明道學術論壇 6(1):101-113(2010)

# 橢圓曲面Fresnel透鏡集光器之幾何光 學模式與其集光區之色光分析

# 葉乃嘉\*

#### 明道大學應用科學院助理教授

#### 摘要

本研究以幾何光學方程式結合透鏡材料之光學性質,導證出橢圓曲面Fresnel透鏡之 折光模式,此模式能接受任何不違背光學原理的設計參數,計算透鏡上個別稜鏡之稜鏡 角及折光角度,從而探討各色光在Fresnel透鏡下的折射行為,並藉以分析Fresnel透鏡下的 日光光譜分佈狀態。設計者可以用變換透鏡曲度、稜溝大小、透鏡焦距等參數的方式, 控制聚焦面上的太陽光譜分佈態式,找出適合不同色光應用的最佳集光設計。本研究證 明,Fresnel透鏡不但可提供比凸透鏡更均匀的光流,也能提供更符合需求的色光比例。

\*通訊作者. Phone: 04-887-6660 ext. 8114 E-mail: nyeh@mdu.edu.tw

#### 明道學術論壇 6(1):101-113(2010)

## 壹、橢圓Fresnel透鏡集光系 統設計

由於幾何光學已經發展得極為完 備,純粹用數學的方式已經可以精確描 述光的折射行為,因此採用幾何光學 來進行光線追跡(ray tracing),確實 可以把Fresnel透鏡的光學行為正確分析 出來。傳統上,計算Fresnel透鏡中每一 稜鏡所折射之光線角度的公式,多集中 在個別稜鏡的數值近似法上(numerical approximation),稜鏡折光之類似推導分 析雖見於W. J. Smith (1990)之作,但直 到2007年才由葉乃嘉(2007)導證出概 括性的幾何光學公式,完備描述Fresnel 透鏡集光系統的集光特性。本研究延續 葉氏2007年之「曲面式Fresnel透鏡折光 模式」,結合透鏡材料之光學性質, 導證出橢圓曲面式Fresnel透鏡之折光模 式,使模式能接受任何不違背光學原理 的設計參數,以計算橢圓Fresnel透鏡之 上個別稜鏡之稜鏡角及折光角度,並探 討該類透鏡下的日光光譜折射狀態和各 色光之分佈情形,期望以變換Fresnel透 鏡的曲度、稜溝(groove)大小、透鏡焦 距等參數的方式,調控聚焦面上的太陽 光譜分佈態式。

葉氏(2007)透過Fresnel透鏡工作 示意(圖一),導證出Fresnel透鏡集光 系統之光線追跡公式,描述了該類透鏡 的集光特性。





圖一: (a) Fresnel透鏡工作示意; (b) 稜鏡光線折射路徑圖解

本論文接續該研究,從橢圓的幾 何性質開始探討。橢圓曲面Fresnel透 鏡有一項重要的光學性質稱為極小光 偏(minimum deviation),就是有一種 橢圓曲度幾乎能使透鏡達到最佳光透 射率(Luque and Lorenzo, 1982; Eriksen, 1982)。極小偏光發生於入射光在第一 折射面的入射角( $\varphi_i$ )等於第二折射面的出 射角( $\varphi_r'$ )之時,此類之Fresnel透鏡在追 蹤日照時,縱使稍有偏離,對折射在集 光面上的光線位置影響極小,故可容受 較大的追日誤差。茲將橢圓的標準式代 入圓曲面Fresnel透鏡的幾何方程式如下:

長軸為a短軸為b之橢圓標準式為:  

$$\frac{x^{2}}{a^{2}} + \frac{y^{2}}{b^{2}} = 1$$
(1)  
如圖二所示,繪出半徑為a,和該橢圓同  
心之圓,由圖導出:  

$$x = a \sin(\psi)$$
(2)  
結合(1)(2)兩式可得  

$$\frac{y^{2}}{b^{2}} = 1 - \sin^{2}(\psi)$$
進而導出  $y = b \cos(\psi)$ 
(3)  
又由於  $\tan(\gamma) = \frac{y}{x}$ 及 ,  $\frac{b \cos(\psi)}{a \sin(\psi)} = \frac{b}{a \tan(\psi)}$ 

(7)

(8)

可知: 
$$\tan(\gamma) = \frac{b}{a \tan(\psi)}$$
 (4)  
欲求出光線入射點之切線,將(1)兩邊  
乘以 a<sup>2</sup> 並對x微分,得:  
 $2x = -2\left(\frac{a^2}{b^2}\right)\left(y\frac{dy}{dx}\right)$  (5)  
將(5) 整理,得:  
 $\left(\frac{dy}{dx}\right) = -\left(\frac{b^2}{a^2}\right)\left(\frac{x}{y}\right)$  (6)  
光線入射點之切線依定義為(-dx/dy),  
因此導出:

$$\operatorname{Tan}(\varphi_i) = \frac{b}{\operatorname{a} \operatorname{tan}(\psi)}$$

此透鏡之聚焦面設於橢圓中心,橢 圓鏡面上任一稜鏡弧長(見圖一)之微 分為:

$$\delta s = a \left[ 1 - \frac{a^2 - b^2}{a^2} \sin^2(\psi) \right]^{1/2} d\psi$$

式(8)只能以數值方式積分。 橢圓之曲率取決於其長短軸之比



圖二:橢圓Fresnel透鏡折光分析

(axis ratio),另一重要參數為焦距與 鏡面孔徑之比,稱焦距比(focal ratio, FR),此處之焦距為焦點與鏡面弧弦的 距離,焦距比的方程式為:

 $FR = \frac{a \sin(\psi)}{2b \cos(\psi)} = \frac{a \cos(\gamma)}{2a \sin(\gamma)} = \frac{1}{2\tan(\gamma)}$ (9) 焦距比越短,聚光面與鏡面距離就 越短,系統體積亦越小,使用的材料也 就越少,如此一來,承受的風壓較低, 結構就比較耐實,另外,塑膠與壓克力 質輕、耐久、透光性佳,Fresnel 透鏡可 以用塑膠或壓克力成形,成本比傳統的 凸透鏡低得多,而因爲重量較輕,追蹤 日照所耗的能量就較少。

#### 貳、光譜配置與分析

太陽光的光譜從波長約3,000 Å的近 紫外線區,連續涵蓋到波長約20,000 Å的 紅外線區,壓克力對應於這段光譜的折 射率則是 1.525到1.4808(表一)。



Center

光段中心

0.348

0.415

0.440

0.460

0.480

0.500

Wavelength ( $\mu$  m)

0.40

0.43

0.45

0.47

0.49

0.51

Increment

光譜區間

0.29 ~

0.40 ~

0.43 ~

0.45 ~

0.47 ~

0.49 ~

0.57 ~	0.60	0.585	0.462	0.0473	1.4918	0.95~0.97
0.60 ~	0.63	0.615	0.463	0.0473	1.4906	0.95~0.97
0.63 ~	0.66	0.645	0.486	0.0475	1.4895	0.95~0.97
0.66 ~	0.69	0.675	0.506	0.0456	1.4886	0.95~0.97
0.69 ~	0.73	0.710	0.527	0.0537	1.4876	0.95~0.97
0.73 ~	0.78	0.755	0.539	0.0591	1.4865	0.95~0.97
0.78 ~	0.83	0.805	0.540	0.0562	1.4854	0.95~0.97
0.83 ~	0.89	0.860	0.560	0.0623	1.4845	0.95~0.97
0.89 ~	0.99	0.940	0.505	0.0606	1.4832	0.95~0.97
0.99 ~	1.06	1.025	0.290	0.0565	1.4826	0.95~0.97
1.06 ~	1.21	1.135	0.010	0.0621	1.4818	0.95~0.97
1.21 ~	1.52	1.365	0.004	0.0645	1.4812	0.91
1.52 ~	2.20	1.860	0.001	0.0681	1.4808	0.57

明道學術論壇 6(1):101-113(2010)

表一、太陽光譜及透鏡光學性質一覽表

Weight

Factor

光段比重

0.0267

0.0275

0.0244

0.0291

0.0320

0.0327

Acrylic

Refractive Bulk (3.2 mm)

Transmission

透射率

0.68

0.95~0.97

0.95~0.97

0.95~0.97

0.95~0.97

0.95~0.97

0.95~0.97

0.95~0.97

0.95~0.97

Indices

折射率

1.5250

1.5155

1.5018

1.4999

1.4982

1.4968

1.4954

1.4942

1.4930

Spectral

Response

(amp/watt)

光譜效應

0.001

0.080

0.119

0.260

0.286

0.316

本研究以幾何光學和數學的模式, 結合大氣層內外太陽光譜分布和壓克力 材料光透射率,將光譜切割成22光段, 表一中之數值乃是讀取自圖三,其中 ·Increment乃是所分割成的各段光譜之

- ·Increment力定所分割成的各技元谱。 波長範圍,
- · Center 乃是所分割成的各段光譜之中心

波長,

- ·Weight Factor乃是所分割成的各段光譜 在整個太陽光譜中所佔的比重,
- · Refractive Indices乃是壓克材料對所分 割成的各段光譜之折射率,

Bulk Transmission乃是所分割成的各段光譜可以穿透3.2mm壓克材料之比率。

改變Fresnel透鏡的設計指數(design Index,指透鏡設計時與波長相對應之折 射率)就能有效改變Fresnel透鏡焦面上 的光譜分配情形。也就是說,Fresnel透 鏡的設計指數可以視光譜的哪一部分得 以正確聚集到焦面中心為取決標準。

由於稜鏡對不同波長的光線有不同 的折射率,所以,與鏡軸等矩的兩個對 稱稜鏡依設計指數之不同,可能對同色 光可造成七種因為色相差而生的折光形 式,結果在焦面上形成如圖三所示的四 種成像狀態,分別是:

A. 兩道光束完全分離一一此情形若非折射不足(發生於入射日光之中波長遠較透鏡之設計波長為長的部份,如紅外線),就是折射過度(發生於入射日光之中波長遠較透鏡之設計波長為短的部份,如紫外線),此時光束的

上下界Y1與Y2[見圖一(a)]落在焦面中 線的同側,即:[(Y1 < 0)&(Y2 < 0)] or [(Y1 > 0) & (Y2 > 0)]。

- B. 兩道光束恰好鄰接一一此情形為A之 特例,只會發生於入射日光之中與透 鏡之設計波長相鄰的兩個波長上,屬 於少見的狀態,此時若非Y1,則是Y2 落在焦面的中線上,即:[(Y1=0) & (Y2≠0)] or [(Y1≠0) & (Y2=0)]。
- C. 兩道光束完全重合一一此情形只會發 生在入射日光之中波長與透鏡之設計 波長完全相同的部份。即:(Y1 = -Y2)
   D. 兩道光束在焦面中央部分重疊一一此
- 情形為四種成像狀態中最為常見者, 所有非屬以上三種狀態者皆屬此。此時光束的上下界Y1與Y2分別落在焦 面中線的兩側,即:[(Y1 < 0) & (Y2 > 0)] or [(Y1 > 0) & (Y2 < 0)]。</p>



Fresnel透鏡下的個別折射情形,計算了 擬 每一個光段透射每一個稜鏡的折射在目 取 標區的位置和光帶寬度,其中計入了透 光 鏡材料的透射及折射損耗,將每個光段 值 透過每個稜鏡而折射到目標區的光帶能 值 量加總之後,就得出了目標區的能量分 的 布曲線, (

本研究探討各色光在不同設計的

圖四乃是如下透鏡的模擬結果與 Fresnel透鏡實驗結果(Leutz, et. al., 2000)所做的比較。

・稜鏡數 = 300

- ・集光區寬度 = 15.6 mm
- ・透鏡孔徑 = 300 mm
- ・曲率半徑 = 223 mm
- ・焦距比= 0.55

本模式以偏離光入射角4o的方式模 擬以因應實際透鏡對稱性不佳之問題, 取得較貼近實測値之結果,就入射至集 光區之輻射總量而言,。Leutz等人的數 値計算結果與本研究的模擬結果與實測 値之差異均小於5%,但數値計算所得 的集光峰値(約73倍日照)為實測峰値 (約47倍日照)之1.62倍,而本研究模擬 所得的集光峰值(約57倍日照)僅為實 測峰値(約45倍日照)之1.27倍,顯示以 幾何光學爲核心所設計之模式模擬値較 數値計算値更接近於實際測量値。

本研究藉由此模式分析了各色光的 集光峯値(peak concentration)以及集光 區的面積如何如何隨Fresnel透鏡的曲度 而改變。





光電池自任何光段產生電流的能 力,取決於該電池之材料對各波段之光 譜效應(spectral response),光電池所產 生的總電流,乃是22段光譜之個別能量 與其對應光譜效應乘積的總和:

$$\sum_{n=1}^{22} I * WF_n * SP_n$$

任何電池材料對各段光譜之反應都 不會均匀,因此,會有某些光段的發電 效果比其他光段為佳。就以矽為主材料 的光電池而言,矽在5,700 Å到9,400 Å光 段間的光譜效應最佳,故在使用矽電池 的Fresnel透鏡集光發電系統中,以1.4906 為設計指數可將波長在6,150Å附近的光 譜集中到目標區(即電池表面),激發 出最多光電流。而以1.4886為設計指數 則可將最大量的光集中到目標區,聚集 最多能量,產生最高的熱。由於多餘的 熱會減低電池的效率,而矽太陽電池的 生產目標是電流而非熱能,其Fresnel透 鏡集光器之設計指數用1.4906就要比用 1.488為佳。依此類推,只要列出各材 料的光譜效應,即可設計出適合圖五 中Yamaguchi所敘述的異質介面(multijunction)太陽電池的Fresnel透鏡。

本研究探討了依1.4818到1.5155的不 同設計指數(design indices)所設計的 Fresnel透鏡(設計波長自4000 Å至11000 Å,其他參數同圖四之透鏡),觀察其各 別的折光特性。分別找出對前述各應用 最有效果之Fresnel透鏡,旨在把把最有 利的色光組合折射到目標區,以供不同 的光電、光生及光敏裝置做整合研究及 最佳利用。



圖六乃是藍光譜(4700~4900Å)在七種 不同設計指數的Fresnel透鏡集光區上的 分佈狀況,根據該圖,設計指數為1.4942 和1.4982之Fresnel透鏡對於藍光的集光效 果最為顯,。對於需要運用到均匀藍光 的技術和應用,最適當的設計指數應是 1.4818。

圖七乃是黃光譜(5700~6000Å)在 同圖七的七種不同設計指數之Fresnel透 鏡集光區上的分佈狀況,圖八顯示,對 於黃光的集光效果最為顯著的Fresnel透 鏡設計指數為1.4906和1.4886,而設計指 數1.4982最適宜需要均匀黃光的應用和技 術。

圖八則是紅外光譜(5700~6000Å) 在同樣七種設計指數的Fresnel透鏡集光 區上的分佈狀況,此圖顯示,設計指數 為1.4818和1.4854之Fresnel透鏡對於紅外 光的集光效果最為顯著,設計指數1.4942 的透鏡對於需要運用到均匀紅外光的技 術與應用最為適當。





圖六:藍光譜(4700~4900Å)在七種不同設計指數的Fresnel透鏡集光區上的分佈狀況, 光強度以全日照的倍數顯示。

Yellow Spectrum Distribution





Near-infrared Spectrum Distribution



圖八:紅外光譜(5700~6000Å)在七種不同設計指數的Fresnel透鏡集光區上的分佈狀況,光強度以全日照的倍數顯示。

#### 參、結果討論

理想的聚光鏡應該能讓光線在焦面 上形成平整的強度曲線,但是,由於日 光並非單一色光,且太陽光譜中各色光 之比例並不均匀,同時,任何材料對光 的折射率均會依光色之不同而異,要整 個太陽光譜中的各色光同時凝聚出這 種理想的強度曲線在實際上並不可能。 本論文以幾何光學方程式導出橢圓曲面 Fresnel透鏡之折光模式,藉以計算折射 至聚焦面的太陽光譜分佈情況,發現最 佳的折射狀態出現在焦距比FR為0.4 與 0.55之間,且由於各單色光之折射率並不 相同,原始的太陽光譜經折射後,在聚 焦面所聚集的光中的各色光比率與其所 從來之處不再相同。

本研究結果指出,變換透鏡曲度、 稜溝大小、透鏡焦距等參數,可以調整 聚焦面上的色相差,進而改變聚焦面上 的太陽光譜分佈態式,配合各類材料的 不同光敏性,找出適合不同色光應用的 最佳集光設計。例如,以CM-n-TiO2作 觸媒生產氫氣時,使用到能量為2.32eV 至4.2eV的光子(Khan, et. al., 2002), 設計指數為1.4982(專為集中2950 Å 到 5350 Å的光譜而設) 對Khan' s以 CM-n-TiO2溶液來生產氫氣的實驗最為有效。 的單晶、各種多晶、微晶及薄膜材料之 太陽電池的能隙和激發電能都各不相同 (Schropp and Zeman, 1998),故都有 不同的光譜效應(見圖六),對於非熱 能用途的技術與應用而言,若把只會提 高溫度而對該應用無益之光譜折射到目 標區的範圍之外,可以省下部分散熱成 本,以太陽電池發電而言,在聚焦的光 線下發電時,光線強度若分布不均匀, 會妨礙電池的發電效率,而且溫度越 高,發電效率越低,把只會提高溫度而 無益於發電的部分光譜折射到目標區之 外,對提高太陽電池應用的效率上會有 具體的貢獻。

較接近Fresnel透鏡設計波長的光譜 帶較能在目標區內形成高度焦聚, 且強 度平整的光線,越接近Fresnel透鏡設計 波長的光譜帶在目標區內形成聚焦曲線 (concentration profile) 頂部越形寬平, 與透鏡之設計波長吻合的光譜帶則能在 目標區內形成近似平頂的聚焦曲線,例 如:黃光在設計指數為1.4886之Fresnel 透鏡下、藍光在設計指數為1.4942之透 鏡下、紅外光在設計指數為1.4818之透 鏡下,均形成近似梯型的平頂的聚焦曲 線,因此,比起凸透鏡,Fresnel透鏡不 但可提供更均匀的光流,也能提供更符 合需求的色光比例,符合Boes and Luque (1992) Fresnel透鏡在光學設計上較具彈性 的說法。

#### 參考文獻

American Society for Testing and Materials (2003), "Reference Solar Spectral Irradiance: Air Mass 1.5, Terrestrial Reference Spectra for Photovoltaic Performance Evaluation," ASTM G-173-03.

Boes, E. C. and A. Luque, Photovoltaic Concentrator Technology, in: T. B. Johansson, H. Kelly, A. K. N. Reddy, R.H. Williams (eds.): Renewable Energy, 1992. Eriksen, W, T., (1982), "Application of Radial Fresnel Lenses to Photovoltaic Energy System," University of Texas at Dallas.

Fresnel Technologies, Inc. (2003), "Fresnel Lenses," retrieved 2008/9/25 from http:// www.fresneltech.com/graphs/acrylic\_graph. html.

Khan, U. M., Mofareh Al-Shahry, William B. Ingler Jr., (2002), "Efficient Photochemical Water Splitting by a Chemically Modified n-TiO2," Science, Vol. 297. no. 5590, 2002, pp. 2243 – 2245.

Leutz, R., A. Suzuki, A. Akisawa, T. Kashiwagi (1999), Design of a Non-imaging Fresnel Lens for Solar Concentrators, Solar Energy, 65, 6, pp. 379-388.

Leutz, R., A. Suzuki, A. Akisawa, T. Kashiwagi (2000), "Shaped Non-imaging Fresnel lenses," Journal of Optics A: Pure and Applied Optics 2, 112-116.

Luque, A. and E. Lorenzo (1982), "Conditions of achieving ideal and Lambertian symmetrical solar concentrators," Applied Optics 21(20), pp. 3736-3738.

Schropp, M. Zeman, (1998), "Amorphous and Microcrystalline Silicon Solar Cell: Modeling, Materials, and Device Technology," Kluwer Academic Publisher, Boston.

Smith, W. J. (1990), "Modern Optical Engineering," 2nd Ed., McGraw-Hill, Chap. 4, P.87.

Yamaguchi, M. T. Takamoto, K. Araki, N. Ekins-Daukes, (2005), "Multi-junction III-V solar cells: current status and future potential," Solar Energy, 79, 78-85. Yeh, N., (2007), "Optical Geometry Approach for Computerized Design of Fresnel Lens Solar Concentrator," Mingdao Journal, 3(1):33-50.

#### 誌謝:

本 論 文 承 國 科 會 基 金 N S C 9 7 -2221-E-451-011資助研究計劃經費,特此 致謝。

#### 明道學術論壇 6(1):101-113(2010)

# Elliptical-Curve-Based Fresnel Lenses Design and Its Chromatic Aberration Analysis

Naichia Yeh Assisstant Professor of Department of Computer Science and Information Engineering, MingDao University

## Abstract

This paper formulates an elliptical-based Fresnel lens system via optical geometry and ray tracing technique, and then incorporates the solar spectrum and the refractive indices of lens materials to analyze each spectral segment's chromatic aberration. By changing lens design to manipulate the color mix on the absorber plane this study explores the possibility to accommodate concentration patterns of different wavelength segments to different solar applications. Via investigating the distribution patterns of each spectral segment, this research identifies the contribution of designated wavelength increments on the absorber plane and illustrates the solar spectrum distributions under the Fresnel lens concentrators.

Keywords : Fresnel lens, spectral increment, solar concentrator