

曲面式 Fresnel 透鏡太陽能集光器 之幾何光學模式

葉乃嘉

明道大學資訊工程學系助理教授

摘 要

本研究將太陽光譜分光成 22 波段，利用幾何光學之方程式，結合透鏡材料之光學性質，導證出一曲面式 Fresnel 透鏡折光模式，此模式能接受任何不違背光學原理的設計參數，並依之計算 Fresnel 透鏡之上每一菱鏡之稜鏡角及其個別折光角度，模擬之結果以現已發表之數據做驗證，其準確度較現有之數值模式有顯著提高，以這些計算值來設計折射平行入射光束於一焦點之曲面式 Fresnel 透鏡，可以減少製程中的試誤過程。

壹、前言

眾所周知，凸透鏡具有集光效果，如果要聚集大面積的光於一小點上，就需加大凸透鏡的面積，這樣一來，透鏡中間也就需要加厚，增加的厚度不但會造成透鏡的重量加大，而且透光率也會減低，在太陽能的應用上，追蹤日照方向的耗能也就增加，連日光能集光系統的結構也需要加強方能負荷，因此，若以凸透鏡來集中陽

光做太陽能的應用，並不理想。

Fresnel 透鏡為 1822 年法國科學家 Fresnel 所發明的一種集光透鏡，真正折射光線的，並不是透鏡的厚度，而是透鏡的曲度，因此，Fresnel 的想法是，如果把凸透鏡中央的材料移除，使得透鏡只剩下薄薄的一層（如圖一所示）必然仍有集光效果，結果他的想法正確，依他的構想所發明的透鏡，使稱為 Fresnel 透鏡。



圖一：平面式 Fresnel 透鏡示意圖（黑色部分）¹

Fresnel 透鏡上排列了許多小小的稜鏡，每一個稜鏡的角度都經過設計，使得所有的稜鏡都能把平行入射的光線折向鏡後的某一個小小的範圍（姑且稱之為焦點），達成與凸透鏡同樣的效果，此鏡具有輕薄的特性，雖然不能像傳統的凸透鏡那樣會聚出精確的影像，而用在照相機和其他精密光學器材上，但是，由於其目的不在成像而在集光，因此只要能把透過每一稜鏡的光儘量折向同一點就成了，無需講究成像的精確度，因此又稱之為非成像式透鏡（non-imaging lens），這種透鏡用在對精密度要求不高的、非精密影像用的投影機、舞台燈光和探照燈的集光上，效果綽

綽有餘。

貳、文獻探討

1975 年前後，太陽能研究界開始對 Fresnel 透鏡的集光性質投入許多心力去研究，初期的研究專注在平面型的 Fresnel 透鏡上（圖一）。可是，對於平面型的 Fresnel 透鏡，由於在入射面（第一面）的日光入射角是 0 度，因此並沒有折光效果，要把光線確實折到焦點處，責任全在出射面上（第二面），離鏡中心愈遠，就需要愈大折光的程度，學過光學的人應該知道，光線從密度較大的介質（如玻璃或水）

¹ 虛線部分為原凸透鏡面，透鏡材料部份移除後之黑色部分即為 Fresnel 透鏡。

進入密度較小的介質中時，如果入射角度大於 $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\tilde{n}}\right)$ 會造成內部全反射 (Total Internal Reflection) 的現象，此時光線會陷在介質之中，無法透射出來，造成光損失。因此有人提議把 Fresnel 透鏡做成曲面，使得第一面也承擔一些折光的任務，這樣一來，光線在第二面的入射角就能減小，造成內部全反射的情形就減少許多。

1970 中期至 1980 前期有許多 Fresnel 透鏡的研究出現 (Cosby 1975; Hasting et al., 1976; 1977; Collares-Pereira 1979; Kritchman et al., 1979; Lorenzo et al., 1981)，其中 Hasting 和 Cosby 發現，有曲度的 Fresnel 透鏡比平面型的 Fresnel 透鏡效果為佳。

這些研究者在 Fresnel 透鏡集光效應的研究上，都採用數值模擬的方式上，至於 Fresnel 透鏡集光系統的數學和幾何光學模式，則至今尚未見在期刊上發表過。

由於幾何光學已經發展得極為完備，純粹用數學的方式已經可以精確描述光的折射行為，因此採用幾何光學來進行光線追跡 (Ray tracing, Welford, 1989)，確實可以把 Fresnel 透鏡的光學行為正確分析出來。至今為止，計算 Fresnel 透鏡上每一個稜鏡所折射之光線角度之公式，都集中在個別稜鏡的數值近似法上 (numerical

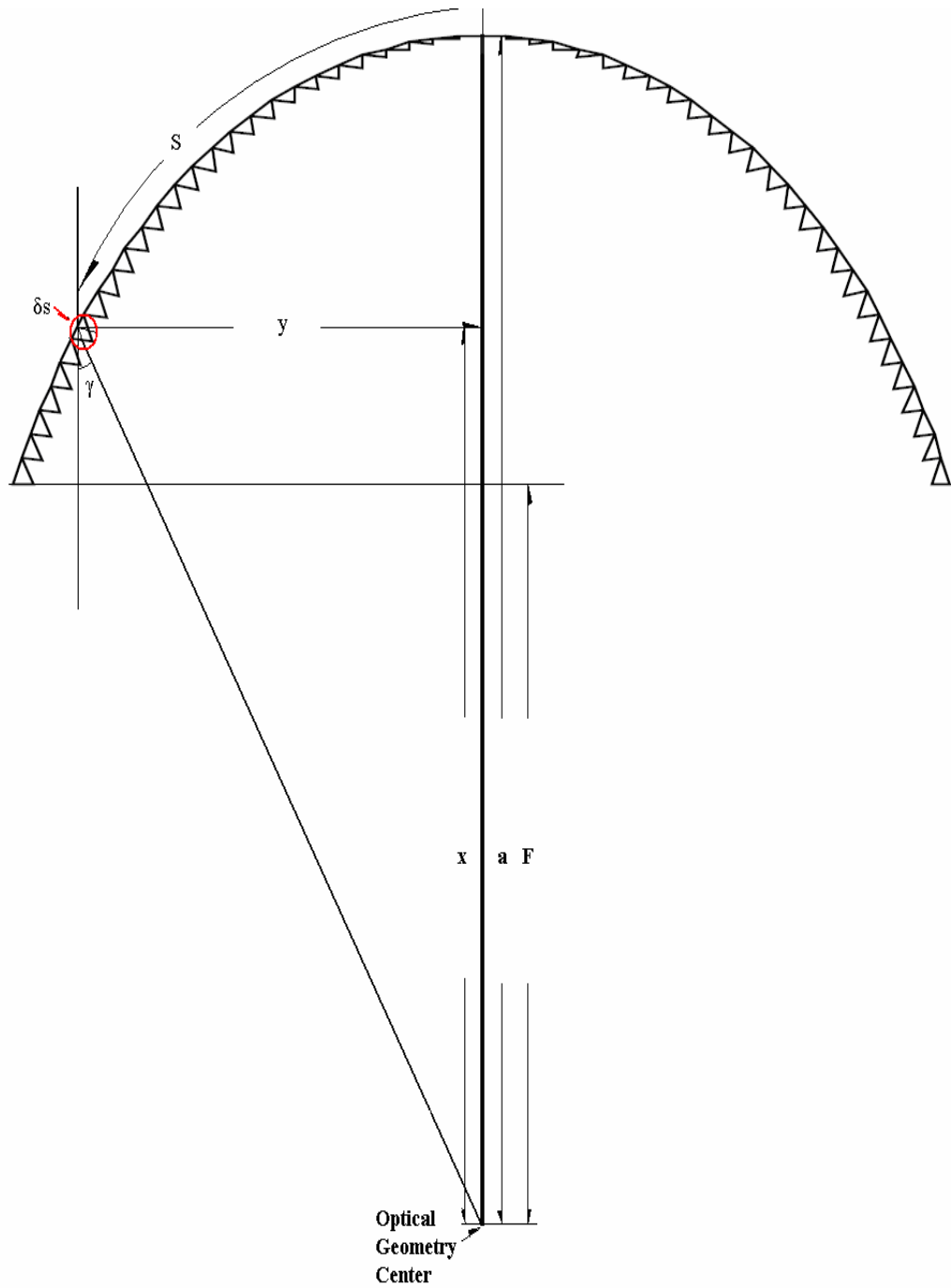
approximation)，稜鏡折光之類似推導分析雖見於 W. J. Smith (1990) 之作，但還未有研究曾導證出一組概括性的幾何光學公式，來完備地描述 Fresnel 透鏡集光系統的集光特性，本研究的主旨就在達成此一任務。

參、Fresnel 透鏡集光系統設計

一 曲面與光線追跡 (Ray Tracing)

光線追跡技術的基礎出自 Snell 定律，乃是由 Cosby (1977) 所提出，如圖二的曲面 Fresnel 透鏡中，各道垂直入射光線，進入透鏡後被各稜鏡一一折射，聚集至焦點位置，本研究擴充其理論，結合 Ray Tracing 的技術來設計一 Fresnel 透鏡太陽集光系統，這項工作還是從 Snell's law 開始。為了避免不必要的繁雜設計，本模式做了如下假設：

- a. 稜鏡稜溝的缺陷為極小，可忽略。
 - b. 太陽表面發射來的光線極為均勻。
 - c. 稜鏡材料中之缺陷極小，可忽略
 - d. 稜鏡本身之大小與稜鏡到標靶區的距離比較之下為極小，可以忽略。
- 氣流所造成的壓力及溫度變化所造成的熱脹冷縮效應可忽略。



圖二：Fresnel 透鏡工作示意圖

圖三為圖二中任一稜鏡之放大圖，用以示意光線透射其間的折射路徑，其中顯示：

$$\sin \phi_i = \tilde{n} \sin \phi_r \quad (\text{AB 面}) \quad (1)$$

$$\tilde{n} \sin \phi_i' = \sin \phi_r' \quad (\text{AC 面}) \quad (2)$$

其中 ϕ_r' 分別為 AB 面（第一面，為圓弧之一小段，近似於直線段）及 AC 面（第二面，直線段）的入射角， ϕ_r 與 ϕ_r' 分別為 AB 與 AC 面的折射角。而 $\tilde{n}$ 則為透鏡材料的折射率，是極為重要的 Fresnel 透鏡集光系統的設計參數。

圖三中同時存在下列關係：

$$\phi_i' = \phi_i - \phi_r + \theta_v \quad (3)$$

$$\phi_r' = \gamma + \theta_v \quad (4)$$

其中 γ 為折光角， θ_v 則是稜鏡角 θ 的補角。

設計 Fresnel 透鏡時的基本要求，就是把每一個稜鏡的稜鏡角（即 AB 與 AC 之夾角）都求出來，這項工作需從求出 θ_v 開始。

由於

$$\theta = \phi_i + \theta_v \quad (5)$$

欲求得 θ_v ，可將(3)與(4)代入(2)，得：

$$\tilde{n} \sin(\phi_i - \phi_r + \theta_v) = \sin(\gamma + \theta_v) \quad (6)$$

進而得到：

$$\tilde{n} \sin(\phi_i - \phi_r) \cos \theta_v + \tilde{n} \cos(\phi_i - \phi_r) \sin \theta_v = \sin \gamma \cos \theta_v + \cos \gamma \sin \theta_v \quad (7)$$

將(7)兩邊分別除以 $\cos \theta_v$ ，得到：

$$\tilde{n} \sin(\phi_i - \phi_r) + \tilde{n} \cos(\phi_i - \phi_r) \tan \theta_v = \sin \gamma + \cos \gamma \tan \theta_v \quad (8)$$

因而，

$$\tan \theta_v = \frac{\tilde{n} \cdot \sin(\phi_i - \phi_r) - \sin \gamma}{\cos \gamma - \tilde{n} \cdot \cos(\phi_i - \phi_r)} \quad (9)$$

即：

$$\theta_v = \tan^{-1} \left(\frac{\tilde{n} \cdot \sin(\phi_i - \phi_r) - \sin \gamma}{\cos \gamma - \tilde{n} \cdot \cos(\phi_i - \phi_r)} \right) \quad (10)$$

38

因此在第 m 稜鏡的日光透射率為

$$W_{mn} = E_{mn} \cdot T_{mn} \delta s_m \cos \phi_{i_{mn}} \quad (14)$$

其中

E_{mn} = 單位面積之入射光量

δs_m = 第 m 稜鏡之弧長

$\phi_{i_{mn}}$ = 光在第 m 稜鏡之入射角

能量透射總量乃是所有稜鏡各別透光

量的積分：

$$W = \iint_{mn} W_{mn} = \int_{+1}^m \int_{+1}^n E_{mn} T_{mn} \cos \phi_{i_{mn}} dn \cdot ds_m \quad (15)$$

由光線追跡的方式將各光束的光量加總起來，可以求得集光區的日照密度 (flux density)。

表一. 太陽光譜及透鏡光學性質一覽表^a

Wavelength (μm) ^b				Acrylic ^d	
Increment ^c	Center	Weight Factor		Refractive Indices	Bulk Transmission
0.295 ~ 0.400	0.348	0.0267		1.5250	0.68
0.400 ~ 0.430	0.415	0.0275		1.5155	0.95
0.430 ~ 0.450	0.440	0.0244		1.5018	0.95
0.450 ~ 0.470	0.460	0.0291		1.4999	0.95
0.470 ~ 0.490	0.480	0.0320		1.4982	0.95
0.490 ~ 0.510	0.500	0.0327		1.4968	0.95
0.500 ~ 0.530	0.515	0.0323		1.4954	0.95
0.530 ~ 0.550	0.540	0.0322		1.4942	0.95
0.550 ~ 0.570	0.560	0.0319		1.4930	0.95
0.570 ~ 0.600	0.585	0.0473		1.4918	0.95
0.600 ~ 0.630	0.615	0.0473		1.4906	0.95
0.630 ~ 0.660	0.645	0.0475		1.4895	0.95
0.660 ~ 0.690	0.675	0.0456		1.4886	0.95
0.690 ~ 0.730	0.710	0.0537		1.4876	0.95
0.730 ~ 0.780	0.755	0.0591		1.4865	0.95
0.780 ~ 0.830	0.805	0.0562		1.4854	0.95
0.830 ~ 0.890	0.860	0.0623		1.4845	0.95
0.890 ~ 0.990	0.940	0.0606		1.4832	0.95
0.990 ~ 1.060	1.025	0.0565		1.4826	0.95

1.060 ~	1.210	1.135	0.0621	1.4818	0.95
1.210 ~	1.520	1.365	0.0645	1.4812	0.91
1.520 ~	2.200	1.860	0.0681	1.4808	0.57

a.見圖六。

b.取材自 ASTM G-173-03, American Society for Testing and Materials (ASTM), 2003/1.

c.Eriksen, 1982

d.Fresnel Technologies, Inc. 2003.

三 光帶寬與集光度 (Beam Spread & Concentration)

由於日光束並非平行，而是由 0.53° 視角之光源所發出，因此光束必然會稍有擴散。將此光束擴散後的寬度稱為光帶寬 (Beam Spread)。設 L_{mn} 為第 n 段光透過第 m 稜鏡而達到標靶區的寬度，則該段光在標靶區造成的能量密度為：

$$W_{mn} = E_{mn} \cdot T_{mn} \delta s_m \cos \varphi_{i_{mn}} \quad (16)$$

根據定義和圖四：

$$L_{mn} = Y_{mn_t} - Y_{mn_b} \quad (17)$$

其中 Y_{mn_1} 和 Y_{mn_2} 為透過第 m 稜鏡之第 n 段光束在標靶區投影之上下界（見圖四底端之 Y_t 與 Y_b ）。

$$Y_{mn_t} = y_{m_t} - x_{m_t} \tan \gamma_{mn_t} \quad (18)$$

$$Y_{mn_b} = y_{m_b} - x_{m_b} \tan \gamma_{mn_b} \quad (19)$$

其中 γ_t 和 γ_b 為上下限光束的折光角

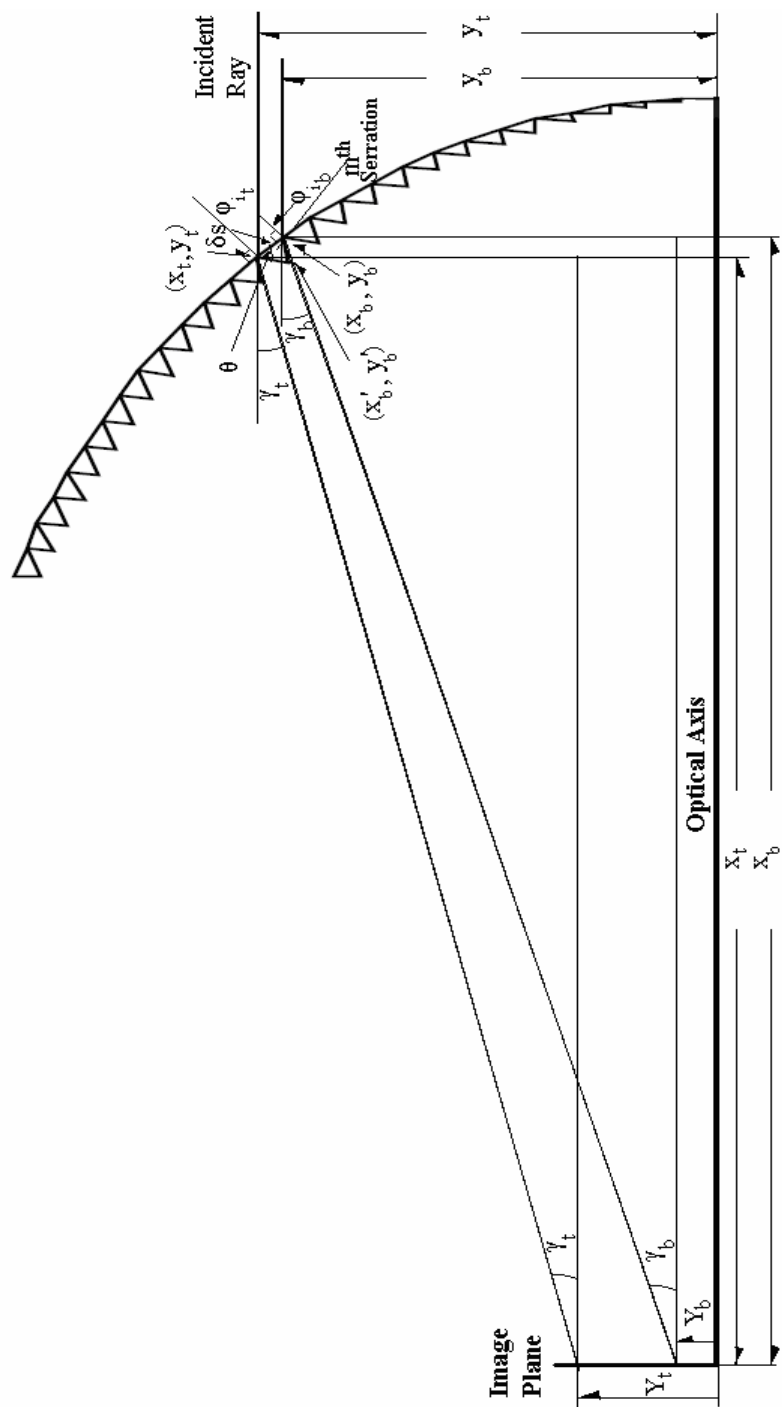
y_t , y_b , x_t , 和 x_b 為稜鏡上下邊的座標：

$$y_{m_t} = \cos \varphi_{i_m} ds_m + \sin \left(\frac{d\psi}{2} \right) \quad (20)$$

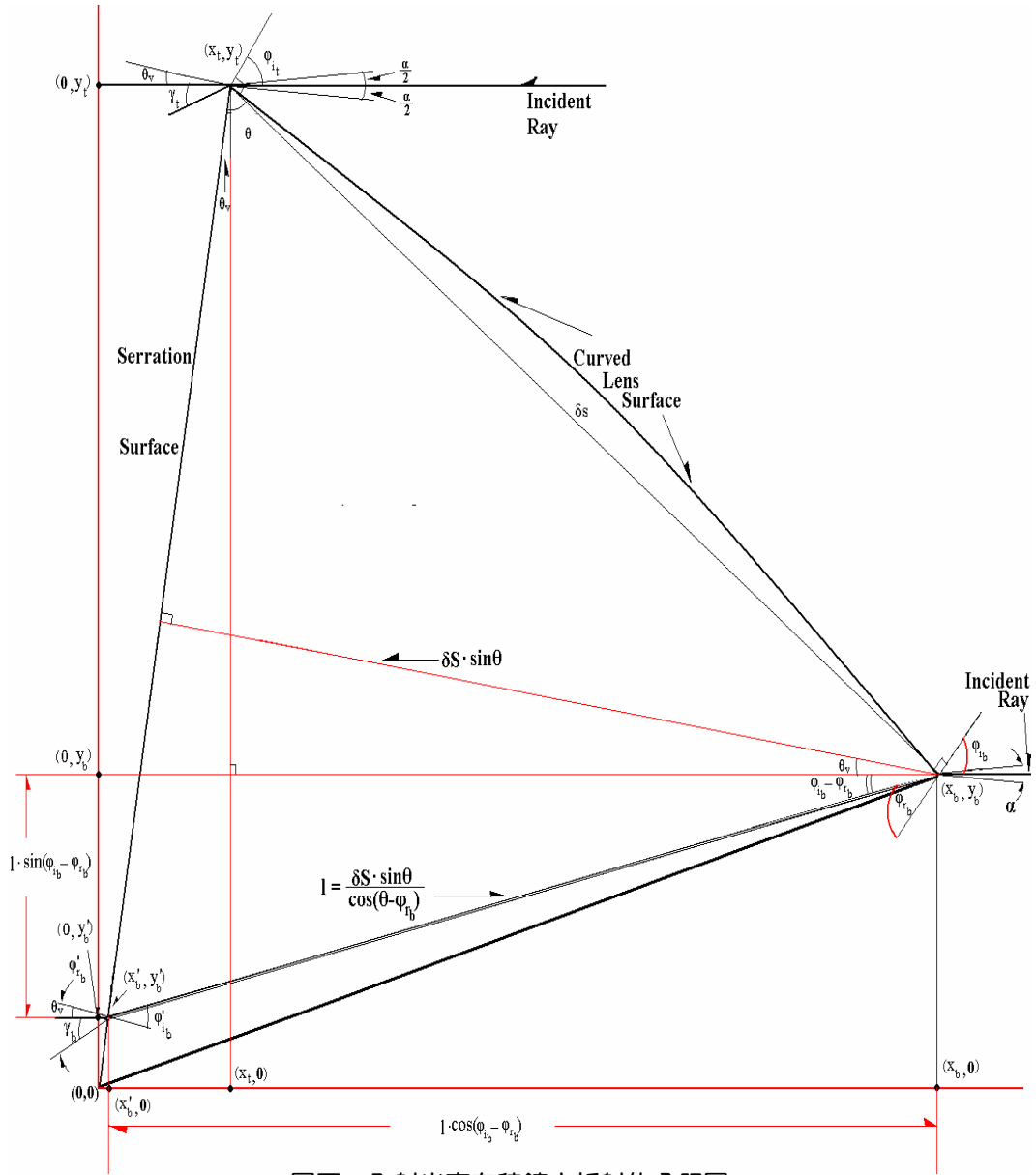
$$y_{m_b} = \cos \varphi_{i_m} ds_m - \sin \left(\frac{d\psi}{2} \right) \quad (21)$$

$$x_{m_t} = y_{m_t} \tan \psi \quad (22)$$

$$x_{m_b} = x_{m_t} + ds_m \sin \varphi_{i_m} \quad (23)$$



圖四：稜鏡之光束折散效應示意圖



圖五：入射光束在稜鏡中折射的分解圖

自圖五中得到：

$$x_b' = x_b - \frac{\sin \theta \cos(\varphi_{ib} - \varphi_{ib'}) \delta s}{\cos(\theta - \varphi_{ib'})} \quad (24)$$

$$y_b' = y_b - \frac{\sin \theta \sin(\varphi_{ib} - \varphi_{ib'}) \delta s}{\cos(\theta - \varphi_{ib'})} \quad (25)$$

結合(6)及圖五得：

$$\sin(\gamma_t + \theta_v) = \tilde{n} \cdot \sin(\phi_{i_t} - \phi_{r_t} + \theta_v) \quad (26)$$

$$\gamma_t = \sin^{-1}(\tilde{n} \cdot \sin(\phi_{i_t} - \phi_{r_t} + \theta_v)) - \theta_v \quad (27)$$

同理

$$\gamma_b = \sin^{-1}(\tilde{n} \cdot \sin(\phi_{i_b} - \phi_{r_b} + \theta_v)) - \theta_v \quad (28)$$

其中 ϕ_{i_t} 和 ϕ_{i_b} 為上下限光束之入射角，分別為：

$$\phi_{i_t} = \tan^{-1} \left(\frac{1}{\tan \left(\psi - \frac{\delta\psi}{2} \right)} \right) \quad (29)$$

及

$$\phi_{i_b} = \tan^{-1} \left(\frac{1}{\tan \left(\psi + \frac{\delta\psi}{2} \right)} \right) \quad (30)$$

由於

$$\tilde{n} \sin \phi_{r_t} = \sin \left(\phi_{i_t} + \frac{\alpha}{2} \right) \quad (31)$$

得出

$$\phi_{r_t} = \sin^{-1} \left(\frac{\sin \left(\phi_{i_t} + \frac{\alpha}{2} \right)}{\tilde{n}} \right) \quad (32)$$

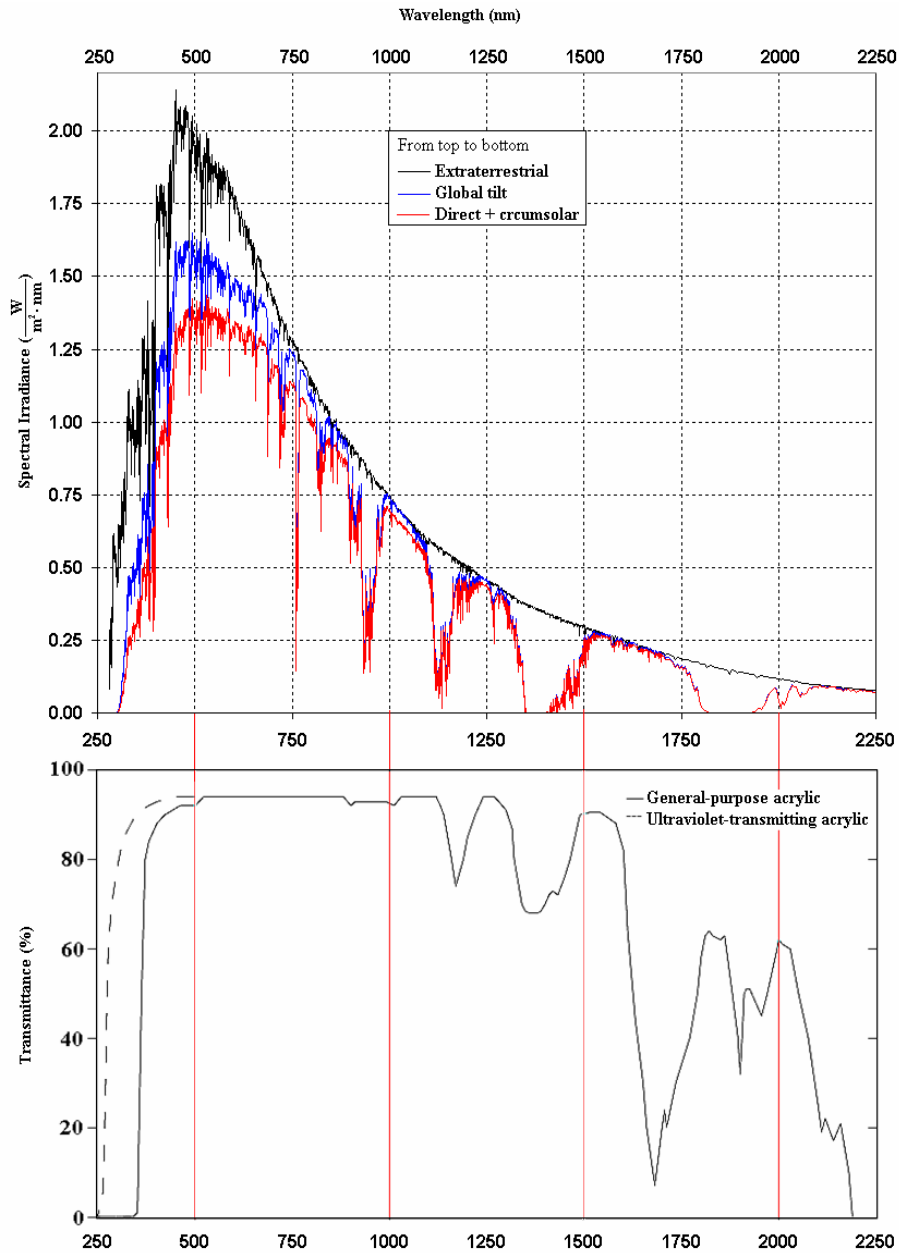
同理

$$\phi_{r_b} = \sin^{-1} \left(\frac{\sin \left(\phi_{i_b} - \frac{\alpha}{2} \right)}{\tilde{n}} \right) \quad (33)$$

在一般的 Fresnel 透鏡上，經過折射的光線可能會被相鄰的稜鏡阻隔，因而無法入射到目標區，但是，對於理想的 Fresnel 透鏡，其上的稜鏡極小，不致於擋到由相鄰的稜鏡所折射進來的光線，所有入射到第一面的光線除了被透鏡材料吸收的部分之外，均能順利抵達目標，成就最佳集光效果。

本研究以幾何光學和數學的模式，結合圖六之大氣層內外太陽光譜分布 (ASTM, 2003) 和壓克力材料光透射率等數據 (Fresnel Technologies, 2003)，加上表一之太陽光譜及透鏡光學性質，導出 Fresnel 透鏡的集光效應。

曲面式 Fresnel 透鏡太陽能集光器之幾何光學模式／葉乃嘉



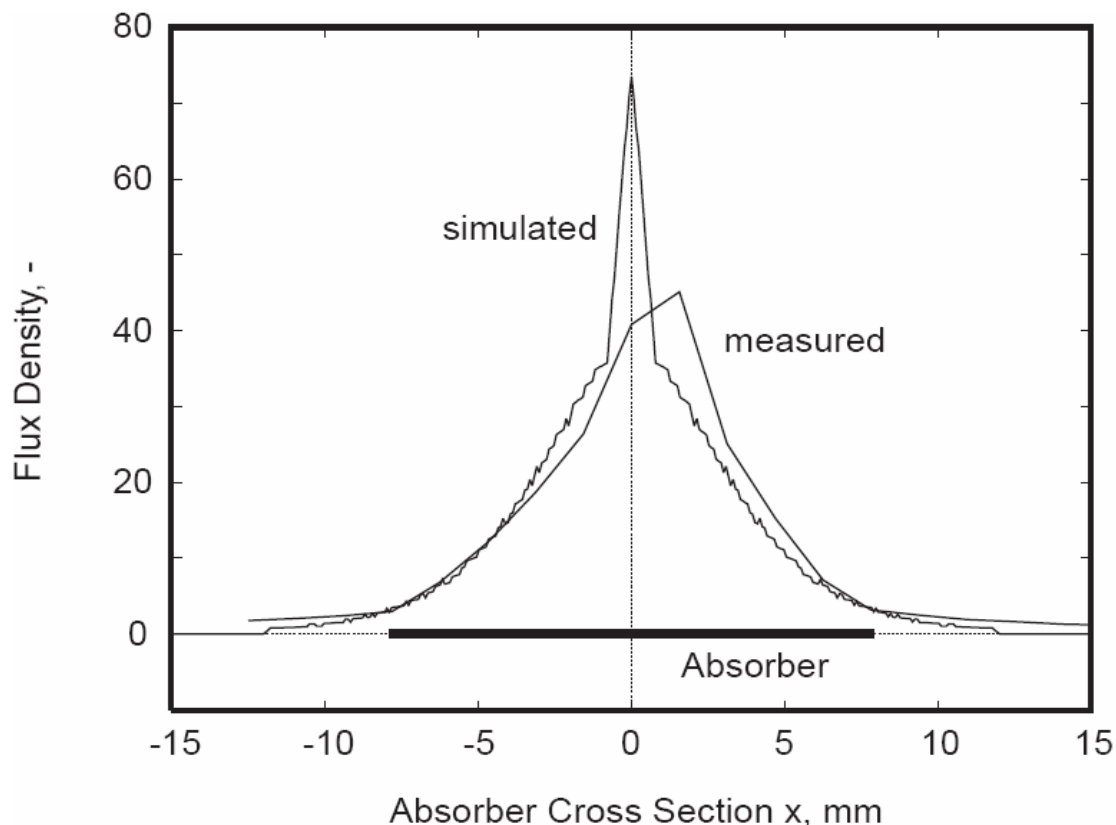
圖六：上--大氣層內外太陽光譜分布圖 (ASTM, 2003)

下--壓克力材料光透射率比較圖 (Fresnel Technologies, 2003).

肆、結果驗證與未來研究方向

圖七是 Leutz 等人（2000）的 Fresnel 透鏡實驗結果，圖中顯示數值模擬結果與

實測值雖有相當的吻合度，但模擬值的集光峰值（73 倍日照）為實測峰值（47 倍日照）1.55 倍，則屬偏高。



圖七：Fresnel 透鏡實驗與 Leutz 模擬結果比較圖

本研究所設計之模式，其模擬結果較 Leutz 等人之數值模式所模擬的結果更為貼近實測值，其中模擬所得的集光峰值（58 倍日照）僅為實測峰值（47 倍日照）之 1.23 倍（見圖八），就入射至集光區之輻射總量而言，模擬值與實測值之差異小於 5%，顯示此項以幾何光學為核心所設計之模式較諸數值模式更為精確。

揆諸理論值高於實測值之原因，主要在於本模式中未計入稜鏡材料中之缺陷，至於是否應加入其他參數以調低峰值，研究者認為，實驗中若採用不同之稜鏡，個別稜鏡之缺陷亦皆不同，實屬個別案例中無法控制之因素，並無一統一參數可以一應解決。

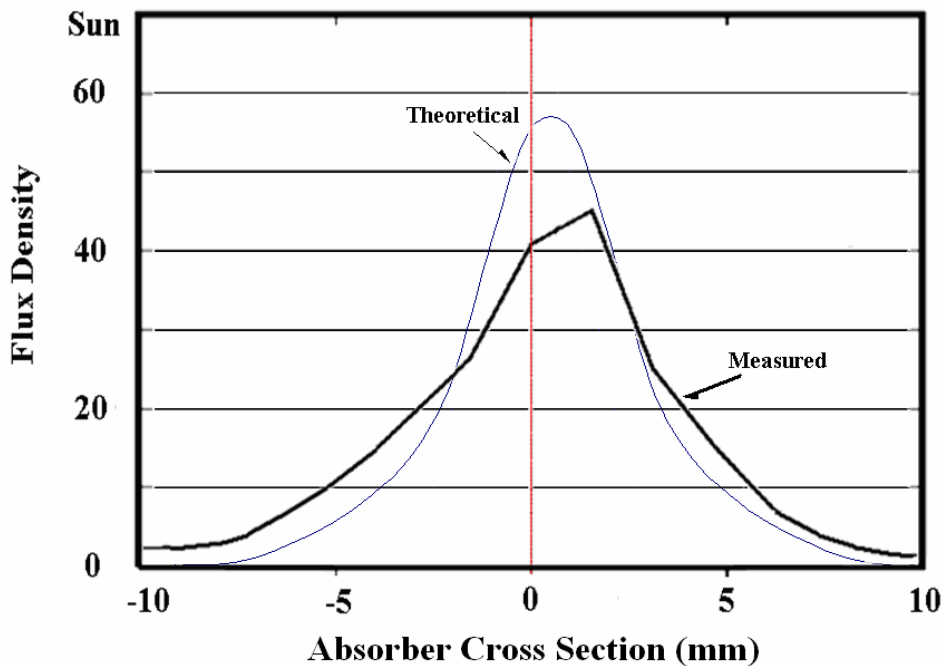
另外，模擬值之集光程度較實測值為

均勻而集中的原因有下列數端：

1. 模式中之透鏡對應於光學中軸完全對稱，而由實際製程所壓製成形之透鏡則無法達到如此理想之對稱；
2. 模式中假設太陽表面發射來的輻射極為均勻，而實際上太陽表面有黑子等因素造成輻射之不均勻；
3. 模式未計入擾動氣流所造成的光散射效應；

4. 模式中未計稜鏡材料熱脹冷縮所造成的光偏折效應；

其中氣流、雲量、太陽光源之非均勻狀況及其他天候等因素，實驗所難以控制之變項，也是理論值恆優於實測值之基本原因。



圖八：Fresnel 透鏡實驗與幾何光學模式模擬結果³比較圖

以上第一項議題中實際透鏡未達理想對稱之情況，正可藉由本模式計算所得之個別稜鏡角 θ 來調整 Fresnel 透鏡製程，如此製出之透鏡，其所得之實驗值當可更進

一步向理論值趨近。

參考文獻

American Society for Testing and Materials
(2003). Reference Solar Spectral Irradi-

² 為因應此項實際透鏡對稱性不佳問題，研究者使用本模式以偏離光入射角 4° 的方式模擬之，取得較貼近實測值之結果

- ance: Air Mass 1.5, Terrestrial Reference Spectra for Photovoltaic Performance Evaluation, ASTM G-173-03.
- Cosby, R. (1975). Performance, Manufacture, and Protection of Large Cylindrical Fresnel Lenses for Solar Collection, Final Report, Ball State University, Marshall Space Flight Center, NCA8-00103, Mod. No. 2.
- Cosby, R. (1977). The Linear Fresnel Lens: Solar Optical Analysis of Error Effects, ISES-America Sec. Proceedings, Orlando, FL.
- E. Lorenzo, A. Luque (1981). Fresnel Lens Analysis for Solar Energy Applications, *Applied Optics* 20, 17, 2941-2945.
- E. M. Kritchman, A. A. Friesem, G. Yekutieli (1979). Efficient Fresnel Lens for Solar Concentration, *Solar Energy* 22, 119-123.
- Fresnel Technologies, Inc. (2003). Fresnel Lenses, retrieved 2005/10/25 from <http://www.fresneltech.com/pdf/FresnelLenses.pdf>.
- Hastings, L., S. Allums, and R. Cosby (1976). An Analytical and Experimental Evaluation of Fresnel Lens Solar Concentrator, NASA TM-73333.
- Hastings, L., S. Allums, and W. Jensen (1977). An Analytical and Experimental Investigation of a 1.8 by 3.7 Fresnel Lens solar Concentrator, ISES-America Sec. Conference Proceeding, Orlando.
- James L. W. and Williams, J. K. (1978). Fresnel Optics for Solar on Photovoltaic Cells, 13th IEEE Photovoltaic Specialist Conference, P. 673.
- Leutz, R., A. Suzuki, A. Akisawa, T. Kashiwagi (1999). Design of a Nonimaging Fresnel Lens for Solar Concentrators, *Solar Energy*, 65, 6, 379-388.
- Leutz, R., A. Suzuki, A. Akisawa, T. Kashiwagi (2000). Shaped nonimaging Fresnel lenses, *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics* 2, 112-116.
- Leutz, R., A. Suzuki, A. Akisawa, T. Kashiwagi (2001). Flux Uniformity and Spectral Reproduction in Solar Concentrators Using Secondary Optics, *Proceedings ISES Solar World Congress*, 25-30 Nov., Adelaide, Australia.
- Leutz, R., A. Suzuki, A. Akisawa, T. Kashiwagi (2001). Nonideal concentration of nonimaging linear Fresnel lenses, *Proceedings of the SPIE International Symposium on Optical Science and Technology; Nonimaging Optics: Maximum Efficiency Light Transfer VI*, Volume 4446, 29 July-3 August, San Diego, CA.
- Luque, A. and E. Lorenzo (1982). Conditions of achieving ideal and Lambertian symmetrical solar concentrators, *Applied Optics* 21(20), pp. 3736-3738, 1982.
- M. Collares-Pereira (1979). High Temperature Solar Collector with Optimal Concentration: Non-Focusing Fresnel Lens with Secondary Concentrator, *Solar Energy* 23, 409-420.
- W. J. Smith (1990). *Modern Optical Engineering*, 2nd Ed., McGraw-Hill, Chap. 4, P.87.

曲面式 Fresnel 透鏡太陽能集光器之幾何光學模式／葉乃嘉

W. T. Welford, and R. Winston (1989). High
Collection Nonimaging Optics, Academic
Press, San Diego.

誌謝：

本論文承蒙國家科學委員會編號
95-2221-E-451-005 資助研究經費，特
致殷切謝意。

Optical Geometry Approach for Computerized Design of Fresnel Lens Solar Concentrator

Naichia Yeh

Assistant Professor of Department of Computer Science and Information
Engineering,
Mingdao University

Abstract

While the problem of arriving at an equation of curvature for a Fresnel lens such that each facet making up the lens fulfills the condition of maximum transmission and focuses in the desired plane has previously only been solved by numerical approximation, this paper investigates and presents the formulation of the curve based Fresnel lens system with optical geometry. The design equations of such lens were incorporated with solar radiation spectrum and the refractive indices of lens materials and written into a computerized model. The validated model than is used to analyze the chromatic aberration of each of 22 spectral increments and show clearer details about the solar spectrum distribution under the Fresnel lens concentrator.

Keywords : Fresnel Lens, Spectral Increment, Solar concentrator