揭示五疊千元鈔票，演示的方式要能讓學生確認每疊千元鈔票是一萬元後，再揭示於黑板上，向學生提問。 • 教師再揭示四疊千元鈔票，演示的方式要能讓學生確認每疊千元鈔票是一萬元後，再揭示於黑板上，向學生提問。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能說是 2 個一萬元。 • 能嘗試命名，以描述 2 個一萬元的數量。 • 能記成「20000」。 • 能說是五個。 • 能說是五萬元，並記成「50000」。 • 能說出 9 個。 • 能說出 9 萬元。 • 能記成「90000」。
--	--	---	--

	<ul style="list-style-type: none"> • 我們現在一起來從一萬個一數，從一萬數到九萬。 7.1 張一千元、2 張一百元、3 個十元、1 個一元，合起來是多少元？ 8.5 個一萬元、4 張一千元、3 張一百元、2 個十元、1 個一元，合起來是多少元？ 9.8 個一萬元、2 張一千元、1 張一百元、4 個一元，合起來是多少元？怎麼記？ 10. 「9 個萬、7 個百、3 個十、五個一」合起來是多少？怎麼記？說說看，你怎麼知道的？ 	<ul style="list-style-type: none"> • 帶領學生逐萬唱數。 • 教師揭示錢幣，向學生提問。 • 教師揭示錢幣，向學生提問。 • 教師揭示錢幣，向學生提問。 • 若學生無法答出「八萬二千一百零四」或記成「82104」，教師可利用學生舊經驗，讓學生做類比的推算。例如：「2 張 1 千元、1 張一百元，4 個一元」是多少？怎麼記？ • 若學生無法答出「九萬零七百三十五」或記成「90735」，教師可利用學生舊經驗，讓學生做類比的推算。例如：「9 個千、3 個百、5 個一」是多少？怎麼記？ 	<ul style="list-style-type: none"> • 能逐萬唱數。（一萬、二萬、三萬、……九萬） • 能說出是一千二百三十一元。 • 能說出是五萬四千三百二十一元。 • 能說出是八萬二千一百零四元；記成「82104」，並說明理由。 • 能說出九萬零七百三十五，記成「90735」，並說明理由。
--	--	---	---

<p>二、以 10000、1000、100、10 和 1 的圖像表徵五位數的數量</p>	<p>11.「3 個萬、6 個十、8 個一」合起來是多少？怎麼記？</p> <p>12.我們曾經用什麼樣的記號來表示 1？表示 10？表示 100？表示 1000？</p> <p>13.現在，我們也畫一個記號來表示 10000。請你畫畫看。</p> <p>• 哪一些記號很容易畫，別人一看就知道是表示 10000？</p> <p>14.「四萬零二十」用數字怎麼記？記記看。</p>	<p>• 教師行間巡視，觀察學生畫圖的情形。</p> <p>• 請不同畫法的學生，將紀錄呈現在黑板上以供討論。</p> <p>• 只要學生能使用圖像來表徵 10000，教師都應予以肯定。</p> <p>• 透過討論和比較，讓學生判斷哪些圖像是比較清楚、簡單又容易溝通的，例如：</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>只要圖像中含有數字 10000 即可，教師不必強調外框之形狀。</p> <p>• 若學生記成「40000020」、「4000020」或「4020」等，教師可利用學生的舊經驗，讓學生做類比推算。例如「四千零二十」用數字怎麼記？</p>	<p>• 能說出是三萬零六十八，記成『30068』，並說明理由。</p> <p>• 能畫出 1、10、100、1000 的表徵。</p> <p>• 能發表自己的表徵。</p> <p>• 能判斷哪些 10000 的表徵比較清楚、簡單又容易溝通。</p> <p>• 能記成「40020」。</p>
--	--	--	--

	<p>15.請你用表示 10000、1000、100、10 和 1 的記號來表示「40020」。</p> <p>16.「五萬零六百」用數字怎麼記？記記看。</p> <p>17.請你用表示 10000、1000、100、10 和 1 的記號來表示「50600」。</p> <p>18.這些合起來是多少？</p> <div style="text-align: center;"> <table border="0"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">10000</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">10000</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">1000</td> <td style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">1000</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">1000</td> <td style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">1000</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">1000</td> <td style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">1000</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">1000</td> <td style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">1000</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">1000</td> <td style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 2px;">1000</td> </tr> </table> </div> <p>19.你怎麼知道這些圖合起來是 3 萬？</p>	10000	10000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	<ul style="list-style-type: none"> • 學生所畫的代表 10000、1000、100、10 和 1 的圖像，只要合起來能表示 40020，即可接受。 • 仿問題 3、4 進行活動。 • 教師揭示 10000 的圖 2 個、1000 的圖 10 個，圖像的外框不同。 • 教師請學生就黑板上的圖像，加以計數說明。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能以可令人確知的表徵分別代表 10000、1000、100、10 和 1 來表示「40020」。 • 能記成「50600」。 • 能以可使人確知的表徵分別代表 10000、1000、100、10 和 1 來表示「50600」。 • 能說出是 3 萬。 • 能計數表徵，以說明這些圖
10000	10000														
1000	1000														
1000	1000														
1000	1000														
1000	1000														
1000	1000														

<p>三、認識五位數的位名</p>	<p>20.由「2 個百、8 個十、4 個一」合起來的數是多少？用數字記記看。 說說看，「284」裡在什麼地方記幾個百？ 在什麼地方記幾個十？ 在什麼地方記幾個一？</p> <p>21.記幾個一的地方（指著 284 的 4），是在「284」（指著 284）裡的哪一邊？</p> <p>22.記幾個十的地方（指著 284 的 8），是在記幾個一的地方（指著 284 的 4）的哪一邊？</p> <p>23.記幾個百的地方（指著 284 的 2），是在記幾個十的地方（指著 284 的 8）的哪一邊？</p> <p>24.記幾個一的位置，我們怎麼叫它？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 教師口述布題，請學生記錄。 • 學生只要能明確說明 2、8、4 在「284」中的相對位置，教師即應予肯定。 • 教師待學生回答後，再揭示「個位」。 • 若學生不了解題意，教師可提示學生以前的舊經驗，記「56」和「37」的時候，右邊的數字記 	<p>合起來是 3 萬。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 能記成「284」。 • 能區分出記錄幾個百、幾個十、幾個一的位置。 • 能說是「右邊」或「最右邊」。 • 能說是「4 的左邊」。 • 能說是「左邊」。 • 能說是「個位」。
-------------------	--	--	--

	<ul style="list-style-type: none"> • 記幾個十的位置，我們怎麼叫它？ • 那麼，記幾個百的位置，我們可以怎麼叫它呢？ <p>25. 「六百九十一」用數字怎麼記？記記看。</p>	<p>幾個一，我們把「記幾個一的位置」就叫做「個位」，像 56 的個位數字是 6，37 裡的個位數字是 7。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 教師待學生回答後，再揭示「十位」。 • 若學生不了解題意，教師可提示學生以前的舊經驗，記「56」和「37」的時候，左邊的數字記幾個十，我們把「記幾個十的位置」就叫做「十位」，像 56 的十位數字是 5，37 裡的十位數字是 3。 • 教師以「百位」為結論後，揭示「百位」。例如： <table border="1" data-bbox="874 1149 1142 1285"> <tr> <td>百位</td> <td>十位</td> <td>個位</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>8</td> <td>4</td> </tr> </table> <ul style="list-style-type: none"> • 教師保留所揭示的「個位」、「十位」、「百位」和 284 於黑板上，以供下面問題之討論。 • 教師口述布題，請學生記錄於位名之下。例如： 	百位	十位	個位	2	8	4	<ul style="list-style-type: none"> • 能說是「十位」。 • 能說是「百位」。
百位	十位	個位							
2	8	4							

	<p>• 「691」是記了幾個百？幾個十？幾個一？</p> <p>26. 由「7 個萬、5 個千、9 個百、6 個十、3 個一」合起來的數是多少？用數字記記看。</p> <p>27. 說說看，「75963」裡在什麼地方記幾個萬？在什麼地方記幾個千？在什麼地方記幾個百？在什麼地方記幾個十？在什麼地方記幾個一？</p> <p>28. 指出記幾個一的地方（指 75963 的 3）。指出記幾個十的地方（指 75963 的 6）。指出記幾個百的地方（指 75963 的 9）。指出記幾個千的地方（指 75963 的 5）。指出記幾個萬的地方（指 75963 的 7）。</p>	<p style="text-align: center;">百 十 個 位 位 位 6 9 1</p> <p>• 讓學生發表想法。</p> <p>• 教師口述布題，請學生用數字記錄。</p> <p>• 學生只要能明確的說明 3、6、9、5、7 在『75963』中的相對位置，教師即應予以肯定。</p>	<p>• 能說出是 6 個百、9 個十和 1 個一。</p> <p>• 能記成『75963』。</p> <p>• 能區分出記錄幾個萬、幾個千、幾個百、幾個十、幾個一的位置。</p> <p>• 能說出 75963 各個位置中的數字。</p>
--	---	---	---

	<p>29.記幾個一的位置，我們怎麼叫它？。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 教師依序提問，待學生回答，依序揭示「個位」；「十位」；「百位」。 	<ul style="list-style-type: none"> 能回答是「個位」、「十位」、「百位」。 																														
	<ul style="list-style-type: none"> 記幾個十的位置，我們怎麼叫它？ 記幾個百的位置，我們怎麼叫它？ 																																
	<p>30.那麼，記幾個千的位置，我們可以怎麼叫它？</p>	<ul style="list-style-type: none"> 教師以「千位」為結論後，揭示「千位」。例如： <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>千</td><td>百</td><td>十</td><td>個</td><td></td> </tr> <tr> <td>位</td><td>位</td><td>位</td><td>位</td><td></td> </tr> <tr> <td>7</td><td>5</td><td>9</td><td>6</td><td>3</td> </tr> </table>	千	百	十	個		位	位	位	位		7	5	9	6	3	<ul style="list-style-type: none"> 能嘗試命名，並形成以「千位」來記錄幾個千的位置的共識。 															
千	百	十	個																														
位	位	位	位																														
7	5	9	6	3																													
	<p>31.那麼，記幾個萬的位置，我們可以怎麼叫它？</p>	<ul style="list-style-type: none"> 教師以「萬位」為結論後，揭示「萬位」。例如： <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>萬</td><td>千</td><td>百</td><td>十</td><td>個</td> </tr> <tr> <td>位</td><td>位</td><td>位</td><td>位</td><td>位</td> </tr> <tr> <td>7</td><td>5</td><td>9</td><td>6</td><td>3</td> </tr> </table> <ul style="list-style-type: none"> 教師保留位值板。 <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>萬</td><td>千</td><td>百</td><td>十</td><td>個</td> </tr> <tr> <td>位</td><td>位</td><td>位</td><td>位</td><td>位</td> </tr> <tr> <td>7</td><td>5</td><td>9</td><td>6</td><td>3</td> </tr> </table>	萬	千	百	十	個	位	位	位	位	位	7	5	9	6	3	萬	千	百	十	個	位	位	位	位	位	7	5	9	6	3	<ul style="list-style-type: none"> 能嘗試命名，並形成以「萬位」來記錄幾個萬的位置的共識。
萬	千	百	十	個																													
位	位	位	位	位																													
7	5	9	6	3																													
萬	千	百	十	個																													
位	位	位	位	位																													
7	5	9	6	3																													
	<p>32.「六萬九千七百二十四」用數字怎麼記？記記看。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 教師口述布題後，請學生板書「69724」，於位名之下。例如： <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>萬</td><td>千</td><td>百</td><td>十</td><td>個</td> </tr> <tr> <td>位</td><td>位</td><td>位</td><td>位</td><td>位</td> </tr> <tr> <td>7</td><td>5</td><td>9</td><td>6</td><td>3</td> </tr> </table>	萬	千	百	十	個	位	位	位	位	位	7	5	9	6	3	<ul style="list-style-type: none"> 能記成「69724」。 															
萬	千	百	十	個																													
位	位	位	位	位																													
7	5	9	6	3																													
	<p>33.「69724」是記了幾個萬？幾個千？幾個百？幾個十？幾個一？</p>	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>7</td><td>5</td><td>9</td><td>6</td><td>3</td> </tr> <tr> <td>6</td><td>9</td><td>7</td><td>2</td><td>4</td> </tr> </table>	7	5	9	6	3	6	9	7	2	4	<ul style="list-style-type: none"> 能說是6個萬、9個千、7個百、2個十和4 																				
7	5	9	6	3																													
6	9	7	2	4																													

	<p>34.這些數（指著 75963、69724）的這個位置（指個位的 3、4），都用來記什麼？</p> <p>記幾個一的位置，我們怎麼叫它？</p> <p>• 這些數（指著 75963、69724）的這個位置（指十位的 6、2），都用來記什麼？ 記幾個十的位置，我們怎麼叫它？</p> <p>• 這些數（指著 75963、69724）的這個位置（指百位的 9、7），都用來記什麼？ 記幾個百的位置，我們怎麼叫它？</p> <p>• 這些數（指著 75963、69724）的這個位置（指千位的 5、9），都用來記什麼？ 記幾個千的位置，我們怎麼叫它？</p> <p>• 這些數（指著 75963、</p>	<p>• 教師一邊布題，一邊演 示題意。（指著 75963、 69724，位名下所有的數 字）。</p> <p>• 指著 3、4，個位下所有 的數字。</p> <p>• 指著 6、2，十位下所有 的數字。</p> <p>• 指著 9、7，百位下所有 的數字。</p> <p>• 指著 5、9，千位下所有 的數字。</p> <p>• 指著 7、6，萬位下所有</p>	<p>個一。</p> <p>• 能說是「幾個 一」。</p> <p>• 能說是「個 位」。</p> <p>• 能說是「幾個 十」。</p> <p>• 能說是「十 位」。</p> <p>• 能說是「幾個 百」。</p> <p>• 能說是「百 位」。</p> <p>• 能說是「幾個 千」。</p> <p>• 能說是「千 位」。</p> <p>• 能說是「幾個</p>
--	--	--	--

	<p>69724)的這個位置(指萬位的7、6),都用來記什麼? 記幾個萬的位置,我們怎麼叫它?</p> <p>35.所以,在記幾萬幾千幾百幾十幾的數裡,記幾個一的位置,我們怎麼叫它? 記幾個十的位置,我們怎麼叫它? 記幾個百的位置,我們怎麼叫它? 記幾個千的位置,我們怎麼叫它? 記幾個萬的位置,我們怎麼叫它?</p> <p>36.把剛剛黑板上的紀錄,畫上格子,就像老師手上的這個表一樣,我們叫它「定位板」。</p> <p>37.請你也畫一個定位板,在把你的答案寫在定位板上。 「7個萬、1個千、4個百、2個十、8個一」合起來是多少?用數字記記看。</p>	<p>的數字。</p> <ul style="list-style-type: none"> 指著7、6,萬位下所有的數字。 <p>老師揭示「定位板」。如:</p> <table border="1" data-bbox="821 1198 1161 1366"> <tr> <td>萬位</td> <td>千位</td> <td>百位</td> <td>十位</td> <td>個位</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <ul style="list-style-type: none"> 教師口述布題,待學生回答後,請學生板書答案於定位板上。例如: <table border="1" data-bbox="821 1579 1161 1742"> <tr> <td>萬位</td> <td>千位</td> <td>百位</td> <td>十位</td> <td>個位</td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>2</td> <td>8</td> </tr> </table>	萬位	千位	百位	十位	個位						萬位	千位	百位	十位	個位	7	1	4	2	8	<p>萬」。</p> <ul style="list-style-type: none"> 能說是「萬位」。 能依序說出是「個位」、「十位」、「百位」、「千位」、「萬位」。 能認識『定位板』。
萬位	千位	百位	十位	個位																			
萬位	千位	百位	十位	個位																			
7	1	4	2	8																			

	<ul style="list-style-type: none"> • 說說看，「71428」的萬位數字是什麼？ 千位數字是什麼？ 百位數字是什麼？ 十位數字是什麼？ 個位數字是什麼？ 	<ul style="list-style-type: none"> • 若學生所製作的定位板中，省略「位」字，教師宜淡化處理。教師請學生依據定位板上的紀錄回答。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能說是「7」。 能說是「1」。 能說是「4」。 能說是「2」。 能說是「8」。
--	--	--	---

貳、教學實錄

【第一節】

1. 老師：班長，起立！
2. 學生：敬禮。
3. 學生：老師好！
4. 老師：小朋友好，現在請小朋友來看看王老師手上的這一張是多少錢的假鈔？
5. 學生：一千元！
6. 老師：一千元的假鈔。一張一千元的鈔票，如果王老師把它十張合成一疊，就是一萬元。王老師把這十張一疊的鈔票放在黑板上，請問這是多少元？
7. 學生：一萬元！
8. 老師：一萬元，王老師再拿一疊一萬元的鈔票，跟黑板上的一萬元鈔票，兩個合起來是？
9. 學生：兩萬元！
10. 老師：你怎麼知道是兩萬元？誰可以告訴我？請憶潔。
11. 學生：就是一千加一千，等於兩千的意思一樣。
12. 老師：一千加一千，等於兩千的意思一樣，那這邊的呢？
13. 學生：一萬加一萬等於兩萬。
14. 老師：喔！非常好。請問有幾個一萬元？
15. 學生：兩個。
16. 老師：這裡有兩個一萬元，所以合起來是？

17. 學生：兩萬元！
18. 老師：再請你看喔！請問小朋友，兩萬元怎麼記？請你記在你的白板上，兩萬元怎麼記？跟瑋婷記的一樣的，請手拍一下。我們請瑋婷來講一下，你的記了什麼？
19. 學生：我記了一個二，四個零。
20. 老師：代表了什麼？
21. 學生：兩萬元。
22. 老師：所以是兩萬元，講得好不好？
23. 學生：好。
24. 老師：謝謝緯婷！很好！現在王老師還要在黑板上，注意看喔！請問在黑板上貼了什麼？
25. 學生：五萬元。
26. 老師：五萬元，幾個一萬元？
27. 學生：五個。
28. 老師：好，五個一萬元，合起來就是？
29. 學生：五萬元。
30. 老師：請問五萬元怎麼記？這麼快喔！我們請怡萱，我們來看怡萱記了什麼？
31. 學生：我記了五，然後有四個零。
32. 老師：聽的清楚嗎？
33. 學生：聽不清楚。
34. 學生：就是我用這個數字代表一萬。
35. 老師：這個數字代表五萬元，也就是代表了幾個一萬元？
36. 學生：五個一萬元。
37. 老師：很好，謝謝！那我們再來看一下另一題，請問黑板上貼了多少元？
38. 學生：九萬元。
39. 老師：好！九萬元也就是幾個一萬元？
40. 學生：九個一萬元。
41. 老師：請問，九個一萬元，九萬元怎麼記？已經記好了，我們再等兩個小朋友，賀安，我們來看看賀安記了什麼？
42. 學生：我記了一個九，四個零，合起來就是記了九個一萬元。

怡萱的記法：
50000

賀安的記法：
90000

43. 老師：所以代表了什麼？
44. 學生：代表了九萬。
45. 老師：九萬。那九萬代表幾個一萬？
46. 學生：九個。
47. 老師：謝謝，掌聲鼓勵，謝謝賀安。好！現在我們要請小朋友跟王老師一起來數數看，黑板上，從一萬我們數到九萬，好不好？大家注意看王老師的手。
48. 學生：一萬、兩萬、三萬、四萬、五萬、六萬、七萬、八萬、九萬。
49. 老師：請問合起來是多少元？
50. 學生：九萬元。
51. 老師：九萬元，也就是幾個一萬元？
52. 學生：九個一萬元。
53. 老師：我們現在再來請小朋友看，王老師這裡要貼上一張一千元，兩張？
54. 學生：一百元。
55. 老師：一百元，好，三個十元，一個？
56. 學生：一個一元。
57. 老師：一張一千元，兩張一百元，三個十元，一個一元，請問合起來是多少錢？
58. 學生：一千兩百三十一。
59. 老師：請問要怎麼記？請欣婷，請問欣婷，妳記了什麼？
60. 學生：我記了一個一千、二個一百、三個十、一個一，所以代表一千兩百三十一。
61. 老師：說的清不清楚？
62. 學生：清楚。
63. 老師：她記了一代表？
64. 學生：一千。
65. 老師：二代表？
66. 學生：兩百。
67. 老師：三？
68. 學生：三十，一。
69. 老師：一個一，合起來就是？
70. 學生：一千兩百三十一。

欣婷的記法： 1231

71. 老師：我們再來看一題，請看看王老師貼了什麼？幫忙看看王老師在黑板上貼了什麼？請問王老師在黑板上貼了幾個一萬元？
72. 學生：五個。
73. 老師：幾張一千？
74. 學生：三張。
75. 老師：幾張一百？
76. 學生：三張。
77. 老師：好，幾個十？
78. 學生：兩個十。
79. 老師：幾個一？
80. 學生：一個一。
81. 老師：請問合起來是多少？
82. 學生：五萬三千三百二十一。
83. 老師：我看一下，郁喬，看郁喬記了什麼？
84. 學生：我記了五個一萬。
85. 老師：五個一萬。
86. 學生：三個一千。
87. 老師：三個一千。
88. 學生：三個一百。
89. 老師：三個一百。郁喬有發現了什麼嗎？
90. 學生：多記了一個。
91. 老師：多記了一個，你要怎麼改？
92. 老師：你有需要怎麼改嗎？這邊有五個一萬對不對，你記了五萬在哪裡，五個一萬記在哪裡？這裡有三張一千，記這裡，三個一百，很好，兩個十，好！再來，一個一，郁喬要不要再檢查一下，你記了什麼？五個一萬。
93. 學生：三個一千。
94. 老師：三個一千。
95. 學生：三個一百，兩個十，一個一。

郁喬的記法：
533321

郁喬修正後的記法：
53321

96. 老師：合起來是？
97. 學生：五萬三千三百二十一。
98. 老師：要不要再講一次？合起來是？
99. 學生：五萬三千三百二十一。
100. 老師：好，講的很棒，他發現到他的問題，對不對？掌聲鼓勵。謝謝郁喬。如果有八個一萬、兩張一千、一張一百、四個一，合起來是？
101. 學生：八萬兩千一百零四元。
102. 老師：可不可以請一個小朋友幫我們貼一下，錢要怎麼貼？誰要幫我們貼八個一萬，請炳璜。有沒有人要幫我們貼兩張一千？請亞涵。一張一百，請柏勳。一元，四個一元，請勇誠。有沒有小朋友要幫我們檢查看看，黑板上貼了多少元？有沒有符合，八個一萬，兩張一千，一張一百，四個一，我們請宛玲，可不可以唸出來？
103. 學生：一、二、三、四、五、六、七、八。
104. 老師：八個？
105. 學生：八個一萬。
106. 老師：八個一萬。
107. 學生：兩個一千。
108. 老師：兩個一千。
109. 學生：一個百。
110. 老師：一個百。
111. 學生：四個一。
112. 老師：四個一，對不對？
113. 學生：對。
114. 老師：剛剛是哪些小朋友上來貼的，站起來讓我們拍拍手掌聲鼓勵一下，好不好？好厲害。請問八個一萬、兩張一千、一張一百、四個一元，合起來是多少元？請你記下來。
逸炫，說說看，你記了什麼？
115. 學生：我記了八個萬、兩個千、一個百、零個十、四個一。
116. 老師：跟黑板上貼的這些錢，有沒有關係？
117. 學生：有。

逸炫的記法： 82104

118. 老師：有哪些關係？八記了什麼？
119. 學生：八個一萬。
120. 老師：八個一萬，再來，二呢？你可不可以指二？
121. 學生：二個千。
122. 老師：二個千在哪裡？再來。
123. 學生：一個百。
124. 老師：一個百。
125. 學生：零個十。
126. 老師：零個十
127. 學生：因為沒有看到十。
128. 老師：因為沒有看到十，很好，再來。
129. 學生：四個一。
130. 老師：四個一，一、二、三、四。謝謝逸炫，我們再看一題。在看下一題之前請問剛剛你記的，八個一萬、兩張一千、一張一百、四個一元，請問我們要怎麼說？
131. 學生：八萬兩千一百零四元。
132. 老師：好，現在我們來看喔！再看一題好不好？有沒有小朋友要再幫我們排排看？請柔慈幫我們排九個萬，請張平幫我們排七個百，好，來！黑板上有萬嘛對不對？誰幫忙排百？誰要幫忙排十？請采婷，誰要幫我們排五個一？瑋哲。有沒有人要幫我們檢查看看黑板上記了什麼？好，請宇婷。
133. 學生：一個萬、二個萬、三個萬、四個萬、五個萬、六個萬、七個萬、八個萬、九個萬，這裡就是九萬。一個一百、二個一百、三個一百、四個一百、五個一百、六個一百、七個一百，所以是七百。一個十、二個十、三個十，所以是三十；一個一、兩個一、三個一、四個一、五個一，所以是五個一。
134. 老師：所以有九個萬。
135. 學生：九個萬，七個一百。
136. 老師：七個一百。
137. 學生：三個十。
138. 老師：三個十。
139. 學生：五個一。

140. 老師：好，所以合起來是多少？
141. 學生：九萬七百三十五。
142. 老師：請問怎麼記？剛剛講的好像有點不太有信心耶！請問你記了什麼？怎麼說？
143. 學生：九萬零七百三十五。
144. 老師：清楚多了，我們請賀安。
145. 學生：我記了九個萬、零個一千、七個百、三個十、五個一，合起來是九萬七百三十五。
146. 老師：請問她說什麼？九萬七百三十五，還可以怎麼說？
147. 學生：九萬零七百三十五。
148. 老師：謝謝賀安，請問九萬零七百三十五，這個代表記了九個？
149. 學生：九個萬、零個千、七個百、三個十、五個一。
150. 老師：合起來我們讀作？
151. 學生：九萬零七百三十五。
152. 老師：賀安。我們再來看一個，如果我們不要再貼這些，你會不會知道要怎麼記了呢？
153. 學生：會。
154. 老師：我們請小朋友幫我們唸一下題目，好不好？
155. 學生：三個萬、六個十、八個一，合起來是多少？
156. 老師：合起來是多少？合起來是多少？
157. 學生：三萬零六十八；三萬零零六十八。
158. 老師：先把白板放下來，聽一下國豪怎麼讀？你記了什麼？
159. 學生：三個萬、零個千、零個百、六個十、八個一。
160. 老師：合起來是多少？
161. 學生：三萬…。
162. 老師：永承可不可以幫他？
163. 學生：三萬零六、三萬零零六。
164. 老師：要怎麼讀呢？
165. 老師：王老師看到很多人都記了這樣子，請問我們要怎麼讀呢？可不可以就請鈺晶，請問你記了什麼？

賀安的記法：
90735

國豪的記法：
30068

鈺晶的記法：
30068

166. 學生：我記了三個萬、零個千、零個百、六個十、八個一。
167. 老師：合起來是多少？
168. 學生：三萬零零六十八。
169. 老師：沒關係！鈺晶，三萬零零六十八，還有沒有不同說法？炳璜。
170. 學生：三萬零六十八。
171. 老師：三萬零六十八，可是鈺晶剛剛講的是三萬零零六十八，比較好？還是炳璜剛剛講的三萬零六十八，你覺得聽起來比較順？
172. 學生：炳璜。
173. 老師：炳璜，為什麼？請柏勳。
174. 學生：因為零零是連在一起的，所以改成念一個零比較通順。
175. 老師：比較通順是不是？謝謝柏勳，還有沒有不同的講法？你覺得只要講一個零就可以啦，他說因為只要講一個零比較通順，宛玲，你有沒有不同的看法？宛玲。
176. 學生：我覺得兩個零比較好。
177. 老師：兩個零比較好。
178. 學生：因為他的題目上面那個零，又沒有說不一定是一個啊！而且它有兩個，它少了千。
179. 老師：少了千。
180. 學生：應該是兩個的才對。
181. 老師：應該是兩個才對，來，炳璜呢？
182. 學生：因為沒有千。
183. 老師：為什麼我們要讀做三萬零六十八？除了剛剛柏勳講的一個零，就比較通順了，對不對，瑋哲？
184. 學生：三零六八，不就變成三千零六十八嗎？
185. 老師：所以我們要怎麼讀？剛剛瑋哲又提到另外一個問題，他說三零六八，這樣不就變成三千零六十八嗎？對，所以我們應該怎樣把它唸出來比較好？我們有三個萬，六個十，八個一，所以我們應該唸做三萬零六十八，一般來講，我們的習慣，都只講一個零就可以了，我們再試試看喔，那我們可不可以請小朋友再貼貼看，『三萬零六十八』，代表多少個東西在黑板上？來，請欣婷，請介君，介君，你要幫我們貼什麼？

186. 學生：十
187. 老師：十，需不需要百？
188. 學生：不需要。
189. 老師：不需要，誰要幫我們貼一？請陳惠。
190. 學生：三個一萬。
191. 老師：三個一萬，那這是鈺晶記的對不對？鈺晶記了什麼？
192. 學生：三個一萬。
193. 老師：有沒有千？有沒有百？
194. 學生：沒有。
195. 老師：所以他就記了零？
196. 學生：再來就是六個十，三萬零六十八。
197. 老師：你說怎麼讀？
198. 學生：三萬零六十八。
199. 老師：記了幾個一？
200. 學生：八個一。
201. 老師：幾個十？
202. 學生：六個十。
203. 老師：幾個百？
204. 學生：零個百。
205. 老師：幾個千？
206. 學生：零個千。
207. 老師：幾個萬？
208. 學生：三個萬。
209. 老師：合起來，請問小朋友怎麼讀？
210. 學生：三萬零六十八。
211. 老師：謝謝聿萱，賀安有問題嗎？請說。
212. 學生：老師，那個十多了一個，就變成了七十。
213. 老師：喔，有人看到了，這邊有一、二、三、四、五、六、七，所以我們應該要
拿掉一個才叫做？
214. 學生：三萬零六十八。

<p>鈺晶的記法： 30068</p>

215. 老師：謝謝賀安。我們再來看，請問小朋友，你記不記得以前畫過什麼樣的記號來表示一、表示十、表示一百、表示一千？現在請你畫畫看，用畫的來表示一、十、一百跟一千？

216. 學生：畫好了。

217. 老師：曼華，拿到黑板上，我們來看小朋友用什麼記號來表示一、表示十、表示一百、表示一千。

218. 學生：就是我用了圈圈把『1』包起來，這是我的畫法，『10』也是把它包起來，『100』是用框框把它框起來，『1000』也是用框框把它框起來。

曼華的畫法：

① (10) [100] [1000]

219. 老師：那有沒有不一樣的差別？比如說，一百跟一千一樣是用框框。

220. 學生：一千的就是比較多，所以用的比較長。

221. 老師：那一跟十，你都是用圓圈圈，怎麼樣區別呢？

222. 學生：一個比較大，一個比較小。

223. 老師：聽的懂嗎？謝謝曼華，有沒有人有畫不一樣的記號？跟曼華不一樣要上來跟我們分享看看。永承有沒有不一樣的畫法？現在我們要請小朋友，再請你用一個記號來代表『一萬』！現在再請你用一個記號來代表『一萬』，你會用什麼記號來代表一萬？還有沒有不一樣的？宛玲能不能請你拿上去，我們來看這些小朋友用了什麼記號來代表一萬？這是誰畫的？你畫了什麼？

宛玲的記號：

100|00

224. 學生：我畫了這個代表一萬。

225. 老師：你覺得這樣看的清楚嗎？

226. 學生：看的清楚。

柏勳的記號：

10000

227. 老師：它代表一萬，謝謝宛玲。再來，柏勳你用什麼記號來代表一萬？

228. 學生：我用三角形把一萬框起來。

229. 老師：用三角形把一萬框起來。這是出現一個三角形的，對不對？我們再看下一個，這是陳惠的？

陳惠的記號：

100000

230. 學生：我覺得一萬像鋼管的形狀，所以，我就畫了一個像鋼管的形狀，然後把一萬寫在裡面。

231. 老師：所以這個記號代表了一萬是不是？謝謝，再來看這個是炳璜的，你畫的是哪一個？你畫的是什麼？

炳璜的記號：

[10] 萬 [00]

232. 學生：我想是十個一疊。
 233. 老師：所以你就畫了這樣子的一個符號。
 234. 學生：對。
 235. 老師：好！謝謝。這是瑋鴻的。
 236. 學生：我想一百是一張的，那我也就用一張的。

瑋鴻的記號：

10000

237. 老師：所以你用框框框起來，對不對？好，這麼多小朋友畫了這麼不一樣的記號都來代表，表示什麼？『一萬』。你們都畫的很好，也很有創意。下一節課的時候，會讓小朋友繼續畫畫看，代表『一萬』，或者是代表『一千』，代表『十』、代表『百』、代表『一』。我們等一下還要再來一個題目，現在先請小朋友休息一下。

【第二節】

238. 老師：請坐，現在我們再來做一個題目試試看，剛剛我們碰到了好多零的數字對不對？
 239. 學生：對。
 240. 老師：然後我們再來確定一下，這個數字我們應該怎麼記、怎麼讀、會比較恰當？請問這裡記了什麼？

241. 學生：四萬零二十。

242. 老師：請問『四萬零二十』要怎麼記？請陳儀，請小朋友把白板先放下來。

陳儀的記法：

40020

243. 學生：四個萬，零個千，零個百、兩個十、零個一。
 244. 老師：所以記成？
 245. 學生：四萬零二十。
 246. 老師：有沒有發現到這一題跟剛剛的題目很像，中間都有？
 247. 學生：兩個零。
 248. 老師：都有兩個零，習慣上中間不管有幾個零，我們都只唸一次，所以，我們正確的讀法叫做？
 249. 學生：四萬零二十。
 250. 老師：謝謝陳儀。請問四萬零二十，你記了幾個一萬？
 251. 學生：四個一萬。
 252. 老師：幾個千？

253. 學生：零個千。
254. 老師：幾個百？
255. 學生：零個百。
256. 老師：幾個十？
257. 學生：兩個十。
258. 老師：幾個一？
259. 學生：零個一。
260. 老師：合起來，我們怎麼讀？
261. 學生：四萬零二十。
262. 老師：現在要請你用剛剛我們已經有畫過記號，『一、十、百、千、萬』，把四萬零二十，代表『四萬零二十』畫下來。請小朋友先把白板放下來，永承，你的拿上台。我們先來看看這些小朋友，他用了不同的記號來表示『一萬、一千、一百，十和一』記，來記什麼？
263. 學生：四萬零二十。
264. 老師：我們來看一看喔！『四萬零二十』小朋友用哪些記號來表示？先請這小朋友來，柔慈，你用什麼記號來表示？
265. 學生：四個一萬和兩個十。
266. 老師：柔慈記了四個一萬、兩個十，這兩個記號有沒有差別？
267. 學生：有！
268. 老師：有！所以代表一萬的，他用框框，代表十的用圈圈來表示，表示什麼數字？
269. 學生：一萬和十。
270. 老師：一萬和十，四個一萬和兩個十，就記了這個數字，要怎麼唸？可不可以請你再大聲說一次？
271. 學生：四萬零二十。
272. 老師：四萬零二十，謝謝柔慈。再請一個小朋友，你畫了什麼？當小朋友看到他畫的記號，你有任何的想法或者是你覺得有什麼樣的想法，都可以請你提出來喔！
273. 學生：我用白板的框框當做四個一萬，它沒有圈圈，我自己把它畫上兩個圈圈。

柔慈的記法：

10000	⑩
10000	⑩
10000	
10000	

瑋哲的記法：

10000		
10000	⑩	⑩
10000		
10000		

274. 老師：聽得懂瑋哲講的嗎？

275. 學生：聽不懂。

276. 老師：瑋哲要不要再講一次？你說，要不要再用什麼白板的框框代表什麼？

277. 學生：用白板的框框表示四個一萬，白板裡面沒有圈圈，我自己把它畫上兩個圈圈，把它包起來。

278. 老師：瑋哲的意思是說，他直接用白板的框框去代表四個一萬，我們說要用記號代表一個一萬，瑋哲，你的意思是代表什麼？你是一個框框代表四萬，是不是？可是我要代表一萬，其他小朋友呢？你覺得瑋哲這樣子的記法合不合適？

279. 學生：不合適。

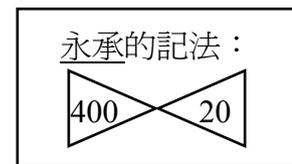
280. 老師：郁喬，為什麼不合適？

281. 學生：因為如果你要用一萬的話，應該要把它框起來，不然，你會看不清楚。

282. 老師：瑋哲，你了解了嗎？謝謝郁喬，很好。瑋哲，你要怎麼樣再做補充？

283. 學生：要把四個一萬補上四個框框。

284. 老師：因為我們要講的是，怎麼樣用一個記號來表示一個一萬喔！了解嗎？謝謝。請永承，請問永承記了什麼？



285. 學生：一個蝴蝶結。

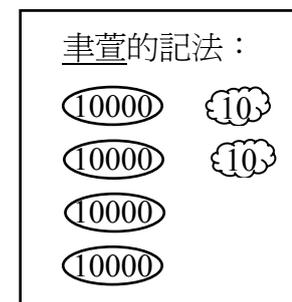
286. 老師：永承有沒有需要補充？沒關係，有沒有人要幫永承？請瑋庭，可不可以請你講一下這個部份，可能永承聽不太清楚題目，對不對？永承，我們要代表什麼？

287. 學生：它這個代表四百，這個代表二十，所以看起來像代表四百二十。

288. 老師：王老師的要求是什麼？四萬零二十，然後這是一個記號，我們要用什麼記號來表示『四萬零二十』；表示一萬的、一千的、十的、還有一的？請問在永承這個記法上面有沒有看到這些？

289. 學生：沒有。

290. 老師：沒有看到一萬、也沒有看到一千、也沒看到一百、十和一，哇！都沒有，所以怎麼辦？永承還要再想一下，好不好？我們再請聿萱。



291. 學生：我的四萬是用橢圓形的圈圈框起來。

292. 老師：哪一邊指給我們看，會更清楚。

293. 學生：我的四萬是用橢圓形圈圈框起來。

294. 老師：那一萬呢？

295. 學生：一萬。

296. 老師：四個一萬，那你的十是比較特別，你用雲朵把它框起來，然後合起來就是？

297. 學生：四萬零二十。

298. 老師：四萬零二十，謝謝，宜修。

299. 學生：我覺得一個一個畫鈔票太麻煩了，所以我把它用一條直接框起來。

宜修的記法：			
10000	10000	10000	10000
⑩		⑩	

300. 老師：所以你記了四萬零二十，你用了一條的四個一萬、兩個十，這樣會不會有什麼樣的困擾？請聿萱。宜修，請等一下。

301. 學生：我是覺得說這裡面全部都連在一起。

302. 老師：全部連在一起，好像是什麼？

303. 學生：很像是很大的數字。

304. 老師：像很大的數字，會造成誤會，宜修，你覺得呢？

305. 學生：我有畫這個三條直的了。

306. 老師：聿萱你覺得呢？我們再回到這邊看一下，如果我們要表示一萬、一千、一百、十和一，你這樣一條代表？

307. 學生：四萬。

308. 老師：四萬，那你一個一萬怎麼看得出來？還是你覺得沒關係，這樣子我們也看的懂？柏勳？

309. 學生：這樣連起來的話會比較容易誤會。

310. 老師：很好，你聽懂柏勳的意思嗎？

311. 學生：懂了。

312. 老師：所以我們還是希望你把每一個一萬分開來，把它畫上記號，好不好？謝謝這幾位小朋友，那我們再來做一題試試看喔！請問『五萬零六百』用數字怎麼記？

313. 學生：我用五個一萬、零個千、六個百、零個十、零個一。

314. 老師：所以你用數字記了？

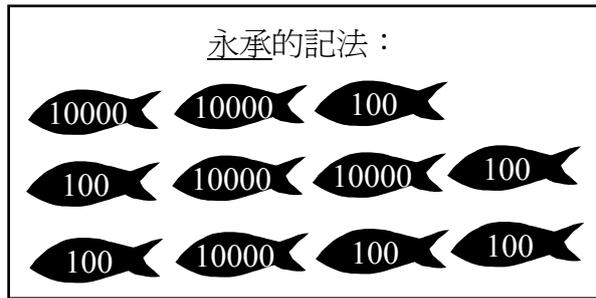
315. 學生：五個萬。

316. 老師：合起來我們應該怎麼讀？

國豪的記法：
50600

317. 學生：五萬零六百。

318. 老師：五萬零六百。很好，謝謝國豪，那請問『五萬零六百』如果還是需要請你用『一萬、一千、一百、十、和一』，請問你要怎麼樣來表示？我們先看一下永承記了什麼？『五萬零六百』你用了哪些記號來表示？



319. 學生：我用五個萬。

320. 老師：五個萬，可不可以一起數出來讓我們知道？你的在這邊，這是你的嗎？

321. 學生：對！

322. 老師：來！

323. 學生：一萬、二萬、三萬、四萬、五萬。

324. 老師：然後，你又記了其他的符號，你記了什麼？

325. 學生：一百。

326. 老師：一百，幾個一百？

327. 學生：六個一百。

328. 老師：六個一百，所以合起來也是這個數字，怎麼讀？

329. 學生：五千零六百。

330. 老師：你剛剛記了什麼？幾個萬？

331. 學生：五個萬。

332. 老師：五個萬。

333. 學生：零個千。

334. 老師：零個千。

335. 學生：六個百。

336. 老師：六個百，合起來怎麼讀？

337. 學生：五萬零六百。

338. 老師：很好，再講一次。

339. 學生：五萬零六百。

340. 老師：對，五萬零六百，謝謝永承。我們再看這一個，你用了哪些記號來表示五

萬零六百？

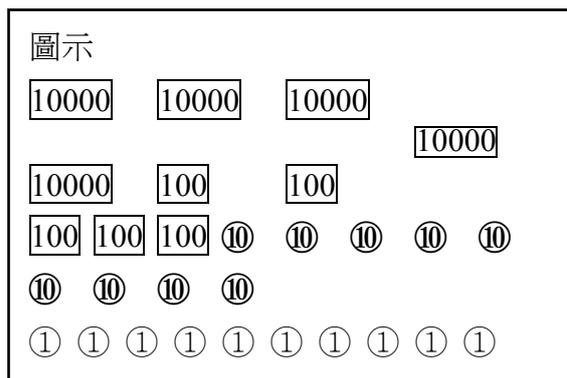
341. 學生：我要補充一個一萬。

342. 老師：爲什麼還要補充一個一萬？

343. 學生：因爲我少寫。

344. 老師：少寫了，好！所以記了第五個一萬。

345. 學生：我記了五個一萬，五個一百，九個十，十個一，這樣子有五萬零六百。



346. 老師：合起來就是五萬零六百，謝謝。下一個。

347. 學生：我記了五個一萬，五個一百，九個十，十個一。

348. 老師：請問要幾個十？九個十是多少？

349. 學生：九十。

350. 老師：我們需要幾個十才能換一個百？

351. 學生：十個十。

352. 老師：十個十，所以，我們需要有五個一萬，是不是？還是四個一萬？

353. 學生：五個一萬。

354. 老師：五個一萬，然後？

355. 學生：五個百。

356. 老師：五個一百。

357. 學生：九個十。

358. 老師：九個十。

359. 學生：十個一。

360. 老師：十個一，爲什麼要十個一？

361. 學生：十個一換成一個十，再一個十就可以換成一個百，就變成六百。

362. 老師：非常好喔！講的很好，可不可以請柏勳再講大聲一點？他爲什麼是九個十啊？

363. 學生：因爲十個一，可以換成一個十，所以他就記九個十。

364. 老師：很好，掌聲鼓勵，謝謝。所以你記了五萬零六百，你用這樣子的記號來表示，謝謝。

365. 老師：請小朋友把小白板拿回來，現在我們要請小朋友來看看王老師在黑板上貼了這一個，這些圖記了多少數字？請你一起先來看一下，看這邊！先不急著記，這邊記了多少？

366. 學生：三萬。

367. 老師：三萬，記了幾個一萬？

368. 學生：兩個一萬。

369. 老師：幾個一千？

370. 學生：十個一千。

371. 老師：合起來是？

372. 學生：三萬。

373. 老師：三萬怎麼記？

374. 學生：記好了。

375. 老師：記好了，可以嗎？逸炫，我們看逸炫他記了什麼？

376. 學生：我記了三個萬，零個千，零個百、零個十、零個一。

377. 老師：那王老師在黑板上所掛的這些圖，有什麼樣的關係嗎？

378. 學生：合起來了。

379. 老師：全部合起來了，請柏勳要幫忙補充，是不是？柏勳你的白板可以先拿上來。

380. 學生：我想說的意思是說，它原來是兩萬，然後，再十個千變成了三萬。

381. 老師：所以就記成三萬，這跟原來有兩個一萬，然後十個一千，也就是幾個一萬？

382. 學生：三個一萬。

383. 老師：十個一千，也就是幾個一萬？

384. 學生：一萬。

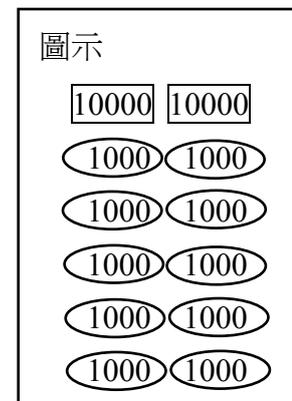
385. 老師：一個一萬，加上原來的兩個一萬，就是？

386. 學生：三萬。

387. 老師：三萬，所以記成這樣三萬，好，謝謝。

我們再來看一下，請問『兩個百、八個十、四個一』合起來的數字是多少？欣婷，這邊可以嗎？可以拿上來，請小朋友先放下來，先看欣婷記了什麼？

388. 學生：記了兩個百、八個十、四個一，合起來是兩百八十四。



逸炫的記法：
30000

389. 老師：所以記成了兩百八十四，請問你記幾個百的地方在哪裡？指給我們看，你記幾個『百』的地方？

欣婷的記法：

284

390. 學生：記 2。

391. 老師：是 2，對不對？記幾個『十』的地方呢？

392. 學生：記 8。

393. 老師：記幾個『一』的地方呢？

394. 學生：記 4。

395. 老師：4。請問小朋友，我們一般來講記幾個一的地方，我們在那個位置叫它叫做？

396. 學生：個位。

397. 老師：叫做『個位』。記幾個十的地方呢？

398. 學生：十位。

399. 老師：記幾個百的地方呢？

400. 學生：百位。

401. 老師：所以兩百八十四，記了幾個百？

402. 學生：兩個百。

403. 老師：幾個十？

404. 學生：八個十。

405. 老師：幾個一？

406. 學生：四個一。

407. 老師：合起來怎麼讀？

408. 學生：兩百八十四。

409. 老師：謝謝欣婷。我們再看一題。請問『六百九十一』怎麼記？

410. 學生：我記了六個百、九個十、一個一，唸做『六百九十一』。

圖示：

『六百九十一』
用數字怎麼記？
記記看。

411. 老師：我們記幾個一的地方，叫做？

412. 學生：個位。

413. 老師：記幾個十的地方叫做？

414. 學生：十位。

415. 老師：記幾個百的地方叫做？

416. 學生：百位。

417. 老師：所以我們這邊記了幾個百？
418. 學生：六個百。
419. 老師：幾個十？
420. 學生：九個十。
421. 老師：幾個一？
422. 學生：一個一。
423. 老師：合起來我們讀做？
424. 學生：六百九十一。
425. 老師：剛剛我們說到記幾個一的地方叫做？
426. 學生：個位。
427. 老師：記幾個十的地方叫做？
428. 學生：十位。
429. 老師：記幾個百的地方叫做？
430. 學生：百位。
431. 老師：如果我們記幾個千的地方呢？
432. 學生：千位。
433. 老師：如果記幾個萬呢？
434. 學生：萬位。
435. 老師：我們再來看一個題目喔！看你會不會把這一個貼在上面？『七個萬、五個千、九個百、六個十、三個一』，合起來的數字，請你記記看，郁喬。
436. 學生：我記了七個萬，五個千，九個百，六個十，三個一。
437. 老師：合起來讀做？
438. 學生：七萬五千九百六十三。
439. 老師：記幾個一的地方在哪裡？數字是多少？
440. 學生：3。
441. 老師：記幾個十的地方？
442. 學生：6。
443. 老師：叫什麼位？
444. 學生：十位。
445. 老師：記幾個百的地方？

郁喬的記法：

75963

446. 學生：百位。

447. 老師：百位，他記了幾個百？

448. 學生：9 個百。

449. 老師：記幾個千的地方，數字是記了多少？

450. 學生：5 個千。

451. 老師：5 個千，萬位的地方呢？

452. 學生：7 個萬。

453. 老師：7 個萬，合起來讀做？

454. 學生：七萬五千九百六十三。

455. 老師：很好，謝謝！如果我們把剛剛記幾個一的地方、記幾個十、幾個百、幾個千、幾個萬，畫上了格子，我們把它叫做？「定位板」。我們叫它「定位板」。現在請小朋友也畫一個「定位板」試試看。

柔慈的定位板				
75963				

456. 學生：畫好了。

457. 老師：請柔慈放上面，小朋友畫定位板，就有這兩種，一個是像剛剛雅涵畫的，那另外一個是像柔慈畫的，這種我們叫它叫做？

雅涵的定位板				
萬位	千位	百位	十位	個位

458. 學生：定位板。

459. 老師：請你現在在你的定位板裡面，請你記上『六萬九千七百二十四』。張平，王老師可不可以請你？

張平的定位板				
萬位	千位	百位	十位	個位
6	9	7	2	4

460. 學生：六個萬、九個千、七個百、兩個十、四個一，所以是六萬九千七百二十四。

461. 老師：聽得清不清楚？

462. 學生：清楚。

463. 老師：清楚。六萬九千七百二十四，他在萬位記了？

464. 學生：六。

465. 老師：六。在千位記了？

466. 學生：九。

467. 老師：九。在百位記了？

468. 學生：七。
469. 老師：十位記了？
470. 學生：二。
471. 老師：個位記了？
472. 學生：四。
473. 老師：請小朋友這一個定位板不要擦掉，再請你做一題看看，不要擦掉喔！請你再記『七個萬、一個千、四個百、兩個十和八個一』，請問小朋友在記幾個一的地方，叫做什麼？
474. 學生：個位。
475. 老師：記幾個十的地方叫做？
476. 學生：百位。
477. 老師：幾個十的地方叫做？
478. 學生：十位！
479. 老師：幾個百的地方叫做？
480. 學生：百位。
481. 老師：幾個千的地方叫做？
482. 學生：千位。
483. 老師：幾個萬的地方叫做？
484. 學生：萬位。
485. 老師：我們請逸杰，你記了多少？可不可以用手一邊指，一邊告訴我們，你記了什麼？
486. 學生：七萬一千四百二十八。
487. 老師：我們記這樣子的位置的一個表，我們叫它做什麼？
488. 學生：『定位板』。
489. 老師：定位板，我們今天就上先到這邊，下課。

萬位	千位	百位	十位	個位
7	1	4	2	8

參、教學說明

今天的教學，小朋友之前的經驗是學會兩千以內的數，今天我嘗試的要從萬開始帶入十萬以內的數字的數概念，今天小朋友的表現，我覺得很滿意也覺得滿理想的。

今天有幾個主要的段落設計，第一個是從具體的實際，表示實際的量，第二個是導入抽象的紀錄，第三個是引入定位板，第一節課的活動主要在進行一萬以內的說、讀、聽、寫的部分，在小朋友說和聽和寫部份比較沒有問題，但是到讀的時候，例如在 30068 的讀法，要說成三萬零六十八，或者是說要講成三萬零零六十八，學生產生了一個正確的一個說法和一個共識，我們就把它導入正確的讀法叫做三萬零六十八。

接下來我們要講到的是，學生從具體物到抽象，畫記號的部分，希望小朋友能從一萬，一千，一百，和十以及一的記號來分解數字。有一題五萬零六百的部分，學生會把它分解成萬跟百，也有些小朋友會把它加入了千、百，或十、或一的一個多單位的分解概念，這是很不錯的。小朋友在分解這個數字的時候，他很清楚自己分解的多單位的一個概念，分解成幾個萬、幾個千，幾個百、幾個十、幾個一，這樣子我們就達到我們的教學目標。

再來是要引入五位數的數字和位名。我們利用定位板的方法來一起介紹個位、十位、百位、千位以及到萬位的位名。

在今天這兩節課的教學，覺得非常的流暢以及順利，也建議老師以後在日後教學的時候，其實學生在這樣子的一個數概念活動，適應的滿好的，是可以加快節奏的！

肆、教學後的省思

一、優點

1. 教師能發現少數學生寫在白板上錯誤的答案，適時切入加以導正；及在「讀」法方面，例如：能將「30068」讀作「三萬零六十八」或「參萬零零六十八」，哪一個是正確的讀法？教師能適時的把他們導入正確的讀法。
2. 教師在教學過程中，能分析「從記號上來分解數字」，分解成多單位的概念：幾個萬→幾個千→幾個百→幾個十→幾個一，而達到教學目標。

二、缺點

- 1.教學中有「3068」是三千零六十八和「30068」是「參萬零六十八」，二者是 3 所在的位置「千位」與「萬位」的不同，教師要更明確的說明出來。
- 2.對於少數被指定去展示畫法的小朋友，最後卻沒有處理與檢討就帶過了，誠屬教學上不夠明確及失誤之處，我較擔心小朋友有錯時，其觀念會一直錯下去未被導正。
- 3.教師的教學節奏可以再加快一點，使學生在學習上能更連貫與瞭解，每節的最後可以再統整本節的教學重點及內容，確定已達到教學目標。

加減估算

壹、教學活動設計

- 一、教學年級：五年級下學期
 二、教學者：台北縣北新國小 王韻慈老師
 三、教學目標：

- 1.使用等分的部分估計全部。
- 2.解決加、減的估算。

四、活動目標：

- 1-1 能使用等分的部分估算全部。
- 2-1 利用概數做萬位數以內的加法估算。
- 2-2 利用概數做萬位數以內的減法估算。

五、教學概要說明：

希望透過結合生活情境—運動會與廣告單批價，來引發兒童學習的動機與興趣，並且進一步察覺與數學相關的問題，一方面把數學的知識和生活情境相連結，提升兒童的數學素養，另一方面透過問題的溝通、討論、比較與反省的解題歷程，來培養兒童批判與評鑑數學的能力。

由於量感需要透過經驗累積，本單元的教學活動藉著課堂中觀察身邊的事物，經由觀察→估算→驗證→再觀察→再估算→再驗證…的步驟，使學生的量感逐漸建立。

六、教學活動設計：

【第一節】加法、減法估算

教學內容摘要	主要問題與活動	說明	評量重點
一、利用白紙上散佈均勻的圓點讓學生估算總量。	1.這張紙上有許多散佈均勻的星星，請你們算算看，這張紙上大約有多少個星星？等一下告訴	<ul style="list-style-type: none"> • 教師提問，學生討論並回答。 • 學生可能的解法： (1)一一點數整張紙上的星星數。 (2)將紙張平均切割 	<ul style="list-style-type: none"> • 能明白題意，並進行操作解題。 • 能回答紙張上有多少個星星。

	<p>大家你們討論的結果！</p>	<p>成數格，點數小格子中的星星，再乘以格數。</p> <p>(3)其他。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 教師說明作法。 	
<p>二、點數米粒，估算總量。</p>	<p>2.老師手上有一杯米，你可以用什麼樣的方式來知道這杯子中共有多少顆米粒？現在給你們五分鐘的時間，等一下請各組來說說看你們的策略及答案！</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 教師利用生活情境提問，學生討論並回答。 • 學生的可能解法： <p>(1)各組分工合作算一小部分的米粒，再相加。</p> <p>(2)算一小部分的米粒總數，並將杯中的米等分成數堆，相加得到答案。</p> <p>(3)其他。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 能聽懂題意並進行解題。 • 能回答共有多少米粒。
<p>三、藉由小白積木為基準量來估算整體數量。</p>	<p>3.現在教室前面有一罐白色積木，請你估估看，這一個罐子裡總共有幾顆白色積木？等一下請你們發表解題的方法。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 學生的可能解法： <p>(1)將罐子切割數層來計算總量。</p> <p>(2)其他。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 教師說明作法。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能回答有多少顆小白積木。
<p>四、利用台北縣各鄉鎮人口統計圖來觀察、比較、估算大數的方法。</p>	<p>4.教師揭示台北縣各鄉鎮市人口統計圖，並口述布題。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 新店市大約有多 	<ul style="list-style-type: none"> • 教師布題，學生觀察並報讀統計圖中各鄉鎮市人口數。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能報讀各鄉鎮人數，並且複習概數取法。 • 能利用概數算出各市人數。

	<p>少萬人？</p> <ul style="list-style-type: none"> • 中和市呢？ <p>4. <u>新店市和淡水鎮</u> 人口加起來，大約有多少萬人？ 新店市人口： 281641 淡水鎮人口： 124449 (先不設定解法條件，讓學生分組討論可能的解題策略，並且請他們上台報告解題的方式，介紹概算的方法。)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 教師布題，學生討論並回答。 • 學生可能的解法： (1)利用無條件捨去法。 $28\text{萬}+12\text{萬}=40\text{萬}$ (2)利用無條件進入法。 $29\text{萬}+13\text{萬}=42\text{萬}$ (3)利用四捨五入法。 $28\text{萬}+12\text{萬}=40\text{萬}$ (4)精算再取概數。 $281641+124449=406090$ 40 萬 • 教師說明概算意義。 	
【第一節課結束】			

【第二節】乘法、除法估算

教學內容摘要	主要問題與活動	說明	評量重點
一、利用「無條件進入法」、「無條件捨去法」、「四捨五	1. 學校舉辦運動會要為一到三年級選購帽子，每個年級所選的帽子顏色不同，一年級需要 1746 頂，二年	<ul style="list-style-type: none"> • 教師布題，學生討論並回答。 • 學生可能的解法： (1)無條件進入取概數到百位。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能利用「無條件進入法」來計算概數。

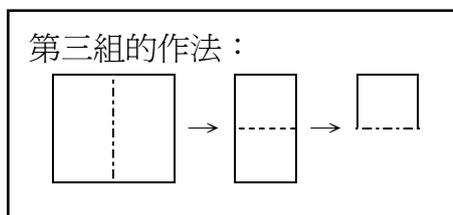
<p>入法」取概數來解決生活中的問題。</p>	<p>級需要 2032 頂，三年級需要 1975 頂，現在廠商每盒裝 100 頂售出，請問，學校需要買幾盒才足夠？</p> <p>2.學校訂購營養午餐，廠商利用電梯載運午餐到各樓層，現在知道電梯的載重量是 700 公斤，今天我們放進了 4 箱盒餐分別是 189 公斤、127 公斤、248 公斤和 215 公斤，請問電梯是否載得下這些餐盒呢？</p>	<p>1746 頂→1800 頂 2032 頂→2100 頂 1975 頂→2000 頂 $1800 \div 100 = 18$ $2100 \div 100 = 21$ $2000 \div 100 = 20$ $18 + 21 + 20 = 59$ 答：共需買進 59 盒才夠。</p> <p>(2)1746 頂→1800 頂 2032 頂→2100 頂 1975 頂→2000 頂 $1800 + 2100 + 2000 = 5900$ $5900 \div 100 = 59$ 答：共需買進 59 盒才夠。</p> <p>(3)其他。</p> <p>• 教師布題，學生討論並回答。 • 學生可能的解法： (1)189 公斤→190 公斤 127 公斤→130 公斤 248 公斤→250 公斤 215 公斤→220 公斤 $190 + 130 + 250 + 220 = 790$ $790 > 700$ 答：電梯無法載這麼多餐盒。 (2)$189 + 127 + 248 + 215 =$</p>	<p>• 能利用「無條件進入法」來取概數計算。</p>
-------------------------	---	--	-----------------------------

	<p>3.爲了因應耶誕節的大量裝飾品需求，各家廠商分別做了相當多的燈泡準備運到國外，現在知道 1000 個燈泡裝成一箱，甲廠商製作了 249887 個，乙廠商製作了 253799，丙廠商製作了 251637 個燈泡，請問他們分別運出多少箱燈泡？哪一個廠商最多？</p> <p>4.請你算算看上次期中考成績的平均，並取到整數位，比比看你們那一組誰的成績比較高呢？</p>	<p>779 779>700 答：電梯無法載這麼多餐盒。</p> <ul style="list-style-type: none"> 教師布題，學生討論並回答。 學生可能的解題方法： <p>(1)無條件捨去取概數到千位 249887→249000 253799→253000 251637→251000 $249000 \div 1000 = 249$ $253000 \div 1000 = 253$ $251000 \div 1000 = 251$ $253 > 251 > 249$ 答：甲廠商運出 249 箱，乙廠商運出 253 箱，丙廠商運出 251 箱；乙廠商製作最多燈泡。</p> <p>(2)其他。</p> <ul style="list-style-type: none"> 教師布題，學生討論並回答。 學生使用電算器計算考試平均成績，並將成績用四捨五入法取概數到整數位。 	<ul style="list-style-type: none"> 能利用「無條件捨去法」來求取概數。 能利用四捨五入法來解決問題。
【第二節結束】			

貳、教學實錄

【第一節】

1. 老師：請你們每一組去討論一下，我給你們兩分鐘的時間，我等一下發下每一組都有一張紙，這一張紙上面佈滿了非常、非常多的小星星，我要你們一起合作，想想看怎麼樣在兩分鐘之內很快的把大約有幾個星星算出來。這樣子有沒有問題？
2. 全體學生：沒有。
3. 老師：好！我現在發下去，請你們來試試看喔！想想看，你要用什麼樣的方式在最快的時間之內把大約的星星數目算出來？來，計時開始，你可以在上面做記號喔！
現在，請問哪一組要先上來說說看，你們是怎麼算出來這一張紙上有多少顆星星？第四組來。
4. 家銘：我們是第四組，由兩個人…一個人在數，然後一個人在那邊唸。
5. 老師：一個人在那邊唸，一個人在那邊唸，這邊比較不清楚，你可不可以再解釋…
有沒有人有問題要問的？有沒有覺得聽不清楚，要再問的更清楚一點的？
6. 世雄：這一組的，然後另外一個…
7. 柏緯：為什麼要唸，唸什麼？
8. 家銘：唸就是那個人…然後只做一個…然後另外一個就一定要…大家要不然就…
9. 全體學生：沒有。
10. 老師：請問第四組有沒有人可以幫他解釋得更清楚的？好，羽隆上來協助解說一下，不然大家都不知道你用什麼樣方法在算。
11. 羽隆：就是一個做記號，然後另外一個就是，他做記號一個人點，我們記，他就是點啦，點就是一個記號他點一下，然後另外一個人能夠算一個，有問題嗎？
12. 老師：請問你們算出來是多少？
13. 羽隆：九十五顆。
14. 老師：九十五顆，好，那第二組也是，這之間有什麼差別呢？好，沒有關係…我們等一下再來看看，謝謝第四組。還有哪一



組沒有上台說的？再來，第三組。

15. 冠庭：這樣看得到嗎？
16. 全體學生：看得到。
17. 冠庭：我們把它這裡對折，然後這裡再對折，分成四個區塊，然後呢，一個人數一個區塊，算出來的答案，這裡跟這裡有二十六顆，這裡二十三顆，這裡二十顆，我們把它加起來就等於全部的，有沒有問題？
18. 全體學生：沒有。
19. 冠庭：答案是 95 顆。
20. 老師：好，關於他們這樣的演算法，你們覺得可不可以？
21. 全體學生：可以。
22. 老師：老師剛剛問的問題是，你在最短的時間內請你大約估估看，這裡面有多少顆星星，結果你們都很認真喔，把它全部數清楚了，好，這個對你們來講，好像太簡單了，對不對？
23. 全體學生：對。
24. 老師：一下就解決掉了，有人用連連看的，有人用數的，好，現在。來，螞蟻，你有什麼問題？
25. 螞蟻：到底答案是幾顆啊？
26. 老師：答案是幾顆喔？只要是九十顆左右的，我都算你對，因為我只要你估估看嘛！我沒要你算很清楚啊，對不對？你們都很認真，要算出一個正確的數字，我們今天上的是概算，所以不用精確的數字，我只要大約，可是這個太簡單了，現在難一點，來，請看我手上是什麼東西？
27. 全體學生：米。
28. 老師：米，好這是特別商請借來的長糯米，我現在放在這個量杯裡面，我要給你們五分鐘，還是請你估估看喔，我沒有要你算精確數字，不要等一下大家開始一顆一顆算，請你算算看，你覺得，這裡面大概會有多少顆？你是怎麼估出來的？我有請你算精確數字嗎？我請你算大約多少顆，對不對？
29. 學生：對。
30. 老師：好，現在我發給每一組，先不要動喔！放在中間不可以動，我們要求公平競賽，對不對？我們看哪一組的方法最好，動作最快，估出來這杯量杯裡面有多少顆。等一下，請先坐在椅子上，第四組，你們太緊張了，李意涵

請坐下，五分鐘，對不對？公平起見，我現在計時開始。

好了，最後三十秒，請把你手邊的動作停下來，還有哪一組還沒有好的？

31. 世雄：老師，我們已經好了只是在收東西。
32. 老師：好，第五組表現很好，好了之後就坐好了，讓我知道他已經好了，第一組也很好喔！好，都算完了嘛，對不對？
33. 全體學生：對。
34. 老師：現在我請問有誰可以上來先說說看，你們那一組是怎麼算的？看來玩米比較好玩，大家都有的講，剛剛最後一個說的是哪一組？第三組，好，第三組先上台。
35. 柏儀：我們就是把這些米全部都倒在桌子上面，然後把它集中起來再攤平，那樣每顆米都沒有…蓋住，然後我們把它分為四個區塊，看一個區塊大約是多少顆，然後我們看大約是多少顆，第一堆是九十顆，第二堆是六十顆，第三堆還是九十顆，第四堆是八十顆，所以這樣子加起來的話九十加九十等於一百八十，然後六十加八十等於一百四十，然後一百八加一百四十等於三百二十，所以我們就覺得這邊有三百二十顆。
36. 老師：好，謝謝你的天女散花，對第三組剛剛的算法有沒有問題？
37. 全體學生：沒有。
38. 老師：沒有疑問，覺得他那樣的算法是 OK 的，是不是？接下來，剛剛倒數第二組是第一組，是不是？好，第一組上來。
39. 道恒、鈺涵：我們剛剛把米全部倒出來，然後再拿十顆放在杯子裡，大約拿十顆然後倒進去拿進去，然後數完看看有幾個，他拿幾次，然後乘以十，然後我們算出來總共是二百五十，大約二百五十。
40. 老師：大約是二百五十顆，來，老師稍微記錄一下，對不起，剛剛第三組是？
41. 柏儀：三二〇。
42. 老師：三百二十顆，第一組，你們剛剛說？
43. 鈺涵：大約二百五十顆。
44. 老師：二百五十顆，大約二百五十顆、大約三百二十顆，請問對於第一組這樣子的算法和解法有沒有疑問的？還是覺得這樣算，我可以接受他的算法？好。
45. 詩穎：他不會數亂掉啊？
46. 老師：還有沒有問題？

47. 文彬：一人…你們是一個算嗎？
48. 老師：輪流一人拿一次所以不會搞混掉，好。
49. 鈺涵：還有誰有問題？
50. 老師：沒有了，好，謝謝你們。再來，剛剛第三個上台的是哪一組？哪一個是第三個上台的？剛剛，第四組，好，第四組上來。
51. 家銘：我們把米都倒在桌子上，然後我們用全組一起數的方式，把米分成二十個一堆，這樣一堆、一堆加起，來我們算出來的是四百五十。
52. 老師：意思也就是說，你們分了二十幾堆？
53. 家銘：二十顆疊在一堆。
54. 老師：二十顆疊成一堆，然後總共有二十幾堆的二十顆這樣子。
55. 學生：然後我們乘起來等於四百五十顆，有沒有問題？
56. 全體學生：沒有。
57. 冠庭：你們是把它算一顆、二顆、三顆、四顆，然後二十顆剛好一堆，還是就直接拿一把就大約二十顆這樣子？
58. 老師：老師剛剛說，請你們怎麼算？
59. 學生：大約。
60. 老師：結果第四組還是很賣命的一顆、一顆算，好，沒關係，請問以他這樣的算法可以嗎？
61. 全體學生：可以。
62. 老師：好，謝謝第四組，你們是四百五十顆，是不是？喔！不好意思我寫錯地方了。再來換第五組上台好了，請第五組。
63. 學生：我們跟第四組、第三組差不多，我們就是把米倒出來，然後把它分成四堆，然後，大約平分，是大約給它就是每堆都一樣，就看了讓它每堆都一樣，然後先算一堆，再乘以四…我們算是四百四十顆。
64. 老師：你們每堆大概是多少顆？
65. 世雄：忘記了。
66. 老師：忘記了，你們那一組有人記得嗎？每堆大概是多少？
67. 世雄：一、二百。
68. 老師：有記錄下來嗎，你們剛剛好認真在白板上面算耶！沒有記下來喔，記答案，那你們算出來是？好，來，問問看大家有沒有問題。

69. 世雄：有沒有問題？
70. 老師：沒有問題。好，再來請壓軸，第二組上台。
71. 俊憲：我們的演算法就是每一個人發一點米，算一人大概有幾顆，然後把它們全部加起來，全部大概是三百四十顆。
72. 老師：那爲什麼我看到有人的那個大字報上面跟你寫的不一樣？
73. 俊憲：因爲算錯了，有人分多一點、少一點…不確定。
74. 老師：所以你不是平均的分成六個，好，冠庭有問題了。
75. 冠庭：那你就是說…想辦法一個人就是一顆、一顆這樣算？
76. 俊憲：大約。
77. 老師：所以你們的算法是分成六堆之後，你們六個人大約算，而不是精準的算你們那邊有多少顆，然後把六個人大約的米粒數加起來，等於你們那一杯的米數，是這個意思嗎？好，來問問看大家還有沒有什麼問題？
78. 俊憲：請問大家還有什麼問題？
79. 全體學生：沒有問題。
80. 老師：好，沒有問題，我發現第五組坐的很正，很好，好，來，謝謝第二組，我們剛剛是…對不起，再跟我說一次，你們是多少顆？
81. 學生：三百四十五。
82. 老師：三百四十五，好，除了你們剛剛那樣的演算法之外，老師還想問問看，借我一下，好不好？因爲第三組米已經灑完了，其實沒辦法，其實老師剛剛忘記跟你們說，你們的米量大概都是一樣的，當然可能會因爲米粒大小不同，所以可能顆數會不一樣，老師就請你觀察看看。
如果我現在要這樣算的話，看看你的漱口杯，除了我這樣子分開算，然後一個一個數之外，我還有沒有什麼比較快的方式，看看你們的漱口杯，想想看，還有沒有什麼線索？來，孟儒，請你大聲再說一次，好不好？
83. 孟儒：先算出一 cc 的數量再去乘以…全部共有多少 cc？
84. 老師：剛剛孟儒，說如果你們仔細看的話，這漱口杯，老師手上的米大概都是到 10cc 對不對，好，所以孟儒說，老師，那我把 1cc 的量拿出來，我乘以 10 就等於這個量杯裡面米粒的數了，可是 1cc 很難估，對不對？我們可以直接拿…
來，沛文，算 5cc 一半，可以直接把 5cc 對半切然後分下去數，我們再把得

到數乘以二是不是就等於它的數目了？老師要你估算，是希望你能夠用最快的速度把大約的數字算出來，但是沒有要你很精確去算，那我們就不叫概算了，我們今天就叫精算課。

我要問你一個問題喔！如果今天我們操場上面的草，我要你去算操場上半圓形的草，大概有幾根的話，你要怎麼數？想想看，我知道你們的問題是操場沒有草，對不對？假設操場長滿了草，你要怎樣算嘛，好不好？今天下雨很茂盛，草長出來了，你要怎麼算？來，柏儀。

85. 柏儀：問校長。
86. 老師：問校長。
87. 柏儀：因為他種的。
88. 老師：不是校長種的，還有沒有別的，詩穎？
89. 詩穎：就是這個我…就這大約…然後就把它乘起來。
90. 老師：你可不可以再說的清楚一點？
91. 詩穎：比如一個操場…半圓形面積大概要有一百一十幾根…大概吧！然後如果一株草有三根的話那就是一百一十五乘以三啊，然後那個草數就是大約操場上的草…
92. 老師：你們有聽懂嗎？
93. 全體學生：有。
94. 老師：還有沒有別的方法？
95. 世雄：就是把操場切割。
96. 老師：把操場切割，怎麼切割？
97. 世雄：拿粉筆去畫。
98. 老師：然後呢？
99. 世雄：然後就算一塊大約有多少草…因為那操場都是草，所以就很容易算出來。
100. 老師：好，這也是一個方法。老師剛剛讓你們算的都是是一個平均分佈而且大概總量的數目之下，我讓你去大約估算，所以如果像剛剛你們數星星，它算是一個分佈比較均勻的全體數，我可以用切割的方式，平均散佈去數出來，這樣的速度會比較快，對不對？
像剛剛這個也是啊，米 10cc 我把它稍微切割一下，分為 5cc 一份、5cc 一份或是孟儒剛剛說的，1cc 有多少顆，我去乘上 10，就可以很快知道這一

杯米有多少顆米粒。

好，你們速度還滿快的，很好，接下來，我要請人來幫我忙，有誰可以幫我忙的？要找一個稍微高一點的，來，壯文跟道恒來，幫我貼上去，好，謝謝，來看一下黑板，這是什麼？

101. 全體學生：台北縣行政與人口統計圖。
102. 老師：好，你們看到有畫邊框、有塗顏色的就是台北縣的行政區，不同的行政區裡面住的人口數也不一樣，現在我來問問看，後面看的清楚這個數字嗎，看不大清楚嗎？好，沒關係，我幫你們準備好了，來，來第四組跟第五組，現在請你們告訴我，來，先看上面的好了，總共是？
103. 學生：新莊市人口數 385,095。
104. 老師：如果我問你，新莊市大約有多少萬人，你要怎麼回答我？我問你新莊市大約有多少萬人，你要怎麼回答我？來，鈺涵，大約 39 萬人，這個…三十九萬你怎麼算，你怎麼判斷，可不可以告訴我？萬人所以？
105. 鈺涵：無條件進入萬位。
106. 老師：萬位，好，三十九萬人，同意嗎？
107. 全體學生：同意。
108. 老師：同意，好，再來我請問，如果今天三重市居住的人口是？
109. 學生：384,469。
110. 老師：請問住在三重市的大約有多少萬人？來，螞蟻？
111. 螞蟻：三十八萬人。
112. 老師：三十八萬人，這些你們都知道了，現在我要請你們做一件事情了，我的題目要出來了，請你們那一組，想想看，動動腦算算看，新店市和淡水鎮人口相加之後大約是多少萬人呢？好了嗎？柏瑋？請坐正，我現在，今天，5月，…第五組，好，第五組上來。
113. 老師：世雄，看得到嗎？
114. 學生：後面啊，看不到。
115. 老師：這個是新店市的總人口，然後淡水是 124,449 人，也是總人口，然後老師是要求淡水鎮和新店市總人口，所以就把它們加一起，然後四捨五入到萬位，總共是四十一萬人。
116. 老師：有沒有問題？

$$\begin{aligned} &281641+124449 \\ &=406,090 \\ &\rightarrow 410,000 \end{aligned}$$

117. 全體學生：沒有。
118. 老師：沒有問題，覺得他這樣演算法可以，好，有沒有跟他…有問題了？來，那邊有問題了？
119. 世雄：爲什麼他…爲什麼要進一，因爲四捨五入到萬位。
120. 老師：你要講清楚嘛！因爲四捨五入到萬位，所以四十萬六千人取萬位數，以四捨五入變成四十一萬人，你要講清楚，好，這是一種演算法，對不對？有沒有跟他演算法不一樣的？演算法跟他不一樣，好，等一下下一節課我們再來討論，現在先下課。

【第二節】

121. 老師：好，來看完第五組的，有沒有哪一組跟他們是不一樣的？第三組和第二組，是不是？來，第三組。
122. 婉嫻：我們就是把這邊的人，先把二八一點六四一(281,641)可以把它四捨五入等於二十八萬，然後再把一二四點四四九(124,449)，四捨五入變成 12 萬…然後二十八萬再加上十二萬等於四十萬，然後我們的答案就是四十萬人。
123. 老師：有人迫不及待的舉手了，來問問看有什麼問題？
124. 援嫻：聲音太小聲。
125. 詩穎：你那個是用無條件進入嗎？
126. 婉嫻：四捨五入。
127. 老師：四捨五入。好，開始有人混淆了，請問一下，第三組婉嫻的聲音因爲太小聲了，你們有沒有人可以再大聲的說明一次？冠庭，請你上來幫一下婉嫻，大聲的說清楚，有問題等一下，冠庭發表完還有問題再來問。
128. 冠庭：我們把二十八跟一千六百四捨五入到千位，四捨五入到萬位所以看這個，它是一啊所以要省掉…所以是二十八萬，十二萬四千四百四十九四捨五入到萬位，這個還是比 5 小所以捨掉，捨掉變成十二萬，二十八萬加十二萬就等於四十萬，所以我們答案是四十萬人，請問大家有沒有問題？
129. 學生：沒有。
130. 老師：這樣子清楚了嗎？
131. 學生：清楚了。
132. 老師：好，冠庭他們這一組，第三組用了是四捨五入，對不對？好，來，請問第二組你們用什麼方式，要不要上來說說看？跟第三組一樣，好，除了用四

捨五入的概算方式之外，告訴我還有什麼樣的方式可以使用？好，來，援嬖？無條件捨去法，好來，無條件捨去法，有誰可以說？說說看如果用無條件捨去法的話，算出來會是什麼樣的答案呢？還是一樣嗎？來，曉涵？

第三組的作法： 281641→280,000 124449→120,000 280,000+120,000 =400,000
--

133. 曉涵：答案還是一樣。
134. 老師：答案還是一樣，來，可不可以說清楚一點？上來說清楚。你說答案還是一樣，可不可以上來說的清楚一點？世雄，你要上來講是不是？你剛剛上來好多次了，我們換一下螞蟻好了，好不好，來，螞蟻，請上來說。
135. 螞蟻：如果用無條件捨去法的話就是取到萬位，把萬位後面的數字全部捨去掉，所以還是等於二十八萬，然後十二萬四千四百四十九取到萬位，把後面的四千四百四十九捨去是 12 萬，二十八萬加十二萬等於四十萬，四十萬人所以還是一樣，請問大家有什麼問題？
136. 全體學生：沒有問題。
137. 老師：他解釋的清楚嗎？
138. 全體學生：清楚。
139. 老師：好，謝謝螞蟻。除了無條件捨去、四捨五入，我們還學過哪一種方式的概算？有誰要來說？家銘？
140. 家銘：無條件進入。
141. 老師：無條件進入，你可不可以上來說說看呢？應該怎麼算？
142. 家銘：二十八萬一千六百四十一，無條件進入就變成二十九萬，然後十二萬四千四百四十九，無條件進入的話就變成一百…變成十三萬。
143. 家銘：二十九萬加十三萬就等於…
144. 老師：等他一下下，二九加十三等於？
145. 家銘：所以答案就變成四十二萬，有沒有問題？
146. 學生：沒有。
147. 老師：等一下，有人有問題了，來。
148. 詩穎：他的答案是四十二萬人，剛剛和老師之前所說的答案不一樣。
149. 老師：對，答案不一樣，所以不同的方式算出來的答案是不一樣的，這是概算，

281,641→290,000 124,449→130,000 290,000+130,000 =4200,000
--

你用不同的方法來算，算出來的答案，我們只能大約去估測，但是算出來的答案並不是精確的數字，對不對？好，謝謝家銘，剛剛因為有車子跑過去，有沒有聽不清楚？

150. 全體學生：沒有。

151. 老師：需要我再說一次嗎？

152. 全體學生：不用。

153. 老師：可是有人在點頭，我再說一次好了，好不好？因為剛剛車子聲音太大聲。二十八萬一千六百四十一，我們取無條件進入法看千位，所以二十八萬一千六百四十一會變成多少萬？

154. 全體學生：二十九萬。

155. 老師：二十九萬，很好，再來，十二萬四千四百四十九無條件進入會變成多少萬？

156. 全體學生：十三萬。

157. 老師：所以二十九加十三就等於四十二。

158. 全體學生：四十二萬。

159. 老師：很好，這個沒問題了。這個是第三組，請第三組拿回去，這是第五組的，好來，請拿回去。

接下來我要換另外一個題目了，沛文，可不可以請你幫我拿？現在我要出題目了，所以請把你的白板擦乾淨，好，這一個題目是，我們剛辦完運動會，對不對？學校運動會要幫一到三年級的小朋友買帽子，而且買的帽子顏色也都不一樣，現在我知道一年級需要一千七百四十六頂，二年級需要二千零三十二頂帽子，三年級需要一千九百七十五頂帽子，跟廠商訂帽子，廠商有規定，是一百頂、一百頂裝一盒，現在我要請問你囉，學校如果要跟廠商訂帽子的話，至少要買幾盒帽子回學校才夠？羽隆有什麼問題？

160. 羽隆：一、二、三年級就是學校就買他們三個年級的，一次買？…

161. 老師：對，一次買回來，而且重點是帽子顏色完全不一樣喔，所以我要請問你，一年級、二年級、三年級全部加起來總共有幾頂帽子？要買幾盒帽子回來？

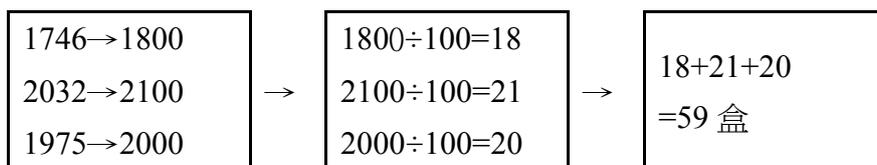
162. 冠庭：一年級帽子一種顏色，然後二年級的帽子跟一年級的帽子顏色不同？

163. 老師：對，沒錯。好，現在請你開始算算看，好了請坐下，還沒有的，請你動作快了。好，今天禮拜三，可是第三組已經說過了，對不對？來，五月減星期三，第二組上來好了，來，第二組，那我們換別組囉！來，第四組來，

請上來。

164. 羽隆：一千八這三個年級，我們都用無條件進入啦，取到千位，取到百位，取到百位，無條件進入取到百位，就變一千八，除以一百…等於十八，就是一年級要買十八盒；二年級對也是取到百位，再用無條件進入法，然後除以一百等於二年級要買二十一盒；然後三年級也是取到百位，取到百位然後除以一百…因為一盒是一百頂，有二十盒，然後二十盒，三年級要買二十盒。十八加二十一加二十…三個年級加起來總共要買五十九盒，請問有沒有問題？

無條件進入



165. 世雄：是取到百位？
166. 羽隆：取到千位的話，幾乎變二千耶。
167. 雨彤：數到千位，看後面那一位？
168. 羽隆：對啊！那進入的話就進到這裡了，有什麼問題嗎？
169. 雨彤：千位吧。
170. 老師：開始有很多的提問了，我的題目是一百頂帽子裝一盒，所以是要取到？
171. 全體學生：百位。
172. 老師：取到百位，他要看哪一個位數？十位數，因為老師的題目是幾頂帽子裝一盒？
173. 全體學生：一百頂。
174. 老師：一百頂裝一盒嘛！對不對？所以我要取到哪裡？百位數，取百位數要看？
175. 全體學生：看十位。
176. 老師：這樣子還有沒有問題？
177. 全體學生：沒有。
178. 老師：沒有，你們沒有問題了嗎？可是我問題很多耶！為什麼不是一千七百除以一百，十七盒，為什麼要是十八盒？
179. 羽隆：因為一盒是 100 頂，他們就是可以買十七盒，但是後面的四十六頂還是要用，所以要多買一盒才夠，後面有四位。

180. 老師：好，顯然你們這邊想的比我多，這樣子有沒有問題？
181. 全體學生：沒有。
182. 老師：沒有問題，好，謝謝第四組。再來我請第二組，好不好？來，第二組，請你們上台說一下，你不上來喔？雨彤，你幫忙上來說好了，我們現在沒有時間讓你們吵，趕快。
183. 螞蟻：我們這組用的方法是無條件進入法，一千七百四十六無條件進入法變成一千八，然後兩千零三十二無條件進入法變成二千一百，一千九百七十五無條件進入法變成二千，所以一千八加二千一再加二千等於五千九，五千九百，五千九百再除以一百等於五十九，所以答案就是五十九盒，請問大家還有沒有什麼問題？
- $$\begin{array}{l}
 1746 \rightarrow 1800 \\
 2032 \rightarrow 2100 \\
 1975 \rightarrow 2000 \\
 \downarrow \\
 1800 + 2100 + 2000 \\
 = 5900 \\
 \downarrow \\
 5900 \div 100 = 59 \text{ (盒)}
 \end{array}$$
184. 全體學生：沒有。
185. 羽隆：老師不是說一年級、二年級、三年級他們的顏色不一樣嗎？老師說有關係，所以一定要分開買啊！
186. 老師：不同的顏色，可是他只是把全部的加在一起嘛！對不對？等於是一年級需要多少頂？最少要一千八百頂，二年級需要多少頂？
187. 全體學生：二千一百頂。
188. 老師：三年級需要？
189. 全體學生：二千頂。
190. 老師：你把它們全部加起來再去除以盒數，還是可以嘛！對不對？對於螞蟻的解說有沒有問題？
191. 全體學生：沒有。
192. 老師：沒有問題，那你們都會囉？
193. 全體學生：會了。
194. 老師：有沒有跟他們不一樣的？有沒有演算法不同的？有，是不是？請第一組上台，來上台就不要推拖了，要把握時間，請問是誰要說？他說，那你就下去了。
195. 學生：一千七百四十六除以一百等於…。
196. 老師：聲音大聲。

197. 壯汶：等於十七加一等於十八，因為十七有餘數所以要加一；兩千零三十二除以一
百等於二十加一等於二十一；一千九百七十五除以一
百等於十九加一
等於二十，然後再把一年級、二年級、三年級所需要的盒數加起來就等於 59
盒，所以答案…。

198. 老師：好有人有問題了，來。

199. 詩穎：太小聲。

200. 老師：太小聲了，而且外面聲音也不小，這樣別人聽不清楚。好，還有呢？身體
擋住白板了，所以他看不到，你再說一次，好不好？大聲的說一次讓大家
聽清楚，長那麼大，聲音也可以很大嘛！對不對？不是用吼的，清楚的說
出來。

201. 壯汶：一千七百四十六除以一
百等於十七加一
等於十八，
因為十七有餘數所以加一；二千零三十二除以一
百等於二十加一
等於二十一；一千九百七十五除
以一
百等於十九加一
等於二十，再把一年級、二
年級、三年級所需要的盒數加起來就等於五十九
盒，還有沒有問題？

$$\begin{aligned} 1746 \div 100 &= 17 \cdots 46 \\ 17 + 1 &= 18 \\ 2032 \div 100 &= 20 \cdots 32 \\ 20 + 1 &= 21 \\ 1975 \div 100 &= 19 \cdots 75 \\ 19 + 1 &= 20 \\ 18 + 21 + 20 & \\ &= 59 \end{aligned}$$

202. 全體學生：沒有問題。

203. 老師：你們沒有問題嗎？可是我又有很大的問題了，一七四六除以一
百會等於十
七加一嗎？

204. 全體學生：不等於。

205. 老師：不等於，對不對？所以你如果有餘數要加一要怎麼寫？來，開始有人要幫
你回答了，來找人說。

206. 螞蟻：換一行算式寫。

207. 老師：換一行算式寫，那我現在再問一下，一七四六除以一
百，正確出來的答案
應該是多少？

208. 螞蟻：十七餘四十六。

209. 老師：應該是十七餘四十六，你多出來的四十六才會變成一盒，你再另外寫十七
加一，對不對？所以一七四六除以一
百會不會等於十七加一？不會，所以
第一組，寫太快了，這個部份要注意，你們看得懂但是不代表所有的人都
看得懂，他們就會有疑問，為什麼會等於十七加一？你要寫清楚，好，謝

謝螞蟻，謝謝第一組。

來，再來我們再進行下一題。再來這一題，題目要請你聽清楚了，聖誕節需要很多的燈泡，對不對？現在甲廠商做了 249887 個燈泡，乙廠商做了 253799 個燈泡，丙廠商做了 251637 個燈泡，他們都準備要運到美國去外銷，可是貨櫃有規定，一千個他幫你裝成一盒，買一千個裝成一盒，請問他們今天做出來這麼多，他們各個廠商能夠運出去的有多少盒？哪一個廠商做的比較多？

好，來，第四組這邊寫錯喔，好，第三組的討論非常的好，真的整組一起去想。請第一組跟第五組坐好囉！你們現在做收尾動作嘛！對不對？那就讓道恒先來做，現在我要請人上來說說看，來，第五組，請你上來說。

210. 世雄：看得到嗎？這分別是甲廠商、乙廠商和丙廠商的，把它後面的捨去，然後就變成 249000，然後再除以一千，因為一千個裝一盒，就要除以一千，然後等於 249；這是乙廠商的，253799，無條件捨去法就等於 253000，然後也是一樣一千個裝一盒，除以一千等於 253；然後下面丙廠商 251637，一樣無條件捨去法，變成 251000，除以一千等於 251，最後這是加上 249，然後丙廠商是 251，對，丙廠商是 251，然後乙廠商是 253，所以，最後就是乙廠商比較多，有沒有問題？
211. 全體學生：沒有。
212. 老師：有沒有問題？
213. 全體學生：沒有問題。
214. 老師：你們有聽清楚嗎？
215. 全體學生：聽清楚了。
216. 老師：好，我沒有問題，我現在要請第三組，上來說說看。
217. 柏儀：因為我們白板筆快沒水，所以有點看不清楚，不過沒關係，我解釋給你們聽，就是甲廠商準備出售二十四萬九千八百八十八，八十七個燈泡，然後乙廠商是二十五萬三千七百九十九個燈泡，丙廠商是二十五萬一千六百三十七個燈泡，就是要運到美國去。然後，讓我們一千個裝一盒，所以我們這組是用無條件捨去法取到千位，因為他說一千個裝一盒，所以前面的通通不管，然後捨去掉變成零，所以甲廠商就變二十四萬九千個，乙廠商就變成二十五萬三千個，丙廠商就變成二十五萬一千個燈泡，一千個裝一盒，

所以，我們就是看後面，我把這些全部都擦掉，所以說甲廠商總共可以出售到美國去，二百四十九盒的燈泡，乙廠商出售二百五十三盒燈泡，然後丙廠商可以出售到美國二百五十一盒燈泡。

這樣子看的話甲廠商最小，出售的盒數最少，然後接下來是丙廠商，能出售最多的就是乙廠商，所以第二個答案就是乙廠商能夠出售的燈泡最多，有沒有問題？

218. 全體學生：沒有問題。

219. 老師：所以他講的很清楚，沒有問題。好，現在謝謝你們，最後我這邊做了一個成績單，我要請你拿電算器算算看，他們的平均成績是多少，然後幫我排一下他們的名次，來開始，所以上面的空白處就是…

249887→249 盒
253799→253 盒
251637→251 盒

魔法學院成績單

	魔藥學	變身術	占卜	咒語課	平均	名次
妙麗	98	99	96	97		
哈利	90	96	94	96		
榮恩	89	95	91	93		
馬份	94	90	93	91		
張秋	97	95	92	94		
西追	95	97	94	95		

220. 學生：…九五加九七加九七……

221. 老師：四捨五入嗎？算出來。

222. 學生：老師要算小數的嗎？

223. 老師：來問一下，你們在算的時候，老師說取到整數位，對不對？你們是四捨五入還是無條件進入，還是無條件捨去？

224. 全體學生：四捨五入。

225. 老師：你們用四捨五入的方式，是不是？我現在要問一下，第一組，我問每一組，你告訴我那個人的成績，然後其他組來幫我檢查一下他算的對不對。第一組告訴我妙麗成績是多少？

226. 道恒：平均是九十八，然後名次是第一名。
227. 老師：平均九十八，妙麗平均九十八，名次第一名。第二組告訴我哈利成績多少？
228. 學生：哈利平均是九十四，名次是第三名。
229. 老師：再來第三組告訴我榮恩。
230. 學生：平均九十二，名次第四名。
231. 老師：好，再來第四組告訴我馬份的成績？
232. 學生：平均九十二，名次第四名。
233. 老師：好，再來第五組張秋的成績如何？
234. 學生：平均九十五，名次第二名。
235. 老師：最後我看哪一組坐的最好，我讓他來發表一下那一個…西追，大家夢中情人那個西追的成績到底怎麼樣，來，第四組告訴我西追成績。
236. 學生：平均九十五名次第二名。
237. 老師：這樣子有沒有問題？
238. 學生：沒有。
239. 老師：好，那我想，魔法學苑的校長會很開心，你幫他算出這個成績單，那我們今天就上到這邊，好，下課。

參、教學說明

在這個教學單元裡面，主要是以加減估算為主，在剛開始的時候可以先讓小朋友在一張散佈均勻星星的白紙上面，讓他們去點數這白紙上面到底有多少顆星星？再來進階到算漱口杯裡面，量杯裡面有多少顆米粒數，再來就是讓他們算台北縣的人口數進入到萬位數的概算，從萬位數的概算讓小朋友去了解什麼是四捨五入法，什麼是無條件進入法，什麼是無條件捨去法，最後在第二節課的時候依照不同的題目類型讓小朋友練習用不同的方式做概算。

在小朋友概算的過程裡面，在我們教學過程裡面可以發現，小朋友在做這種星星點數的時候，因為他們人數比較多，一組有六個人，他們就會分工合作去做精算的步驟，那就跟我們之前所要的概算、估算的教學目標不同，後來當我進入到用一杯米讓他們去數米粒數的時候，小朋友就知道在時限內，在短暫的時間內要去數出那一杯米他們真的要用大約的數字去估量，可是有些小朋友還是真的很厲害，分工合作到還是

盡量去做到精算的過程，所以我會建議，如果說上到這個部份的話，可以再讓他們有多一點的米粒數，讓他們限時，可能兩個人、三個人要在三分鐘之內去數出來，這樣子小朋友的策略會比較多，當然那時候也有小朋友提到說一量杯米，一杯裡面還有 10cc 的米，那我只要取其中的 5cc 算出米粒數，那我去乘以二就會等於所有的米數，這個就是估算的一個策略。

在後來人口概算的部份，我們可以發現小朋友大部份都會習慣用四捨五入的方式來計算人口數，所以在這部份我會再帶入，讓小朋友去了解無條件進入法和無條件捨去法，算出來的人口概算數會有什麼樣不同的差別，但是在剛剛算的過程中也會發現有某一組的小朋友會先把新店市和淡水鎮的人口總數相加之後再取概數，可是他取概數呢，他只畫了一個箭頭直接寫了四十一就會讓小朋友不清楚為什麼他會這樣子寫，在這部份就要請他再去說明為什麼從四十萬六千的答案最後會變成四十一萬人。

因為我們也可以發現小朋友在發表的時候通常提問和上台發表的人常常會重覆，主要是因為在這班小朋友，他們之前幾乎沒有討論式教學的經驗，他們上課大部份是老師在台前授課，那我們經過了一年的學習之後，有些比較勇敢的小朋友比較願意上台去說，有些小朋友可能就是私下把老師找去，問：「老師，為什麼會這樣？」那我是希望在之後一年的教學過程裡面能夠再去培養小朋友勇於去發言，然後進入討論式教學的這個情境當中，讓教學過程能夠更順利，讓每個小朋友都能夠懂得上台去說話。

肆、教學後的省思

第一次實際參與數學教學錄影帶的拍攝和製作，對我而言是一份新鮮但是也有些恐懼的經驗！第一年正式執教鞭，對於許多教學方向還沒有十足的把握；再加上對於新式數學尚未有成熟的教學經驗，所以一切都處在摸索和學習的階段。

在教案的籌備過程中，雖然有些辛苦和抓不著頭緒，但是從教授與其他老師身上學到許多寶貴的經驗；教案更在一次又一次的修正和討論中慢慢顯出雛形。在討論和重建的過程中，其實可以發現自己對於數學概念的盲點，這是以前的自己從來不會認真深刻去思考的部分。雖然以前念師院也有修過教材教法的課程，但迫於時間和課程的緊湊性，只要教案完成通過後，我們就上台演練試教，很少如同這次經驗般把一個概念體會得如此透徹。

在教「概算」這單元的教學過程中，其實小朋友對於使用等分來估算全部的過程還算清楚與熟練；只是如果當老師使用到數量較少的總數時，學生很容易用「精算」的方式求出答案，因此在這個部分，老師所要運用的策略就是讓孩子盡量估算大數。例如：學校草地上的草、學校的總人數或是一個大茶杯的米粒數等。如此一來才能達到讓孩子真正的運用「大約估計」的策略來進行估算總數的目的。

再者，在估算的過程中，我們也可利用「四捨五入法」、「無條件進入法」、「無條件捨去法」來做估算總值的應用。我亦發現在計算與發表的過程中，學生習慣用自己熟悉的方式來解題，但是上台解說時，往往會讓台下的同學聽不清楚。在這個時候，我會希望發表的學生能夠再把自己的想法與解題過程釐清一次，使台下的同學更瞭解他的想法與概念。

剛接這個班級時，小朋友對於「新式數學」的教學方式是非常陌生和不習慣的。因為他們已經習慣聽老師在台上授課與講解，而不願意嘗試自己上台說出自己的想法。剛開始，我會先讓幾位發表能力不錯的學生說出自己的意見，進而讓其他的學生學習模仿並輔助獎勵。經過將近半年的磨練，大部分的學生都能在小組的討論過程中說出自己的想法和意見，只是對於「上台發表」仍有一些些的畏懼感，這是我必須再繼續努力經營的部分！

將近三個多月的籌備與討論學習，給予我的成長和對教學上的經驗增進是相當多的。我也期盼自己在往後的教學生活中，能夠將這段時間的經驗落實在每一次的教學當中，讓孩子們體驗數學的有趣與學習的快樂。

整數的加法

壹、教學活動設計

一、教學年級：七年級下學期

二、教學者：桃園縣福豐國中 郭俊麟老師

三、教學目標：

- 1.理解並熟練整數加法。
- 2.了解整數加法的結合律。

四、活動目標：

第一節課

活動 1：利用情境活動認識並瞭解整數的加法。

活動 2：能用整數加法解決問題。

活動 3：熟練整數加法。

活動 4：了解整數加法具有結合律。

第二節課

活動 5：透過填數字遊戲讓學生熟練整數加法，並學得數學思考方式。

活動 6：利用整數加法解決填數字遊戲延伸的情境問題。

五、教學概要說明

本班學生在之前已學過以「正、負」表徵生活中相對的量，做出數線並了解正、負整數的大小與其在數線上對應點的位置關係，而且瞭解相反數和絕對值的意義。本教學活動是讓學生瞭解並熟練整數的加法。

第一節課藉由園遊會賺賠問題讓學生很自然的接受整數的加法，並了解整數加法的結合律。

第二節課是讓學生藉由填數字遊戲瞭解以某一正整數為基準，將正整數轉化為整數，並熟練整數的加法；並懂得將複雜的問題特殊化的數學思考模式，進而找出解決問題的方法。

六、教學活動設計：

【第一節】

教學內容摘要	主要問題與活動	說明	評量重點																											
活動一：利用情境活動認識並瞭解整數的加法。																														
<p>一、利用園遊會的情境引入整數的加法</p>	<p>1.親職日時，學校將舉辦園遊會，班會中大家已經討論出班上可以賣下列東西，如下表：</p> <table border="1" data-bbox="456 595 778 696"> <tr> <td>鬆餅</td> <td>豆花</td> <td>滷味</td> <td>肉羹</td> <td>撈魚</td> <td>乾冰汽水</td> </tr> </table> <p>趙謙把預估的成本與收入列成下表：</p> <table border="1" data-bbox="466 790 769 1178"> <thead> <tr> <th>物品</th> <th>成本</th> <th>收入</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>鬆餅</td> <td>120</td> <td>300</td> </tr> <tr> <td>豆花</td> <td>150</td> <td>420</td> </tr> <tr> <td>滷味</td> <td>600</td> <td>1000</td> </tr> <tr> <td>肉羹</td> <td>1300</td> <td>4000</td> </tr> <tr> <td>撈魚</td> <td>700</td> <td>3000</td> </tr> <tr> <td>乾冰汽水</td> <td>3200</td> <td>5000</td> </tr> </tbody> </table> <p>(單位：元)</p> <p>如果能達成趙謙的計畫，班上將可賺多少元？說說看，你怎麼知道的？</p> <p>(1)這兩種算法第一種是「收入的總和減成本總和」，第二種是「每一項所賺的錢的總和」為什麼結果一樣？</p> <p>(2)兩種解題方式，比較能</p>	鬆餅	豆花	滷味	肉羹	撈魚	乾冰汽水	物品	成本	收入	鬆餅	120	300	豆花	150	420	滷味	600	1000	肉羹	1300	4000	撈魚	700	3000	乾冰汽水	3200	5000	<p>•學生可能解法如下：</p> <p>1.先將收入的總和算出來，再求成本的總和，然後以收入減成本得到結果。</p> <p>2.先算出各項物品所賺的錢，再算出共賺多少錢。</p>	<p>•能說出賺多少錢，並說明解題過程。</p>
鬆餅	豆花	滷味	肉羹	撈魚	乾冰汽水																									
物品	成本	收入																												
鬆餅	120	300																												
豆花	150	420																												
滷味	600	1000																												
肉羹	1300	4000																												
撈魚	700	3000																												
乾冰汽水	3200	5000																												

	<p>接受哪一種方法？</p> <p>(3)問「鬆餅」會賺多少元？</p> <p>「豆花」會賺多少元？</p> <p>「滷味」會賺多少元？</p> <p>「肉羹」會賺多少元？</p> <p>「撈魚」會賺多少元？</p> <p>「乾冰汽水」會賺多少元？</p> <p>一共賺的錢的總和？</p> <ul style="list-style-type: none"> 我們試著以數學的正、負符號來表示生活中一些的數量關係。 <p>(1)賺一元記成+1，賠1元記成-1。</p> <p>先賺1元再賺1元就賺2元，可以記成 $(+1)+(+1)=+2$</p> <p>(2)先賠1元再賠1元就賠2元，可以記成 $(-1)+(-1)=-2$</p> <p>(3)先賺1元再賠1元就不賺不賠，可以記成 $(+1)+(-1)=0$</p> <p>(4)先賠1元再賺1元就不賺不賠，可以記成 $(-1)+(+1)=0$</p> <ul style="list-style-type: none"> (再舉大一點數字的例子) <p>(1)先賺25元再賺10元就賺35元，可以記</p>	<ul style="list-style-type: none"> 教師應強調第二種解法，為以後整數加法鋪路，教師追問各單項賺的錢。 以賺錢或賠錢的情境引入整數加法，並寫出算式紀錄。 	<ul style="list-style-type: none"> 賺錢以正數表示，賠錢以負數表示。
--	---	--	--

	<p>成$(+25)+(+10)=+35$</p> <p>(2)先賠 25 元再賠 10 元 就賠 35 元，可以記 成$(-25)+(-10)=-35$</p> <p>(3)先賺 10 元再賠 10 元 就不賺不賠，可以記 成$(+10)+(-10)=0$</p> <p>(4)先賠 25 元再賺 25 元 就不賺不賠，可以記 成$(-25)+(+25)=0$</p> <p>2.趙謙將園遊會中各項物 品實際成本與收入列成 下表：</p> <table border="1" data-bbox="472 864 762 1171"> <thead> <tr> <th>物品</th> <th>成本</th> <th>收入</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>鬆餅</td> <td>120</td> <td>30</td> </tr> <tr> <td>豆花</td> <td>150</td> <td>320</td> </tr> <tr> <td>滷味</td> <td>600</td> <td>1100</td> </tr> <tr> <td>肉羹</td> <td>1300</td> <td>4300</td> </tr> <tr> <td>撈魚</td> <td>700</td> <td>3500</td> </tr> <tr> <td>乾冰汽水</td> <td>3200</td> <td>5800</td> </tr> </tbody> </table> <p>(單位：元)</p> <p>(1)算算看，班上賺了還是 賠了？說說看你怎麼知 道的？</p> <p>(2)這兩種算法第一種是 「收入的總和減成本總 和」，第二種是「每一項 所賺的錢的總和」為什 麼結果一樣？</p>	物品	成本	收入	鬆餅	120	30	豆花	150	320	滷味	600	1100	肉羹	1300	4300	撈魚	700	3500	乾冰汽水	3200	5800	<p>• 學生可能解法如下：</p> <p>1.先將收入的總和算出 來，再求成本的總和， 然後以收入減成本得到 結果。</p> <p>2.先算出各項物品所賺或 賠的錢，再算出共賺多 少錢。</p> <p>• 學生若不知道記法，則</p>	<p>• 了解利用整數 加法能簡化計 算。</p>
物品	成本	收入																						
鬆餅	120	30																						
豆花	150	320																						
滷味	600	1100																						
肉羹	1300	4300																						
撈魚	700	3500																						
乾冰汽水	3200	5800																						

		<p>教師可提醒學生以正負數來記。</p> <ul style="list-style-type: none"> 檢驗學生能否將賺錢以正數表示，賠錢以負數表示。 <ol style="list-style-type: none"> 「鬆餅」賠 90 元，以-90 表示 「豆花」賺 170 元，以+170 表示 「滷味」賺 500 元，以+500 表示 「肉羹」賺 3000 元，以+3000 表示 「撈魚」賺 2800 元，以+2800 表示 「乾冰汽水」賺 2600 元，以+2600 表示 <ul style="list-style-type: none"> 若全班都沒有用整數加減的方法解決問題，就依下列的方式進行教學 <ol style="list-style-type: none"> 「鬆餅」賺或賠多少元？ 賠 90 元怎麼記？ 「豆花」賺或賠多少元？ 賺 170 元怎麼記？ 「滷味」賺或賠多少元？ 賺 500 元怎麼記？ 「肉羹」賺或賠多少元？ 賺 3000 元怎麼記？ 	<ul style="list-style-type: none"> 能回答賠 90 元。 能記成-90。 能回答賺 170 元。 能記成+170。
--	--	---	--

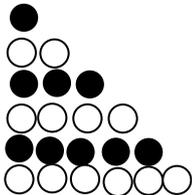
	<p>3.算算看每一項實際收入與預估收入的差距作為以後園遊會的參考。</p> <p>(1)「鬆餅」實際所得超過或低於預估目標多少元？用整數記下來。</p> <p>(2)「豆花」實際所得超過或低於預估目標多少元？用整數記下來。</p> <p>(3)「滷味」實際所得超過或低於預估目標多少元？用整數記下來。</p> <p>(4)「肉羹」實際所得超過或低於預估目標多少元？用整數記下來。</p>	<p>「撈魚」賺或賠多少元？ 賺 2800 元怎麼記？ 「乾冰汽水」賺或賠多少元？ 賺 2600 元怎麼記？</p> <p>(2)加加看全部賺或賠多少錢？ 將你的作法用算式記下來。</p> <p>• 同學可能是先將實際的總和先算出來，再求預估的總和，然後以實際減預估得到結果； 引導同學在每一項若實際所得超過預估目標以正數表示，若實際所得低於預估目標以負數表示，再求其總和。列出下列算式：</p> $(-270)+(-100)+(100)+(+300)+(+500)+(+800)=+1330$ <p>(正號可省略)</p>	<p>• 能以算式 $(-90)+(+170)+(+500)+(+3000)+(+2800)+(+2600)=+8980$ 來記錄。</p> <p>• 了解利用整數加法能簡化計算。</p>
--	--	--	--

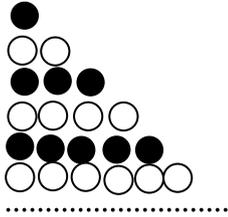
	<p>(5)「撈魚」實際所得超過或低於預估目標多少元？用整數記下來。</p> <p>(6)「乾冰汽水」實際所得超過或低於預估目標多少元？用整數記下來。</p> <p>(7)算算看實際收入和預估收入差距多少？用加法算式表示。</p>														
<p>活動二：能利用整數加法解決問題。</p>															
<p>二、利用整數的記法和加法解決情境問題</p>	<p>1.下表為汽水工廠一週內預估產量與實際產量的比較表：</p> <table border="1" data-bbox="435 869 799 969"> <tr> <td>星期</td> <td>一</td> <td>二</td> <td>三</td> <td>四</td> <td>五</td> </tr> <tr> <td>實際減預估</td> <td>+3</td> <td>+10</td> <td>-6</td> <td>-5</td> <td>+3</td> </tr> </table> <p>(單位：箱)</p> <p>假設這家汽水工廠這一週預估總產量是 155 箱，</p> <p>(1)同學能知道這家工廠的每日預估產量平均是多少箱嗎？</p> <p>(2)星期二、星期三、星期四這三天的實際產量各是多少箱？</p>	星期	一	二	三	四	五	實際減預估	+3	+10	-6	-5	+3	<ul style="list-style-type: none"> 問同學是否瞭解表格的意義並請同學說明其表格意義。若學生不懂表格的意義，老師要說明清楚其意義。 學生能將正數或負數視為多出或減少；若學生無法解題，教師可進行下列活動： <ul style="list-style-type: none"> (1)星期二記為+10，表示比每日平均產量多出 10 箱，所以星 	<ul style="list-style-type: none"> 能解表格中整數記法的所代表的意義。 能求出每日平均產量。 能直接利用整數加法，算出答案。
星期	一	二	三	四	五										
實際減預估	+3	+10	-6	-5	+3										

	<p>(3)星期四和星期五這兩天合起來實際產量與預估產量相差多少箱？</p>	<p>期二實際產量為 40 箱，算式記錄為 $30+(+10)=40$ (2)星期三記為-6，表示比每日平均產量減少 6 箱，所以星期三實際產量為 24 箱，算式記錄為 $30+(-6)=24$ (3)星期四記為-5，表示比每日平均產量減少 5 箱，所以星期四實際產量為 25 箱，算式記錄為 $30+(-5)=25$</p> <p>• 學生可能的解法如下： (1) $30-5=25$、$30+3=33$、$25+33=58$、$30+30-58=2$ 所以少 2 箱。 (2) $(-5)+3=-2$，表示實際產量與預估產量少 2 箱。 若學生沒寫出第二種解法，教師要自行提出。</p>	
<p>活動三：熟練整數加法。</p>			
<p>三、熟練整數加法</p>	<p>1.隨堂練習 (1) $(+10)+(-5)=$ (2) $(-5)+(+3)=$ (3) $(+15)+(-30)=$</p>	<p>• 希望同學能將正數、負數轉化為賺、賠或是多、少等生活上的意義進而熟練整數加法。</p>	<p>• 能正確算出答案。</p>

	<p>(4) $(+27)+(-81)=$</p> <p>(5) $(-14)+(-6)=$</p> <p>2. $15+(-30) = -(30-15)$ $= -15$ 是某生的算法， 說說看他是怎麼算出答案的？</p> <p>3. $27+(-81) = -(81-27)$ $= -54$ 是某生的算法， 說說看他是怎麼算出答案的？</p> <p>4. $(-14)+(-6) = -(14+6)$ $= -20$ 是某生的算法， 說說看他是怎麼算出答案的？</p>	<p>• 教師透過這些算式說明整數加法的原則。</p>	<p>• 能了解整數加法的原則。</p>
--	---	-----------------------------	----------------------

活動四：了解整數加法具有結合律。

<p>四、利用黑白子有規律的排列方式，了解整數加法的結合律</p>	<p>1. 在園遊會中，小翁到處逛，看到五子棋，就將其黑白子排成下列形狀，</p>  <p>就問同學，這些棋子是黑子多還是白子多？多幾顆？ 用算式把作法寫出來。說說看，你怎麼知道的？</p>	<p>• 學生可能的解題方式如下：</p> <p>(1) 抵銷的方式得出是白色的多 3 個。</p> <p>(2) 算黑子總和與白子總和，再比較結果。</p> <p>(3) 以正負數來表示黑子和白子。</p> <p>• 學生若沒出現解法(3)，教師可進行下列活動：如果以+1 代表一個白子，-1 代表一個黑子，說說看下列的算式是如何算出答案的？</p> <p>$(-1)+2+(-3)+4+(-5)+6$</p>	<p>• 學生能了解整數加法的結合律，並利用結合律簡化計算。</p>
-----------------------------------	---	---	------------------------------------

	<p>• 如果解法三，排成 18 列時，是黑子多還是白子多？多幾顆？</p> 	$=[(-1)+2]+[(-3)+4]+[(-5)+6]$ $=1+1+1$ $=3$ <p>或</p> $(-1)+(-3)+(-5)+2+4+6$ $=[(-1)+(-3)+(-5)]+(2+4+6)$ $=(-9)+12$ $=3$ <p>• 引導學生利用整數加法的結合律，以簡化計算。</p> <p>• 如果以+1 代表一個白子，-1 代表一個黑子，說說看下列的算式是如何算出答案的？</p> $(-1)+2+(-3)+4+\dots$ $+(-17)+18$ $=[(-1)+2]+[(-3)+4]+\dots$ $+[(-17)+18]$ $=1+1+\dots+1$ $=9$ <p>所以白子多，多 9 顆。</p>	
<p>【第一節課結束】</p>			

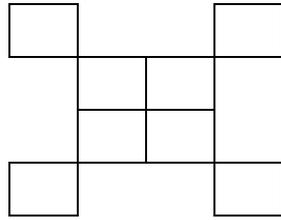
【第二節】

教學內容摘要	主要問題與活動	說明	評量重點																		
活動五：透過填數字遊戲讓學生熟練整數加法，並學得數學思考方式。																					
<p>一、透過填數字遊戲讓學生熟練整數加法</p>	<p>1.將 13、5、-7、-11、1、9、-15、-19、-3 共 9 個整數，填入下表 3×3 的方陣中使其縱列、橫列、斜列的三個整數的總和都相等，已知第一列的中央數為 13；</p> <table border="1" data-bbox="549 685 687 835"> <tr><td></td><td>13</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <p>說說看，你是怎麼算出答案的？</p> <p>上題較為困難，我們可以試著先處理下面這題，再回頭解決上題。</p> <p>2.先簡化問題</p> <p>(1)將 1、2、3、4、5、6、7、8、9 共 9 個整數，填入下表 3×3 的方陣中使其縱列、橫列、斜列的三個整數的總和都相等，已知第一列的中央數為 9；</p> <table border="1" data-bbox="549 1503 687 1653"> <tr><td></td><td>9</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		13									9								<ul style="list-style-type: none"> • 預期同學只能透過嘗試錯誤拼湊的方式，可能算不出答案，最多 5 分鐘就要結束活動，進行主要活動 2。 • 如果學生可以算出答案，請學生說明。 • 老師以學習架構的方式，先將問題特殊化，以較小的正整數來引導學生尋出解題方法。 • 若學生沒發現每行、每列、每對角線的總和是多少，教師可以透過下列的方式提示每行、每列、每對角線的總和： $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$ 	<ul style="list-style-type: none"> • 學生能自行解題，從解題中發現問題的規律。
	13																				
	9																				

	<p>(2)將-4、-3、-2、-1、0、1、2、3、4 共 9 個整數，填入下表 3×3 的方陣中使其縱列、橫列、斜列的三個整數的總和都相等，已知第一列的中央數為 4；</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td>4</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr> <tr><td>-4</td><td>-3</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> </table> <p>(3)將 1、3、5、7、9、11、13、15、17 共 9 個整數，填入下表 3×3 的方陣中使其縱列、橫列、斜列的三個整數的總和都相等，已知第一列的中央數為 17；</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td>17</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <p>(4)將-8、-6、-4、-2、0、2、4、6、8 共 9 個整數，填入下表 3×3 的方陣中使其縱列、橫列、斜列的三個整數的總和都相等，已知第一列的中央數為 8；</p>		4								1	2	3	4	5	6	7	8	9	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4		17								<p>$45 \div 3 = 15$。</p> <ul style="list-style-type: none"> 將數字從小排到大，讓學生比較、發現這兩題數列的規律及相關排列位置，並發現此規則也適用於正負整數。 將數字變大讓學生比較、發現規律的適用性。 	
	4																																						
1	2	3	4	5	6	7	8	9																															
-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4																															
	17																																						

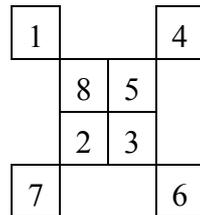
	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td>8</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>1</td><td>3</td><td>5</td><td>7</td><td>9</td><td>11</td><td>13</td><td>15</td><td>17</td></tr> <tr><td>-8</td><td>-6</td><td>-4</td><td>-2</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td></tr> </table> <p>(5)將 1、5、9、13、17、21、25、29、33 共 9 個整數，填入下表 3×3 的方陣中使其縱列、橫列、斜列的三個整數的總和都相等，已知第一列的中央數為 33；</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td></td><td>33</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <p>3.讓學生填出下表：</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>1</td><td>5</td><td>9</td><td>13</td><td>17</td><td>21</td><td>25</td><td>29</td><td>33</td></tr> <tr><td>-19</td><td>-15</td><td>-11</td><td>-7</td><td>-3</td><td>1</td><td>5</td><td>9</td><td>13</td></tr> </table> <p>解出原先的布題。</p>		8								1	3	5	7	9	11	13	15	17	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8		33								1	5	9	13	17	21	25	29	33	-19	-15	-11	-7	-3	1	5	9	13	<ul style="list-style-type: none"> 再將數字變大根據前幾題的經驗，引導學生運用找出的規律，學生可以很快填入數字，再檢查其正確性。 讓學生瞭解解題規律後，解出原先的問題。 	
	8																																																								
1	3	5	7	9	11	13	15	17																																																	
-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8																																																	
	33																																																								
1	5	9	13	17	21	25	29	33																																																	
-19	-15	-11	-7	-3	1	5	9	13																																																	
<p>活動六：利用整數加法解決填數字遊戲延伸的情境問題。</p>																																																									
<p>一、利用整數加法解決填數字遊戲延伸的情境問題</p>	<p>1.有一張藏寶圖，寫著若能將 -26、-19、-12、-5、23、16、9、2，這 8 個數字不可重複填入方格中，使其上四格、下四格、左四格、右四格、中四格、外四格、對角</p>	<ul style="list-style-type: none"> 希望學生根據先前解題的經驗能將問題特殊化，先利用較小的正整數，尋出解題規律。 若不能達成，將引導學生解出 1、2、3、4、5、6、7、8，這 8 個數的填入表格的規律。 	<ul style="list-style-type: none"> 學生能利用解題方法並寫出適當答案。 																																																						

線四格的數字和都相等，就可以知道密碼而得到寶藏。



(1)解答此問題我們可以仿照上題填字遊戲的思考方式。

$\therefore 1+2+3+4+5+6+7+8=36$
 又依其題意的規定，可將總和平分為兩部分
 $36 \div 2 = 18$
 所以每四個數的和為 18



(2)將-26、-19、-12、-5、23、16、9、2，這 8 個數字由小排到大，並依序填入相對應的空格中

1	2	3	4	5	6	7	8
-26	-19	-12	-5	2	9	16	23

• 將原問題的數字從小到大依序排列，學生可解出問題。

【第二節課結束】

貳、教學實錄

【第一節】

1. 老師：上課之前先利用一些時間，我們來複習一下之前講過的一些觀念；在生活上相對的量要怎麼表示？比如說以老師現在所站的位置學校為基準，學校的右手邊如果是東邊，那左手邊要稱為什麼邊？
2. 學生：西邊。
3. 老師：溫度計是不是有上升跟下降？以零度為準，零度以上如果是正的，那零度以下呢？
4. 學生：負。
5. 老師：是為負對不對！接下來，我們做生意如果有賺錢當做是正的話，那賠錢就當做是？
6. 學生：負。
7. 老師：我們之前有講過整數包含哪些？知道的請舉手？林景怡同學，整數包含哪些？
8. 學生：正整數、負整數。
9. 老師：正整數、負整數，還有呢？
10. 學生：正整數、零、負整數。
11. 老師：正整數，零還有負整數，好！請坐下！整數是包含正整數、負整數還有零。之前畫過數線，數線上一個點代表幾個數？一個點只能代表幾個數？請問大家。
12. 學生：一個數。
13. 老師：一個數。那一個數只能用幾個點來表示？
14. 學生：一個點。
15. 老師：一個點。所以一個點只能代表一個數，一個數只能用一個點來代表，這是我們之前所講過的，今天我們所要上的單元是「整數加法」，整數包含哪些？
16. 學生：正整數、零、負整數。
17. 老師：正整數、零、負整數，所以「整數加法」就包含哪些的加法？
18. 學生：正整數。
19. 老師：還有呢？零，還有呢？負整數。今天我們用一個活動來介紹「整數加法」。

同學還記得我們在四月底的時候，學校有園遊會，那時候我們爲了園遊會要賣什麼東西，是不是討論了很久？是不是想破頭呢？

所以，我們回憶一下園遊會的過程，園遊會要賣什麼？是不是討論很久，討論到被老師罵，有沒有呢？所以到底要賣什麼？是不是想破了頭，對不對？就像炸彈一樣，想破了頭還是想不出來，可是，有一位同學很認真、負責，才能夠讓我們那一天園遊會能進行得很順利，園遊會的狀況還記得嗎？

20. 學生：記得。

21. 老師：我們園遊會中有賣哪些東西呢？記得賣哪些東西？滷味！還有呢？乾冰汽水！還有呢？花枝、肉羹、豆花、撈魚，還有沒有？鬆餅，我們那天是不是賣得很努力呢？

22. 學生：對。

23. 老師：班長看到賣這些東西，他就想，我們能夠賺多少錢？他就假設一個目標，就很認真的在那邊想，他爲了想園遊會，想到瘦成這個樣子！所以他就認真的設定一個目標。

我們看一下他的目標設爲多少？我們大概可以賺多少錢，就是園遊會的目標盈餘，他列了一張表，我們一起來看他所列的表。

鬆餅成本是一百二十元，假設可以收入三百塊；然後豆花成本一百五十元，假設收入四百二十；滷味假設成本是六百元，收入是一千元；肉羹假設成本是一千三百元，收入四千元；撈魚成本七百塊，假設收入三千元；乾冰汽水成本三千兩百元，假設收入五千元；乾冰汽水成本那麼高，爲什麼？乾冰貴！還有呢？汽水貴！結果汽水有沒有賣完？還沒有，對不對？他就想，我們可以賺多少錢呢？我們是不是可以來算算看，我們可以賺多少錢？會的請舉手？林家佑，請你說說看，你會怎麼算呢？

物品	成本	收入
鬆餅	120	300
豆花	150	420
滷味	600	1000
肉羹	1300	4000
撈魚	700	3000
乾冰汽水	3200	5000

(單位：元)

24. 學生：就是收入扣掉成本就等於盈餘。

25. 老師：收入扣掉成本就等於那個東西的盈餘，那個東西是哪些東西呢？

26. 學生：鬆餅、豆花、滷味、肉羹、撈魚、乾冰汽水。

27. 老師：那你會怎麼去計算呢？
28. 學生：鬆餅收入三百塊再扣掉成本的話，那鬆餅總共賺了一百八十塊，鬆餅的盈餘就是一百八十塊。
29. 老師：請坐下，好！大家聽了林家佑的想法了，有沒有同學有其它想法？有其它想法請舉手？好，翁敏捷，你的想法？
30. 學生：就是把全部的收入加起來再減掉全部的成本加起來。
31. 老師：全部的收入先加起來再減掉成本全部加起來，對不對？相減之後，就可以知道是賺多少錢，同學聽得懂嗎？好，請坐下！那我們來比較這兩位同學的算法，老師把算式列在黑板。
比如說，我們看林家佑的算法，他是說先把鬆餅這個項目可以賺多少錢先算出來，收入三百元，成本一百二十元，所以是不是賺？賺多少？一百八十元。那賺的話，我們可不可以用正、負的觀念把它套進去？我們假設賺是正？還是負呢？
32. 學生：正。
33. 老師：好！我們現在賺錢用正來表示，以前講過正號可不可以省略呢？
34. 學生：可以。
35. 老師：可以，對不對？我們第一項鬆餅賺多少錢？收入減成本就是鬆餅的盈餘，對不對？所以鬆餅是賺一百八十元，以正來表示賺，對不對？再來我們看豆花，豆花是賺多少錢呢？二百七十元！滷味賺了多少錢？
36. 學生：四百元。
37. 老師：四百元，肉羹賺多少元？
38. 學生：二千七百元。
39. 老師：二千七百元，再來是撈魚賺了多少錢？
40. 學生：二千三百元。
41. 老師：二千三百元，乾冰汽水賺了多少錢？
42. 學生：一千八百元。
43. 老師：一千八百元，整個合起來，是不是就是賺了多少錢的意思啊？整個合起來是要怎麼去做這個計算，合起來的意思是要怎麼計算？是加還是減？
44. 學生：加。
45. 老師：對！是不是把全部都加起來？麻煩心算快的同學可以把它們加起來應該是

多少？一百八十加兩百七十，同學可以拿紙出來計算沒關係。七千六百五十，呂賀翔同學算出七千六百五十，好！請坐下。對不對？他的心算真的很快。七千六百五十元，這是家佑同學的算法。

家佑的算法：

$$\begin{aligned} &180+270+400+2700 \\ &+2300+1800=7650 \end{aligned}$$

那我們來看小翁的算法，小翁的算法是把收入總共有多少元先整個加起來，對不對？好！要考驗各位的心

小翁的算法：

$$\begin{aligned} \text{收入：} &300+420+1000+4000+3000+5000=13720 \\ \text{成本：} &120+150+600+1300+700+3200=6070 \\ \text{賺：} &13720-6070=7650 \end{aligned}$$

算能力喔，鬆餅收入是三百元，豆花四百二十元，滷味呢一千元先加起來，然後肉羹四千元，撈魚三千元，乾冰汽水五千元，請問總共收入是多少元？

46. 學生：一萬三千七百二十元。
47. 老師：一萬三千七百二十元，這是全部收入，對不對？然後我們再來算原來全部的成本有多少？鬆餅一百二十元、豆花一百五十元、滷味六百元、肉羹一千三百元、撈魚七百元、乾冰汽水三千二百元，這些加起來有多少呢？
48. 學生：六千零七十元。
49. 老師：六千零七十元。總共賺多少錢的話，是要收入減掉成本。所以，賺多少錢？同學看看這兩種算法答案會不會一樣呢？算出來會不會一樣呢？一萬三千七百二十，減掉六千七十，請同學算一下。
50. 學生：七千六百五十。
51. 老師：七千六百五十。對不對？結果是七千六百五十。這兩個方法算出來的結果一樣，這兩個方法，以哪一個方法比較方便，家佑的方法？還是小翁的方法呢？哪一個比較好算，第一個？還是第二個？第二個比較好算，真的？那第一個呢？你認為第一個比較好算的請舉手？沒有。認為第二個比較好算的請舉手？好，請放下。那也就是說為什麼今天要上這堂課了。

再看下一個問題，當天我們園遊會下大雨喔，大家很努力在那邊賣，這是誰啊？宛儒跟唯一賣出去一塊的鬆餅，對不對？經過這樣辛苦的過程，我們園遊會實際盈餘是多少？列這張表來表示當天的實際收入。鬆餅收入只有三十元、豆花三百二十元、滷味收入一千一百元、肉羹收入四千三百元、

撈魚收入三千五百元、乾冰汽水收入五千八百元。

請問最後是賺或者是賠多少錢？已經會算的同學請舉手，趙謙請站起來，你會怎麼算出賺或者是賠多少錢呢？先算出總收入是多少，再來呢？再來算出總成本是多少，然後再相減就知道賺或賠。好，請坐下！我將趙謙的算法寫在黑板，趙謙的想法也是跟小翁一樣，把收入先求出來。成本剛剛已經算出來了，不用再算，對不對？

鬆餅收入三十元、豆花收入三百二十元，滷味收入一千一百元，肉羹收入四千三百元，然後撈魚收入三千五百元，乾冰汽水收入五千八百元，同學算一下，總共收入是多少錢？三十加三百二十加一千一百，再加四千三百，然後再

加三千五百，再加五千八百，有沒有算出來的？請舉手，算出來多少？請站起來回答，九千九百八十。好，請坐下！九千九百八十。有沒有同學算出不一樣的答案呢？好像不對吧！這裡就已經四千，那裡五千，這兩個加起來是不是就已經九千了，對不對？好，小翁，收入算出來多少？

52. 學生：一萬四千一百一十。

53. 老師：一萬四千一百一十。好像同學有不同的答案，好，請坐下！一萬五千零五十，還有沒有第三個答案？可見得同學的計算能力真的是就像林子權講的要加強啊。我們來看一個應該會比較正確的答案吧！佑佑你算出來的答案是多少？一萬五千零五十。也算出這個答案的請舉手，好，放下！那應該是這個答案。一萬五千零五十。是不是要收入減掉成本？賺多少錢？是不是將一萬五千零五十扣掉成本就等於賺的錢，對不對？好，算一下賺多少，一萬五千，講錯沒關係，八千九百八十。同學算出來的答案是不是也是這一個呢？我們是很不容易的算出來結果，你覺得這個方法方不方便？方便嗎？數字好大是容易出錯，所以這種加法好不好算？不太好算。那有沒有其它方法來解決這個問題？有沒有？你有其它方法解決這個問題

物品	成本	收入
鬆餅	120	30
豆花	150	320
滷味	600	1100
肉羹	1300	4300
撈魚	700	3500
乾冰汽水	3200	5800

(單位：元)

收入：
 $30+320+1100+4300+$
 $3500+5800=15050$

的請舉手，都沒有嗎？就除了這個方法再也沒有其它的方法了嗎？有沒有比較快一點、也比較簡便的方法呢？有沒有？好，李宜庭，妳說說看，有沒有其它算法？會不會？沒有。好，坐下！翁敏捷，你有沒有其它算法，用誰的算法？

54. 學生：林家佑。
55. 老師：用家佑算法，好，請坐下！家佑派算法還記不記得啊？
56. 學生：記得。
57. 老師：家佑的算法是先把每一項東西賺多少錢先算出來，我們可不可以用正、負的觀念來解決這問題呢？
58. 學生：可以。
59. 老師：我們看鬆餅嘛，鬆餅成本一百二十收入三十，表示是賺還是賠啊？
60. 學生：賠。
61. 老師：賠，剛剛我們講賺是用正來表示，那賠呢？
62. 學生：負。
63. 老師：是負，所以鬆餅是賠多少錢？賠九十元，賠九十元應該怎麼樣表示呢？是要負九十。豆花呢？賺還是賠？
64. 學生：賺。
65. 老師：賺，賺多少？
66. 學生：一百七十元。
67. 老師：賺一百七十元，所以是正的，然後滷味呢？
68. 學生：五百元。
69. 老師：賺五百元。然後肉羹呢？賺三千元。乾冰汽水呢？
70. 學生：二千六百元。
71. 老師：整個合起來是賺還是賠呢？合起來要怎麼算？加還是減呢？
72. 學生：加。
73. 老師：對，要加，然後，你看，第一個是賠九十，這是賠九十元，那這一個是賺一百七十元，我們先比較這兩項好了，賠九十、賺一百七十，合起來是賺還是賠？

$$\begin{aligned} &(-90)+170+500+3000+2800 \\ &+2600=8980 \end{aligned}$$

74. 學生：賺。

75. 老師：賺，賺多少？賠九十賺一百七十，合起來還有賺，賺多少？
76. 學生：八十。
77. 老師：賺多少，是用一百七十減掉九十。
78. 學生：對。
79. 老師：那因為是賺，所以是正還是負呢？
80. 學生：正。
81. 老師：正。這邊還有賺八十，再加上這個賺五百，那就賺了多少？
82. 學生：五百八十。
83. 老師：五百八十，然後再賺三千呢？
84. 學生：三千五百八十。
85. 老師：三千五百八十。然後再賺兩千八百呢？
86. 學生：三千五百八十。
87. 老師：再賺二千八百，加起來多少？六千三百八十。對不對？然後再賺二千六呢？
88. 學生：八千九百八十。
89. 老師：所以整個是賺八千九百八十。好，同學請比較一下，家佑的算法跟小翁的算法，你覺得哪一個比較方便？第一個還是第二個呢？
90. 學生：第一個。
91. 老師：喔，你們願意接受第一個了，剛剛我們在算目標的時候你們還不願意接受第一個，所以這就是整數加法，對不對？是比較方便多了。
好，我們再看下一個問題。這時候趙謙又出現了，他想說我們這麼辛苦，實際是賺了八千九百八十元，跟他所設的目標有沒有達到呢？有沒有？你們要比較啊！他就把目標收入和實際收入一起列出來，同學你們認為實際盈餘是否達成目標盈餘呢？有沒有？
92. 學生：有。
93. 老師：你覺得要怎麼比較最快？會的舉手？都不會嗎？好，簡誌慶，你要怎麼去算這個問題？
94. 學生：就是把之前的成本收入加起來，然後再減掉現在賺的收入。

物品	目標收入	實際收入
鬆餅	300	30
豆花	420	320
滷味	1000	1100
肉羹	4000	4300
撈魚	3000	3500
乾冰汽水	5000	5800

(單位：元)
實際盈餘是否達成目標盈餘？

95. 老師：我們現在都是收入沒有考慮成本，是目標收入全部加起來。
96. 學生：對，然後再減掉實際收入。
97. 老師：再減掉實際收入。
98. 學生：就是大的減小的。
99. 老師：好，請坐下！那他也是屬於小翁算法。還有沒有同學有其它想法？有其它想法的舉手，翁敏捷。怎麼又是翁敏捷，好吧！說說看你的算法。
100. 學生：…
101. 老師：是把每一項賺賠有沒有達到，個別算出來。那就是家佑算法囉？對不對？
102. 學生：對。
103. 老師：好，請坐下！這是實際收入，剛剛已經算過了，對不對！那我們先來看簡誌慶同學剛剛講的方法，剛剛實際收入已經算過了，我們看一下目標收入，三百然後再加四百二十，再加一千，再加四千，然後再加三千，再加五千，這剛剛已經加過了，這加起來等於多少？
- | |
|---|
| 目標收入：
$300+420+1000+4000$
$+3000+5000=13720$
實際收入：
$30+320+1100+4300$
$+3500+5800=15050$ |
|---|
104. 學生：一萬三千七百二十。
105. 老師：一萬三千七百二十，實際收入算出來，目標收入算出來，所以你看實際收入有沒有比目標收入多？
106. 學生：有。
107. 老師：所以有沒有達到？
108. 學生：有。
109. 老師：達到了，可是同學想一下這樣算是不是稍微多了一點，我們要不要試看看家佑的算法，我們可不可以像剛剛小翁講的，可以把每一項先達到的先求出來，我們比較一下，看哪一個方法比較方便。第一項鬆餅有沒有達到目標？沒有，差多少？
110. 學生：二百七十。
111. 老師：是差了二百七十。少二百七十，如果，多用正的表示，那少二百七十呢？
112. 學生：負。
113. 老師：負二百七十，所以第一個是(-270)，少二百七十對不對！那第二項豆花呢？少多少？

114. 學生：一百。

115. 老師：少一百。所以記為多少？

116. 學生： (-100) 。

117. 老師：對，是記為 (-100) ，少一百嘛，對不對？滷味呢？是多一百，對。是記為 $(+100)$ ，是不是這樣！再來看肉羹呢？多多少？多三百就記為 $(+300)$ 。撈魚呢？多五百就是記為 $(+500)$ 。乾冰汽水呢？正八百所以多八百，記為 $(+800)$ 。所以整個合起來是多還是少呢？要整個合起來的話該怎麼辦？是不是要加起來，同學看這個少一百元，這是多一百，我們之前講過，負一百、正一百互稱為什麼數呢？

$$\begin{aligned} &(-270)+(-100)+(100) \\ &+(300)+(500)+(800) \\ &=+1330 \end{aligned}$$

118. 學生：相反數。

119. 老師：相反數。兩個相反數相加會等於多少呢？

120. 學生：零。

121. 老師：所以這個地方是不是等於零，對不對！少一百、多一百合起來，剛好為零，那這個零的話我們就不用看了。這裡少二百七十，這多三百，那這兩個合起來還有多吧？對！是不是還有多三十！再這五百，再多五百，那總共這兩個合起來就多了多少呢？

122. 學生：五百三十。

123. 老師：多了五百三十。再加這多八百，合起來是多了多少？

124. 學生：一千三百三十。

125. 老師：所以是多了一千三百三十。我們將這兩個相減，所以是一千三百三十。一萬五千零五十減掉一萬三千七百二十 $(15050-13720)$ ，這兩個相減是一千三百三十。也是一樣，你再比較一下，第一個方法方便？還是第二個方法比較方便呢？

126. 學生：第一個。

127. 老師：第一個比較方便。是不是把問題轉成正、負以後，再做加法比較方便？這就是所謂的「整數加法」。我們可以把這個數看成是少或者是看成是什麼？負。也可以看成剛剛前面賺或賠。賠，這個負數可以看成是賠或是少，對不對！那這個正呢？可以看成是什麼，多或者什麼？賺。就是這樣想，解決問題的方法就簡單多了。好，我

們再看下一個問題。因為我們要降低成本，所以就有同學不辭辛苦的去訪價，有一些同學熬夜不睡覺到處去看哪一家比較便宜，是哪些同學呢？

星期	一	二	三	四	五
實際減目標	+3	+10	-6	-5	+3

(單位：箱)

假設這家汽水工廠這一週預估總產量是 155 箱，

(1)請問同學能知道這家工廠的每日預估產量平均是多少箱嗎？

(2)星期二、星期三、星期四這三天的實際產量各是多少箱？

(3)星期四和星期五這兩天合起來實際產量與預估產量相差多少箱？

趙謙到汽水工廠，看到汽水工廠牆壁有一張表格，汽水工廠生產表格，我們看這張表格寫些什麼，一週的生產量。星期一實際的目標正三，單位是箱。記為正三，同學它代表什麼意思呢？(+3)，表示星期一多三箱，對不對？對。星期二(+10)呢？

128. 學生：多十箱。
129. 老師：對。多十箱，星期三(-6)呢？
130. 學生：少六箱。
131. 老師：對。少六箱，那星期四呢？
132. 學生：少五箱。
133. 老師：星期五呢？
134. 學生：多三箱。
135. 老師：多三箱。好，同學都可以接受剛剛家佑的想法了，對不對？趙謙心裡想，這一家員工有沒有認真呢？有沒有達到目標？請問你該如何判斷有沒有認真達到目標？會的請舉手，好吧，解鈴人還須繫鈴人，趙謙，你認為有沒有達到目標呢？
136. 學生：…負六，正三…
137. 老師：全部加起來對不對？好，請坐下！所以這兩天加起來就多幾箱了？多了十三箱，可是星期三是少六箱啊，少六箱的話是要怎麼辦？是不是減六？減六在我們剛剛解法中可不可以加起來，因為少嘛，它就記為(-6)，所以將這三個加起來到目前是多還是少呢？

138. 學生：多。
139. 老師：多幾箱？
140. 學生：四箱。
141. 老師：多四箱。這三個加起來是四箱，所以到目前是多四箱。星期四比較懶惰喔，星期三和星期四都比較懶惰一點，為什麼？星期四是少五箱，到目前為止這四個加起來是多還是少？
142. 學生：多。
143. 老師：多幾箱？
144. 學生：兩箱。
145. 老師：還有多兩箱，到星期五是不是多 3 箱？
146. 學生：對。
147. 老師：所以這五天加起來是總共多幾箱？
148. 學生：五箱。
149. 老師：是不是多五箱？所以這一週實際生產量是比目標生產量多五箱，表示員工有沒有認真？
- $$3+10+(-6)+(-5)+3=5$$
150. 學生：有。
151. 老師：老闆要不要高興？
152. 學生：要。
153. 老師：問個題外話好啦，為什麼星期三、星期四會少那麼多？為什麼？因為太累了，還沒放假，在等放假，對不對？星期五要等放假，很懶，對不對，就像你們上課一樣，到禮拜五的時候精神特別好，為什麼？星期六就放假了，對不對？所以星期五就開始認真，這是題外話。
- 接著我們看下一個問題，假設汽水工廠這一週實際總產量是一百五十五箱，請問你們，每天目標產量是多少箱？假設實際產量是一百五十五箱，你能不能推算這家工廠每天的目標產量是多少箱？好，同學可以在紙上寫出自己的想法，你要如何計算每天目標產量是多少箱，試看看，把你的想法寫在白紙上。
- 我們先看佑佑的，沒關係，還沒寫的繼續寫。佑佑已經寫出來，我們看佑佑寫的，「一百五十五除以五等於三十一」，所以你的意思是每天目標三十
- 佑佑的寫法：

$$155 \div 5 = 31$$

一箱，這是佑佑的寫法；還有沒有其它的寫法？

翁敏捷的寫法，「一週多五箱，然後每天目標產量多少？一百五十五減五再除以五，所以每天是三十箱」。敏捷的意思是這樣。還有沒有第三種寫法？這還有一位同學寫的，看一下，這應該是跟佑佑差不多，「一百五十五除以五等於三十一」，所以每天目標三十一箱。

翁敏捷的寫法：

$$3+10+(-6)+(-5)+3=5$$

$$(155-5)\div 5=30$$

那以每天目標三十一箱再去推，星期一實際產量三十四，再加三十四對不對？然後再去推，你的意思是不是要做驗

$$155\div 5=31$$

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
31+3	31+10	31-6	31-5	31+3

算，驗證這五天加起來會不會等於一百五十五，你繼續算好不好？繼續算下去，看加起來會不會剛好是一百五十五，繼續往下算；還有沒有其它的寫法？

老師看了一下，同學大概就是這兩種寫法。我現在問同學，你是算三十一箱的同學，有沒有去驗算看看呢？如果你是三十一箱，星期一就是幾箱呢？目標產量三十一箱，星期一實際產量幾箱？所以就是幾箱？是三十四，星期一的。那星期二呢？我們先看第一個，星期二是多幾箱，這個 3 就是星期一多的，這個 10 就是星期二多 10 箱，所以星期二是幾箱呢？產量是四十一箱。然後星期三少 6 箱，比目標三十一箱少 6 箱，所以是幾箱？是二十五箱。星期四比目標少五箱，所以實際產量是二十六箱，對不對？星期五多 3 箱，所以實際產量是三十四箱。

一	二	三	四	五
34	+ 41	+ 25	+ 26	+ 34=160

把這五天的實際產量加起來會不會等於一百五十五？我們來算一下吧！三十四加四十一是不是等於七十五，七十五加二十五是等於一百，一百加二十六等於多少？是一百二十六，然後再加三十四所以是等於多少呢？

154. 學生：一百六十。

155. 老師：所以你看算出來結果，我們驗算的結果實際產量一百六十箱，比剛剛說的一百五十五箱是不是多出來了？所以這問題是出在哪邊？問題是出在這個地方，對不對？這裡應該不是這樣算，對不對？因為我們驗算結果一百六

十啊，是多了五箱。

那我們再看翁敏捷的方法，目標產量三十箱，那星期一的實際產量是三十三箱，加星期二呢？多 10 箱，是四十箱，星期三少 6 箱的話，實際產量是二十四箱，星期四少 5 箱，所以實際產量是二十五箱，然後星期五多 3 箱，所以實際產量是三十三箱，同學把這些加起來，三十三加四十是不是就等於七十三，然後再加二十四，七十三再加二十四就等於九十七，九十七加二十五就等於一百二十二，最後再加三十三箱是等於多少？

一 二 三 四 五

$$33+40+24+25+33=155$$

156. 學生：一百五十五。

157. 老師：所以我們經由驗算結果，哪一個是正確的？佑佑的正確？還是翁敏捷的正確？

158. 學生：翁敏捷。

159. 老師：翁敏捷的正確，對不對？所以同學要注意到一點，這一週的實際產量是不是比目標產量多五箱，這是實際產量比目標產量多五箱，所以目標產量只有幾箱呢？是要一百五十五先扣掉五，扣掉五之後才是目標產量，對不對？扣掉五之後再除以五，就是平均每天的目標產量，是不是這樣呢！這樣能了解嗎？

160. 學生：了解。

161. 老師：好，那我們再把這個問題解決，因為還有一個問題，我們一起來看！星期二、星期三、星期四實際產量各是多少箱？我們現在目標產量已經知道是幾箱了，是三十箱。所以星期二實際產量是幾箱？

162. 學生：四十箱。

163. 老師：四十箱，對不對！星期三呢？

164. 學生：二十四箱。

165. 老師：是不是三十減六？星期四？

166. 學生：二十五箱。

167. 老師：知道了吧！好，再看下一個問題，星期四和星期五這兩天合起來的產量跟目標相差多少箱？相差兩箱。這相差兩箱是怎麼算的？會的舉手？好！翁敏捷。

小翁的算法：

$$30+30=60$$

$$25+33=58$$

$$60-58=2$$

168. 學生：就是把兩天的目標產量先加起來。

169. 老師：所以兩天的目標產量加起來是多少呢？是不是六十！然後再算它的實際產量，星期四是二十五箱，星期五是三十三箱，所以這加起來實際產量是五十八箱，所以有沒有達到目標？實際上這兩天有沒有達到目標？
170. 學生：沒有。
171. 老師：沒有，那是差幾箱？
172. 學生：兩箱。
173. 老師：差兩箱。好！請坐下。除了這個方法以外，還有沒有其它的想法？好，趙謙。
174. 趙謙：「 $(-5)+3$ 」。
175. 老師：好！請坐下。趙謙說「負五加三」，他不要算出每天實際產量，他直接用 $(-5)+3$ ，因為星期四是不是少五箱？
176. 學生：對。
177. 老師：星期五是不是多三箱？
178. 學生：對。
179. 老師：兩天合起來是多，還是少啊？因為星期四是比目標少五箱，星期五是比目標多三箱，這兩天合起來是多？還是少？
180. 學生：少。
181. 老師：還少幾箱？
182. 學生：兩箱。
183. 老師：對！是 (-2) 。那 (-2) 的話就表示多還是少呢？
184. 學生：少。
185. 老師：少，所以就是相差兩箱，是少兩箱；你覺得剛剛翁敏捷的方法比較方便呢？還是趙謙的方法比較方便？
186. 學生：趙謙。
187. 老師：這叫整數的加法，這樣了解嗎？那我們這一節就先上到這邊，好，下課。
188. 學生：謝謝老師。

【第二節】

189. 老師：注意！我們這一節課先來做一些隨堂練習，就剛剛的一些整數加法。看幾個問題，第一個問題， $(+10)+(-5)$ 等於多少呢？
190. 學生：五。

191. 老師：等於五。好！我請問同學，那十加負五能不能賦予它剛剛我們所提過的觀念呢？比如說，我這個(+10)可以把它想成是多少？正十可以把它想成什麼呢？(+10)就是加十，我們可以把它賦予意義！了解老師的意思嗎？
- 剛剛不是講過園遊會的賺跟賠，以及汽水工廠多跟少。所以，這個(+10)你可以怎麼想？可以想成多十，對不對？多十箱。或者也可以把它想成賺多少呢？

隨堂練習

(1) $10+(-5)=$

(2) $(-5)+3=$

(3) $15+(-30)=$

(4) $27+(-81)=$

(5) $(-14)+(-6)=$

192. 學生：十。
193. 老師：賺十元，對不對！那這(-5)也可以把它想成什麼？
194. 學生：賠五元。
195. 老師：賠五元或者可以是少多少？
196. 學生：五元。
197. 老師：少五元、少五箱對不對？合起來是賺還是賠？
198. 學生：賺。
199. 老師：賺，賺多少？
200. 學生：五。
201. 老師：賺五，所以是不是等於(+5)啊！
202. 學生：對。
203. 老師：可不可以這樣想啊？
204. 學生：可以。
205. 老師：所以數字不要想的那麼抽象，我們可以賦予它一個生命，可不可以？可以啊！數學讓大家都學得很辛苦！可是數學是很有趣的，看老師就知道了，對不對？(-5)+(3)你要怎麼想呢？(-2)。你可以將它變成故事，可不可以？
206. 學生：可以。
207. 老師：好，你已經編好故事的請舉手？好！我們再講一次，請你再講一次。
208. 學生：我欠別人五塊錢，還了三塊錢，還欠他二塊錢。
209. 老師：對！所以是等於多少呢？
210. 學生：(-2)。
211. 老師：編個故事就簡單多了，比如說，(-5)可以想成我賣豆花賠五塊錢，我賣乾冰

汽水賺三元，兩個合起來是賺還是賠呢？

212. 學生：賠。
213. 老師：賠多少？是不是賠兩塊，編個故事，對不對？好，第三題呢 $(+15)+(-30)$ ？有沒有同學已經編好故事，簡短一點的，編好的請舉手？好，林子權。
214. 學生：我投籃球目標是投進三十球，最後只投進十五球。
215. 老師：只進了十五球。
216. 學生：對。
217. 老師：差了幾球？
218. 學生：差了十五球，所以就是 (-15) 。
219. 老師：好，請坐！很好！很有創意，鼓掌，假設我要投籃球，投三十球。假設我要投進三十球，可是實際上只進了十五球，因為是想像的，所以投三十球當成正還是負呢？想像的，將它當成負的，實際進球當成正，實際的跟想像是不是相差了十五球，所以答案等於多少呢？ (-15) 。
這樣學數學是不是有趣多了！好，我們再看下一個問題， $(+27)+(-81)=$ ，同學有編好故事嗎？編好的，請舉手？簡單一點，不用想的太複雜，有沒有編好的，請舉手？翁敏捷，請你將編出來的故事說一下吧。
220. 學生：我要買八十一塊錢的餅乾，但是身上只有二十七元，然後還是不夠五十四元。
221. 老師：你要買八十一元的餅乾，可是身上只有二十七元，又不能刷卡，餅乾是八十一元，可是你身上只有二十七元，你的意思是這樣嗎？
222. 學生：我要買八十一元的東西，可是我身上只有二十七元。
223. 老師：所以還需要再多少元呢？
224. 學生：需要五十四元。
225. 老師：好！請坐下。同學到這邊就產生問題了，對不對？剛剛這裡數字簡單，同學就可以很快反應是多少，對不對？那數字複雜一點的話，是不是就有一點錯亂呢？是不是有一點難呢？好，剛剛翁敏捷編的故事，老師將它簡短再說一次：「他要買一個八十一元的東西，可是身上只有二十七元，實際上能不能買？」你們現在能不能辦信用卡？應該是不行嘛！所以不能刷卡，他只有二十七元，要買的東西是要八十一元，表示他錢夠不夠呢？
226. 學生：不夠。

227. 老師：不夠多少？

228. 學生：(-54)。

229. 老師：負多少？

230. 學生：五十四。

231. 老師：(-54)。所以老師在這裡要強調一點，像這(+27)+(-81)不夠，知道不夠，對不對？既然不夠的話，如果「多」我們就用正表示，「不夠」我們就用什麼表示呢？

232. 學生：負。

233. 老師：既然是不夠，「不夠」就先以負號來表示，到底
不夠多少則用八十一減二十七，是不是這樣呢！

$$27+(-81)=- (81-27)=-54$$

八十一減二十七要先算，所以這個需要怎麼辦？括號，因為負號只是代表它的性質，對不對？同學應該可以很快算出來，八十一減二十七是多少呢？

234. 學生：五十四。

235. 老師：這是不是快多了，所以是不夠多少元？

236. 學生：五十四。

237. 老師：在第三個問題「(+15)+(-30)」，我們是不是也可以假設「你要買三十元的東西，可是你身上只有十五元」，所以是不夠，「不夠」以負號來表示，那不夠多少元？是三十減十五，知道了嗎！好，我們再看下一個問題「(-14)+(-6)」，有沒有同學已經編好故事了？好，趙謙請站起來，假設你跟同學借了十四元。

$$15+(-30)=- (30-15)=-15$$

238. 學生：然後欠他十四元。

239. 老師：今天再跟他借六元，所以總共欠了多少元？

240. 學生：總共欠他二十元。

241. 老師：總共欠他二十元對不對？好，請坐下。「負」表示欠人家錢，那麼欠十四元又欠六元合起來總共欠多少？是不是欠二十元？我們看一下，負十四加負六是不是等於負二十，在這個地方我們可以看一下，這個也是欠人家錢，這個也是欠人家錢，合起來也是欠人家錢，都是欠人家錢的話，「欠錢」可以用正號還是負號來表示呢？

242. 學生：負。

243. 老師：欠錢還用負表示，欠了多少？十四加六括號起來，所以總共欠人家多少呢？

244. 學生：二十。

245. 老師：所以這個方法，這樣的算式紀錄，希望同學能夠接受，但是不強求你一定要寫這個樣子，可是當數字很複雜、很大的時候，用這樣的一個方式來寫，是比較不會產生計算錯誤，這樣了解嗎？

$$\begin{aligned} (-14)+(-6) &= -20 \\ \text{或} \quad &= -(14+6) \\ &= -20 \end{aligned}$$

所以，老師再出一題，「 $(+32)+(-73)$ 」，比如說我賣豆花賺三十二元，鬆餅賠七十三元，兩項合起來是賺還是賠呢？賠！賠就以負號表示，那賠多少呢？括號七十三減三十二，所以七十三減三十二等於多少？

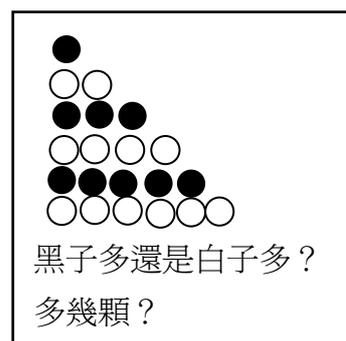
$$\begin{aligned} 32+(-73) \\ &= -(73-32) \\ &= -41 \end{aligned}$$

246. 學生：四十一。

247. 老師：-41，這樣就簡單多了，懂嗎？

248. 老師：我們再看下一個問題，在園遊會過程中，總是有人要去買東西，那天小翁到處亂逛，看到有人在下五子棋，他本就喜歡惡作劇，就把五子棋拿起來排成這個形狀，然後很調皮的問：「你知道這個是黑色的多，還是白色的棋子多呢？」白色的棋子多！

好，願意發表你自己的想法請舉手。為什麼白色的棋子多？石崇瑋就你囉！因為小翁問你的嘛！你不會的話，是不是太遜了？對不對？好，請站起來回答一下。



249. 學生：黑色跟白色…

250. 老師：黑色跟白色…黑色比白色…就好多，怎麼少一顆，那邊少一顆？你的意思是不是第一排跟第二排來比的話，第二排是比第一排多一顆，還是少一顆，意思是不是這樣？真的嗎？

好，請坐下。那第三排跟第四排比，第四排是不是比第三排多一顆？第五排跟第六排比，第六排是不是比第五排多一顆，所以整個合起來是白色多幾顆？

251. 學生：三顆。

252. 老師：多三顆，這是石崇瑋的想法，有沒有同學有另外的想法，有的話請舉手？
趙謙。

253. 學生：黑色棋子全部加起來。

254. 老師：黑色棋子全部加起來。

255. 學生：再把白色棋子全部加起來。

256. 老師：白色棋子也全部加起來，再比較哪一個比較多，這個想法對不對？

257. 學生：對。

258. 老師：好，請坐下！很好。經由這兩位同學的講法，老師做個整理，我們先來看趙謙的想法，趙謙的想法是說「先把黑色的全部算出來」，黑棋總共有幾顆？一加三加五，所以總共有幾顆？九顆。那白色的棋子呢？二加四加六，加起來有幾顆呢？

趙謙的想法：

$$\text{黑子：} 1+3+5=9$$

$$\text{白子：} 2+4+6=12$$

$$12-9=3$$

259. 學生：十二。

260. 老師：所以白色十二顆，黑色九顆，顯然白色比黑色多，多幾顆？多三顆。十二減九等於三，這是趙謙的想法；剛剛石崇瑋的想法，是「兩排兩排比」，白色比黑色多一顆，多一顆，這個該怎麼表示呢？就兩排兩排比，你的意思就是二減一、四減三、六減五，然後整個再怎樣？加起來，就這個算式，然後呢？括號要先算嘛！對不對？這是一加一加一，這樣也可以。

石崇瑋的想法：

$$(2-1)+(4-3)+(6-5)$$

$$=1+1+1=3$$

好！那有沒有第三個想法呢？老師提出來好啦！我們剛剛學了正、負，我可以假設黑色是負，白色是正，我們一排一排的來表示，第一排黑色是負的話，第一排是幾個黑的呢？是不是一個？一個就記為多少？記為(-1)，那第二排幾個白色呢？

第三種想法：

$$(-1)+2+(-3)+4+(-5)+6$$

$$=[(-1)+(-3)+(-5)]+(2+4+6)$$

$$=(-9)+12$$

$$=12+(-9)$$

$$=12-9$$

$$=3$$

261. 學生：二個。

262. 老師：二個就記為多少？(+2)，第三排幾個黑色？

263. 學生：三個。

264. 老師：所以記為多少？

265. 學生：(-3)。
266. 老師：(-3)，第四排呢？幾個白色？
267. 學生：四個。
268. 老師：四個所以記為(+4)，第五排？五個黑色就記為-5，第六排幾個白色？六個，記為(+6)，總共合起來是？我可不可以把它們全部加起來？這樣可不可以？這個怎麼加？這怎麼加會不會？怎麼加？會的請舉手，呂賀翔，請站起來回答，「把負的先加起來」。
269. 學生：再把正的加起來。
270. 老師：這兩個相減，好我們看一下，最後一句話好像有點問題，他說把負的全部加起來，然後再把正的全部加起來，這個是和剛剛趙謙的想法一樣，只是解法不太一樣而已，對不對？他說把負的全部先加起來，所以這個地方是要先加，然後呢？正的這個地方應該全部加起來，同學可不可以想一下，這樣的加法「這三個先算，另外三個再相加」，是哪一個運算規律呢？
- 算式：

$$(-1)+(-3)+(-5)+2+4+6$$

$$=[(-1)+(-3)+(-5)]+(2+4+6)$$
271. 學生：結合律。
272. 老師：是「加法結合律」對不對？我們利用到「加法結合律」。所以整數是不是可以適用「加法結合律」？負的也沒關係啊！也可以結合，對不對？這結合的話，(-1)、(-3)、(-5)這結合起來是多少？所以黑色總共幾顆？
273. 學生：九顆。
274. 老師：九顆黑色我們用負號來表示。所以這等於多少呢？(-9)+12，我們現在想的是白色比黑色多幾顆，所以這個可以想成什麼呢？白色比黑色多幾顆，那可不可以變成十二減九啊，可不可以？
275. 學生：可以。
276. 老師：在這裡老師再強調一點，「十二減九」，之前是不是就像剛剛同學有提到，加法還有交換律呢？所以這兩個可不可以交換？這個是十二加括號負九，是不是這樣？現在是比較白子比黑子多幾顆嘛？所以事實上，是要十二減九，所以是多幾顆呢？
277. 學生：三顆。
278. 老師：好，在這裡有一個符號就是，括號去掉這是正的，這是負的，請問同學這

加號是運算符號還是性質符號？

279. 學生：運算符號。

280. 老師：那這負號是什麼符號？

281. 學生：性質。

282. 老師：性質符號。當我們把這個括號拿掉的時候，運算符號碰上性質符號正、負，那我們剛好就可以得到一個減的，變成十二減九那就等於三所以白棋就多三顆。還有沒有其它的算法？根據這算式還有沒有其它的算法呢？有沒有比較快一點的，更簡便的算法？你想到可以更快的不用這麼麻煩的？有沒有？有的請舉手，就是說都沒有囉！都沒有的話，同學看一下老師這邊，我們說加法是不是有結合律，那剛剛石崇瑋有講可以兩排兩排比啊！可不可以？我這個算式可不可以兩排兩排比呢？

$$\begin{aligned} &(-1)+2+(-3)+4+(-5)+6 \\ &=[(-1)+2]+[(-3)+4]+[(-5)+6] \\ &=1+1+1 \\ &=3 \end{aligned}$$

283. 學生：可以。

284. 老師：可以。第一排是(-1)跟第二排比可以吧？然後呢？再比第三排和第四排是不是可以比呢？第三排(-3)然後再加四，是不是可以這樣兩排兩排比？然後再加這個第五排跟第六排，是不是兩個兩個比呢！是不是結合律呢？這地方是不是也是「加法結合律」？兩個、兩個加可以吧，兩個、兩個加完之後，再合起來加。所以(-1)+2 等於多少？這兩個(-3)+4 合起來呢？

285. 學生：一。

286. 老師：這兩個(-5)+6 合起來呢？

287. 學生：一。

288. 老師：所以合起來是不是正三？我們是不是說正表示白色，剩下正三表示白色多三顆，是不是這樣的意思？所以同學你們看，我們講了好幾個方法。這個呢？第一個方法、這第二個方法以及這第三個方法，第三個方法又有分成兩種，老師把它們編號這是第一種，這是第二種，這是第三種，那老師寫的是第四種，你認為那一種算法比較簡單？我們來民意調查一下，認為第一種比較簡單的舉手，都沒有啊！認為第二種比較方便的舉手？有幾位同學，認為第三種比較方便的舉手？喔！比較多一點點，好放下，認為第四種比較方便的舉手？

根據民意調查好像是第四種，請放下！所以呢？這第四個方法是比較簡單一點，當然不強迫每個同學要這樣做，看你怎麼去用結合律，你覺得你怎麼算方便，你就怎麼算，這樣知道吧！至於老師要強調的一點是，你要懂得利用「整數相加」，什麼是「整數相加」呢？我可以利用相對量，比如說，白色當作正，黑色就當成負，把它轉化成這樣的意義之後，可不可以用「整數加法」來解決問題，這是不是比較簡單一點呢！

我們再看下一個問題，小翁大家都知道他很調皮嘛！對不對？這樣他覺對不過癮，他一定會再惡作劇的。他就一直排、一直排、一直排，總共排了十八排；請問你？當這樣的形狀，排成十八排的時候，黑子多還是白子多？又多幾顆？

一、

$$\text{黑子：} 1+3+5=9$$

$$\text{白子：} 2+4+6=12$$

$$12-9=3$$

二、

$$(2-1)+(4-3)+(6-5)=1+1+1=3$$

三、

$$\begin{aligned} &(-1)+2+(-3)+4+(-5)+6 \\ &=[(-1)+(-3)+(-5)]+(2+4+6) \\ &=(-9)+12 \end{aligned}$$

$$=3$$

四、

$$\begin{aligned} &(-1)+2+(-3)+4+(-5)+6 \\ &[(-1)+2]+[(-3)+4]+[(-5)+6] \\ &=1+1+1 \\ &=3 \end{aligned}$$

289. 學生：白子。

290. 老師：白子多。多幾顆呢？

291. 學生：九顆。

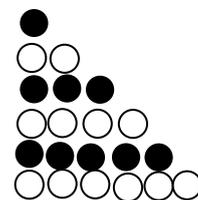
292. 老師：這麼快！你們怎麼想的，願意發表你的想法的請舉手？李宜庭，請站起來，你願意說說看你的想法嗎？

293. 學生：因為每兩排相比都少一顆。

294. 老師：兩排相比都少一顆，什麼東西少一顆？

295. 學生：黑子。

296. 老師：黑子少一顆。總共十八排，你兩排、兩排比，可以有幾組兩排、兩排相比呢？九組。每一組白色是不是都多一顆，所以合起來白色是多幾顆？好！請坐下。她的想法是屬於一、二、三、四這四種算法的哪一種呢？有人說二也有人說四，都可以，第二種和第四種方法是一樣的，這兩種想法



排成 18 列時，黑子多還是白子多？多幾顆？

是不是都比較快？

有沒有人想十八列你要算多久呢？很久吧！這個也夠久吧，所以我們可以利用加法的什麼律？

297. 學生：結合律。

298. 老師：是不是使我們計算方便多了！這樣了解嗎？所以這一題可以利用這個方式「兩排、兩排比，兩個、兩個一組」，十八排共可以分成九組，每一組白色多一顆，所以合起來白色是多幾顆？

299. 學生：九顆。

300. 老師：這個沒問題了！接下來園遊會結束了，我們開始要玩一些難度比較高一點的問題，請同學看這一張圖片，這難度高不高呢？這得經由苦練才有這個成績的，當然攝影的人也是很厲害，瞬間就拍攝到，所以攝影的技巧高不高？

301. 學生：高。

302. 老師：攝影技巧都很高，這也要苦練的對不對！我考驗同學一個問題，看你們能不能通過這考驗。

看下一個問題，現在我們來玩一個數字的填字遊戲。將 13、5、-7、-11、1、9、-15、-19、-3 總共有九個整數，填入下表方格中，使其縱行、橫列、對角線，它們的三個數相加都相等，而且告訴你第一列中央數為 13，那剩下八個數，該如何填寫？

	13	

請同學試看看，給同學三分鐘的時間，看你能不能把這個問題解出來。同學可以把題目抄在紙上。三個數的總和是多少？有沒有同學算出來了？這三個數總和要多少？

303. 學生：30、17。

304. 老師：是不是一開始要先找出這三個整數相加的總和多少？是不是先要把它算出來？好！已經算出來的請舉手？萬一考試出了這個問題的話，一節課的時間可能算不出來，對不對？好，請同學停筆。請看到老師這邊來，像這個問題是不是好難啊！真的很難，這麼難的問題我們要怎麼樣去解決它呢？現在老師要跟同學講的是一個數學思考的方式。

這問題好像很熟悉，可是又不是那麼簡單，那我們該如何解決？如何在短

時間之內將它解出來？這就需要數學思考的方式，老師看大部份同學一開始算三個、三個在那邊加，在那邊湊，算得好辛苦！在那邊湊三個數，是不是很難？所以像這麼複雜的問題我們如何把它簡化，這就是思考的能力啊！同學這個問題有沒有玩過呢？

305. 學生：有。

306. 老師：你玩過的問題是填多少的數字，填二十五。還有沒有？除了填二十五以外，這只有九宮格啊！應該不用到二十五，

307. 學生：到十六。

308. 老師：九宮格只有九個數要用到十六，可不可以再少一點？可以填哪些數字進去？想簡單一點，不要想太多，填正整數，最小的正整數是多少知道嗎？有沒有人知道？翁敏捷，請站起來，請問你，最小的正整數多少？

309. 學生：1。

310. 老師：好！請坐下。對嘛！最簡單的是不是可以從 1 開始，既然有九個數那就要從 1 填到多少？9。為什麼要填一到九，一到九跟這些有關係嗎？這就是數學思考，你要把問題特殊化，把一個問題特殊簡單化。

我們試看看好不好！我們來找看看一到九跟這個問題有沒有關係。現在我們把這問題簡單化，我們現在要把一個問題想成一、二、三、四、五、六、七、八、九共九個整數，填入這方格中，這應該會填吧！好，開始。

李柏霆同學已經算出來了，我們一起看，九、五、一所以和是十五，可是呢？四、二、三，四加二加三等於九而已啊，所以這對不對呢？有沒有人跟他不一樣？好，這是翁敏捷的答案，我們來檢查看看，九、五、一，對不對？還有呢？我們檢查直的，二加七加六是十五，四加三加八這也是十五，直的都是十五；看橫列的，二加九加四，這加起來是多少？十五。三加五加七這也是十五，八加一加六這也是十五；再看對角線的，二加五加八等於十五，四加五加

李柏霆的作法：

4	9	7
2	5	8
3	1	6

翁敏捷的做法：

2	9	4
7	5	3
6	1	8

簡子翔的做法：

4	9	2
3	5	7
8	1	6

六是不是十五？所以他的答案對不對？對。他的答案是正確的，可是只有這個排法而已嗎？有沒有其它不同的排法？有，簡子翔。我們看簡子翔的，他們的排法有一個特徵，五擺中間九和一都排直的。

311. 老師：你看看 2、7、6 跟 4、3、8 對調，有沒有發現，只對調而已，這個位置放的不一樣，答案也不一起，這個答案的要求，所以呢，已經排出來的舉手，好，放下，二個問題，剛剛第一個問題，還記得嗎？八跟...同學算不出來，可是這個問題在短短的三分鐘內就有同學想出來了，顯然這個問題同學是不是比較熟悉？是不是比較簡單？好，這個問題跟我們題目有什麼關係呢？同學，請看到老師這邊，好，來看，是這個樣子，老師的寫法跟簡子翔是一樣的，那這個題目跟原來我們的題目有沒有關係？繼續往下看，比如說，我們再把題目改成-4、-3、-2、-1、0、1、2、3、4 共九個整數填入下表方陣，使其一樣，同學再試試看，有了剛剛的經驗了，看到這九個整數加起多少，有沒有發現，這全部合起來等於多少？知道嗎？多少，0 對不對，全部加起來都是 0 啊！表示每 3 個，每 3 個相加要等於多少呢？

	4	

312. 學生：0

313. 老師：0，是不是 0，家佑寫出來了，看家佑的答案對不對？

314. 學生：對。

315. 老師：答案正確了，對不對，看每三個加起來都要等於 0，是不是都是 0，同學有沒有發現，這九個整數加起來是 0，每三個加起來也要是 0。我們再回憶剛剛一到九的問題，這九個數要排成九宮格，每三個加起來是要 15，這個 15 怎麼算出來了的，同學知不知道？翁敏捷說說看，這個 15 怎麼算出來的，大聲一點，為什麼三個整數加起來都要等於 15，因為什麼？

家佑的做法

-1	4	-3
-2	0	2
3	-4	1

請坐下，這個 15 跟這九個整數加起來是有關係的，同學看一下， $1+2+3+4+5+6+7+8+9$ 這九個數總共加起來的總和是多少？

是不是 45，怎麼加比較快，知道嗎？

這都是 15， $1+9=10$ ， $2+8=10$ ， $4+6=10$ ， $3+7=10$ ，是不是 40 了，再加中間這個 5 是不是 45？

316. 學生：對。

317. 老師：45 怎麼調成 15，是不是除以三，所以你看這九個是九個整數的和，我們以橫列來分，是不是有三大橫列，每一條橫的要都一樣多，就是說 45 要平均分成三，一個區塊是多少？45 要平均分成三個橫列，每一條橫列等於多少，是 15，所以我們要填這九宮格的話，是不是應該要先算出總和，總和知道以後再除以三，對不對？同樣的道理，有沒有抓到一點要領了？好，我們再看，同學已經解出來了，我們來比較一下，這二題跟一二三四五六七八九有沒有什麼關係，第一個，我們可不可以從 -4、-3、-2、-1、0、1、2、3、4，從小排到大？1 到 9 可不可以從小排到大？

318. 學生：可以。

319. 老師：這二個的填法，它們的關係和位置是不是一樣？

1	2	3	4	5	6	7	8	9
-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4

這裏我填 1，這個 -4 要填哪裏，-4 跟 1 的位置是不是可以一樣？在填 2 的位置，我填 -3，3 的位置，我填 -2，3 填哪裏，-2 就填哪裏，它們的相關位置，是不是有個對照，再看 4，4 填哪裏，-1 也跟著填哪裏，由小排到大，5 填哪裏，0 也跟著填哪裏，6 填在這個地方，所以呢，這個地方就填 1，7 填好了，這地方填 2，再看，8 的地方填 3，我只要把它從小排到大，然後把 1、2、3、4、5、6、7、8、9 當做一個標準，把這些數，根據這些標準，1 填哪裏，這最小的數就填哪裏，以此類推，檢查一下，再加起來，是不是一樣都是 0，有沒有很快，有沒有抓到要領？

320. 學生：有。

321. 老師：同學有感覺了嗎？再看下一題。

322. 老師：有沒有人可以在短短三十秒內填出來呢？

323. 老師：三十秒，預備開始，有感覺的人就知道該怎麼填了，先把九個數，1、3、5、7、9、11、13、15、17、由小而大排好，老師問你，你第一個動作是什麼想法？

	17	

324. 學生：把 1、3、5、7、9...跟 1、2、3、4、5、6...。

325. 老師：就是排列排好，然後呢？

326. 學生：對照它的位置，就可以填進去了。

327. 老師：填好的請舉手。

328. 老師：愈來愈快，有沒有填好了？

329. 老師：佑佑填好了嗎？

330. 老師：填好的請舉手，翁敏捷又填好了，愈來愈快了，三分鐘縮短成一分鐘。

331. 老師：翁敏捷，可不可以請你說明一下，你是怎麼填的，為什麼可以越來越快的填好？

332. 學生：跟 1、2、3、4、5、6、7、8、9 對照。

333. 老師：1、3、5、7、9、11、13、15、17、19，跟 1、2、3、4、5、6、7、8、9 先對照，對照好以後？

334. 學生：就照著 1、2、3、4、5、6、7、8、9 數字的位置填好。

335. 老師：是不是這樣講？好，請坐下，你對照好以後呢？同學你再做檢查，再檢查看看，這每三個加起來都是多少？是不是都是 27？是不是一下就填好了？對不對，是不是都是 27？那我問你，每三個加起來 27，這九個加起來是多少，知不知道？每三個整合都是 27，九個總共加起來是多少，知不知道？是 81，27 乘以 3 就好了，我們再看下一個。

答案是這個樣子，是不是愈來愈快？

現在都是正數，都是正整數，再把它變成負整數，有負整數怎麼辦？看下一個問題，愈來愈大，-8、-6、-4、-2、0、2、4、6、8，有沒有人可以在短短三十秒內就填好，填好了就先舉手，沒關係。

	8	

呂同學填好了，可不可以請你站起來說一下，你的填法是怎麼填的。

336. 學生：就是先把所有的數字先填出來 1、2、3、4、5、6、7、8、9 再將 -2、-4、-8、-6、… 排好。

1	3	5	7	9	11	13	15	17
-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8

337. 老師：就是由小排到大，同學注意，-8、-6、-4、-2、

0、2、4、6、8，是由小排到大，1、2、3、4、5、6、7、8、9 是由小排到大，排好以後，將它們做對照。

338. 老師：每三個數加起來，都是 0，同學有沒有發現，數字改一下，填入數字的動作是不是愈來愈快，可不可以再增加它的難度？

339. 老師：做一個比較，這幾題老師做個整理，讓同學能夠更清楚，這三個數呢，這幾個數一開始是 1、2、3、4、5、6、7、8、9，我們先從最簡單的數去填正整數的九宮格，1、3、5、7、9、11、13、15、17，像這些數字就由小排到

大，跟 1、2、3、4、5、6、7、8、9 做對照，同樣的，-8、-6、-4、-2、0、2、4、6、8，也一樣從最小排到最大，這三個一起做對照，先把一個標準填進去，1 填這裡，-8 填的位置跟 1 是一樣的；2 的位置，填了 3 跟 -6；3、4、5；然後 6 填這裏，11 跟 2 填這裏，位置是不是一樣？7 填這邊，13 跟 4 位置是不是一樣？8 在這裏，15 跟 6 是不是一樣？9 的位置，17 跟 8 跟它的位置是不是一樣？這個答案對不對？是不是滿足每三個三個相加總和都一樣，懂嗎？

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	3	5	7	9	11	13	15	17
-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8

340. 學生：懂。

341. 老師：難度再增加，數字再大一點，也可以照樣填入。

342. 老師：你們剛剛，1 到 9 的標準有沒有留著？一看就知道可以填了。

343. 老師：沒關係，看家佐的，有沒有人填法跟他一樣，跟他一樣的舉手？越來越多了。

344. 學生：對。

345. 老師：不到一分鐘，大家都把這麼難的問題解決了，我們再把這問題做一次的強調，我們第一個動作先把這個標準先放旁邊，原來一到九的九宮格放在旁邊，然後，把題目的數字由小排到大，排好以後，按照位置就可以填了，1 就填 1，2 呢，這地方填 5，3 的位置填 9，4 填 13，5 填 17，6 填 21，7 填 25，8 填 29，9 填 33，好，填好以後可以再做一次的檢查，看這樣對不對，這每三個加起來的總和都是 51，是不是都是 51？

題目：將 1、5、9、13、17、21、25、29、33 共 9 個整數，填入下表 3×3 的方陣中使其縱列、橫列、斜列的三個整數的總和都相等，已知第一列的中央數為 33；

	33	

346. 學生：對。

347. 老師：這樣的填法對不對，

348. 老師：再看下一個問題，可不可以再回到原來的問題，一開始是-3，對不對，還記得嗎？現在同學會了嗎？

349. 老師：我們是不是可以把原來的問題跟剛剛的問題做一個比較，把它做個對照，這個 33 換成 13，然後 29 換成 9，同學有沒有發現有一個規則的存在呢？

都是減多少？33 換成 13，是不是減 20 呢？同樣的，25 減 20 等於多少？5，對！21 減 20 等於多少？1，對！17 減 20 等於-3，13 減 20 等於-7，9 減 20 等於-11，5 減 20 等於-15，那 1 減 20 等於多少？

350. 學生：-19。

351. 老師：-19。這些數字與一開始老師所講的題目的數字有沒有一樣？

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	5	9	13	17	21	25	29	33
-19	-15	-11	-7	-3	1	5	9	13

有！原來數學是有規則的，所以我們在解決一題難題的時候，你是不是可以把這個複雜的問題想成簡單一點的情形，一、二、三、四、五、六、七、八、九，好，那你看這裡有一到九已填好的；所以原來的題目會不會填呢？所以-19 填在 1 的位置對不對，然後這-15 就填在哪裡？填在 2 的位置；-11 就填在哪裡？3 的位置；-7 就填在哪裡？4 的位置；然後這-3 就填在 5 的位置；然後這個 1 呢，就填在 6 的位置；這 7 的位置要填多少？5；8 的位置呢，要填 9；9 的位置就是 13，是不是一下子就解決啦！這樣懂了嗎？

352. 學生：懂。

353. 老師：爲了測驗同學真的懂了嗎？老師再出一題超級難的問題，看能不能在十分鐘內，不對，十分鐘太久了，三十秒好了，就可以把這個問題解決。這是跟剛剛那一題做比較，同學都學會了，幫我們放個煙火，有沒有看到煙火小叮噠？帽子是一個星形，有沒有看到？小叮噠出來了，慶祝大家學會了！好開始來做測驗，隨堂練習，十秒鐘喔！準備好了沒有？看題目時間不算。好了，-8、-13、-18、-23、-3、7，12，17，2 共九個整數，同樣的方格，開始計時。喔！家佑又寫好了，好快啊！被他拔得頭籌，你也寫好的舉手，還有沒有人？翁敏捷算好了，還有誰算好，周柏偉算好了，越來越快幾乎不到十秒鐘。

我們先看林家佑的答案，林家佑的寫法一開始是不是先把這個-8、-23、是由小排到大，這個對嗎？你覺得他不對？他這個答案對不對？你看這個 1 的位置應該是填最小的數吧，可是這個-8，我看到-18 比它小耶，-23 又更小，所以他這個對不對？錯在哪裡？沒有按照

林家佑的做法：

-13	5	-23
12	-3	-18
7	-8	17

什麼？沒有由小排到大，家佑再繼續，要由小排到大，所以錯了。

看詹佳瑩的，有一個範本在旁邊，一、二、三、四、五、六、七、八、九的填法，同學可以看一下那對不對？第一個位置是不是要填-23 最小，有沒有按照由小排到大，對不對？所以他這個答案第一個位置要最小，第二個位置要第二小，最小是-23，-23 之後應該是多少？-18。所以這個位置應該是填是-18 才對，他沒有由小排到大，所以也錯了。我們看趙謙的，第一個位置要填最小，-23 最小，第二個位置是-18，第三個位置是-13，然後第四個位置呢？-8，對！第五個位置呢？-3。第六個位置？2。第七個位置？7。第八個位置？12。第九個位置？17。檢查一下，看對不對？我們先看直的每三個加起來「 $(-18)+7+2$ 等於多少」？等於-9；「 $17+(-3)+(-23)=-9$ 」也是負九；「 $(-8)+(-13)+12=-9$ 」也是負九；所以他這個寫法對不對？對了！

所以剛剛林家佑和詹佳瑩，他們錯在哪一個地方？同學知道嗎？數字先由小排到大，然後再填寫。

我們來整理規則，第一是不是先把這個範本先放在旁邊，然後數字由小排到大，數字的大小關係同學應該知道吧！那很快就可以完成，完成之後可以再檢查。同學的答案是和老師一樣的請舉手？好！放下。為什麼會一樣，知道嗎？因為你們的範本，是不是和老師的一樣？所以是一樣的答案。可是老師必需要強調一點，這九宮格一到九填法不是只有這一種喔！還有其它的填法。

354. 老師：我們看下一個問題，這也是最後一個問題了，現在有一張藏寶圖，好不容易學了一身武功要去尋寶，有一張藏寶圖上寫著，「如果能夠將-26、-19、-12、-5、23、16、9、2 這八個數字，不可以重覆，填入方格中，並使其上面四格，下面四格，左邊四格，右邊四格，中間四格，外面四格的數字和都相等，就可以知道密碼而得到寶藏。」，想拿到寶藏，你只要把數字按規則填進去，密碼就浮現囉！根據剛剛的經驗可不可以有一點點感覺呢？必需先把這個問題簡單化，對不對？

詹佳瑩的做法：

8	17	-18
-13	-3	7
12	-23	2

趙謙的做法：

-18	17	-8
7	-3	-13
2	-23	12

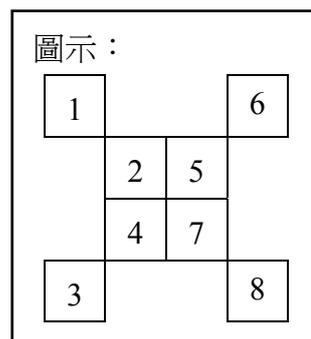
那你先要將它簡單化是填哪八個數字？1、2、3、4、5、6、7、8 對不對？詹佳瑩已經說出來啦，所以你是要解決 1、2、3、4、5、6、7、8 這八個數字如何填入這樣一個方格中？是不是先從簡單的開始，這就是數學思考。1、2、3、4、5、6、7、8 這八個數字總和是多少呢？「 $1+2+3+4+5+6+7+8$ 」，等於三十六。每四格的數字和都是一樣，那我們可不可以分成上下看？這樣上面四格跟下面四格的數字和要相等，這八個數字總和是三十六，那請問你每四格的數字和是多少？

355. 學生：九。

356. 老師：怎麼算？「三十六除以四」，可能沒有聽清楚老師的意思。現在這八個數字是要分成上面四個當一組，下面四個當一組，要這兩組的總和相等，那每四個數字和是多少？總和三十六分成兩組是不是十八呢！

所以是不是要將它湊成每四個數字加起來都是十八？老師已經給你們第一道線索，每四個加起來都是十八。有沒有人已經填好？可是只要每四個數字加起來是十八就可以，我們看中間四個數字加起來是不是十八？ $2+5=7$ ， $4+7=11$ ， $11+7=18$ ，這四個數字和是十八，看外面這四個加起來是不是也十八， $1+3=4$ ， $4+6=10$ ， $10+8=18$ 是不是十八？對不對？

好，我們看左邊四格， $1+2+4+3$ 是不是 18？錯了， $1+2+4+3$ 是多少？10，左邊四格、右邊四格、上面四格、下面四格，你看下面四格也超過 18 了，所以是不是錯了？錯了，對不對？繼續努力，注意上面四格、下面四格、左邊四格、右邊四格、中間四格、外面四格、對角線四格的數字和通通要等於十八，老師再給同學一分鐘就好。



357. 學生：好了。

<u>呂賀翔</u> 的作法：					<u>趙謙</u> 的作法									
1				3	-26				-12	2				5
		8	6				23	9				6	1	
		2	4				-19	5				3	8	
7				5	16				2	7				4

358. 老師：他先解決一到八的問題，中間四個是十八，外面加起來好像不是十八，繼續努力，再三十秒；我們看趙謙的，中間十八沒有錯，外面四個呢？十八，右邊四個？十八，左邊四個？十八，上面四個？哇！上面四個破功了，沒有等於十八；同學注意到老師這邊，整個問題就是先要解決一到八的問題對不對？你只要把一到八的問題解決之後是不是就會填了？

我們看一下，一到八怎麼填呢？現在先解決一到八，這個問題老師也排了一下子，要湊十八，考驗同學的加法，我一填這裡、二填這裡、三填這裡、四填這裡、五、六、七、八，好，同學可以檢查一下老師填的對不對？中間十八、外面十八、左邊十八、右邊十八、上面十八、下面有沒有十八？對角線有沒有十八？填好了，接下來會不會了？

老師的做法：

1							4
		8	5				
		2	3				
7							6

1	2	3	4	5	6	7	8
-26	-19	-12	-5	2	9	16	23

359. 學生：會。

360. 老師：是不是可以把原來的數字由小排到大，1 就填多少？-26，2 呢？填-19，3 呢？-12，4 呢？-5，5 的位置填 2，6 的位置呢？填 9，7 的位置填 16，8 的位置就填 23，同學可以檢驗看看老師這方法對不對？

361. 學生：對。

362. 老師：透過「整數加法」的運用，我們玩一些填字遊戲，填字遊戲一開始是不是很難，把難的問題可以怎麼辦？將它簡化，再找出它們的規則，再比較之

間的規則，問題是不是可以解決了？這樣子的方式，將複雜的問題特殊化與簡單化，再由簡單化的過程中找出題目的規則及規律，是不是可以很快的把複雜的問題解決？這就是一種數學思考。

同學要學的就是這個能力，所以不要怕複雜的問題，而是你要知道你如何將問題簡單化、特殊化，懂吧！所以今天我們的課就上到這邊，最後大家合照一張相片，謝謝大家，今天的課就上到這裡。

參、教學說明

今天我的教學是根據能力指標「A-3-11 能以正負表徵生活中相對的量並能操作負整數的合成與分解」，今天的課程設計，就是根據這個能力指標來做規劃。

我今天所要教的單元是「整數的加法」，一開始我課程的規劃設計是先複習學生已經學過的「利用正、負數來表徵生活中相對的量」，然後來引起學習「整數加法」的動機，整個活動安排是以學校之前舉辦的園遊會來做為情境的安排與鋪陳，佈題也是根據同學實際參與園遊會的籌劃過程中來引起學生學習的興趣。

在這些問題當中，我發現有一個地方，就是同學很執著於一個所謂正整數的加法，比如說，在講到收入與成本的問題時，學生喜歡先把所有的成本先加起來，再把全部的收入加起來，之後再做比較，來知道賺或者是賠？所以剛開始的時候，學生一直都很執著於他們的算法而不太能夠接受「整數加法」，利用正、負數來表徵進行整數加法，這一點是值得大家做為參考的地方，原來學生不是那麼快就接受正、負整數的加法，這是我在上課過程中所發現的問題。

這課程整個的教學目標，是希望能利用情境活動，將自然數的加法轉化為整數加法，這是我第一個目標；第二個教學目標，是希望能讓同學在情境活動中，如何把自然數轉化為整數，並且以整數加法來解決問題；第三個教學目標，是藉由黑、白子的情境問題，讓同學能夠了解「整數加法」是具有結合性以及交換性；第四個教學目標，希望透過填字遊戲，讓學生了解數學思考的方式，這是我所企圖的目標，讓同學能夠了解，原來數學的思考方式就是能將一個複雜的問題，能將它在簡單化、特殊化的過程中，尋求解題的規則，尋出規則之後，能夠再利用這規則將複雜的問題解決，這是我個人的嘗試。

接下來我所要說的是學生的表現，在整個上課過程中，學生的表現就如我預期所想像的，同學對自己比較不懂的問題是比較沒有信心的，同學也很真實的呈現實際上課情形，也必需要說明的一點，上課的班級是一個常態編班，學生的素質差異性很大，所以在某些問題上有些同學反應的比較快，可是，有些同學可能就還來不及反應！所以有一點忽略，爲了讓整個設計完整的呈現，少部份同學還不能完全了解的地方，就沒有辦法再詳細說明，這也是必需要先說明的。

如果在實際上課的情況之下，老師就必須對這些同學再做詳細的說明，讓同學真正了解到整個數學的問題。針對我個人在這整個上課的過程裡，我覺得九年一貫課程的實施，讓我有一個深深的反思機會，就是說，如果以前的數學用比較生活化、情境化的問題，然後將它轉化成學生比較容易懂、容易接受的一個方式，使得在上數學課時，同學不再覺得枯燥與乏味，所以在參與這整個計劃中，我個人成長是非常多，多位教授的指導，讓我個人對自己的教材教法有很深刻的反省與成長，這一點是值得！謝謝並也慶幸自己能夠參與這一次的研究計畫，這是我個人的最大收穫。

從這一次的研究過程中深深的感受到，九年一貫的推動，如何將數學的問題轉化成能讓學生學得的數學能力，而不只是純粹在解答數學問題，並且希望學生能將這些能力帶著走；就這個問題我想了很久，一直不斷的在思考我該如何佈適當的情境問題來教「整數加法」，突破以往自己所習慣的一個教法；整個過程的設計中，我也深深感受到學生似乎不是那麼快就接受一個正負數的概念，還是必須要經過一段時間的內化，慢慢的讓學生能夠了解並接受，所以這是要花時間的，並不是說一講正、負，學生就都能完全了解了，這也是必需要注意的一點。

第二點，在填字的遊戲當中因爲礙於時間上的關係，所以在填九宮格的原理，還有爲什麼要這樣填的道理以及原因，沒有分析的很明確，這是必需要注意的地方，而我所要呈現的，就是要同學不要害怕數學，碰到較難的問題時能夠將這個問題簡單化、特殊化，進而找出它的規律、規則，對複雜的問題也能夠有信心的把它解決，這是我個人的嘗試，也是我的目標，但是，就其問題本身，我並沒有做很詳盡的解釋，這是我必需還要再注意的。

今天這整個活動，我相信收穫最大的是我個人，這將使我在往後的教學，是一個很大的一個轉捩點，如何將數學生活化？如何將數學知識轉化成學生能夠學得的數學

能力，將是我往後教學的目標以及努力的方向。

肆、教學後的省思

此教學設計是根據能力指標「A-3-11 能以正、負表徵生活中相對的量，並能操作負整數的合成分解」，單元為「整數加法」。

爲了規劃此單元的教學活動思索很久，也與教授討論很多；一開始並沒有領會到在兩節課中所要呈現的教學重點，參考以往的教材似乎是不能掌握住現在的教學理念，爲此乃不斷的思考該如何設計此教學活動。曾試著以抵銷的方式來介紹整數加法，如紅魔豆、綠魔豆之類；不過經由教授的提醒與討論，整數加法爲什麼要分成同號數相加和異號數相加呢？經由此腦力激盪的過程，於是決定以園遊會情境活動的方式連結學生已學會的自然數加減來介紹整數的加法。

藉由電腦資訊的運用，將教材以投影片的方式呈現，插入一些學生在園遊會中活動的相片，引起學生學習的興趣及帶引學生進入情境中，提高學生的學習動機；利用電腦資訊真的讓上課方式生動活潑很多，更能展現教師所想要的教學效果。

教學活動設計的目標，主要是利用園遊會的情境活動瞭解並熟練整數加法的意義和藉由遊戲能了解並熟練整數加法具有交換律及結合律；一開始學生不習慣利用整數相加的方式而很習慣的用自然數加法來解決賺賠問題，也許學生對正、負的概念仍是很陌生，所以剛開始不太能接受整數的相加，舉了幾題例子之後學生漸漸發覺整數加法的方便和簡捷這時才願意接受，這現象真是點醒了我，原來自己以往的教學方法可能都是強迫學生去記憶方法及算式，而學生並不是真的很了解他們所學到的數學是什麼？我個人真的是深深的受到震撼及獲得省思的機會；更感受到只是利用一個情境活動問題，部分學生似乎對整數加法的概念並未能完全理解，我應該再設計能具體操作的學習活動並請學生記錄算式過程，如黑白子或是魔豆之類的活動，更加強學生對整數加法的概念，所以只是利用一節課的時間可能無法讓學生完全理解「整數加法」的概念。

在填數字的遊戲中，因爲在時間的限制之下，只能教學生解題的思考方式，不過這也是當初設計此活動時個人的企圖，讓學生能學會如何以數學思考的方式解決較複雜的問題，但是對爲何如此填法並未詳加講解，所以學生學得的可能只是解題要領及

模型，而對方法的本身並不真的瞭解，並且利用此填數字遊戲應該是在學生能完全理解整數加法的概念之後實施才恰當，因為此活動對概念本身的發展並無實質的幫助，這也是值得注意及探討的地方，因此我將再利用時間補充。

如何將「學科知識」利用適當的「學科教學方法」，是個人此次活動中深深的感觸及體會，能兼顧學科本質，並能認真考慮到學生的認知學習發展，將是個人日後努力的方向。

國家圖書館出版品預行編目資料

國中小數學教材與教學探討. 整數的數概念與加減運算篇 / 江世真等作 ;
周筱亭, 劉君毅主編. -- 初版. -- 臺北縣三峽鎮 : 國家教育研究院籌備處,
民 97.05
面 ; 公分
ISBN 978-986-01-3861-0 (平裝附數位影音光碟)
1.數學教育 2.中小學教育
523.32 97006519

國中小數學教材與教學探討---整數的數概念與加減運算篇

主 編：周筱亭 劉君毅

教學指導：朱建正 謝 堅 鍾 靜 周筱亭

作 者：江世真 王蘇灃 王韻慈 郭俊麟

發行人：李坤崇

發行機關：國家教育研究院籌備處

地 址：台北縣三峽鎮三樹路二號

電 話：(02) 8671-1111 轉 教學資源中心

網 址：<http://www.naer.edu.tw>

出版年月：中華民國 97 年 5 月

版 次：初版

電子出版品說明：本書籍影片同時登載於「國中小數學教師專業成長網」

網 址 為：<http://math.naer.edu.tw>

工 本 費：新台幣 180 元

印 刷 者：

印 刷：

地 址：

電 話：

展 示 處：政府出版品展售門市 地址及電話：

五南文化廣場：台中市綠川東街 32 號 3 樓 TEL：(04) 22210237

GPN：1009700889

ISBN：978-986-01-3861-0

國家教育研究院籌備處保留本書籍附件影片資料之著作權及所有權利。