明道學術論壇 6(1)：43-57(2010)

基於小波之水文時間序列
多尺度熵複雜度分析

周建明*　鄭士仁**

Chien-Ming Chou* Shin-Jen Cheng**

摘　要

水文時間序列之分析及模擬已有多種新穎方法與模式，然而大多數方法與模式均由水文時間序列自身進行分析處理，因此實有必要對水文時間序列進行多尺度研究。小波轉換與多尺度熵兩者都是常見之多尺度時間序列分析方法，本文應用上述兩種方法於水文時間序列，分析在多尺度下不同雨量站水文時間序列之差異。另外，藉由多尺度熵亦可判斷各測站最合適之小波分解層數，能解決分解層數如何確定之問題。研究結果說明小波轉換能擷取水文時間序列中之細微訊息，並闡釋多尺度熵在偵測水文時間序列隱藏的特徵之能力，臻以提供水資源規劃應用之參考。

關鍵詞：小波轉換、多尺度熵、水文時間序列

*明道大學綠環境設計學系副教授
**致遠管理學院休閒設施規劃與管理學系副教授兼教務長

壹、前言

近年來，小波在許多科學與工程研究領域已經變成一個活躍之題材。事實上，因爲尺度參數具有明確之物理概念，即分辨層，其在小波分析與近似某一給定函數上扮演有意義之角色。小波函數及小波轉換之種類繁多，轉換方法（連續或離散）及小波選擇爲一甚爲很重要之問題。此決定於轉換之目的，即想從訊號中提取什麼訊息。

此外，雖然水文時間序列之分析及模擬已有多種新穎方法與模式，然而大多數方法與模式均由水文時間序列自身(即單一分辨層)進行分析處理。實際之水文時間序列，由於受各種複雜因素之制約與影響，難以掌握與研究。就時間－頻率觀點而言，任一水文時間序列均含有多種分辨層或頻率成分，每一成分皆有其自身之制約因素與發展演變規律。單從水文時間序列本身出發建構模式，勢必難以詳細掌握水文時間序列之內在動力機制，因此實有必要對水文時間序列進行多分辨層或分頻研究，而小波分析適可提供一種便捷之多分辨分析技術。

目前，國內外有關於小波在水文上應用之文獻並不多，王與李(1997)建立一種可以同時分析流量資料噪訊及模擬降雨－逕流相互關係之時間序列小波串聯模式，用以從事坡地集水區水文模擬之研究。王與王(1998)研析感潮河段內水位－流量之率定關係，藉著小波理論分解、去噪及重建之功能，串聯合適之水文模式，以建立一種濾除潮汐效應後之修正水位－流量率定曲線。李等(1999)引入新穎之水文序列組合預測方法，其首先對水文序列施行多孔(à trous)小波轉換，得到其在各倍頻程上之小波係數；其次利用類神經網路預測模式對小波係數進行多尺度組合預測，最後應用完全重構公式，可得水文序列之預測；其對年平均逕流量序列進行研究，顯示理想之預測效果。

Labat *et al.* (2000)利用連續小波及離散正交多分辨分析(discrete orthogonal multiresolution analyses)於半小時、小時及日雨量及流量等不同尺度之記錄資料，探討石灰岩地層(karstic springs)之降雨－逕流關係。Bayazit and Aksoy (2001)提出將小波視爲資料繁衍(data generation)之工具，其將觀測資料分解成細節，最後藉由隨機地加總這些細節以重構並產生新資料；應用於年流量與月流量之結果顯示其所提方法之可行性。

Labat (2005)回顧應用小波分析於水文領域之相關文獻，並藉由介紹wavelet cross-correlation與wavelet coherence提出新的尺度相依之關係。 Chou (2007) 應用小波分解及壓縮之觀念於非線性水文系統並應用流域之洪水預報。Partal & Kişi (2007)結合小波、類神經理論與模糊理論並應用於降雨預測，其驗證結果說明加入小波分析後之結果，優於未加入小波分析之傳統類神經理論與模糊理論結合應用。

另外，熵被廣泛用於表徵訊號之複雜性，傳統熵是系統無序性之度量。Kolmogorov-Sinai(KS)熵是通過計算新訊息之平均產生率來表徵訊號之複雜性。近似熵(approximate entropy)源自於KS熵，適用於短時間序列複雜性分析。樣本熵(sample entropy)是對於近似熵的近一步修正。KS熵與近似熵等熵值算法都是基於單尺度分析，未考慮尺度大於1時之系統特性(蔡等，2007)。

本文應用多尺度熵(multiscale entropy，簡稱MSE)分析(蔡等，2007)於分解後之小波係數及背景訊號，分析在多尺度下各水文站不同分辨層水文時間序列之差異，並分析同一分辨層不同測站之多尺度熵，最後探討小波分解層數與多尺度熵之關係，藉由多尺度熵可判斷各測站最合適之小波分解層數，能解決分解層數如何確定之問題。研究結果說明小波轉換能擷取水文時間序列中之細微訊息，並闡釋多尺度熵在偵測水文時間序列隱藏的特徵之能力，臻以提供水資源規劃應用之參考。

貳、小波分析理論

小波分析係一門新發展之數學學科，經過十幾年之發展，小波分析在理論及方法上均獲致突破性之進展。小波轉換亦稱爲小波分解(wavelet decomposition)，其爲一種線性運算，可對訊號進行不同分辨層(尺度)之分解，能將各種交織在一起之混合訊號分解成不同分辨層或不同頻率之區塊訊號，可有效地應用於訊號及噪音之分離，提高時頻兩域之分辨能力。小波轉換亦爲一種訊號之時間－尺度(時間－頻率)分析方法，其具有多分辨分析之特點，且在時間－頻率兩域均具有表徵訊號局部特徵之功能。

小波分析在時域及頻域上同時具有良好之局部化性質，並且能根據訊號頻率高低自動調節採樣之疏密，容易捕捉及分析微弱訊號與圖像之任意細小部分。其優於傳統傅立葉分析之處，主要在於其能對不同之頻率成分採用逐漸精細之採樣長度，從而可以聚焦到訊號之任意細節，尤其是對奇異訊號相當敏感，可處理微弱或突變之訊號，其原理係將一個訊號之訊息轉換成小波係數，從而能夠便捷地加以處理、儲存、傳遞、分析或被用於重建原始訊號(林與鄭，1999)。以下扼要地介紹小波定義與常見之小波基底函數。

一、小波定義

本研究所使用之小波定義係採用Rao and Bopardikar (1998)及Bayazit and Aksoy(2001)所定義之小波，其定義小波$\psi(t)$爲具有以下二個性質之函數(Rao and Bopardikar，1998)：

(一) 函數之積分値爲0：

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)dt = 0 \tag{1}$$

(二) 函數爲平方可積分或是具有限之能量：

$$\int_{-\infty}^{\infty}\left|\psi(t)\right|^{2}dt<\infty \tag{2}$$

小波 $\psi_{a,b}(t)$ 與 $\psi(t)$ 具有相同之能量(或變異數)，其定義爲(Bayazit and Aksoy，2001)：

$$\psi_{a,b}(t)=\frac{1}{\sqrt{a}}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \tag{3}$$

式中，a代表尺度(scale)變數，b代表平移(translation)變數。

函數q(t)對應於小波 $\psi(t)$ 之連續小波轉換(continuous wavelet transform，簡稱CWT)定義爲(Bayazit and Aksoy，2001)：

$$W(a,b)=\int_{-\infty}^{\infty}q(t)\psi_{a,b}^{*}(t)dt \tag{4}$$

式中，$\psi_{a,b}^{*}(t)$ 代表 $\psi_{a,b}(t)$ 之共軛(conjugate)。逆連續小波轉換(inverse continuous wavelet transform，簡稱ICWT)爲(Bayazit and Aksoy，2001)：

$$q(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\left|a\right|^{2}}W(a,b)\psi_{a,b}(t)dadb \tag{5}$$

其中，

$$C=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\left|\psi(\omega)\right|^{2}}{\left|\omega\right|}d\omega \tag{6}$$

式中，$\psi(\omega)$爲$\psi(t)$之傅立葉轉換。對於離散之情況，函數q(t)可表示爲(Bayazit and Aksoy，2001)：

$$q(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{l=-\infty}^{\infty}d(n,l)2^{-n/2}\psi\left(2^{-n}t-l\right) \tag{7}$$

式中，$d(n,l)$ 爲離散小波轉換(discrete wavelet transform，簡稱DWT)，亦稱爲小波係數(wavelet coefficients) (即在小波域之資料)，定義爲(Bayazit and Aksoy，2001)：

$$d(n,l)=\int_{-\infty}^{\infty}q(t)2^{-n/2}\psi\left(2^{-n}t-l\right)dt \tag{8}$$

式中，n及l爲整數，n表示尺度變數，l表示平移變數。

二、小波基底函數

小波分析方法由於其基底函數所具有之特點，能夠解決傅立葉分析所不能解決之局部化問題。藉由改變伸縮尺度及平移參數，可以對訊號之任何部分及任何尺度進行研究。針對不同之研究所需，常採用不同之小波函數，以下介紹數種常用之實數值小波函數：

(一) Haar 小波，其定義爲(Bayazit and Aksoy，2001)：

$$\psi(t)=\begin{cases}1 & 0\le t<1/2\\ -1 & 1/2\le t\le 1\\ 0 & otherwise\end{cases} \tag{9}$$

此以Haar 函數作爲基底函數之小波，最簡單且容易驗證。

(二) 高斯小波，其定義爲(林與鄭，1999)：

$$\psi(t)=e^{-t^{2}/2} \tag{10}$$

(三) 墨西哥草帽小波，其定義爲(林與鄭，1999)：

$$\psi(t)=(1-t^{2})e^{-t^{2}/2} \tag{11}$$

三、冗餘小波轉換

多分辨分析之基本構想，係將待處理之訊號採用小波轉換方法於不同分辨層上進行分解，分解到粗分辨層上之訊號稱爲近似(approximation)或背景訊號；在細分辨層上存在而在粗分辨層上消失之訊號稱之爲細節(detail)訊號。小波轉換可視爲連續不同分辨層上訊號之橋樑。

小波轉換係將訊號與某一分辨層之小波進行褶合積分運算。小波係數同時包含著訊號與小波之訊息。因此，轉換方法（連續或離散）及小波選擇乃一頗爲重要之問題。此決定於轉換之目的，即想從訊號中提取什麼訊息。若是爲了分析訊號，一般選用連續小波轉換。因爲這種轉換是冗餘的，使人容易看出訊號不同分辨層變化成分及其相互作用。而在數據壓縮及進行訊號模擬時，則宜用正交小波轉換或小波包技術，因其可用最少之相互獨立小波係數表示原始訊號(牛等，1998)。

小波轉換之多孔演算法爲一冗餘轉換，其將輸入水文序列分解成多個細節訊號(即小波係數)與一個背景(或近似)訊號，而原水文序列爲各細節訊號與背景訊號之疊加。分解程序首先將離散水文序s(k)與離散低通濾波器c進行連續之褶合計算(Aussem and Murtagh，2001)：

$$s_{i+1}(k)=\sum_{l=-\infty}^{\infty}c(l)s_{i}(k+2^{i}l) \tag{12}$$

式中，s_i表示第i分辨層之背景訊號，最粗略之分辨層即爲原始時間序列x(k)，亦即$s_o(k)$ = x(k)。介於採樣點(即2^il)間所增加之距離即解釋此演算法稱爲“à trous” 之涵義。低通濾波器c，一般選用三階B_3樣條 (1/16, 1/4, 3/8, 1/4, 1/16) (李等，1999)。此滿足小波轉換所必須之緊密支撐條件，且爲點對稱。其次，對於訊號之連續平滑處理過程中取其差值，可得到小波係數w_i (Aussem and Murtagh，2001)：

$$w_{i}(k)=s_{i-1}(k)-s_{i}(k) \tag{13}$$

小波係數提供所要擷取資料內差點較細微特徵之細節訊號。此特性不會漏失任何訊息，且可從小波分量重構原始訊號。此外，殘餘值 s_p 表示資料之背景訊息，亦爲一小波係數。集合 $\mathcal{R}=\{w_1, w_2, \ldots w_p, s_p\}$ 表示資料到達分辨層p之小波轉換。

以小波係數表示之時間序列小波展開爲(Aussem and Murtagh，2001)：

$$x(k)=s_{p}(k)+\sum_{i=1}^{p}w_{i}(k) \tag{14}$$

參、多尺度熵

一、樣本熵

樣本熵不包含本身資料之比較，其爲條件機率之負平均自然對「數之精確值。設原始時間序列爲$x(1), x(2), \ldots, x(N)$共N點，該序列之樣本熵」。

(一) 按照序列連續順序組成一組m維向量

$$X(i)=\left[x(i),x(i+1),...,x(i+m-1)\right],$$

i=1,2,…,N-m+1。

(二) 定義$X(i)$與$X(j)$間的距離 $d\left[X(i),X(j)\right]$爲兩者對應元素中差值最大者，即

$$d\left[X(i),X(j)\right]=\max\left[\left|x(i+k)-x(j+k)\right|\right] \tag{15}$$

其中，k=0, 1, 2,⋯, m-1。計算$X(i)$與其餘向量$X(j)$ (j=1,2,⋯,N-m+1, 但j≠i)間的距離 $d\left[X(i),X(j)\right]$。

(三) 給定門檻值r，對於每一個i值統計 $d\left[X(i),X(j)\right]$小於r的數目及此數目與距離總數N-m之比值，即

$C_i^m(r)$={ $d\left[X(i),X(j)\right]<r$ 的數目 }/(N-m), i=1,2,…,N-m+1。

(四) 求$C_i^m(r)$對於所有i之平均值，即

$$C^m(r)=\frac{\sum C_i^m(r)}{N-m+1},\ i=1,2,\ldots,N-m+1。 \tag{16}$$

(五) 將維數加1，變成m+1，重複步驟(一)~(四)，得$C^{m+1}(r)$。

(六) 理論上此序列之樣本熵爲

$$\text{SampEn}\,(m,r,N)=-\ln\left[C^{m+1}(r)/C^m(r)\right] \tag{17}$$

二、多尺度熵

樣本熵等參數取決於系統之一步差分，是基於單尺度之分析，未考慮尺度大於1時之系統特性。設原始時間序列爲 $x(1),x(2),...,x(N)$，不同尺度之序列$\{y^{(\tau)}\}$計算如下(蔡等，2007)：

(一)

$$y_j^{(\tau)}=\frac{\sum x(i)}{\tau},\quad i=(j-1)\tau+1,...,j\tau,$$

j=1,2,…,N/τ，

每一個時間序列的長度等於原始時間序列的長度除以尺度值τ。

(二) 對不同之τ值，分別計算$\{y^{(\tau)}\}$的樣本熵。

以上過程即爲多尺度下之熵分析，稱爲多尺度熵分析。τ即尺度因子，當τ=1時，$\{y^{(\tau)}\}$即爲原始之時間序列。

肆、結果與討論

一、月降雨量之冗餘小波轉換

本研究選取台灣北、中及南部各一個具代表性之雨量站，分別是台北縣五堵站(編號01B030)、雲林縣林內站(編號01J930)及高雄縣甲仙站(編號01P660)，各站以1963~2000年之月降雨量爲研析資料，其中月降雨量時間序列已先減去序列平均值。

首先應用多孔冗餘小波轉換於上述月降雨時間序列，採用三層分解，亦即原始時間序列可分解成背景訊號S3與小波係數W3、W2及W1等分辨層。各站其月雨量經小波轉換後各分辨層之變化情形，分別如圖1~圖3所示，其中S0層爲原始水文時間序列。由降雨量時間序列經過小波轉換後所繪製之多分辨分析圖，可觀察降雨量變化之多層次結構及降雨量在不同分辨層上之週期變化情形。

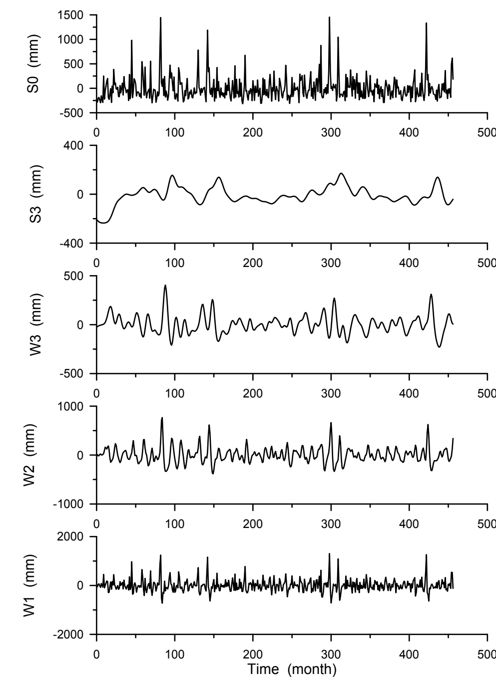

圖1五堵站月雨量之小波轉換

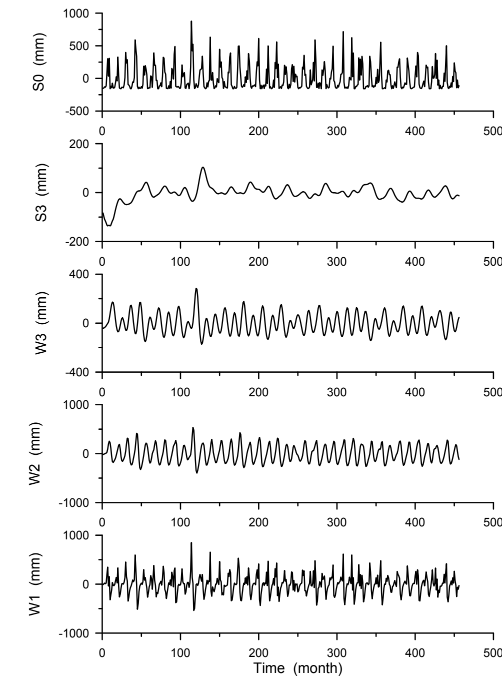

圖2林內站月雨量之小波轉換

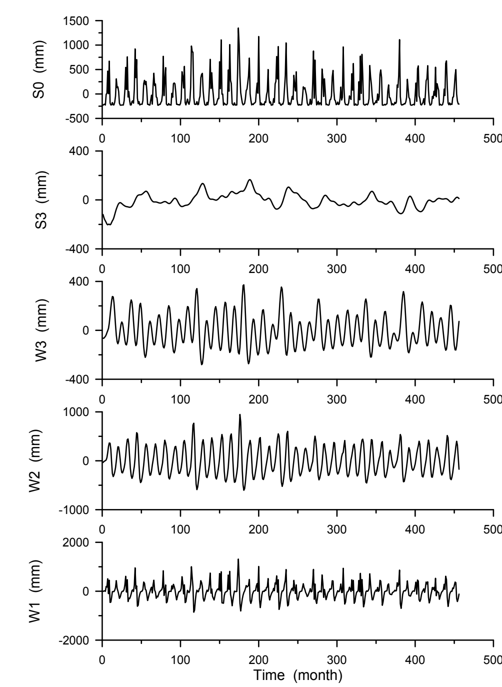

圖3甲仙站月雨量之小波轉換

二、分析單一測站各分辨層之小波係數

為了探討單一測站各分辨層小波係數之多尺度熵，分別以各站月降雨量經小波分解後各分辨層之小波係數時間序列及背景訊號為研析對象。尺度因子取1~10，m=2，r=0.15SD(SD為時間序列之標準差)，分別計算各分辨層小波係數及背景訊號時間序列於多尺度下之樣本熵，研究結果分別如圖4~圖6所示。

由圖4可知當尺度為1時，原始時間序列(S0)之熵值，比其他小波係數及背景訊號時間序列(W1,W2,W3,S3)都來的高，其中尤其以S3的熵值最低，此說明經小波分解(或去噪)後之背景訊號S3能有效降低時間序列之複雜性。當尺度小於6時，原始時間序列(S0)之熵值，幾乎比其他小波係數時間序列(W1,W2,W3,S3)都來的高。此外，對所有尺度而言，所有時間序列之熵值均呈現逐漸下降之趨勢。在多尺度下，原始時間序列(S0)比其他小波係數時間序列(W1,W2,W3,S3)具有更複雜之結構。

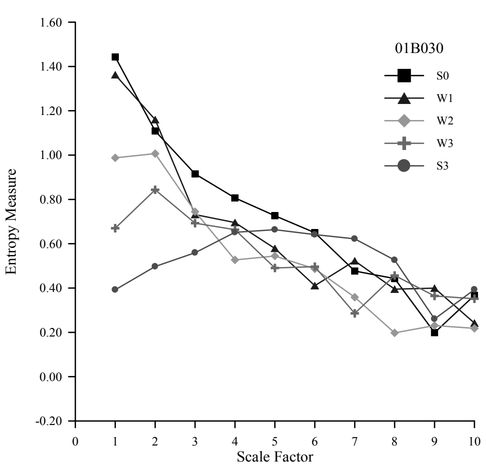

圖4五堵站月雨量各分辨層之MSE分析

圖5可知，當尺度為1時，W1之熵值反而比S0之熵值大，此表示經小波分解(或去噪)後之小波係數或背景訊號不易判斷能否有效降低時間序列之複雜性。而當尺度為2~5時，原始時間序列(S0)之熵值，比其他小波係數時間序列(W1, W2, W3,S3)都來的高，此說明多尺度熵在表徵訊號複雜性分析方面比單尺度之樣本熵更為完整。此外，對所有尺度而言，所有時間序列之熵值亦均呈現逐漸下降之趨勢。

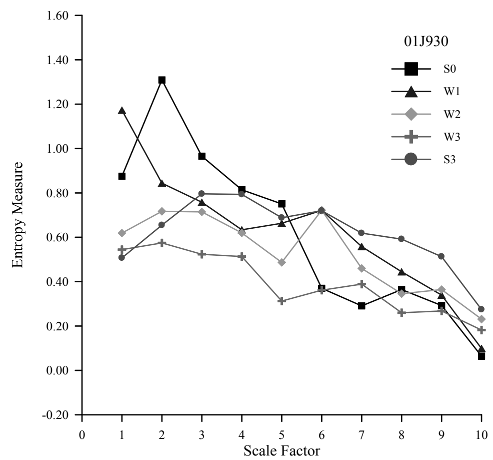

圖5林內站月雨量各分辨層之MSE分析

由圖6可知，當尺度為1時，W1之熵值亦比S0之熵值大，此表示經小波分解(或去噪)後之小波係數或背景訊號不易判斷能否有效降低時間序列之複雜性。而當尺度為2~5時，原始時間序列(S0)之熵值，比其他小波係數時間序列(W1, W2, W3,S3)都來的高，此說明多尺度熵在表徵訊號複雜性分析方面比單尺度之樣本熵更為完整。此外，對所有尺度而言，所有時間序列之熵值亦均呈現逐漸下降之趨勢。

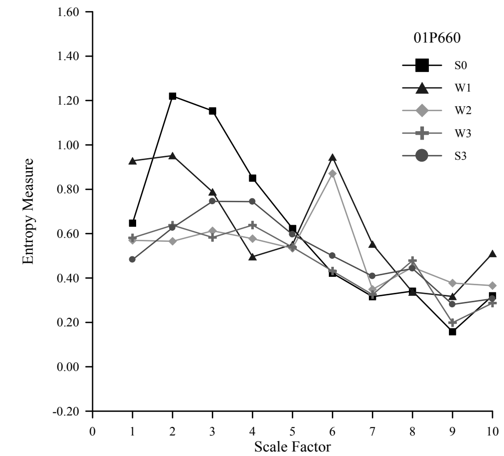

圖6甲仙站月雨量各分辨層之MSE分析

三、分析不同測站之原始訊號及背景訊號

為了比較不同地區降雨特性之差異，比較各站之原始訊號及背景訊號時間序列於多尺度下的樣本熵，尺度因子取1~10，m=2，r=0.15SD，研究結果示如圖7~圖8。

在原始分辨層S0(圖7)，當尺度為1時，五堵站(01B030)的熵值遠大於其他地區測站之熵值，隨著尺度增加，各站之熵值呈現不規則變化，不易看出兩站熵值之區別。但於S3層(圖8)可明顯看出，當尺度為1~4時，熵值由大而小分別是林內站(01J930)、甲仙站(01P660)、五堵站(01B030)，熵值越大表示該站複雜度越高。隨著尺度增加，林內站(01J930)的熵值普遍都較其他測站的熵值稍高，此說明多尺度熵在表徵訊號複雜性分析方面比單尺度之樣本熵更為完整。

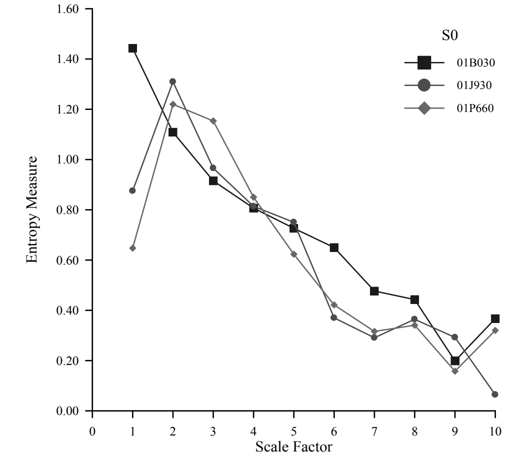

圖7各地區不同測站之MSE分析(S0層)

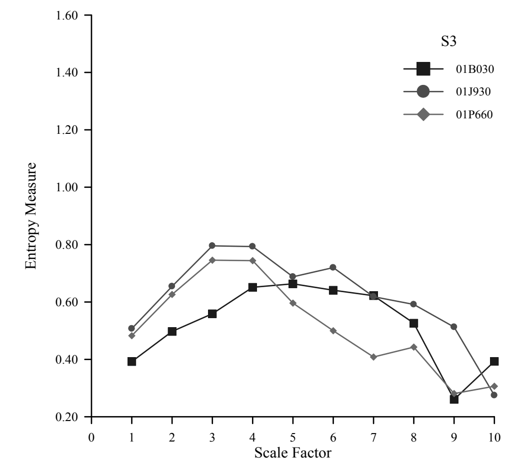

圖8各地區不同測站之MSE分析(S3層)

比較圖7與圖8可知，在不同尺度下，於S0層各測站熵值之最大值均大於1.0，而於S3層兩測站熵值之最大值均不超過0.8，此再次說明對於不同測站，經小波分解(或去噪)後之背景訊號S3均能有效降低時間序列之複雜性。

四、分析單一測站不同分解層數之背景訊號

應用小波轉換於水文時間序列之分析，存在著分解層數如何確定之問題。小波分解具有越往較低分辨層進行分解，則近似訊號與細節訊號之平滑性與平穩性也越好之特性。但由於在分解過程中必然會產生計算誤差，因此分解層數越多，誤差亦越大。所以，於選擇分解層數時，不宜過多也不宜過少。徐等(2001)建議如果待推估之時間序列數據量不是很大時，則分解層數一般可選擇3~5層。

為了比較單一測站進行小波轉換時不同分解層數之差異，分別以各測站月降雨量經1~5層數小波分解後之背景訊號時間序列為研析對象。尺度因子取1~10，m=2，r=0.15SD，分別計算各不同分解層數背景訊號時間序列於多尺度下之樣本熵，研究結果分別如圖9~圖11及表1~表3所示，其中S0代表未經小波分解之時間序列，S1、S2、S3、S4及S5分別代表分解層數為1層、2層、3層、4層及5層之背景訊號。

由圖9及表1可知，當尺度為1時，S0、S1、S2、S3、S4及S5之熵值分別為1.44280、1.04983、0.65698、0.39319、0.16075及0.06704，表示隨著小波分解層數增加，熵值很明顯地逐漸降低，說明小波分解層數越多，其越能降低時間序列之複雜性。此外，隨著尺度增加，S0、S1及S2之熵值可顯著地逐漸下降，且S0、S1及S2在尺度為10時之熵值均較尺度為1之熵值為低，此說明小波分解可降低複雜度；但是S3、S4及S5之熵值卻隨著尺度增加而增加，且S4及S5在尺度為2~10時之熵值反而都較尺度為1之熵值為高。此闡釋小波分解具有越往較低分辨層進行分解，則近似訊號與細節訊號之平滑性與平穩性也越好之特性；但由於在分解過程中必然會產生計算誤差，因此分解層數越多，誤差亦越大之特性。若以尺度2~10之熵值均較尺度1之熵值為高來作為判斷應用多孔冗餘小波分解時適合採用之分辨層數，五堵站適合採用之分解層數為3。

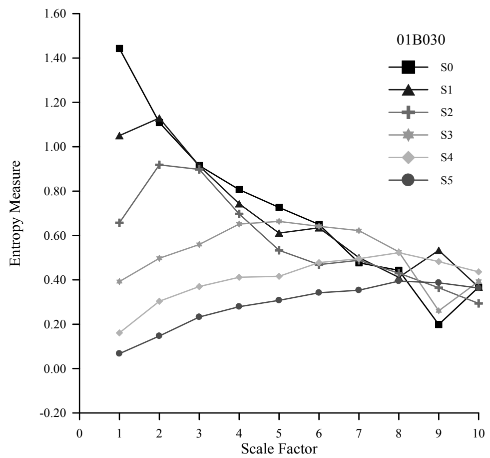

圖9五堵站月雨量不同背景訊號之MSE分析

由圖10可知，當尺度為1時，隨著小波分解層數增加，熵值並沒有很明顯地逐漸降低，但當尺度為2~3時，很明顯地可看出熵值之差異變大。此不但說明小波分解層數越多，其越能降低時間序列之複雜性，亦說明多尺度熵在表徵訊號複雜性方面之能力。此外， 當尺度為1~8時S5背景訊號雖具有最低之熵值，但隨著尺度增加，S5之熵值反而較其他背景訊號為高。從表2可知，S4及S5在尺度為10時之熵值分別為0.55678及0.32603，然而S4及S5在尺度為1時之熵值卻僅為0.12770及0.03389，表示第4層及第5層之小波分解非但無法降低複雜度，反而增加了複雜度，因此若以尺度2~10之熵值均較尺度1之熵值為高來作為判斷應用多孔冗餘小波分解時適合採用之分辨層數，林內站適合採用之分解層數亦為3。

表1 五堵站月雨量不同背景訊號之MSE表

尺度	S0	S1	S2	S3	S4	S5
1	1.44280	1.04983	0.65698	0.39319	0.16075	0.06704
2	1.10868	1.12912	0.91813	0.49708	0.30338	0.14663
3	0.91505	0.91381	0.89743	0.55903	0.36946	0.23208
4	0.80653	0.74272	0.69728	0.65117	0.41145	0.27909
5	0.72637	0.61078	0.53302	0.66337	0.41582	0.30758
6	0.64986	0.63455	0.46864	0.64098	0.47754	0.34151
7	0.47673	0.50001	0.48799	0.62191	0.49526	0.35300
8	0.44270	0.41098	0.42972	0.52608	0.52219	0.39417
9	0.19843	0.53305	0.36423	0.26024	0.48201	0.38657
10	0.36687	0.36687	0.29353	0.39293	0.43586	0.36306

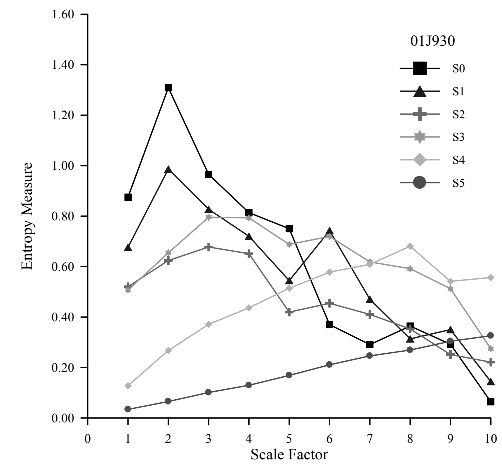

圖10林內站月雨量不同背景訊號之MSE分析

表2 林內站月雨量不同背景訊號之MSE表

尺度	S0	S1	S2	S3	S4	S5
1	0.87499	0.67646	0.52052	0.50705	0.12770	0.03389
2	1.30938	0.98625	0.62425	0.65449	0.26759	0.06531
3	0.96548	0.82706	0.67748	0.79567	0.37116	0.10096
4	0.81377	0.72009	0.65110	0.79315	0.43644	0.12941
5	0.75014	0.54432	0.41949	0.68775	0.51392	0.16868
6	0.36981	0.74249	0.45460	0.71973	0.57803	0.21085
7	0.29079	0.47060	0.41034	0.61848	0.60885	0.24588
8	0.36412	0.31334	0.35290	0.59151	0.68046	0.26922
9	0.29225	0.35024	0.25143	0.51265	0.54148	0.30401
10	0.06402	0.14406	0.22108	0.27449	0.55678	0.32603

由圖11可知，當尺度爲1時，隨著小波分解層數增加，熵值並沒有很明顯地逐漸降低，但當尺度爲2~4時，很明顯地可看出熵值之差異變大。此不但說明小波分解層數越多，其越能降低時間序列之複雜性，亦說明多尺度熵在表徵訊號複雜性方面之能力。此外， 當尺度爲1~6時S5背景訊號雖具有最低之熵值，但隨著尺度增加，S5之熵值反而較其他背景訊號爲高。S4及S5在尺度爲10時之熵值分別爲0.35170及0.46737，然而S4及S5在尺度爲1時之熵值卻僅爲0.24779及0.06930，表示第4層及第5層之小波分解非但無法降低複雜度，反而增加了複雜度，因此若以尺度2~10之熵值均較尺度1之熵值爲高來作爲判斷應用多孔冗餘小波分解時適合採用之分辨層數，甲仙站適合採用之分解層數亦爲3。

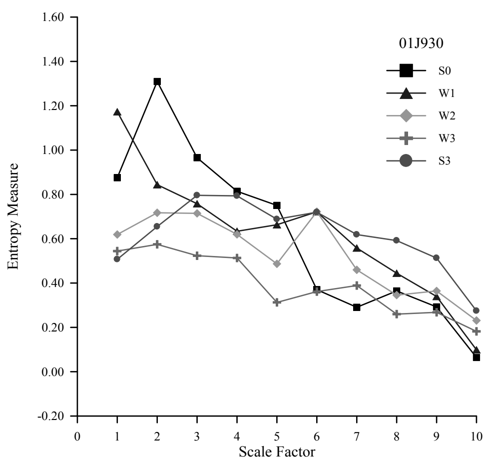

圖11甲仙站月雨量不同背景訊號之MSE分析

伍、結論

本研究係應用冗餘小波轉換分解觀測之月降雨時間序列，再應用多尺度熵於不同分辨層之小波係數及背景訊號，以分析單一測站各分辨層小波係數在不同尺度下之樣本熵，並分析不同測站在多尺度下之樣本熵。研究結果說明對於不同測站，經小波分解(或去噪)後之背景訊號S3均能有效降低時間序列之複雜性，此顯示小波分析可將一個訊號之訊息轉換成小波係數，從而能夠便捷地處理、儲存、傳遞、分析或應用。研究結果亦顯示在多尺度下林內站(01J930)比其他站具有較爲複雜之結構，此說明多尺度熵在表徵訊號複雜性方面之能力。

小波轉換係將訊號與某一分辨層之小波進行褶合積分運算。小波係數同時包含著訊號與小波之訊息。小波轉換具有多種方法，本研究所採用之多孔小波轉換爲一冗餘轉換，可將水文序列分解成多個細節訊號與一個背景訊號，則原水文序列爲各細節訊號與背景訊號之疊加，容易看出訊號不同分辨層變化成分及其相互作用，適用於分析並提取水文序列中所蘊含之訊息。且本研究所採用之多孔小波轉換爲一冗餘轉換，分解前之月降雨量時間序列與分解後之各小波係數時間序列資料長度均相同，適用於多尺度熵分析。

單尺度熵忽略複雜水文時間序列具有之多尺度特性，而多尺度熵分析在表徵訊號複雜性分析方面比單尺度之樣本熵更爲完整，隨著尺度增加，所研析水文時間序列及其小波係數及背景訊號時間序列，其熵值隨尺度增加而變化之趨勢，此說明多尺度熵在表徵訊號複雜性方面之能力。

表3 甲仙站月雨量不同背景訊號之MSE表

尺度	S0	S1	S2	S3	S4	S5
1	0.64722	0.59252	0.48525	0.48255	0.24779	0.06930
2	1.21979	0.88159	0.70647	0.62624	0.46762	0.14159
3	1.15350	0.99271	0.70919	0.74554	0.56091	0.22696
4	0.85012	0.91299	0.65176	0.74395	0.60769	0.27284
5	0.62295	0.50883	0.49042	0.59600	0.53812	0.31440
6	0.42154	0.73144	0.38692	0.49976	0.49964	0.34111
7	0.31590	0.33741	0.36866	0.4082	0.50750	0.36935
8	0.34077	0.33866	0.36376	0.44270	0.44140	0.38476
9	0.15761	0.16510	0.36423	0.28084	0.50238	0.42307
10	0.31995	0.31995	0.06402	0.30624	0.35170	0.46737

應用小波轉換於水文時間序列之分析，存在著分解層數如何確定之問題。小波分解具有越往較低分辨層進行分解，則近似訊號與細節訊號之平滑性與平穩性也越好之特性。但由於在分解過程中必然會產生計算誤差，因此分解層數越多，誤差亦越大。所以，於選擇分解層數時，不宜過多也不宜過少。本研究藉由多尺度熵來判斷各測站最合適之小波分解層數，能解決分解層數如何確定之問題。

陸、參考文獻

王如意、王志雄(1998)：「小波複解析法之理論解析及其應用於淡水河感潮河段水位－流量率定曲線之修正」，台灣水利，第46卷第4期，pp.1-21。

王如意、李宗穆(1997)：「小波分析方法應用於坡地集水區水文模擬之研究」，台灣水利，第45卷第4期，pp.1-23。

牛東曉、曹樹華、趙磊、張文文(1998)，電力負荷預測技術及其應用，中國電力出版社。

李賢彬、丁晶、李后強(1999)：「基于子波變換序列的人工神經網絡組合預測」，中國水利學報，第2期，pp.1-4。

林振山、鄭自旺(1999)：子波氣候診斷技術的研究，中國氣象出版社。

徐科、徐金梧、班曉娟(2001)：「基於小波分解的某些非平穩時間序列預測方法」，中國電子學報，第29卷第4期，pp.566-568。

蔡瑞、卞春華、寧新寶(2007)：「多尺度熵在心率變異信號複雜性分析中的應用」，北京生物醫學工程，第26卷第5期，pp.543-547。

Aussem, A. and F. Murtagh (2001), “Web traffic demand forecasting using wavelet-based multiscale decomposition”, International Journal of Intelligent Systems, 16, 215-236.

Bayazit, M. and H. Aksoy (2001), “Using wavelets for data generation”, J. Appl. Statist., 28(2), 157-166.

Chou, C.M. (2007), “Efficient nonlinear modeling of rainfall-runoff process using wavelet compression”, Journal of Hydrology, 332, 442- 455.

Labat, D., R. Ababou and A. Mangin (2000), “Rainfall-runoff relations for karstic springs. Part II: continuous wavelet and discrete orthogonal multiresolution analyses”, Journal of Hydrology, 238, 149-178.

Labat, D. (2005), “Recent advances in wavelet analyses: Part 1. A review of concepts”, Journal of Hydrology, 314, 275-288.

Partal, T. and Ö. Kişi (2007), “Wavelet and neuro-fuzzy conjunction model for precipitation forecasting”, Journal of Hydrology, 342, 199-212.

Rao, R. M. and A. S. Bopardikar (1998), Wavelet transforms, introduction to theory and applications. Addison-Wesley, USA.

明道學術論壇 6(1)：43-57(2010)

Wavelet-based Multi-scale Entropy Complexity Analysis of Hydrological Time Series

Chien-Ming Chou* Shin-Jen Cheng**

Abstract

Most of the methods and models applied hydrological time series themselves to carry out research. It is necessary to implement the multi-scale analysis to the modeling of hydrological time series. Wavelet transform and multi-scale entropy can be applied to the analysis of multi-scale time series. The above methods are applied to the hydrological time series in this paper. Comparison among hydrological time series complexity analysis of different stations at multi-scale is obtained. In addition, the resolution number of wavelet decomposition can be decided using multi-scale entropy. The results illustrate that the benefit of a wavelet transform of a hydrological time series lies in its capacity to highlight details of the signal with time-frequency resolution at different scales. Furthermore, it is worthwhile to note that analysing hydrological time series using multi-scale entropy analysis can help us detect some hidden characteristics of the original time series. The above results can provide the reference for water resource planning and application.

Keywords：Wavelet transform, Multi-scale entropy, Hydrological time series.