

【文／測驗及評量研究中心助理研究員 林宜臻】

數學教學現場偏重於代數運算，學生只求快速解答，而非從幾何概念或函數圖形角度思考（游正祥，2011），造成高中職生未能妥善連結代數與幾何思維（陳吟汝，2006；蕭燕玲，2008）。數學學習趨勢已由「學數學」轉為「做數學（doing mathematics）」，不是被動吸收數學已知的知識，而是學生的思維活動。從真實世界的情境註1出發，經由歸納類比、空間想像、抽象概括、符號表示、運算求解、資料處理、演繹證明、反思與建構等之過程獲得（Freudenthal,1971,1973；Lange,1996）。

動態幾何繪圖板（The Geometer's Sketchpad, GSP）軟體，裨益於數學幾何概念及概念心像的形塑，並能有效提昇學生學習興趣（溫安榮，2008），至今已成為中學數學教師最常用的繪圖軟體（林倉億，2011），然 GSP 所費不貲，令教學者聞之怯步。由 Markus Hohenwarter 創建的 GeoGebra，同時結合幾何、代數、演算，益於驗證推測（Miller,2011），也是一套能自我操控的統計軟體註2（Hewson,2009）。游正祥（2011）針對絕對值函數、多項式函數圖形、指對數圖形、平移與對稱概念，進行長達 5 個月的實驗，發現 GeoGebra 比傳統教學更具學習遷移效果，學生較富有想像力，也較能結合文字、圖像表徵解決數學問題，並能思考更恰當的解決方法。此外，GeoGebra 對橢圓學習、概念發展及運用多重表徵解題有顯著成效（蔡奇霖，2008）；用於函數學習，實驗組的低分群在試題答對率明顯高於控制組低分群，雖實驗組與控制組的高、中分群間，並無顯著差異，然控制組的高、中分群學生在數學學習態度上呈現負成長（吳長憶，2008）。HercegHerceg（2010）指出 GeoGebra 對於黎曼和（Riemann sum）原始公式數值積分公式的推導方法，有所助益外，這些公式的幾何解釋，顯著促進梯形法則和辛普森規則（Simpson rule）的學習。其研究對象的兩組學生雖都使用 GeoGebra，但將 GeoGebra 用於示範及視覺化時，平均得分為 81 分，而讓學生能操作 GeoGebra，其得分甚至提高至 91 分，並且標準差低於視覺化組。GeoGebra 其功能完全不亞於 GSP 且易於使用，卻是一套完全免費軟體。

以 PowerPoint 為平台，外掛軟體的 AMA (Activate Mind Attention)註3，用於吸引注意力。黃振順（2008）將 AMA 用於「遞迴關係」，指出該外掛軟體能吸引學生注意力，並能減輕認知負荷，且能導引思考。AMA 甚至能提高學習障礙生的學習興趣及專注力，並能減輕學生對數學的排斥（陳淑惠，2010）。其 IRS（Instance Response System）的即時回饋系統，可作為形成性評量用。由陳明璋創建的 AMA，完全出自我國國人註4研發，提供免費下載及其使用說明。

GeoGebra 與 AMA 的免費下載，讓數學課堂教學展現新契機。GeoGebra 不宜只定位於觀看圖形的動態模擬變化，須讓學生親自操作觀察幾何圖形變化。若再結合 AMA 的適時展現素材，經由關係洞察→正誤區辨（概念確認）→概念再製→概念應用的過程（林宜臻，2011），以關鍵用語引導發現規則，萃取數學概念形成基模，再經由同儕師生之間互動及反思過程，掌握數學本質概念，進而形成數學概念（Lange, 1996）。

【參考文獻】

吳長憶（2008）。Geogebra 電腦輔助教學於國三函數課程成效之研究（未出版之碩士論文）。中華大學應用數學學系（所），新竹市。

林宜臻（2011 年 11 月 15 日）。促成思考過程之數學形成性評量設計。國家教育研究院電子

報。取自：http://epaper.naer.edu.tw/index.php?edm_no=28&content_no=751

林倉億（2011）。用電腦畫中學數學。科學發展月刊，459，18-23。

陳吟汝（2006）。台南地區高二學生圓錐曲線單元錯誤類型之分析研究（未出版之碩士論文）。國立高雄師範大學數學系，高雄市。取自：<http://ndltd.ncl.edu.tw/cgi-bin/g32/gswb.cgi?o=dnclcdr&s=id=%22094NKNU0479026%22.&searchmode=basic>

陳淑惠（2010）。一位國小教師運用教學媒材激發學習障礙學生學習數學之行動研究（未出版之碩士論文）。國立臺北教育大學數學教育研究所，臺北市。取自：<http://ndltd.ncl.edu.tw/cgi-bin/g32/gswb.cgi?o=dnclcdr&s=id=%22098NTPTC480018%22.&searchmode=basic>

溫安榮（2008）。Gsp 融入數學教學對高二學生數學學習成效影響之研究——以「圓錐曲線」單元為例（未出版之碩士論文）。國立高雄師範大學數學教學碩士班，高雄市。取自：

<http://ndltd.ncl.edu.tw/cgi-bin/g32/gswb.cgi?o=dnclcdr&s=id=%22096NKNU5479008%22.&searchmode=basic#XXX>

游正祥（2011）。動態幾何系統 geogebra 運用於高中數學教育之策略探討（未出版之碩士論文）。國立交通大學理學院科技與數位學習學程，新竹市。

黃振順（2008）。激發式動態教材呈現模式之初探研究——以高中遞迴關係教材為例（未出版之碩士論文）。國立交通大學理學院碩士在職專班網路學習學程，新竹市。取自：

<http://ndltd.ncl.edu.tw/cgi-bin/g32/gswb.cgi?o=dnclcdr&s=id=%22096NCTU5726016%22.&searchmode=basic>

蔡奇霖（2008）。行動載具應用於數學橢圓單元之教學成效（未出版之碩士論文）。國立臺灣師範大學資訊教育學系，臺北市。

蕭燕玲（2008）。高工學生圓錐曲線的概念與運算及應用錯誤類型之研究（未出版之碩士論文）。國立高雄師範大學數學教學碩士班，高雄市。

Freudenthal, H. (1971). Geometry Between the Devil and the Deep Sea. *Educational Studies in Mathematics*, 3, 413-435.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel.

Herceg, D., & Herceg, D. (2010). Numerical Integration with GeoGebra in High School. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 17(4), 205-210.

Hewson, P. (2009). GeoGebra for Mathematical Statistics. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 16(4), 169-172.

Lange, J. d. (1996). Using and Applying Mathematics in Education *International handbook of mathematics education* (pp. 49-97). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Miller, D. A. (2011). Investigating Zeros of Cubics with GeoGebra. *Mathematics Teacher*, 105(2), 146-149.

【註解】

註 1 荷蘭的數學教育改革被視為「現實（realistic）」並不僅只是因為與真實世界連結，而是因為 RME 提供學生可以想像的問題情境。荷蘭文的「想像」是「zich REALISeren」，強調讓某些事在心中成真，由此產生 RME 這個名稱。

註 2 例如尋找最適合線時，相對於呈現殘差，該套軟體呈現的是殘差平方及其總和，提供學習者可以自行嘗試找到最適合線。

註 3 詳見：<http://ama.nctu.edu.tw/content/AboutUs/index.php>

