

恆星視位置偏移的初探

學生：陳柏宇、施嘉誠

指導：地球科學科 陳正元老師

摘要

當光線經過不同介質時會產生折射，天體的光由外太空進入地球大氣層時受到大氣折射效應的影響，而使觀星時所見的天體並非其實際位置，於是我們設計了一個簡單的實驗測得夜空中恆星的視相偏差，並嘗試以理論修正它。

Stellarium 星圖軟體找出當晚有正天頂亮星雙子座 κ 星(κ -Gem)，用 Nikon3100 拍攝，調整相機設定為 ISO 值 800, 焦距 18mm，光圈 F3.5，曝光時間 6 秒。將拍攝到的影像在電腦上處理，再使用 PhotoImpact 12 得出各天體的座標位置。我們採用在天頂位置的雙子星左手(κ -Gem)為中心，求各天體與雙子左手(κ -Gem)的 X、Y 座標變化量。

我們用仰角和角度差去做相關係數分析，發現其相關係數是-0.12785，代表仰角和視相差的相關性很低。我們拍攝星體的第二天(2m/s)，風速較第一天(0.4m/s)快，而第二天的恆星偏差值較第一天大，第一天的視相差平均為 0.31984 度，標準差為 0.03838，而第二天視相差平均為 0.39223 度，標準差為 0.21709，所以可以推測風速越大，視相偏差越大，由此可知，大氣擾動也是影響視相的重要因素之一。

壹、研究動機

上地球科學課時，我們學到太陽是力平衡的圓球體，其外觀應該很圓，可是看到落日的照片時(圖一)，太陽接近地平線時會逐漸變形，上網搜尋發現此一現象的原因是地球大氣折射效應造成的。

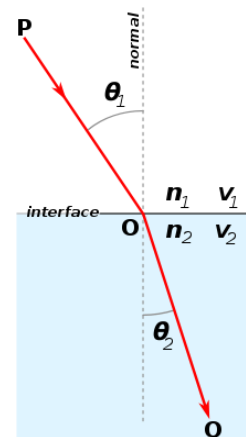
當光線經過不同介質時會產生折射，小如水中看似折彎的筷子，大如沙漠中常見的海市蜃樓現象，都是因為光線折射造成的。西元 1621 年，司乃耳(W.Snell)對此提出司乃耳折射定律，其中提及光由密度較小的介質進入密度較大的介質時，路線會趨於筆直，反之則趨於彎曲。司乃耳定律 (Snell's Law) 即光入射到不同介質的界面上會發生反射和折射。其中入射光和折射光位於同一個平面上，並且與界面法線的夾角滿足如下關係：

$$n_1 \times \sin \theta_1 = n_2 \times \sin \theta_2$$

其中， n_1 和 n_2 分別是兩個介質的折射率， θ_1 和 θ_2 分別是入射光（或折射光）與界面法線的夾角，叫做入射角和折射角。某種的介質的折射率亦等於光在真空中的速度 c 跟光在介質中的速度 v 之比： $n=c/v$ 。

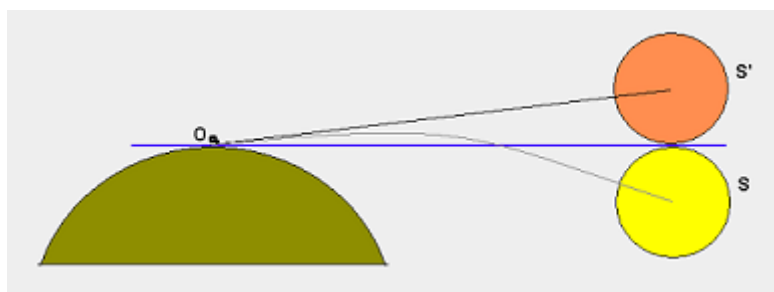


圖一、七股的落日(作者)



圖二、司乃耳定律示意圖(wiki)

依據以上的概念便可以說明天體的光由外太空進入地球大氣層時，因為介質的密度變大，光的路線偏折，也就是說，當我們看到太陽剛日出時，實際上它尚未升起，當我們看到它剛落下時，實際上它尚未落下。



圖三、理論太陽(黃色)和觀測太陽(橘色)在地平線附近狀況(wiki)

而星光受大氣折射會偏移，問題是這種偏移有多少？大氣折射使星光偏移可分為兩類，一是大氣折射問題，當星光射向我們時，除了位於天頂時外，星光會經過一個和光線不垂直的大氣層表面，所以會有折射。

另一是大氣的短期紊動引起大氣不平均，不斷流動的大氣造成空氣密度快速的改變，而光線路徑也隨之快速變化、彎曲所造成的偏折，一般這是天文觀察的視相(seeing)問題，以臺灣來說，夏季的氣流較冬季氣流穩定，因此在冬天觀星時的閃爍情況特別嚴重，條件不佳。而第一項大氣折射率偏移量可由公式計算。

大氣折射率為壓力、溫度的函數，另外也和星光離天頂的角度有多遠有關。另外，地球的大氣層分布並非均勻，每一層大氣皆為不同密度的介質，愈接近地表，大氣密度愈大，愈遠離地表，大氣密度則愈小。密度愈大，光線折射率愈大，也就是說，愈接近地表的光線，折射角度愈大。再者，地球上每一個地區上空的大氣層厚度、組成比例皆相異。基於各種影響因素，使大氣折射的修正難度更加，目前高仰角有理論值可以直接修正，低仰角必須透過長期的實際測量來補償。

Sæmundsson (1986) 發展了一個公式，利用真實仰角來算折射偏差，下列公式中 h 是真實仰角(度), R 是折射偏差(角分)，公式是假設在大氣壓力為 1010 百帕，氣溫 10 °C；

$$R = 1.02 \cot \left(h + \frac{10.3}{h + 5.11} \right) ;$$

對不同的溫度和壓力，可以乘下列係數修正(Meeus 1991, 103).

$$\frac{P}{1010} \frac{283}{273 + T}$$

我們設計了一個簡單的實驗來找出實際夜空恆星的視相偏差。

1. 利用 Stellarium 先找出某時間天頂的某星 A，進行拍攝，因為天頂附近的大氣折射偏折小，其偏差可能大部分來自視相偏差。
2. 找出 B 星，A 星與 B 星的星圖軟體 Stellarium 仰角差為 θ (星圖)，而 θ (公式) 是大氣折射公式修正， θ (理論) = θ (星圖) - θ (公式)， θ (理論) 是 A 星與 B 星的理論仰角差。
3. 量出照片中 A 星與 B 星仰角差 θ (量測)，而 θ (實際) = θ (量測) $\times$ 照片形變量修正， θ (實際) 是 A 星與 B 星的實際仰角差。

最後比較 θ (理論) 和 θ (實際) 兩個仰角差的不同，來推測視相(seeing)的偏差。

貳、研究目的

1. 雖然有理論可修正，但是實際上恆星的位置偏移量和理論差多少呢？
2. 而實際夜空的視相(seeing)又造成多大偏差？有沒有未知的因素來影響位置偏移量？

參、研究設備及器材

1. 個人電腦、程式 MICROSOFT Word and Excel，Photoimpact，Stellarium

2.Nikon 3100 相機

3.投影機

肆、研究過程或方法

我們事先調查各天體升到天頂的時間與日期，進行拍攝。利用 Stellarium 星圖軟體找出當晚有正天頂亮星雙子座 κ 星(κ -Gem) 於 2012/1/18，2012/1/19，11:50:00 PM 左右的時間，於此時用 Nikon3100 拍攝，事前調整相機設定為 ISO 值 800，焦距 18mm，光圈 F3.5，曝光時間 6 秒。照片中我們挑選出幾個較清晰的恆星如雙子座的恆星來和 κ -Gem 比較，例如小犬座(PROCYON)、御夫座恆星(MENKALANAN)……等。

我們將拍攝到的影像在電腦上處理，長分成 3450 格，寬分成 2300 格，再使用 PhotoImpact 12 得出各天體的座標位置。我們採用在天頂位置的雙子星左手(κ -Gem)為中心，求各天體與雙子左手(κ -Gem)的 X、Y 座標變化量。計算出雙子左手(K-GEM)與各星的距離為：

$$((\Delta X * 65.37 / 3450)^2 + (\Delta Y * 46.32 / 2300)^2)^{0.5}$$

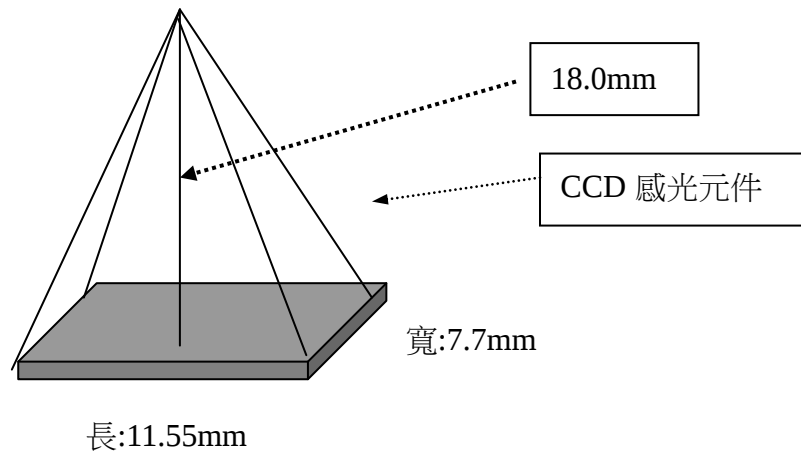
而之所以 長*65.37/3450 而 寬*46.32/2300 我們將於下一段說明，我們逐一量出各星的 X 座標與 Y 座標後，並重複拍攝多張，進行許多的比較，分析誤差。

首先相機 CCD 感光晶片的尺寸是 11.55mm×7.7mm，拍攝時 18.0mm 的鏡頭焦距。然後用三角函數算出焦距與 CCD 晶片之間所夾的角度。並以相似三角形的概念推得其與天空所夾的角度。計算步驟如下；焦距 18mm

長 $11.55/18=0.64167$, $\tan X=0.64167$, $X=32.687$ 度,

這是從照片上看到的天空一半的角度，故從照片上能看的天空有 65.374 度

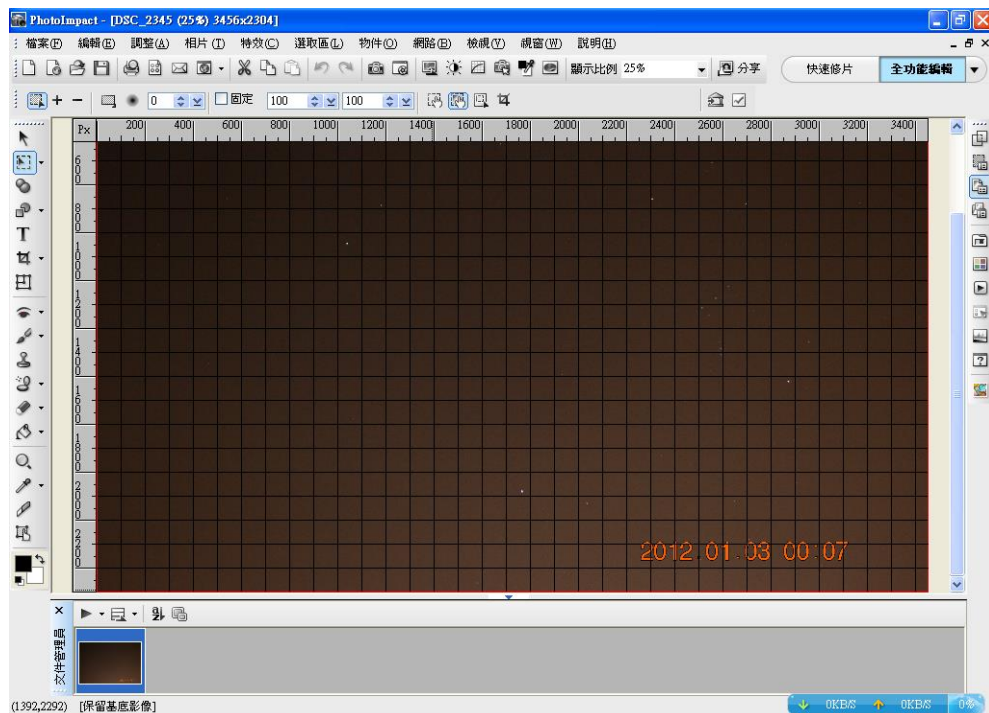
寬 $7.7/18=0.42778$, $\tan X=0.42778$, $X=23.160$ 度,這是從鏡頭內看到的天空一半的角度，故從鏡頭內能看的天空有 46.320 度，故照片中長為 65.37 度，寬為 46.32 度。



圖四、照片上長度和實際天空角度比例示意圖

如何得到 θ 量測

1. X.Y間距:使用PhotoImpact 12,將拍攝到的天體中位於正天頂的恆星(κ -Gem)為基準,再與其它顆恆星的座標相減。



圖五、使用PhotoImpact 12 實際量測照片

2. 實際量測值:使用 PhotoImpact 12 算出間距後,將照片劃分的間格數乘以對應的度數, x 間距的值($\Delta X * 65.37/3450$), y 間距的值($\Delta Y * 46.32/2300$)²。

3. 進位法統一:因為 Stellarium 單位在度°的後面是以 60 為進位制，所以我們有將實驗數據逐項修改成 100 分進位。

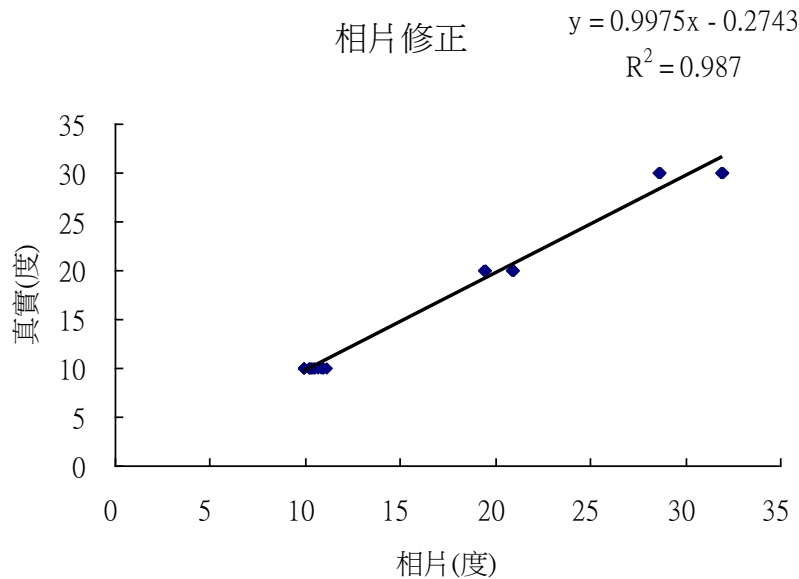
如何得到 θ 形變

為了確認天體拍攝時相機鏡頭和感光元件有無產生其他的種種誤差。我們開啟 Stellarium 星圖軟體，將影像投影至布幕，同心圓間格為十度，使用相機等高拍攝。並依計算星體角度變化的流程重新計算依次，來估計相機拍攝時造成的誤差。



圖六、投影至布幕來估計相機拍攝時造成的誤差

而相片上的誤差統計如下圖，我們可以歸納出一個經驗式，來修正影像。
 $y = 0.9975x - 0.2743$ ， $R^2 = 0.987$ ， y 是真實角度， x 是相片上量到的角度。



圖七、相片修正影像的經驗式

最後 θ 實際 = θ 量測 $\times$ 形變修正。實際上這實驗有個基本誤差，因為拍攝時間為 6 秒，故恆星周日運動了 0.025 度。

如何得到 θ 星圖

Stellarium 軟體擁有超過 120000 個來自 Hipparcos 星表的天體，著名的高精度星表。依巴谷星表是歐洲空間局(簡稱 ESA)依巴谷天體測量衛星(Hipparcos)計劃的主要成果。精度達 1 毫角秒。使用 Stellarium 軟體，輸入台中市座標經度 N 24° 9' 0.00" 緯度 E 120° 40' 48.00" 海拔 47M，記錄下拍攝時間相符的各星星仰角，將拍攝到的天體中位於正天頂(κ -Gem)的恆星為基準，再與其它顆恆星的仰角相減並計算兩星仰角差值。



圖八、Stellarium 軟體的操作介面

而 θ 理論 = θ 星圖 - θ 公式， θ 公式是理論大氣折射偏差值。

伍、研究結果

將實驗量測和計算結果，列在下表，原始照片和量測值將其放在附錄。

2012/1/18 TIME 23:50

	Stellarium 仰角	換成十進位	折射修正 後理論	Stellarium 兩星差值	換成十進 位(θ 理)	實際量測 值(θ 量)	θ 真= θ 量 ×修正	兩星角度 差值(度)
雙子左手 K-GEM	89:24:54	89.41500	89.41514					
雙子左頭 POLLUX	86:05:05	86.08472	86.08582	雙子左手→雙子左頭	3.32932	3.47732	3.19433	0.13499
雙子右頭 CASTOR	82:07:02	82.11722	82.11948	雙子左手→雙子右頭	7.29566	7.42478	7.13192	0.16374
御夫座星 CAPELLA	53:37:07	53.61861	53.63071	雙子左手→CAPELLA	35.78442	38.38540	38.01514	-2.23071
御夫座星 MENKALINAN	60:37:47	60.62972	60.63897	雙子左手→MENKALINAN	28.77617	30.06897	29.71950	-0.94332
小犬座 PROCYON	71:02:00	71.03333	71.03897	雙子左手→小犬座	18.37617	17.98340	17.66414	0.71202

2012/1/18 TIME 23:51

	Stellarium 仰角	換成十進位	折射修正 後理論	Stellarium 兩星差值	換成十進 位(θ 理)	實際量測 值(θ 量)	θ 真= θ 量 ×修正	兩星角度 差值(度)
雙子左手 K-GEM	89:37:01	89.61694	89.61702					
雙子左頭 POLLUX	86:07:14	86.12056	86.12164	雙子左手→雙子左頭	3.49538	3.51834	3.23525	0.26013
雙子右頭 CASTOR	82:04:07	82.06861	82.07088	雙子左手→雙子右頭	7.54614	7.58779	7.29452	0.25162
御夫座星 CAPELLA	53:27:37	53.46028	53.47245	雙子左手→CAPELLA	36.14457	38.47874	38.10824	-1.96367
御夫座星 MENKALINAN	60:29:14	60.48722	60.49652	雙子左手→MENKALINAN	29.12050	30.17947	29.82972	-0.70922
小犬座 PROCYON	71:02:00	71.03333	71.03897	雙子左手→小犬座	18.58805	18.01845	17.69910	0.88895

2012/1/18 TIME 23:52

	Stellarium 仰角	換成十進位	折射修正 後理論	Stellarium 兩星差值	換成十進 位(θ 理)	實際量測 值(θ 量)	θ 真= θ 量 ×修正	兩星角度 差值(度)
雙子左手 K-GEM	89:45:56	89.76556	89.76559					
雙子左頭 POLLUX	86:08:37	86.14361	86.14469	雙子左手→雙子左頭	3.62090	3.41655	3.13371	0.48719
雙子右頭 CASTOR	82:00:49	82.01361	82.01590	雙子左手→雙子右頭	7.74970	7.58779	7.29452	0.45517
御夫座星 CAPELLA	53:18:03	53.30083	53.31308	雙子左手→CAPELLA	36.45252	星星消失了	星星消失了	星星消失了
御夫座星 MENKALINAN	60:20:36	60.34333	60.35269	雙子左手→MENKALINAN	29.41291	30.82317	30.47181	-1.05891
小犬座 PROCYON	71:00:36	71.01000	71.01565	雙子左手→小犬座	18.74995	18.01845	17.69910	1.05084

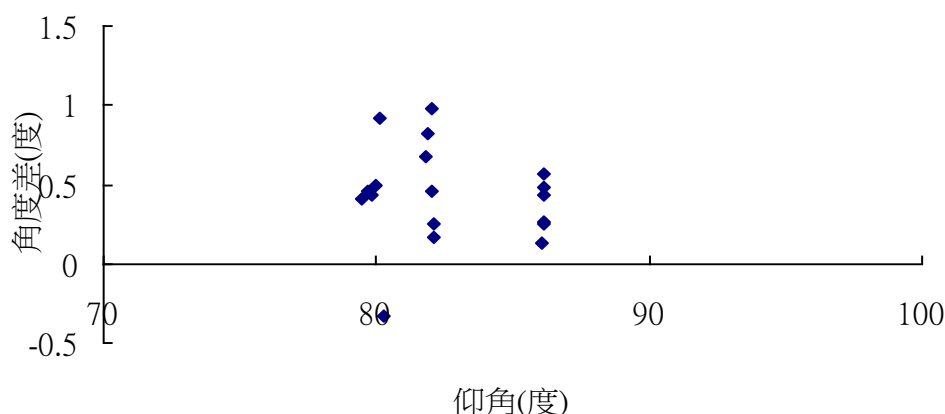
2012/1/19 TIME	23:48							
	Sllacium 仰角	換成十進位	折射修正 後理論	Sllacium 兩星差值	換成十進 位(θ 理)	實際量測 值(θ 量)	θ 真= θ 量 ×修正	兩星角度 差值(度)
雙子左手 K-GEM	89:45:33	89.75917	89.75921					
小犬座	71:00:39	71.01083	71.01647	雙子左手→小犬座	18.74274	18.12787	17.80825	0.93449
雙子左膝 GEM	80:14:43	80.24528	80.24808	雙子左手→雙子左膝	9.51113	10.13836	9.83871	-0.32759
雙子右膝 MEKBUDA	80:06:00	80.10000	80.10284	雙子左手→雙子右膝	9.65636	9.03413	8.73724	0.91912
雙子腰 MEBSUTA	76:19:31	76.32528	76.32926	雙子左手→雙子腰	13.42995	13.29310	12.98557	0.44438
雙子右腳 ALHENA	72:38:17	72.63806	72.64317	雙子左手→雙子右腳	17.11603	17.30704	16.98947	0.12656
雙子左頭 POLLUX	86:08:33	86.14250	86.14358	雙子左手→雙子左頭	3.61562	3.32678	3.04416	0.57146
雙子右頭 CASTOR	82:01:04	82.01778	82.02006	雙子左手→雙子右頭	7.73915	7.05595	6.76401	0.97513

2012/1/19 TIME	23:50							
	Sllacium 仰角	換成十進位	折射修正 後理論	Sllacium 兩星差值	換成十進 位(θ 理)	實際量測 值(θ 量)	θ 真= θ 量 ×修正	兩星角度 差值(度)
雙子左手 K-GEM	89:34:59	89.58306	89.58314					
小犬座	70:58:32	70.97556	70.98120	雙子左手→小犬座	18.60194	18.11382	17.79424	0.80771
雙子左膝 GEM	79:56:46	79.94611	79.94900	雙子左手→雙子左膝	9.63414	9.44114	9.14324	0.49090
雙子右膝 MEKBUDA	79:40:02	79.66722	79.67020	雙子左手→雙子右膝	9.91295	9.75627	9.45757	0.45538
雙子腰 MEBSUTA	75:52:18	75.87167	75.87578	雙子左手→雙子腰	13.70736	13.43711	13.12922	0.57814
雙子右腳 ALHENA	72:13:03	72.21750	72.22275	雙子左手→雙子右腳	17.36039	17.21146	16.89413	0.46626
雙子左頭 POLLUX	86:09:04	86.15111	86.15219	雙子左手→雙子左頭	3.43096	3.28382	3.00131	0.42964
雙子右頭 CASTOR	81:53:32	81.89222	81.89454	雙子左手→雙子右頭	7.68861	7.15651	6.86432	0.82428

2012/1/19 TIME	23:51							
	Sllacium 仰角	換成十進位	折射修正 後理論	Sllacium 兩星差值	換成十進 位(θ 理)	實際量測 值(θ 量)	θ 真= θ 量 ×修正	兩星角度 差值(度)
雙子左手 K-GEM	89:22:35	89.37639	89.37654					
小犬座	70:57:12	70.95333	70.95899	雙子左手→小犬座	18.41755	18.11906	17.79946	0.61809
雙子左膝 GEM	79:47:30	79.79167	79.79460	雙子左手→雙子左膝	9.58193	9.44114	9.14324	0.43869
雙子右膝 MEKBUDA	79:26:58	79.44944	79.45248	雙子左手→雙子右膝	9.92406	9.81211	9.51327	0.41078
雙子腰 MEBSUTA	75:38:40	75.64444	75.64863	雙子左手→雙子腰	13.72791	13.52805	13.21993	0.50798
雙子右腳 ALHENA	72:00:21	72.00583	72.01115	雙子左手→雙子右腳	17.36539	17.26183	16.94438	0.42101
雙子左頭 POLLUX	86:08:08	86.13556	86.13664	雙子左手→雙子左頭	3.23990	3.27492	2.99243	0.24747
雙子右頭 CASTOR	81:49:16	81.82111	81.82345	雙子左手→雙子右頭	7.55309	7.17508	6.88284	0.67025

根據上列表格的最後計算結果，可以看出實際上恆星的位置和星圖軟體的理論值有些差異，我們將仰角 80 度以上的恆星和偏移角度做圖(圖九)，可以隱約看出天頂(仰角 90 度)的偏移量較少，隨仰角下降，恆星的位置偏移量有隱約增多，但是用仰角和角度差去做相關係數分析，發現其相關係數是-0.12785，代表仰角和角度差相關性很低。

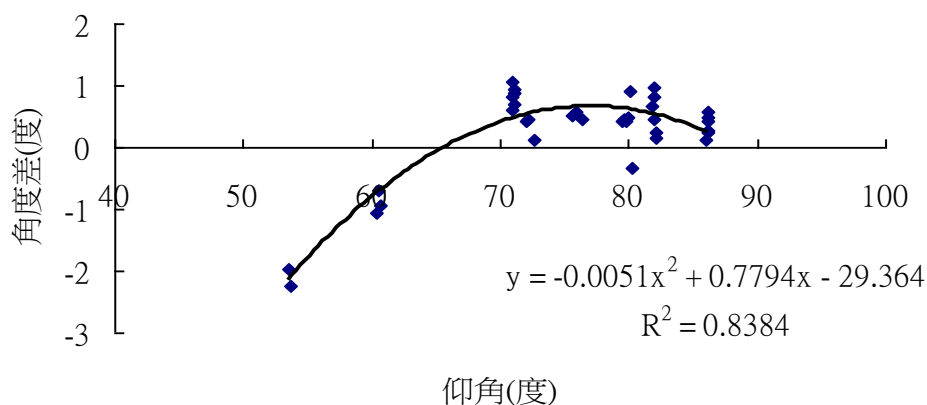
高仰角和偏移角度的關係



圖九、高仰角恆星與其理論實際角度差的相關性很低

接下來我們分析其他仰角和角度差的相關狀況，發現仰角在 70 度以上，其理論和實際的角度差不受仰角影響，數值也很穩定(約 0.5 度)，可是在 65 度以下出現理論位置比實際位置高的狀況，這和我們所認知的狀況相反，推測可能原因有相機拍攝相片的邊緣像差或是星圖軟體其在中低仰角所計算的位置和實際差很遠。如果是大氣因素造成的，應該隨仰角降低角度差越大，而不會出現負值。

仰角和偏移角度的關係

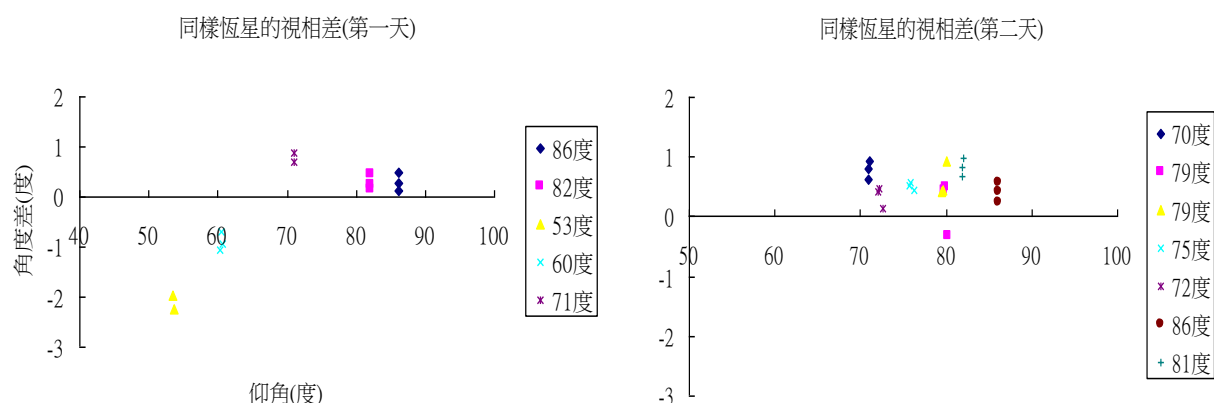


圖十、恆星與其理論實際角度差，在 65 度以下出現和推測相反的狀況，代表可能有其他因素影響理論實際角度差。

陸、討論

因為實測數據是用 Nikon3100 相機拍攝，事前調整相機設定為 ISO 值 800，焦距 18mm，光圈 F3.5，曝光時間 6 秒。實際上這實驗有個基本誤差，因為拍攝時間為 6 秒，故恆星周日運動了 0.025 度，可是前述的恆星理論位置和實際觀測到的差值為 0.5 度，代表周日運動不是差值的主因。

接下來來分析實際夜空的視相(seeing)造成多大偏差?而把視相偏差扣除掉後，就可以發現有沒有未知的因素來影響位置偏移量?



圖十一、同一顆恆星(連續三張照片)的角度差，其數值的分離代表短暫大氣擾動影響(視相差)

因為拍攝時是連續三張照片，而同一顆恆星的角度差其數值有分離的現象，這數值的分離代表短暫的大氣擾動影響，也就是視相偏差。我們將其數值列於下表

仰角(第一天)	最大最小相差(度)	仰角(第二天)	最大最小相差(度)
86 度	0.35220	70 度	0.31640
82 度	0.29143	79 度	0.81849
53 度	0.26704	79 度	0.50834
60 度	0.34969	75 度	0.13376
71 度	0.33882	72 度	0.33970
平均	0.31984	86 度	0.32399
標準差	0.03838	81 度	0.30489
		平均	0.39223
		標準差	0.21709

可以發現第一天的視相差平均為 0.31984 度，標準差為 0.03838，而第二天視相差平均為 0.39223 度，標準差為 0.21709，可以看出這兩天的視相差有差異，第二天的視相差較大且變動量也較大，我們找尋台中氣象局的氣象紀錄，發現這兩天的氣象資料中，第一天風速較小(0.4m/s)，第二天風速較大(2m/s)，所以可以推測風速越大，視相偏差越大，這跟我們所找到的理論吻合。

臺中氣象站 觀測時間: 2012/01/18

觀測時間	測站氣壓(hPa)	溫度(°C)	相對濕度(%)	風速(m/s)	風向
24:00	1004.4	16.4	82	0.4	東北東

臺中氣象站 觀測時間: 2012/01/19

觀測時間	測站氣壓(hPa)	溫度(°C)	相對濕度(%)	風速(m/s)	風向
24:00	1004.2	16.8	78	2	北

將我們所量到恆星理論位置和實際觀測到的差值為 0.5 度，扣掉視相差的 0.3 度影響，其實還有接近 0.2 度的偏差，所以一定還有未知的因素影響，在實驗中系統有可能的產生如此誤差的可能有 1.相機拍攝相片的邊緣像差，2.星圖軟體在中低仰角所計算的位置和實際差很遠。所以未來的工作是將上述兩可能因素確定與否，若排除了代表還有其他因素的影響，另外對於實驗的精確度也可以想辦法提升，例如再觀測更大量的數據來分析。

柒、結論

1. 發現恆星仰角在 70 度以上，其理論和實際的角度差不受仰角影響，數值約 0.5 度，高仰角和角度差其相關係數是-0.12785，代表高仰角和角度差相關性很低。
2. 在 65 度以下出現理論位置比實際位置高的狀況，這和我們所認知的狀況相反，推測可能原因有相機拍攝相片的邊緣像差或是星圖軟體其在中低仰角所計算的位置和實際差很遠。如果是大氣因素造成的，應該隨仰角降低角度差正值越大，而不會出現負值。
3. 第一天的視相差平均為 0.31984 度，標準差為 0.03838，而第二天視相差平均為 0.39223 度，標準差為 0.21709，第一天風速較小(0.4m/s)，第二天風速較大(2m/s)，所以可以推測風速越大，視相偏差越大。

捌、參考資料及其他

李通藝（民 100）。基礎地球科學(上) 新北市：康熹。

沈青嵩（民 100）。基礎物理(上) 新北市：康熹。

游鎮烽（民 100）。基礎地球科學(上)。新北市：泰宇。

Sæmundsson, Þorsteinn. 1986. Astronomical Refraction. Sky and Telescope 72 (July):70.

Meeus, Jean. 1991. Astronomical Algorithms. Richmond, Virginia: Willmann-Bell, Inc. ISBN 0-943396-35-2

Astronomical seeing (無日期)。民 101 年 4 月 10 日，取自 http://en.wikipedia.org/wiki/Astronomical_seeing