

虛擬教具應用於國小四年級角概念教學之研究

胡長銘

北平國民小學教師

摘要

本研究旨在使用「萬用揭示板」作為教學輔具，並以 ADDIE 系統化教學設計模式來設計國小四年級數學角度單元的教材，並進一步探討將此教材應用於教學的成效及其對學生數學態度的影響。

本研究採不等組前後測準實驗研究設計，以新竹縣一所國小四年級的兩個班級學生為研究樣本，隨機抽取一班為實驗組，一班為控制組。實驗組學生接受以「萬用揭示板」作為教學輔具的教學活動，而控制組學生則進行以傳統實體教具作為輔具的教學活動。兩組學生在實驗前，以研究者自編之角度成就測驗作為前測，而後以自編之角度概念紙筆評量作為後測，七週後再以同一份後測試卷進行延後測。在學習評量前、後測的同日，並對兩組學生施以數學態度量表的前、後測，藉以探討實驗教學對學生數學態度的影響。實驗結果主要發現如下：

- 一、使用萬用揭示板虛擬教具的立即性教學成效顯著優於傳統實體教具的教學，顯示以萬用揭示板為輔具的角度教學活動設計能有效提升學童角概念學習的立即性學習成效。
- 二、使用萬用揭示板虛擬教具的保留性教學成效顯著優於傳統實體教具的教學，顯示以萬用揭示板為輔具的角度教學活動設計能有效提升學童角概念學習的保留性學習成效。
- 三、實驗組在數學態度的提升顯著優於控制組學童，顯示以萬用揭示板為輔具的教學活動設計能有效提升學童的數學態度。

最後根據研究結果與發現，提出若干建議，供教師與未來研究者參考。

關鍵詞：虛擬教具、萬用揭示板、角度單元、數學態度

The Research of Virtual Manipulatives on Fourth Grade Angle Instruction and Learning

Chang-Ming Hu

Teacher of Beipin Elementary School in Hsin Chu County

Abstract

This research applied the ADDIE model, and used a Web-based virtual manipulatives, Magic Board, as an aid to design instructional materials for the use of teaching fourth grade angle unit. The effects of applying the instructional materials on the students' learning and mathematics attitude were also explored in this research.

The research design was a nonequivalent groups pretest-posttest quasi-experimental design. Fifty-three fourth grade students in two different classes of an elementary school in Hsinchu county of Taiwan participated in this study. The two classes were randomly assigned into two methods of instruction: a virtual manipulative group and a traditional group. Equivalency of treatment groups was determined by independent t-test on pre-test (designed by the researcher) scores. A posttest (designed by the researcher) was conducted to measure immediate learning effect. To measure retention, the posttest was used again seven weeks after the posttest was first administered to students. Surveys of mathematics attitude were conducted to measure mathematics attitude of the two groups at exact the same time when they took the mathematics achievement's pretest and posttest respectively to understand how the treatment affected mathematics attitude of the students. Research results were as following:

1. The virtual manipulative group performed significant better than the traditional group on the posttest.
2. The virtual manipulative group performed significant better than the traditional group on the retentive test.
3. The promotion of mathematics attitude of the virtual manipulative group was significant better than that of the traditional group.

Based on research results and findings, some suggestions for elementary school teachers and future studies are proposed.

Keyword: virtual manipulatives, Magic Board, angle, mathematics attitude

緒 論

一、研究動機

在幾何知識的學習中，「角概念」扮演了相當重要的角色，因為幾乎大部分的幾何知識都需要理解「角」和「角度的測量」，這是進一步學習幾何教材的基礎（NCTM, 2000）。但是，在構成幾何圖形的基本要素中，對學童而言，角概念是屬於非常抽象且不易理解的（Clements & Battista, 1992）。

近來，在兒童「角概念」的學習上，有多位本國學者進行研究，而研究結果也大都顯示兒童的角概念學習仍存在多種的迷思。例如：謝貞秀、張英傑（2003）的研究顯示，62.5%的三、四年級學童對於角的描述有困難；張英傑（2003）亦發現平角在四、五、六年級的辨識通過率分別為37%、28%、40%，兒童認為「角」應該要有「尖的角」，因此不認為鈍角和平角是角；陳瑞騰（2003）的研究發現能正確地測量出所有角的角度之三年級學童只占總樣本人數的47.37%，大大出乎他的預估之外；黃金泉（2003）的研究中指出，56%的四年級學童會受到直觀法則所影響，認為角的邊長、標示角張開程度的弧長愈長，角就愈大；在一個多邊形內能正確指出直角的約四成五；為數不少的學童（約62.5%）沒有角度的估測概念；王慈莉（2005）的研究在比較角的大小的題型中，三年級學童選答的答對率約為53%，可是能寫出正確理由的只有13%；賴文正（2005）的研究也指出，五年級多數學童（約57%）缺乏優角的概念，不知如何畫出優角的角形；多數學童（約60%~67%）尚未能理解鐘面兩數字對應刻度夾角的度數，以直覺、目視、另類想法等方式，判斷兩針夾角與分針旋轉角度，計算錯誤。綜上研究可知，兒童對角概念的理解不足且各個年級的兒童出現許多不同的迷思概念，其情形之嚴重性，已到了國小教師及數學專家學者不得不正視的地步了。

兒童角概念的迷思雖可能來自其先備知識原有錯誤概念的干擾，但也有可能來自學校學習中對新概念的一知半解（李金葉，2007）。因此，上述多位研究者的研究大都建議，教師在進行角概念的教學時，應提供多樣的圖例供學生操作辨識，並輔以實物及圖片的操作，讓學童能多觀察與操作測量（陳瑞騰，2003；黃金泉，2003；王慈莉，2005；賴文正，2005），但這樣的建議對學童角概念的學習真的有幫助嗎？Clausen-May（2008）指出，幾何學是探討圖形和空間以及在空間中，圖形間的關係。在這關係中，運動（movement）是很重要的一項因素，但這要素卻無法在一般的教科書書籍中呈現，以致於在小學數學課程中，幾何學常被歸類於較次要的角色。傳統教科書對學生有重大影響的課程，角概念的教學課程即是其一。角度是一個旋轉量的測量而不是形狀的測量，然而在傳統教科書中，卻無法展示這旋轉的現象，以致於學生對角的經驗受限於教科書靜態的角呈現方式，而產生諸如角的邊長愈長，角就愈大等的迷思概念。一個動態展示的圖形可以很輕易的由電腦提供，並可做為學生發展角度概念理解可行的另一種方法。這方法強調在旋轉部分和角度測量之間建立重要的連結。它將角度從靜態的圖案中抽離，並且以一種較安全的旋轉動態概念來建構它（Clausen-May, 2008）。

隨著科技迅速的發展，數學的教法也跟著改變，因為科技修改了人們對數學教育的目標，它們也提供了達到目標更好的工具（Willoughby, 1990）。根據相關的文獻及研究計畫，我們知道國內外很多學者專家及教師們已經開始利用虛擬教具（virtual manipulative）來幫助學童學習數學概念了。虛擬教具可以像視覺圖形表徵一樣豐富學生的視覺印象，也可以像操弄具體物表徵一樣。因此，「使用虛擬教具……可以延伸較小兒童的具體經驗，且能對文化傳承的算則發展初步的了解。」（NCTM, 2000, p. 26-27）。科技的革新使得人們重新思考具體教具的意涵，因此具體不必等同於實物的，虛擬教具也是一種具體教具（Clements, 2000）。虛擬教具利用電腦影像模擬出真實教具的模樣，同時提供操弄的介面，讓老師及學生可以透過滑鼠對它進行旋轉、翻轉、平移、縮放等等操作，功能大大超越了傳統教具。此外虛擬教具還具有不佔空間、容易複製、分享，課堂上易於整理等優點，也是傳統教具所不及的。目前美國國家科學基金會（National Science Foundation, 簡稱 NSF）與全美數學教師學會（NCTM）正致力於虛擬教具的研究開發，我們在 NCTM 的網站中可以看到豐富的成果。反觀，虛擬教具在國內則鮮為人知。研究者檢索全國碩博士論文、教育類期刊雜誌，發現對於虛擬教具的開發研究寥寥可數，而且大多偏重於國、高中幾何課程的圖說證明，能夠適用於國小階段的虛擬教具幾乎沒有！幸而由國內研究團隊所開發之「萬用揭示板數學教學網」(Magic Board) 解決了這個問題。「萬用揭示板數學教學網」將小學階段常用的數學實體教具數位化、元件化後置於網站上供教師隨時取用。透過此網站平台，教師可以建置、分享布題及教材，並輕鬆應用這些布題與教材在國小階段的數學教學上。

袁媛、陳國龍、張世明（2007）指出，有關虛擬教具的發展是一個新的研究方向，其發展仍然方興未艾，但目前我們對虛擬教具所可能帶來的衝擊仍所知有限，這個研究主題是相當值得探討的。在這其中，除了要探究虛擬教具對於數學成就的影響外，似乎亦應探究虛擬教具對於數學態度的影響。在 TIMSS2003 國小四年級學生數學成就表現的調查中我們可以發現，雖然臺灣學生的數學成就表現顯著高於國際平均，但是，在數學學習的自信心及喜歡數學學生的百分比上卻反低於國際的平均（林碧珍、蔡文煥，2005），可見我國學生雖有較高的數學成就，但對數學學習卻缺乏信心也不喜歡數學。研究顯示，數學態度對學生決定未來是否繼續研讀數學或是從事有關數學相關行業等均扮演一個相當重要的角色（譚寧君，1992），因此，如何使臺灣學生建立樂觀正向的數學態度，也已成爲當前數學教育急需重視與研究的事了。

綜上所述，研究者在瞭解學生對角度概念學習的困難以及對數學態度的低落後，擬在國小四年級數學角度的單元，以「萬用揭示板」作爲教學輔具，設計出國小四年級角度單元的實驗教材，並以準實驗設計檢驗其教學成效及其對學生數學態度的影響。期望在實驗結束後，能透過數學態度量表與角度單元成就測驗來了解學生們的學習狀況，以作爲評估「萬用揭示板」對於國小四年級數學角度單元教學的影響。

二、研究目的

根據上述的研究動機，提出主要研究目的如下：

- (一) 比較以「萬用揭示板」作為教學輔具的教學環境和傳統實體教具的教學環境，對國小四年級學生學習數學角度單元之影響。
- (二) 比較以「萬用揭示板」作為教學輔具的教學環境和傳統實體教具的教學環境，對國小四年級學生數學態度之影響。

三、研究問題

依據上述研究目的，提出本研究之待答問題：

- (一) 以「萬用揭示板」作為教學輔具之實驗組學生，在後測「角度單元學習成就測驗」的得分是否顯著優於控制組的學生？
- (二) 以「萬用揭示板」作為教學輔具之實驗組學生，在延後測「角度單元學習成就測驗」的得分是否顯著優於控制組的學生？
- (三) 以「萬用揭示板」作為教學輔具之實驗組學生，在後測「數學態度量表」的得分是否顯著高於控制組的學生？

四、名詞釋義

(一) 傳統實體教具教學

本研究中所指的傳統實體教具教學，是指對應於以虛擬教具作為教學輔具的另一種教學方式。此種教學的過程之中，使用的教具多是實體的，看得到也觸摸得到，可以被實際操作的真實物件，包括器物（例如折尺、量角器、三角板）、掛圖、字卡與圖卡等，並沒有使用虛擬教具、多媒體教材等資訊融入的教材。

(二) 虛擬教具

虛擬教具可以看作是一套電腦軟體（程式），用來呈現許多傳統教具可以呈現甚至無法呈現的概念，藉以幫助學生建構數學的抽象概念的學習工具。虛擬教具實質上是一個物體（object），它是藉由電腦軟體技術所繪製出來的立體影像。我們可以透過鍵盤、滑鼠，對它像對實體教具一般進行移動、翻轉、旋轉等操作，甚至於實體教具無法複製、放大、縮小等限制，虛擬教具都可以辦到。使用是否有互動性的存在，是虛擬教具和非虛擬教具之間最大的差異點，所以除了靜態視覺呈現外，其它例如：點擊以後出現事先設定好的答案或是播出已設定好的動畫，只要不允許使用者直接操作或涉入，無法讓使用者扮演主動創造數學意義角色的電腦軟體，都不能納入虛擬教具。

(三) 萬用揭示板

該軟體及網站由 95 年度國科會計畫補助建置，計畫編號 95-2520-S-033-003，計畫主持人為中原大學教育研究所袁媛教授，設計維護者是台北市博愛國小張世明老師，網址：<http://163.21.193.5/>。萬用揭示板的開發工具為 Flash MX 2004，是一本土化的虛擬

教具教學網站。該網站所提供的教具元件都是以當前教科書中最常使用的實體教具為藍本，加以數位化、元件化而成，因此這些虛擬教具元件不但保有實體教具的效能，甚至超越實體教具的限制，呈現出更清楚的數學概念。萬用揭示板使用時十分方便，操作界面也很簡單，還可直接修改他人提供的教學布題以符合自己教學需要，是國小數學教學一個相當便利的工具。

五、文獻探討

(一) ADDIE 系統化教學設計 (陳年興、楊錦潭，2006)

1975 年，美國陸軍發展了一套「聯合軍種教學系統發展模式」以改善軍事訓練的效能。它將教學設計分為分析 (Analysis)、設計 (Design)、發展 (Development)、實施 (Implementation) 及評鑑 (Evaluation) 五個階段。到了今日，數位課程發展作業的流程，幾乎都是依循聯合軍種此套系統法則而來。ADDIE 教學設計模式如圖 1 所示：

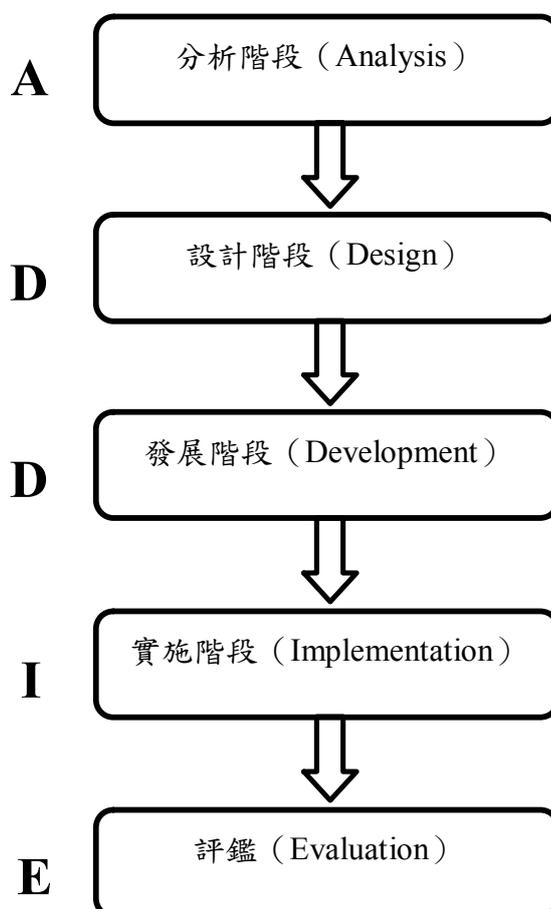


圖 1 ADDIE 教學設計模式概念圖

1. 分析階段

在本階段，透過學習目標分析，可以決定學習者在完成學習之後應有的表現；透過學習內容分析，可以界定學習內容的種類及其技能，作為設計及發展的基礎；透過學習者分析，可以找出學習者在開始學習時所具備的起點行為，和會影響學習效果的因素。

2.設計階段

在本階段，要能找出現有環境中的資源與限制，使教材的發展能夠在現有條件下完成，並且依據內容架構圖及學習者的起點行為，撰寫學習者在完成教學之後應有的表現。

3.發展階段

在本階段，依據設計階段所訂出的標準，製作達成目標所需要的教材以及學習成果測驗工具，作為下一階段正式實施的準備。

4.實施階段

在本階段，主要是依據所擬定的教學策略進行教學活動，不管是面對面的授課或是將課程上線，最重要的就是要設定好學習環境，並且測試無誤才能將課程推廣出去給學習者。

5.評鑑階段

在本階段，可以利用各種的測驗，如自我評量及課後線上測驗，藉以了解學習者的學習成效；也可以利用各種的問卷設計，來了解學習者對於學習過程的滿意度評估，以做為未來開課時計畫修正的參考。

（二）角度概念

1.角的定義

透過角度發展史相關文獻的回顧，我們可以知道“角度”很明顯地被定義成好幾種形式。有些定義談論比較多在它的旋轉；有些在它的內部；有些在射線的組成和頂點。有些定義排斥 0、180、360 度角，或是大於 180 度的角，或是大於 360 度的角。有許多過去角的定義允許以某種形式相交的曲線當作是角的一部分。所有的這些定義都能夠被分類成不是一種關係（relation）、一種數量（quantity），就是一種性質（quality）。這許多的定義起源於一個事實，那即是角度的概念是高度複雜的和它能夠被從各種優勢的觀點來接近及論述（Matos, 1990; Keiser, 2004）。本研究是探討虛擬教具對國小四年級學生數學角度概念學習的影響，由於學生並非初次學習角概念，且本單元的重點在於角度的量測及教導學生認識 0 度、180 度、360 度角，所以本研究對角的定義採 Choquet（1969）使用旋轉（rotation）所定義的角為主。

2.國外學者有關角度概念的研究

（1）Mitchelmore 與 White 對於兒童角概念教學的研究

Mitchelmore 與 White 提供了一個透過連續的抽象化過程和概括化過程來學習角度概念的理論，同時建議角度的教學應該包含指導學生去做抽象化和概括化。他們提出了標準的角度概念（相交於一點的兩條傾斜直線），以關聯所有的角脈絡，另也提出所謂角度抽象化過程教學方法的三個原則：熟悉、相似和具體化。在角度測量的教學中，他們的研究也建議教師要能幫助學生去將旋轉視為是一種兩線間的關係和能夠幫助學生去認知在旋轉和角落之間角的相似性，如此，角度測量的教學才會是有效的。他們的研究也指出一線角的情境（門、雨刷、時鐘指針等）和零線角的情境（例如：門把、身體

旋轉、輪子)，角是不容易被確認的，教師要能幫助學生想像或記憶角的線性部分（角的兩邊）（Mitchelmore & White, 2000; White & Mitchelmore, 2003）。

（2）Wilson 與 Adams 對於兒童角概念及角度測量教學的研究

Wilson 與 Adams 認為在小學階段所有說明角度概念的方法中，將角度視為是一種旋轉的概念似乎是特別適宜的。他們認為以旋轉來說明角度的好處是它可以消除許多學生關於角度的迷失概念，這些迷失概念包括：邊的長度愈長，角度就愈大；角的一邊一定必須是水平的（Wilson & Adams, 1992）。

Wilson 與 Adams 另也認為影響學生學習成就的最重要因素之一是學習的機會，所以在小學階段，教師應提供學生機會去發展概念的理解。他們提出一套教導角度測量的基本策略去幫助學生增加學習角度概念的學習機會。教導角度測量的基本策略有四個步驟，每一個步驟都是前一個步驟的擴充和後一個步驟的介紹。此四個步驟為：探索角度的概念、角度比較、開發一個可以被使用來測量角度的單位及觀察關係和發明規則。其中 Wilson 與 Adams 非常強調先開發一個可以被使用來測量角度的非標準單位，待學生會用此非標準單位來測量任何角的角度後(熟悉角度的加減後)，才進入量角度標準單位的學習(量角器)（Wilson & Adams, 1992）。

（3）Happs 與 Mansfield 對「角」估測概念之研究

Happs 與 Mansfield 強調估測在測量方面是一個很重要的技能。而估測能力的培養，需靠實際測量的經驗。藉著豐富的實際測量經驗，學生在心裡就會產生一些測量的基準（benchmark）心像，然後利用這些基準心像就可進行估測了。在角度的估測教學中，Happs 與 Mansfield 建議可教導學生用量角器心像、直角心像、平角心像及多邊形的中心角心像為基準心像來估測角度（Happs & Mansfield, 1992）。

3. 國內學者有關角概念的研究

（1）柯慶輝對國小三年級學童具體角情境解題之研究

柯慶輝採取臨床晤談法，以六個真實情境為題材，探究 12 名被隨機分派為三組的國小三年級學童的角概念。研究發現，兒童對於角概念的建構會受個體、情境以及社會文化等因素的影響；兒童對於角的認知，是「形」先於「定義」的；兒童認知角脈絡中標準角的難易度，由易而難，依序為交叉脈絡、角落脈絡、彎曲物體脈絡、彎曲路徑脈絡、傾斜與無限制旋轉脈絡（柯慶輝，2000）。

（2）黃金泉對國小四年級學童角的概念之研究

黃金泉採用筆試測驗及訪談去探究國小四年級學童角概念的迷思概念為何，其研究樣本取自南部四所國小九個四年級班級，學童人數共 253 人。研究發現，用量角器測量角度時，約有 36% 的學童是只看量角器內圈刻度來報讀；56% 的學童使用「直覺法則」之「A 比較多，B 就會比較多」的概念來比較角的大小；約 46% 的學童對角度的意義仍有釐清的必要；在一個多邊形內能正確指出直角的學童約 45%，只有少數學生會使用直角三角板的直角來檢測直角；約 55% 的學童具有角方向改變的保留概念，及約 47% 的學童具有切割後再組合的保留概念；約 50% 的學童會畫出指定度數的角，約 47% 的學生

認為線段上的點都可以當頂點來畫角；25%的學生在估測角度時，是看線段的長短來決定角的度數，約 63%的學生沒有角度的估測概念（黃金泉，2003）。

（3）王慈莉對國小三年級學童角概念之探究

王慈莉採用調查研究法去探究國小三年級學童在學習角概念相關課程後，對於角概念的認知情形及使用工具測量角度的表現，其研究樣本取自高雄市某國小三年級學童 5 班共 159 人，再從筆試結果中挑選出 15 人進行深入訪談。研究發現，約有 87%的學童都能夠辨識單獨出現的角形是角或非角，只有在角度接近於平角時，學生在辨識上才會有較大的困難；國小三年級學童的直角概念是模糊不清的，約有 24%的學童認為直角要有水平邊，約有 20%的學童認為所有的角都可稱為直角，也有學童認為直角記號和標示角的弧線沒有差別；約有 42%的學童在辨識圖形中的角時，不會依據角的定義和條件來辨識圖形中的角；國小三年級學童在進行角的大小比較時，容易受直覺法則 more A - more B 以及 same A - same B 的影響，尤其以弧線的大小影響最鉅；約有 86%的學童能夠正確測量出指定張開角的度數；約有 10%的學童在使用量角器測量角度時，邊長較短的角會用內圈刻度來判讀，邊長較長的角則會用外圈刻度來判讀（王慈莉 2005）。

（4）賴文正對國小五年級學童角概念表現之研究

賴文正採用調查研究法去探究國小五年級學童對於「角概念」的認知表現及所呈現的迷思概念，其紙筆測驗樣本取自台中縣市及彰化縣等六所國小共十四班的 458 位學童，並自彰化縣兩所學校的樣本中，選取高、中、低成就表現的學童共 36 位進行實作活動與晤談解題的想法。研究發現，約 68%的學童能清楚的認知角的構成要素，不受邊的長短或開口方向的不同所影響；約 60%的學童能理解鉛垂線與水平線相交所成的四個角皆為直角；約 92%的學童能理解旋轉成直線的角度是 180 度，約 49%的學童能理解旋轉四分之三圓的角度是 270 度，約 79%的學童能理解旋轉一周的角度是 360 度；約 62%的學童能理解角移動雖產生開口方向的改變，但其角量大小不變；約 58%的學童能理解角邊的長短並不影響角的大小；約 81%的學童能畫出指定度數的鈍角；約 57%的學童缺乏優角的概念，不知如何畫出優角的角形；約 48%的學童能實測優角的度數；為數不少的學童（約 49%~55%）對角度的估測能力欠佳；多數學童（約 60%~67%）尙未能理解鐘面兩數字對應刻度夾角的度數，並以直覺、目視、另類想法等方式，判斷兩針夾角與分針旋轉角度，計算錯誤（賴文正，2005）。

從國內角概念的相關研究可發現，兒童角概念的不足與迷思存在各個年級。角度概念的多方面性質，讓它變成孩子學習時感到困難的一個概念，特別是在角度測量方面。在角度測量的教學方面，一般都建議採用角是一種旋轉的定義，但在柯慶輝的研究中可發現，兒童要認知角脈絡中的標準角，傾斜與無限制旋轉脈絡是最困難的，所以要用角是旋轉的定義去教角度的測量，就必需先讓學生能夠將旋轉視為兩線之間的關係（Mitchelmore & White, 2000）。

(三) 虛擬教具

1. 虛擬教具的意義

近年來隨著資訊科技的進步，電腦程式設計的日新月異，人們的生活型態與思考學習也漸漸隨著這些資訊科技的創新而有了改變。現代人在學習知識的過程中，數位學習也已漸漸扮演了重要的角色。在此趨勢下，加上學者也肯定具體實物的操作及利用其他表徵教學數學的功用，這使得一些研究者開始研究設計一種在電腦上使用的教具－虛擬教具（virtual manipulatives）。這是一種結合具體教具和電腦技術且適合國中小學生使用於數學學習的科技輔具（袁媛，2007）。虛擬教具可以像實體教具一樣豐富學生的視覺印象，也可以像實體教具一樣具有操弄性。但是虛擬教具還具有不佔空間、容易複製、分享，課堂上易於整理等優點，這是傳統實體教具所不及的。因此，「使用虛擬教具……可以延伸較小兒童的具體經驗，且能對文化傳承的算則發展初步的了解。」（NCTM, 2000, p. 26-27）。學者指出在數學的教學過程中輔以實體教具及這些動態的虛擬教具可成功地幫助學生進行有意義的數學學習（Proctor, Baturo, & Cooper, 2002）。Moyer, Bolyard, 與 Spikell（2002）等人更指出虛擬教具可能會成為下一個世代最適切的數學學習工具。

「虛擬教具」一詞曾在不同的論文中出現不同的定義與說法：（1）虛擬教具是以電腦為基礎的數學教具及工具的複製本（Dorward, 2002）；（2）虛擬教具是一種可以模擬實體教具，並藉由鍵盤操作來代替實際物體三度空間操作的電腦軟體（Kim, 1993）；（3）虛擬教具是一種互動性的教學工具，這種教學工具大多以爪哇物件（Java applets）所寫成的（Drickey, 2000）；（4）虛擬教具是一種電腦操作程式，允許使用者去操弄具體物件的表徵（Clements & McMillan, 1996）。由於上述對虛擬教具的定義說法不一，於是 Moyer, Bolyard, 與 Spikell（2002）在文章中清楚的指出虛擬教具的定義是：虛擬教具是一種互動的、網頁式的、動態物件的視覺表徵，可以提供使用者一個機會去建構數學知識。由於此定義中，明確清楚的指出虛擬教具的特性（互動，網頁式，動態物件的視覺表徵及提供使用者一個機會去建構數學知識），因此之後有關虛擬教具的論文，其對虛擬教具的定義，也大多是以此三位學者的定義為主。

2. 虛擬教具的特色

- （1）大部份的虛擬教具都在網際網路上，可以隨時提取使用（Clements & McMillan, 1996; Dorward, 2002; Heath, 2002; Leathrum, 2001; Moyer & Bolyard, 2002）。
- （2）虛擬教具通常是以 Java 或 Flash 等程式所設計出來的，具有邏輯的特性，在某些情況下擁有特別的優勢，例如：快速的演算（Gadanidis, Gadanidis & Schindler, 2003; Roschelle, DiGiano, & Chung, 2000）。
- （3）允許使用者主動的操弄物件及與虛擬教具互動的結果，能讓學生探索及發現數學的關係及特點（Moyer & Bolyard, 2002）。
- （4）虛擬教具能使圖像表徵、文字符號表徵及其它表徵同時出現在螢幕上，讓學生有機會進行符號表徵之間的連結（Reimer & Moyer, 2005）。
- （5）虛擬教具在教學應用時，可以為學生提供立即回饋機制（Suh, Moyer, & Heo, 2005）。

- (6) 開發虛擬教具的設計者，可以在設計虛擬教具時，特別在其中強調出教學所欲傳達的概念 (Leathrum, 2001)。例如：可以改變數線刻度的結構。
- (7) 虛擬教具有能力做的事情，實體教具（例如：鉛筆和尺或其他工具）有時是難以做到的 (Clements & McMillen, 1996; Reimer & Moyer, 2005)。例如：教具瞬間的放大或縮小。
- (8) 虛擬教具可能有助於身心障礙學生的學習 (Miller, Brown, & Robinson, 2002; Riley, Beard, & Strain, 2004)。
- (9) 可以記錄使用者的移動步驟及其他工作項目，使思考更為流暢，增加學生的思考及創造能力。(Moyer, Bolyard, & Spikell, 2002; Suh, Moyer, & Heo, 2005)。
- (10) 因為資訊科技新奇的聲光效果，所以虛擬教具可以增加學生學習的興趣與教師教學的動機 (Clements & McMillen, 1996; Reimer & Moyer, 2005; Leathrum, 2001)。

除了上述特色之外，Moyer, Bolyard, 與 Spikell (2002) 也認為虛擬教具的特色還有以下幾點：例如可以任意的加點、加線及塗色，也能大量複製，清除方便，以及高年級學生認為虛擬教具較精緻而不俗套等。

研究方法

一、研究設計

本研究由於受限於研究者本身的時間、經費、人力等因素，因此採方便取樣，以新竹縣某國民小學四年級的學生為對象，隨機選取一班為實驗組，另一班為控制組，進行如表 1「不等組前後測準實驗設計」之教學研究。

表1 不等組前後測準實驗設計

自變項	前測	實驗處置	後測	延後測
實驗組	O1 O2	X	O3 O4	O5
控制組	O1 O2		O3 O4	O5

- 註：O1：研究者自編的角度成就測驗前測試卷。
 O2：學生數學態度調查問卷。
 O3：研究者自編的角度成就測驗後測試卷。
 O4：與O2相同的學生數學態度調查問卷。
 O5：與O3相同的角度成就測驗延後測試卷。

二、研究對象

本研究的研究範圍是國小四年級的角度單元，因此本研究之主要研究對象為國民小學四年級的學生。本研究之角度成就測驗前後測預試卷是由研究者參考角度相關論文及翰林版評量範本編製而成，受試對象由新竹縣某國民小學四年級一個班級男女生共 30

人爲測驗的對象（其使用版本爲部編本，角度單元教授較前），而正式的實驗對象爲新竹縣某國民小學四年級的學生共兩個班級，並隨機選取一班爲實驗組，另一班爲控制組。

此外，爲避免特殊學生的成績表現影響實驗結果，故資料分析時排除控制組一名因患妥瑞症而有過動傾向學生的成績。表 2 顯示兩組學生人數與有效樣本人數。

表2 研究樣本人數統計表

組別	人數（男生，女生）	有效樣本（男生，女生）
實驗組	26（13，13）	26（13，13）
控制組	28（14，14）	27（13，14）
合計	54（27，27）	53（26，27）

本研究實驗組與控制組的數學教學皆由原班級老師擔任，兩位教師皆有豐富的數學教學資歷如表 3 所示。

表3 實驗組與控制組教師基本資料表

組別	性別	專業背景	數學科教學年資	四年級數學科教學年資
實驗組	女	合格正式教師	8 年	4 年
控制組	男	合格正式教師	7 年	4 年

爲了解研究進行之前實驗組與控制組學生在角度學習的起始行爲是否有所差異，於實驗課程進行之前兩周實施前測。前測結束後，研究者將兩組學生前測得分進行獨立樣本 t 檢定的分析，發現兩組之變異數 $F=1.237$ ， $p=.271$ ($>.05$)，表示兩組前測變異數差異不顯著，在假設變異數相等的情況下，其 $t=1.789$ ， $p=.079$ ($>.05$)，未達顯著差異，表示兩組學生在角度教學前之先備能力基礎相當，表 4 顯示兩組學生角度前測成績的 t 檢定分析表。

表4 兩組角度前測之t檢定分析表

組別	人數	平均數	標準差	t	p
控制組	27	56.44	16.430	1.789	.079
實驗組	26	48.77	14.709		

在數學態度方面，兩組學生也於實驗課程進行之前兩周實施前測，而研究者在排除控制組一位男生的問卷之後（由於該生無視反向題的存在，全卷都勾選「非常同意」），將兩組學生前測問卷的平均每題得分進行獨立樣本 t 檢定的分析，發現兩組之變異數 $F=8.219$ ， $p=.006$ ($<.05$)，表示兩組前測變異數差異顯著，兩組學生前測問卷的每題平均得分離散情形具有明顯的差別，在假設變異數不相等的情況下，其 $t= -.941$ ， $p=.352$ ($>.05$)，未達顯著差異，表示兩組學生在角度教學前之數學態度相當，表 5 顯示兩組學生數學態度前測的 t 檢定分析表。

表5 兩組數學態度前測之t檢定分析表

組別	人數	平均數	標準差	t	p
控制組	26	2.74	0.393	-.941	.352
實驗組	26	2.89	0.666		

三、研究工具

(一) 以「萬用揭示板」設計的角度單元教材

本研究的角度單元實驗教材是根據 ADDIE 系統化教學設計模式來設計的，共經歷分析、設計、發展、實施、評鑑五個階段而成，而此角度單元實驗教材是以教材的形式存於「萬用揭示板-數學教學網」的網站中，以帳號密碼登入後，可用教材的查尋檢索功能，以年級為「小四」、主題為「量」及內容為「角度」的條件去查詢檢索教材，即可發現教材編號為「778」及教材標題為「角與量角器（2008/9/16）」的角度單元實驗教材(<http://163.21.193.5/asp/search/loadobj.asp?pid=778>)。

(二) 角度成就測驗前測試卷

本研究所使用之「角度成就測驗前測試卷」，是由研究者參考國小數學領域相關能力指標後自行編製而成。試卷內容的題目是參考國內有關角度研究論文內的角度試題，以及部編版與翰林版的命題光碟內容而成。前測試卷初稿完成後，分別請指導教授及數學領域教師數位給予專家意見並進行修改。編製完成的「角度成就測驗前測試卷」再以新竹縣某國小四年級的一個班級共三十位學生進行預試，得到試卷內部一致性信度值為.848（Cronbach α 係數），表示有不錯的信度。

(三) 角度成就測驗後測及延後測試卷

本研究之後測卷、延後測卷為同一份試卷，是由研究者自行編製的數學「角度概念紙筆評量」。「角度概念紙筆評量」是由研究者參考國小數學領域相關能力指標後自行編製而成。試卷內容的題目是參考國內有關角度研究論文內的角度試題，以及九十七學年度上學期翰林出版社的國小四上數學第七冊課本、習作以及命題光碟、測驗卷而成。初稿完成後，分別請指導教授及數學領域教師數位給予專家意見並進行修改。編製完成的「角度概念紙筆評量」再以新竹縣某國小四年級的一個班級共二十九位學生進行預試，得到試卷內部一致性信度值為.932（Cronbach α 係數），表示測驗所得的分數可信度佳。

(四) 數學態度調查問卷

本研究的數學態度調查問卷是採用曾安如（2004）所編製的數學態度量表。此問卷內容包含認知、情意及行為三個層面，問卷的 Cronbach α 係數為.73，表示此問卷之信度應可接受，而此問卷也獲得其他研究者使用於國小中低年段其它年級的數學態度探索，故本工具在國小中低年段的數學態度探索上具有不錯的信效度（鄧傳慧，2006；魏敏媛，2007）。

四、研究流程

為達成本研究之研究目的，茲將本研究之研究流程整理歸納如圖 2 所示：

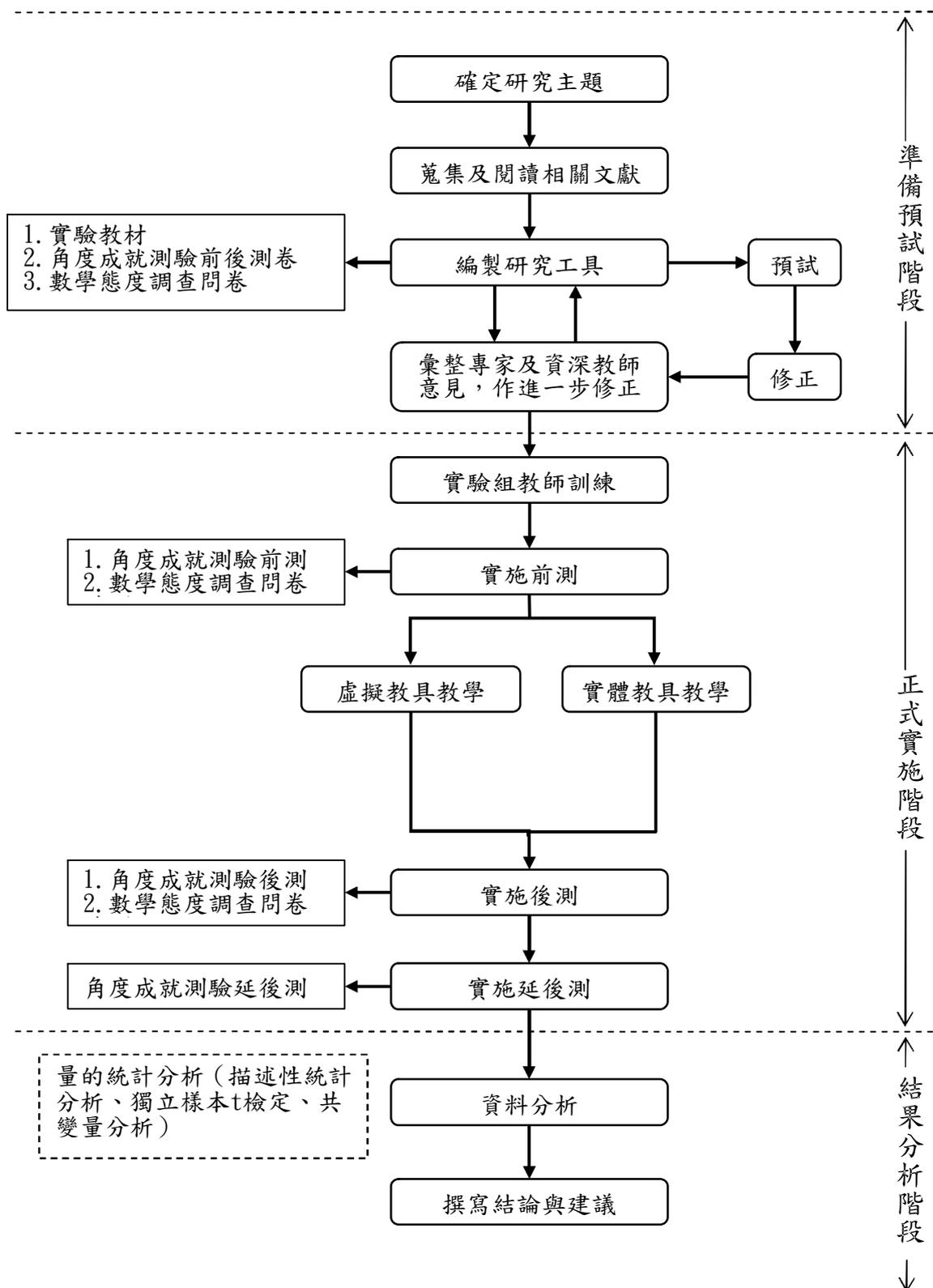


圖 2 研究流程圖

研究結果

一、教學成效之比較

此一部分主要在分析實驗組和控制組在數學角度單元教學之後，兩組學生在數學成就上的差異。以下分成三個部分說明，第一個部分為兩組學生角度成就測驗成績之平均數和標準差的描述；第二個部分為兩組學生角度成就測驗後測得分的分析；第三個部分為兩組學生角度成就測驗延後測得分的分析。

(一) 兩組學生角度成就測驗成績之平均數和標準差的描述

根據兩組學生角度成就測驗的前測、後測及延後測成績，統計其平均數和標準差如表 6 所示。

表6 兩組學生角度成就測驗成績之平均數和標準差

組別	前測		後測		延後測	
	平均數	標準差	平均數	標準差	平均數	標準差
控制組 N=27	56.44	16.43	60.83	23.67	57.22	28.11
實驗組 N=26	48.77	14.71	80.96	14.09	84.23	9.90

由表 6 中，我們可以發現，除了前測成績是控制組高於實驗組外，其餘的後測及延後測成績皆是實驗組高於控制組，且有蠻大的差距。而此結果的產生，研究者認為一方面是萬用揭示板優秀的教學效果所致，另一方面也可能因實驗教材有經過 ADDIE 的教學設計，因而較翰林教材(控制組的教材)有更佳的教學順序與更豐富的內容所致。

(二) 兩組學生角度成就測驗後測得分的分析

實驗組與控制組學生之角度成就測驗前測得分經統計分析後，發現在實驗教學前兩組之數學能力表現並無顯著差異(如表4)，因此本研究利用實驗組與控制組兩班在角度成就測驗的後測得分，進行獨立樣本t檢定的分析，以探討實驗組與控制組學生在立即性學習成效上的差異。後測的檢定結果若達到顯著性，則進一步根據Cohen(1988)之建議，計算效果量(effect size) d，以判斷統計的顯著性是否具有實質意義。兩組後測得分之t檢定分析表如表7所示。

表 7 兩組後測得分之 t 檢定分析表

組別	人數	平均數	標準差	t 考驗	效果量 d
控制組	27	60.83	23.67	-3.778***	1.04
實驗組	26	80.96	14.09		

*p<.05 **p<.01 ***p<.001

從表 7 中，可以發現，控制組學生後測平均得分為 60.83，低於實驗組的後測平均得分 80.96。而兩組 t 檢定之變異數相等的 Levene 檢定為 $F=8.718$ ， $p=.005$ ($<.05$)，表示兩組後測變異數差異顯著，在不假設變異數相等的情況下，其 $t=-3.778$ ， $p=.000$ ($<.001$)，達顯著差異，再經計算效果量，得 $d=1.04$ (≥ 0.8)，屬高度效果量，表示實驗組與控制組在後測的顯著差異，不但具有統計上的意義，而且在臨床顯著性上也有其實質的意義。

統計結果亦顯示以「萬用揭示板」作為教學輔具的教學環境，在學生立即性的學習成效上，是優於傳統實體教具的教學環境。換句話說，實驗教材對於學生在立即性的學習上是有幫助的。

(三) 兩組學生角度成就測驗延後測得分的分析

為了更進一步探討實驗教材對學生保留性學習成效的影響，研究者於後測七週後，以同一份試卷對兩組學生實施角度單元學習成就的延後測驗。然後如同後測分析一樣，將兩組延後測的得分進行獨立樣本 t 檢定的分析，以探討實驗組與控制組學生在保留性學習成效上的差異。延後測的檢定結果若達到顯著性，則進一步根據 Cohen (1988) 之建議，計算效果量 (effect size) d ，以判斷統計的顯著性是否具有實質意義。兩組延後測得分之 t 檢定分析如表 8 所示。

表 8 兩組延後測得分之 t 檢定分析表

組別	人數	平均數	標準差	t 考驗	效果量 d
控制組	27	57.22	28.12	-4.700***	1.28
實驗組	26	84.23	9.89		

* $p<.05$ ** $p<.01$ *** $p<.001$

從表 8 中，可以發現，控制組學生延後測平均得分為 57.22，低於實驗組的延後測平均得分 84.23。而兩組 t 檢定之變異數相等的 Levene 檢定為 $F=32.722$ ， $p=.000$ ($<.05$)，表示兩組延後測變異數差異顯著，在不假設變異數相等的情況下，其 $t=-4.700$ ， $p=.000$ ($<.001$)，達顯著差異，再經計算效果量，得 $d=1.28$ (≥ 0.8)，屬高度效果量，表示實驗組與控制組在延後測的顯著差異，不但具有統計上的意義，而且在臨床顯著性上也有其實質的意義。

統計結果亦顯示以「萬用揭示板」作為教學輔具的教學環境，確實能讓學生在教學之後仍留下深刻印象。換句話說，實驗教材對於學生在保留性的學習上是有幫助的。

二、教學態度之比較

此一部分主要在分析實驗組和控制組在數學角度單元教學之後，兩組學生在數學態度上的差異。以下分成二個部分說明，第一個部分為兩組學生數學態度量表前後測之平均數和標準差的描述；第二個部分為兩組學生數學態度量表後測得分的分析（為排除兩組學生在教學實驗前的差異，以兩組前測「數學態度量表」的得分為共變數，兩組後測「數學態度量表」的得分為依變數，進行單因子共變數分析）。

(一) 兩組學生數學態度量表前後測之平均數和標準差的描述

根據兩組學生數學態度量表前後測的得分，統計其平均數和標準差如表 9 所示。

表9 兩組學生數學態度量表前後測之平均數和標準差

組別		認知		情意		行為		總分	
		平均數	標準差	平均數	標準差	平均數	標準差	平均數	標準差
控制組 N=26	前測	24.96	5.22	14.62	3.90	26.27	4.63	65.85	9.42
	後測	27.54	6.19	15.23	5.00	27.73	5.46	70.50	12.54
實驗組 N=26	前測	26.23	6.58	16.19	5.17	26.85	6.24	69.27	15.98
	後測	31.35	5.60	18.88	5.47	32.46	4.88	82.69	13.35

由表 9 中，我們可以發現，兩組學生在數學角度單元教學之後，不管在數學態度分項的認知、情意及行為方面，或是總分方面，數學態度量表的得分都有進步。另一方面，若從兩組前後測的差距來看，約略也可看出實驗組在數學態度的認知、情意、行為及總分各方面，其得分之增幅均較控制組為大。

(二) 兩組學生數學態度量表後測得分的分析

為排除數學態度量表前測分數對後測分數的影響，於是本研究以不同的組別為自變項，兩組前測「數學態度量表」的得分為共變項，兩組後測「數學態度量表」的得分為依變項，進行單因子共變數分析 (ANCOVA)，以探求兩組學生數學態度量表後測得分的差異。若兩組後測得分的差異達到顯著性，則進一步根據 Cohen (1988) 之建議，計算效果量 (effect) d ，以判斷統計的顯著性是否具有實質意義。

而在進行共變數分析之前，要先檢定組內迴歸係數同質性之假定，組內迴歸係數同質性檢定係在考驗各實驗處理組內共變項對依變項進行迴歸分析所得到的斜率是否相同，此一假設檢定是在考驗原分組自變項與共變項間是否有顯著的交互作用，若交互作用檢定顯著，則代表原自變項與共變項間有交互的影響關係，此結果即違反了組內迴歸係數同質性的假定；相反地，若自變項與共變項間的交互作用檢定不顯著，則表示未違反組內迴歸係數同質性的假定 (吳明隆，2003)。

數學態度量表後測總分的組內迴歸係數同質性考驗結果，如表 10 所示。

表 10 數學態度量表後測總分的組內迴歸係數同質性檢定分析表

來源	型 III 平方和	自由度	平均平方和	F	p
班級 * 前測	106.439	1	106.439	.868	.356

由表 10 中，我們可以發現，班級自變項與共變項前測分數之交互作用項考驗的 F 值為.868；顯著性考驗的 p 值為.356>.05，未達.05 的顯著水準，符合共變數分析中組內迴歸係數同質性的假定，因此可繼續進行共變數分析。而數學態度量表後測總分的共變數分析，整理如表 11 所示。

表11 數學態度量表後測總分的共變數分析統計表

組別	人數	平均數	標準差	調整後平均數	F	p	d
控制組	26	70.50	12.542	71.40	11.268	.002	0.8
實驗組	26	82.69	13.350	81.79			

由表 11 中，我們可以發現，兩組學生在數學態度量表後測總分的平均數各為 70.50 與 82.69，在排除數學態度量表前測分數的影響後，兩組平均數分別調為 71.40 與 81.79，其單變量檢定為 $F=11.268$ ， $p=.002 (<.05)$ ，達顯著差異，再經計算效果量，得 $d=0.8$ (≥ 0.8)，屬高度效果量，表示實驗組與控制組在數學態度量表後測總分的顯著差異，不但具有統計上的意義，而且在臨床顯著性上也有其實質的意義。

結論與建議

一、結論

(一) 以萬用揭示板為輔具的角度教學活動設計能有效提升學童角概念學習的立即性學習成效。

本研究利用實驗組與控制組兩班在角度成就測驗的後測得分，進行獨立樣本 t 檢定的分析與計算效果量後發現，實驗組學生在立即性學習成就（後測）的平均得分比控制組學生高，並達到顯著差異且具有高度效果量的實質意義，顯示實驗教材對於學生在角度概念立即性的學習上是有幫助的。

(二) 以萬用揭示板為輔具的角度教學活動設計能有效提升學童角概念學習的保留性學習成效。

本研究利用實驗組與控制組兩班在角度成就測驗的延後測得分（與後測間隔約七週，以同一份試卷施測），進行獨立樣本 t 檢定的分析與計算效果量後發現，實驗組學生在保留性學習成就（延後測）的平均得分比控制組學生高，並達到顯著差異且具有高度效果量的實質意義，顯示實驗教材對於學生在角度概念保留性的學習上是有幫助的。

(三) 以萬用揭示板為輔具的教學活動設計能有效提升學童的數學態度。

本研究為排除數學態度量表前測分數對後測分數的影響，於是以不同的組別為自變項，兩組前測「數學態度量表」的得分為共變項，兩組後測「數學態度量表」的得分為依變項，進行單因子共變數分析（ANCOVA）與計算效果量後發現，兩組學生在數學態

度量表後測總分的平均得分也是實驗組高於控制組，並達到顯著差異且具有高度效果量的實質意義，此說明了以「萬用揭示板」作為教學輔具的教學設計，可以對學生的數學態度提供一個更正向且更深的影響，致使實驗組學生在數學態度的表現上，皆高於控制組學生並達到實質上的顯著差異。

二、建議

(一) 對教學上的建議

1. 建議使用「萬用揭示板」來設計角度教材及進行角度教學

本研究結果發現，以「萬用揭示板」作為教學輔具所設計的角度教材，確實能幫助教師提升角度教學的教學效率與教學效果，並能正向提升學生的數學態度。學者指出，在小學階段所有說明角度概念的方法中，將角度視為是一種旋轉的概念似乎是特別適宜的 (Wilson & Adams, 1992)。然而在傳統教學中，由於往往無法有效地展示這角度旋轉的現象，加上量角器教具刻度的不易看清楚，以致學生的角度概念往往一知半解，甚至產生了許多迷思概念。所幸，拜科技之賜，由於虛擬教具的出現，上述角度教學所遇到的困難，開始有了改善的可能。「萬用揭示板」的虛擬教具除了新奇有趣，可提升學生的學習興趣外，它的動態圖像更可以對角度的關鍵概念提供一個有意義且難忘的途徑，並且提供學生動態的心像，讓學生在角度概念的學習上更有意義，更好記憶。

2. 建議營造一個便於資訊融入教學的環境

以「萬用揭示板」作為教學輔具所設計的教材，需要單檯投影機、電腦與網路等資訊設備，才能運作教學。由於一般的班級教室大都沒有懸掛式的單檯投影機，因此，若要使用「萬用揭示板」來教學，就必須每一節上課前都要在教室中間走道位置架設單檯投影機，而且需提防學生勾到連接線，較為費時費力。研究者因此建議，若要提升教師使用「萬用揭示板」教學的意願，學校方面即需營造一個包含有懸掛式的單檯、性能良好的電腦、傳輸快速的網路以及遮蔽性良好的窗簾等便於資訊融入教學的環境。

3. 建議以「萬用揭示板」來教學時，需做妥善的教學設計，勿只靠虛擬教具

張世明 (2006) 曾指出，萬用揭示板是一個完全以教師教學工具的角度而設計的教學軟體，軟體本身並沒有提供任何數學概念的自動教學，必須由教師有計畫的呈現學習的內容，這個軟體才具有教育性。因此建議教師在使用「萬用揭示板」教學前，宜先了解學習者的起點行為與學習特質，並對教材內容的背景知識能有充份的研究與了解，然後利用系統化教學的流程，來設計與發展自己的教材並能加以評鑑，如此才能確保教學的品質與成效。

4. 建議適時利用「萬用揭示板」來進行國小數學科的教學，以正向提升學生的數學態度

本研究結果發現，雖然只有短短兩周的實驗教學，然而實驗教學後，實驗組學生的數學態度與控制組學生的數學態度卻已達到了顯著差異 (正向)。因此，研究者建議，教師可適時利用「萬用揭示板」來進行國小數學科的教學，以提高學生學習數學的樂趣以及學習數學的動機。

（二）對萬用揭示板的建議

1.建議開發「萬用揭示板」的單機使用版本

「萬用揭示板」是屬於網路版的虛擬教具，雖說網路版的虛擬教具有很多的優點，但若開發「萬用揭示板」的單機版，相信更能如虎添翼、相得益彰。如能有「萬用揭示板」的單機版，則即使是網路有問題或是在沒有網路的環境下，教師一樣可使用「萬用揭示板」來編輯布題、組織教材及使用教材，將相當程度的提升教師使用「萬用揭示板」的意願。

2.建議改進「萬用揭示板」的一些小缺失

雖然「萬用揭示板」功能強大、性能優異，但研究者認為「萬用揭示板」仍有許多可改進之處，例如：歡呼聲不穩定；量角器虛擬教具的內外圈刻度和量角器實體教具的內外圈刻度剛好相反等問題，或多或少都造成了教師教學上的一些困擾，建議能改善或有更完美的設計。

（三）對後續相關研究的建議

1.在角度教學方面

（1）建議擴大研究對象

本研究鑒於時間及人力的限制，實驗樣本僅限於新竹縣某國小四年級二個班級的 54 位學生。建議未來的研究可擴大樣本數量或是擴大到其他地區，將研究發現作較大樣本的探討。

（2）建議針對國外許多教導角度教學的研究進行國內教學的實驗研究

國外許多學者，如：Mitchelmore 與 White 以及 Wilson 與 Adams 都曾對角度教學進行過研究，也都提出有關角度教學的許多教學建議。建議國內的研究者，可將他們的教學建議實際用於教學之中，以檢驗其教學成效，並和現今國內角度教學的方式做一比較，以探討何種方式的角度教學較能幫助國內學童的角度學習。

（3）建議針對角度學習有困難的學生，進行補救教學的研究

本研究發現，即使使用虛擬教具來動態呈現角度的概念，但有少數的學生似乎對角度概念仍一知半解。建議後續的研究者，可針對這些學生進行補救教學的研究，以探究其角度學習之困難所在。

2.在「萬用揭示板」方面

（1）建議可探究「萬用揭示板」在不同教學單元的教學成效

在小學階段的數學教材中，數與量、量與實測的單元佔很大的部分，而其中很多單元都可利用「萬用揭示板」的虛擬教具來做教學現場的實驗研究，例如：時間單元、分數單元、數線單元、小數單元、長度單元以及容積單元。因此，建議後續的研究者能繼續探究「萬用揭示板」在這些不同教學單元的教學成效。

(2) 建議可探究「萬用揭示板」在不同教學環境的教學成效

目前針對「萬用揭示板」的實驗研究，大都在班級教室進行，教材設計也大都是以教師使用為主。因此，建議後續的研究者可以針對電腦教室的環境，設計出以學生使用為主的實驗教材，並探究其教學成效為何。此外，一些的研究報告也提及虛擬教具可運用於特殊教育、學前教育與補救教學的學習環境中（袁媛、陳國龍、張世明，2007；劉景聰，2008），所以將「萬用揭示板」應用於這些特殊教學環境的教學成效，亦是未來研究者可從事的研究。

(3) 建議可探究「萬用揭示板」結合「電子白板」或「繪本教材」之教學成效

近來，「萬用揭示板」的改版，皆是為「電子白板」的教學而做改變。因此，以「萬用揭示板」進行教學時，若結合「電子白板」或是同時搭配「繪本教材」，其教學成效為何？其是否比單獨使用「萬用揭示板」的教學成效更佳？都值得未來研究者去實驗及探究的。

日新月異的資訊科技，雖然常讓人望而生畏，但也往往能帶給人們希望與無限發展的可能。尤其是虛擬教具的出現，它除了會對傳統的學習方式產生重大的衝擊外，更會對未來的教育環境產生巨大的影響，而可能成為下一個世代最適切的數學學習工具。「萬用揭示板數學教學網」是國內良好的虛擬教具網站，有志於提升國小數學教育的教師們，可以好好利用此網站的虛擬教具及教學資源來進行教學與研究，共同來提升國小數學教學的品質與樂趣。

參考文獻

一、中文部份

- 王慈莉 (2005)。國小三年級學童角概念之探究。國立台灣師範大學科學教育研究所碩士論文，未出版，台北。
- 李金葉 (2007)。國小數學領域教科書角概念教材之內容分析。國立臺中教育大學教育學系碩士論文，未出版，台中。
- 吳明隆 (2003)。SPSS 統計應用學習實務。台北：知城數位科技。
- 林碧珍、蔡文煥 (2005)。TIMSS 2003 臺灣國小四年級學生的數學成就及其相關因素之探討。科學教育月刊，285，2-38。
- 柯慶輝 (2000)。國小三年級學童具體角情境解題之研究。國立嘉義大學國民教育研究所碩士論文，未出版，嘉義。
- 袁媛 (2007)。國中小數學虛擬教具的研發與教學研究。國科會專題研究報告 (編號：NSC95-2520-S-033-003)，未出版。
- 袁媛、陳國龍、張世明 (2007)。萬用揭示板 (Magic Board) — 國小特教老師的數學教學好幫手。特教論壇，3，1-13。
- 張世明 (2006)。萬用揭示板的開發與教學應用之研究。國立交通大學理學院網路學習碩士專班碩士論文，未出版，新竹。
- 張英傑 (2003)。兒童幾何形體概念調查及診斷教學之研究 (II)。國科會專題研究計畫成果報告 (編號：NSC90-2521-S-152-007)，未出版。
- 陳年興、楊錦潭 (2006)。數位學習理論與實務。台北：博碩。
- 陳瑞騰 (2003)。國小三年級學童一角之基本能力及電腦輔助學習的影響。國立新竹師範學院數學教育學系碩士班數學組碩士論文，未出版，新竹。
- 黃金泉 (2003)。國小四年級學童角的概念之研究。國立屏東師範學院數理教育研究所碩士論文，未出版，屏東。
- 曾安如 (2004)。國小二年級學童數學寫作活動、數學成就與數學態度之相關研究。國立台中師範學院教育測驗統計研究所碩士論文。
- 劉景聰 (2008)。虛擬教具融入國小六年級分數補救教學成效之研究。私立中原大學教育研究所碩士論文，未出版，桃園。
- 鄧傳慧 (2006)。資訊科技融入教學對國小一年級學童數學概念學習效應之研究。國立臺北教育大學幼兒教育學系碩士班碩士論文，未出版，台北。
- 賴文正 (2005)。國小五年級學童角概念表現之研究。國立臺中師範學院數學教育學系碩士論文，未出版，台中。
- 謝貞秀、張英傑 (2003)。國小三四年級平面圖形概念之研究。國立台北師範學院學報，16 (2)，97-134。
- 魏敏媛 (2007)。圖畫故事書融入國小三年級數學科補救教學之研究—以除法單元為例。私立中原大學教育研究所碩士論文，未出版，桃園。
- 譚寧君 (1992)。兒童數學態度與解題能力之分析探討。台北師院學報，5，621-679。

二、西文部份

- Choquet, G. (1969). *Geometry in a modern setting*. Paris: Houghton Mifflin.
- Clausen-May, T. (2008). Another Angle on Angles. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 13(1), 4-8.
- Clements, D. (2000). 'Concrete' manipulatives, concrete ideas. *Contemporary Issues in Early Childhood*, 1(1), 45-60.
- Clements, D., & Battista, M. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws(Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*(pp. 420-464). New York: Macmillan.
- Clements, D., & McMillen, S. (1996). Rethinking" Concrete" Manipulatives. *Teaching Children Mathematics*, 2(5), 270-279.
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2nd ed.). Hillsdale, NJ: Lawrence Earlbaum Associates.
- Dorward, J. (2002). Intuition and Research: Are They Compatible? *Teaching Children Mathematics*, 8(6), 329-332.
- Drickey, N. (2000). *A comparison of virtual and physical manipulatives in teaching visualization and spatial reasoning to middle school mathematics students*: Utah State University, Dept. of Psychology.
- Gadanidis, G., Gadanidis, J., & Schindler, K. (2003). Factors mediating the use of online applets in the lesson planning of preservice mathematics Teachers. *The Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 22(4), 323-344.
- Happs, J. & Mansfield, H. (1992). Estimation and mental-imagery models in geometry. *Arithmetic Teacher*, 40(1), 44-46.
- Heath, G. D. (2002). Using applets in teaching mathematics. *Mathematics and Computer Education*, 36(1), 43-52.
- Keiser, J. (2004). Struggles With Developing the Concept of Angle: Comparing Sixth-Grade Students' Discourse to the History of the Angle Concept. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(3), 285-306.
- Kim, S. Y. (1993). *The relative effectiveness of hands-on and computer-simulated manipulatives in teaching seriation, classification, geometric, and arithmetic concepts to kindergarten children*. University of Oregon.
- Leathrum, T. (2001). Writing mathlets I: A call to math professionals. *Journal of Online Mathematics and its Applications*,1(2). Retrieved December 12, 2008, from: <http://mathdl.maa.org/mathDL/4/?pa=content&sa=viewDocument&nodeId=460>
- Matos, J. (1990). The Historical Development of the Concept of Angle. *The Mathematics Educator*, 1, 4-11.
- Miller, D., Brown, A., & Robinson, L. (2002). Widgets on the Web: Using Computer-Based Learning Tools. *Teaching Exceptional Children*, 35(2), 24-28.

- Mitchelmore, M., & White, P. (2000). Development of angle concepts by progressive abstraction and generalisation. *Educational Studies in Mathematics*, 41(3), 209-238.
- Moyer, P. S., & Bolyard, J. J. (2002). Exploring representation in the middle grades: Investigations in geometry with virtual manipulatives. *Australian Mathematics Teacher*, 58(1), 19-25.
- Moyer, P. S., Bolyard, J. J., & Spikell, M. A. (2002). What Are Virtual Manipulatives? *Teaching Children Mathematics*, 8(6), 372-377.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Proctor, R., Baturu, A. R., & Cooper, T. J. (2002). *Integrating concrete and virtual materials in an elementary mathematics classroom: A case study of success with fractions*. Paper presented at the 7th world conference on computers in education, Copenhagen.
- Reimer, K., & Moyer, P. S. (2005). Third-graders learn about fractions using virtual manipulatives: A classroom study. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 24(1), 5-25.
- Riley, G., Beard, L.A., & Strain, J. (2004). Assisstive technology at use in the teachereducation programs at Jacksonville State University. *Tech Trends*, 48(6), 47-49.
- Roschelle, J., DiGiano, C., & Chung, M. (2000). *Reusability and interoperability of tools for mAthematics learning: Lessons from the ESCOT project*. Proceedings of intelligent systems & applications at University of Wollongong, NSW Australia.
- Suh, J., Moyer, P., & Heo, H. (2005). Examining Technology Uses in the Classroom: Developing Fraction Sense Using Virtual Manipulative Concept Tutorials. *Journal of Interactive Online Learning*, 3(4), 1-21.
- White, P., & Mitchelmore, M. C. (2003). Teaching angle by abstraction from physical activities with concrete materials. In N. A. Pateman, B. J. Dougherty & J. Zilliox (Eds.), *Proceedings of the 27th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 403-410). Honolulu, Hawaii: PME.
- Willoughby, S. S. (1990). *Mathmatics education in a changing world*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.
- Wilson, P. S. & Adams, V. M. (1992). A dynamic way to teach angle and angle measure. *Arithmetic Teacher*, 39(5), 6-13.

角度概念紙筆評量正式試題

(甲卷)

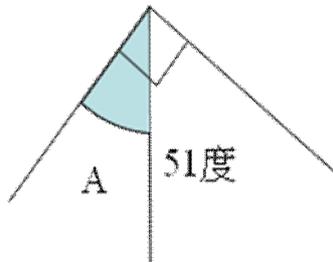
_____縣(市)_____國小_____年_____班_____號 姓名：_____

第一大題：選擇題

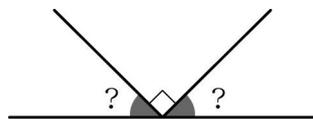
() 1、時鐘的分針轉了 180 度，是經過(1)25 分鐘(2)30 分鐘(3)35 分鐘(4)

以上皆非。

() 2、下圖中，角 A 是多少度？(1)49 度 (2)59 度 (3)39 度 (4)29 度。

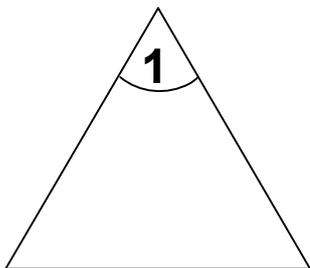


() 3、下圖中，兩個「？」的角都一樣大，則一個「？」的角是幾度？



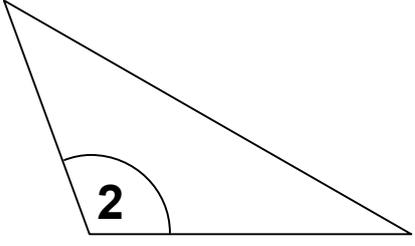
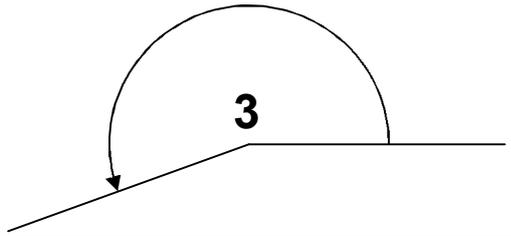
(1)45 度 (2) 50 度 (3) 55 度 (4) 40 度。

4.

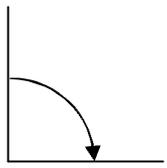
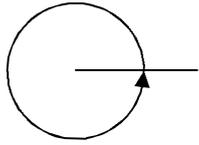
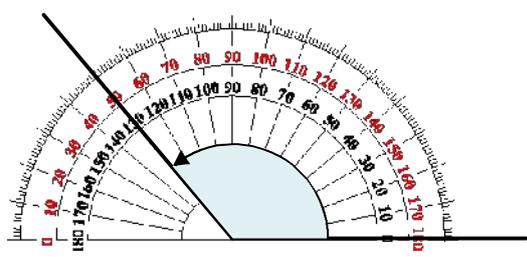
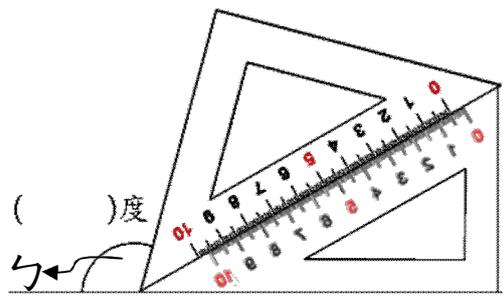


() 請你估測 $\angle 1$ 的角度， $\angle 1$ 最接近下列哪一個角度？

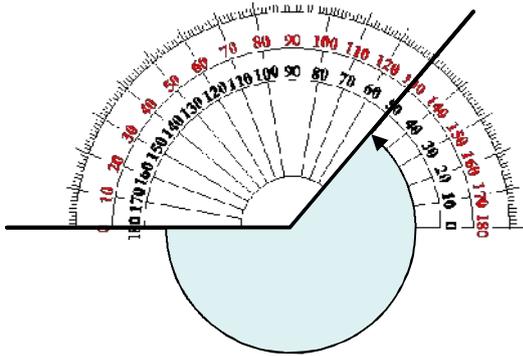
(1)10 度 (2)30 度 (3)60 度 (4)90 度。

<p>5.</p> 	<p>() 請你估測 $\angle 2$ 的角度，$\angle 2$ 最接近下列哪一個角度？</p> <p>(1)80 度 (2)110 度 (3)140 度 (4)170 度。</p>
<p>6.</p> 	<p>() 請你估測 $\angle 3$ 的角度，$\angle 3$ 最接近下列哪一個角度？</p> <p>(1)140 度 (2)160 度 (3)180 度 (4)200 度。</p>

第二大題：填充題

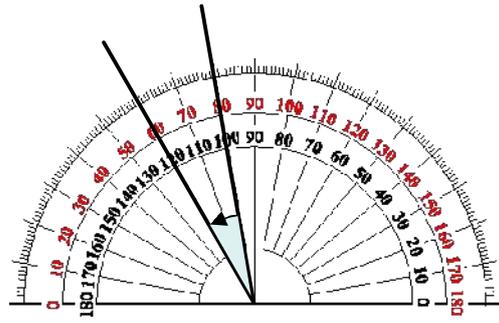
<p>7.</p>  <p>(1)旋轉方向：()</p> <p>(2)旋轉角度：()</p> <p>(3)此角稱做()角</p>	<p>8.</p>  <p>(1)旋轉方向：()</p> <p>(2)旋轉角度：()</p>	<p>9.</p>  <p>(1)旋轉方向：()</p> <p>(2)旋轉角度：()</p> <p>(3)此角稱做()角</p>
<p>10.</p>  <p>此角是()度。</p>	<p>11.</p>  <p>勺角是()度。</p>	

12.



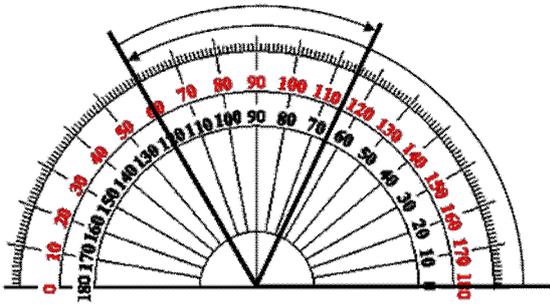
- (1) 此角是()度。
 (2) ()個 10 度角可以合成這個角。

13.



- (1) 此角是()度。
 (2) ()個 1 度角可以合成這個角。

14.

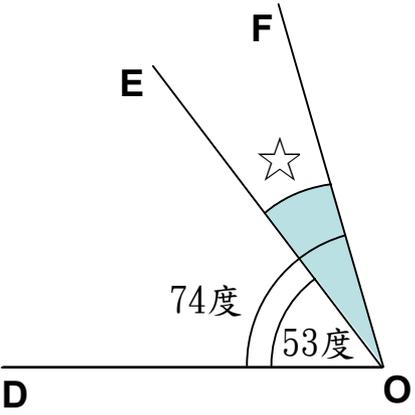
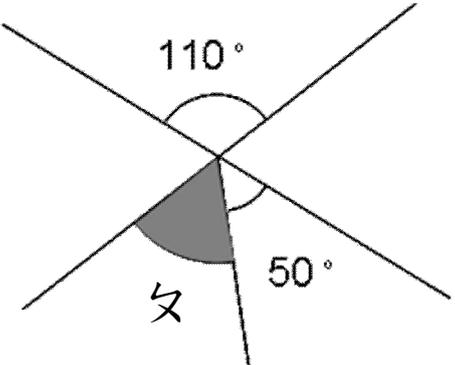
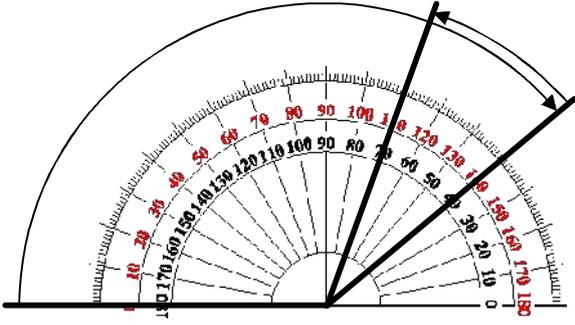


如左圖，將吸管的一端放在量角器的中心點，邊對齊右邊的 0 度，先往逆時針方向旋轉 120 度，再往順時針方向旋轉 () 度後，吸管會指在內環的 65 度線。

15.



左圖的下面是一條直線。
 算算看，左圖「☆」的角度是()度。

<p>16.</p> 	<p>左圖用量角器量得 $\angle DOF$ 為 74 度，$\angle DOE$ 為 53 度，請問 $\angle EOF$ (☆) 的角度是()度。</p>
<p>17.</p> 	<p>左圖中，灰色角又是 () 度。</p>
<p>18.</p> 	<p>如左圖，將吸管的一端放在量角器的中心點，邊對齊左邊的 0 度，先往順時針旋轉 140 度，再往逆時針方向旋轉 30 度，吸管最後會指在外圈()度。</p>

甲卷最後一頁，請再檢查一遍！

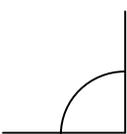
角度概念紙筆評量正式試題

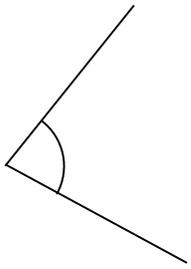
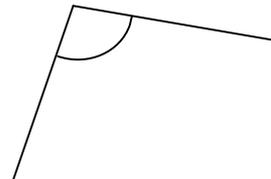
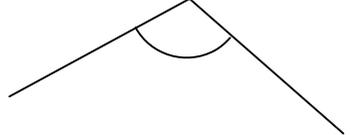
(乙卷)

_____縣(市)_____國小_____年_____班_____號 姓名：_____

第三大題：實測（量角畫角）題

一、下列圖形中，哪些角是銳角、直角、鈍角，請將答案填入（ ）內。

<p>範例：</p> <div style="text-align: center;">  </div>
(直) 角

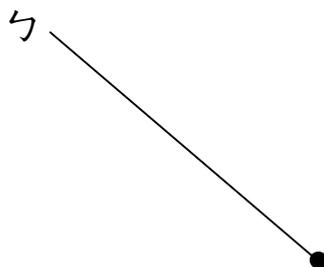
<p>19.</p> <div style="text-align: center;">  </div>	<p>20.</p> <div style="text-align: center;">  </div>	<p>21.</p> <div style="text-align: center;">  </div>
() 角	() 角	() 角

二、畫畫看

22. 以 \cdot 為角的頂點，利用下面的線，畫出 65 度的角。

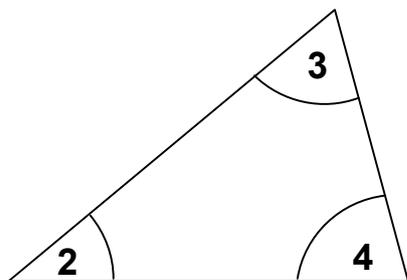


23. 以線段 \hookrightarrow 為始邊，黑點為中心，畫出一個順時針旋轉的 50 度角，並加上箭頭表示轉動的方向。



三、填填看

24.



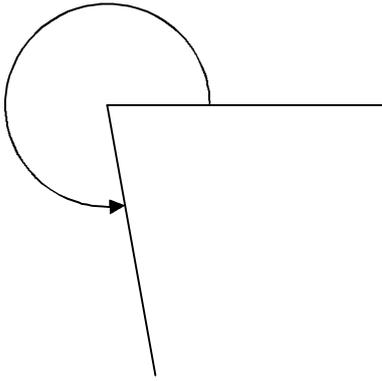
左圖是一個三角形，請你用量角器量出三內角的度數。

(1) $\angle 2 = (\quad)$ 度。

(2) $\angle 3 = (\quad)$ 度。

(3) $\angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = (\quad)$ 度。

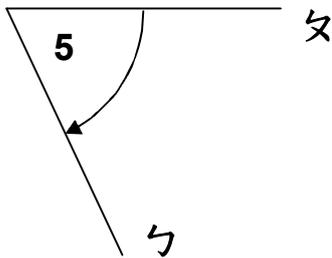
25.



左圖是一個旋轉角，請你用量角器量出此旋轉角的度數。

答：()度。

26.



左圖是一個旋轉角，請你回答下列問題：

(1) 用量角器量出 $\angle 5$ 的度數為()度。

(2) 旋轉角 $\angle 5$ 的始邊是哪一條線？

答：()。

(3) 旋轉角 $\angle 5$ 的終邊是哪一條線？

答：()。

27.



左圖是一個鐘面，鐘面上的分針走了25分，共轉了()度。

28.



時針從12開始,先順時針轉到5的位置,再逆

時針從5轉到3,兩次旋轉的角度相差

()度。

29.



當時針從刻度11逆時鐘走到刻度1,請問時

針旋轉了()度。

乙卷最後一頁，請再檢查一遍！