



《以愛翻轉生命的數學課》奔向奧林匹亞數學競賽

旅美文字工作者 | 丘引



以愛翻轉生命的數學課：陳立與 500 個家庭的教育奇蹟

陳立，張甄薇著／先覺／201503／222 頁／21 公分／300 元／平裝

ISBN 9789861342481／523

我中年才到美國讀大學，又主修數學，根據我在大學所做的研究，全世界至少有 60% 的人有數學恐懼症。有些人在離開學校很久後，還在做數學的噩夢。有些人做事欠自信，卻不知道是因害怕數學的關係。有些人即便擔任教授，一想到數學，還是害怕，就想逃離。我的數學恐懼症也尾隨我數十年，直到我進入數學系就讀時，還常怕到發抖，每次要考試的前夕就以為自己要垮了。可是，我不但沒垮，每次考試卷發下來，我的分數都還不錯，要不然怎麼申請獎學金？後來，數學課程愈修愈多，微積分就修了三個，而一路往上，還是屹立不搖。奇妙的是，我的數學恐懼症就是入了虎穴，得了虎子後自動消除了。

當我拿到《以愛翻轉生命的數學課》一書時，就眼睛一亮，而且一捧讀就欲罷不能，實在扣人心弦。《以愛翻轉生命的數學課》的作者是陳立和張甄薇。整本書說的是數學補教名師陳立每星期六自費搭飛機到臺東義務去教一群臺東孩子數學，並在五年之間，把臺東一大群孩子的數學翻轉的故事。這個故事就叫人不禁想到，如果每個孩子都有相同的機會，臺灣還有放牛班存在嗎？臺灣社會的進步是不是要從此奔向雲霄？

臺東縣長的太太陳伶燕聽到兒子談起他的數學補習老師陳立教數學的能力和 method，就好奇跑到臺北來聽陳立講課，因而邀請他到臺東給予校長、老師和家長們三場《讓孩子看見世界，也讓世界看見孩子》的演講。而陳立在演講時，脫口而出說，他願意到臺東義務教數學。

沒有人敢相信日進斗金的補教名師說的是真話，以為大概來個一兩次就沒下文了，沒想到陳立原來想先試個兩年，而這一教就是五年，還成立「K12 未來學校」。陳立把臺東 500 個家庭以愛之名，翻轉了。因此這本書不只是陳立教數學的故事，而是臺東 500 個家庭學習數學的故事，那個故事從「科學小菁英」談起。

免費上補教名師的數學課是有條件的，一要孩子想要學習，二是家長要陪同上課。老實說，兩個條件都不容易，孩子不愛數學，是眾人皆知的事。孩子從數學得到的挫折感太深了。要如何從挫折、厭惡、害怕轉而想要學習數學，這一關很難。第二個條件，更難。難在為人父母者說得多，做得少。而陪同上課，無疑是把父母對年輕時恐懼數學的傷口重新掀開撒鹽巴。而且，

父母的忙碌與藉口，隨時都是問題。

再說，臺東的隔代教養和單親家庭為數可觀，又如何解決要家長一起上數學課的問題？但陳立相信的是，只要掌握正確的「教學方法」和突破「受教者的自我設限」，就可以翻轉，能夠讓孩子們有機會站上頂尖的舞台。

我相信陳立的理念，因為我的美國數學老師的教學方法，讓我突破了我學習數學的自我設限，我終於揮去了幾十年數學的恐懼陰影。陳立的「教學方法」不但要父母和孩子一起來上數學課，而且還要求所有報名的家長和學童，都必須加入志工家庭，平均五對成立一個小組，由大家公開抽籤。這個目的是，當陳立不在臺東時，「小組間家庭與家庭的互相學習討論，就是平日學習數學的種子部隊。」

對於數學掛零或者不開竅者，就串連二十幾個志工家庭，單獨成立一個「旋風小組」，由那些數學能力強的小朋友來教他們的同儕，用小朋友的語言教小朋友，這樣的教學相乘效果，小朋友之間不但聽懂小朋友的話和邏輯，而且還增進友誼。這也和我在美國大學就讀時，校方安排的學生家教一樣，由數學強的學生擔任數學差的學生的數學家教，這樣教的人學雙倍，被教的人因為是同學，去除了害怕的因子，又有共通語言，學起數學來就減少了心理的障礙。而很多父母教不來自己孩子的數學，即便是數學系出來的父母都教不好自己孩子的數學，也是同樣的因素。父母不懂孩子的語言，加上情急和求好心切，往往徒勞無功。

另外，陳立還有一個西方的思想，和臺灣人完全不同，那就是只要大人把孩子當成人認真對待，孩子就會以負責的態度，面對大人，也面對學習。這也讓在美國求學十年的我，深感認同。這的確是臺灣的父母和老師們需要重新思考的地方，為什麼不將孩子們當成成人認真對待？

「先讓孩子能愛上數學！而讓孩子愛上數學最有效的方法就是結合有趣的數學故事，讓孩子能抓住數學最有趣和最魅力的地方。」陳立一語就道出了臺灣社會在數學教育上的盲點，把數學課程變成無聊和恐怖，把孩子和數學的距離拉得很遠。而陳立的想法，就和我在美國的數學老師們給我的方法是相似的，要不然我怎麼可能一個作家會去讀數學系？

「小孩子要學好數學，首先要能快樂的進入數學的世界，學習數學的邏輯、建構縝密的數學思路、養成數學的思考體質，且享受數學思考的樂趣。其二，要藉助同儕或父母陪伴學習，才能克服一個人獨自面對數學的無聊與恐懼。其三，要將數學當成生活的一部份，以生活情境來體會數學的實際應用。」陳立說出學習數學的三個關鍵，而且學數學不能以應付數學考試和分數，這樣才會持續對數學有興趣。

許多人學數學，不是想數學，而是「背」數學，這對需要邏輯思考的數學，變成只會考試，而且考做過的題目才有效，碰到靈活題目就束手無措了。而陳立認為學數學和文科一樣，要有「故事」，而且是「一連串有趣的好故事」讓小朋友體會到生活中連結到從古至今的數學大師留下來的智慧和結晶。



而且在對孩子們提數學問題時，還要有趣，如「人類以十位數進位，有誰知道外星人 ET 的家鄉是以什麼進位？」這樣天馬行空的提問問題，孩子的思考就不受到限制，而且覺得數學有趣。無形中，進位學到了，還連上了二千六百多年前發現「畢氏定理」的希臘數學家畢達哥拉斯的「三角數」。從「三角數」又延伸出哲學來， $1+2+3+4=10$ ，0 到 1 是造物者從無到有的「創造」，而畢達哥拉斯說，2 就是「分裂數」，他暗示說女性有「絕對」的特質就是「二分法」的反應，而 3 則是「和諧數」，暗喻男性有「相對」的特質，處理事情以和為貴；而 4 是「方向數」，因為人類在大地往四個方向（東西南北）發展。陳立認為孩子從有趣的數學故事或天馬行空中，「將能明白數學的堆疊與建構，都有明確的來由和典故，不會突然憑空砰出，而串起整個數學世界的必經之路，就是邏輯、演繹和歸納，而最後的源頭，都可以歸結到哲學基本原理，甚至宇宙的奧秘。」

「數學的趣味、來源和故事，就足夠深深埋在多數孩子們的記憶裡，久久不會忘記，這就是讓孩子愛上數學的第一步。」陳立一步步地解開踏入數學第一步，不是逼孩子學習和不斷的演練，而是啟發孩子對數學的「愛」，用故事來引導。同時，陳立認為一個好的數學老師不是讓孩子數學得滿分，而是感覺到「數學很有趣」。只要覺得數學很有趣，孩子哪有不愛學數學？可是，為什麼有那麼多數學老師和父母想不通這個道理，而要以責罵和棍子出場，搞得孩子痛恨數學，甚至把數學變成仇敵？陳立又說好的數學老師要能夠把「很難的觀念解釋得很簡單」，「很簡單的，要詮釋得很有意義。」

而要學好數學的第一步，陳立舉德國天才數學家高斯的「創新」為例，當老師要全班學生做「從 1 加到 100 的總和是多少？」這個題目時，大家一個個的加時，高斯幾秒鐘就寫出 5050。老師問他怎麼做的？他說 $1+100 = 101$, $2+99 = 101$, $3+98 = 101 \cdots \cdots$ ，總共有 50 組，所以 $50 \times 101 = 5050$ 。由此他說「創新」和「想數學」就是學好數學的第一步。陳立打破了數學老師和家長們要孩子多做多熟練，多練多高分的窠臼。

在《以愛翻轉生命的數學課》一書中，陳立舉出幾個古典數學的故事來吸引孩子們願意學數學，愛學數學，同時，他強烈的認為「孩子是學習的主人」，孩子願意或不願意學習很重要，而過去父母主導，孩子很少有自己的選擇自由，造成學習的成效欠佳，也因此在「科學小菁英」裡，爸爸媽媽絕對不能在孩子「小組討論」時扮演任何角色，必須讓孩子自己做主張。

陳立的教學，加上父母的陪同，還有其他志工家長和小朋友的家教，以及由補教界捐出的數位教學和華碩電腦的全面二手捐贈與服務，有連續半年數學掛零的小朋友，從恐懼數學、討厭數學、對數學的挫敗感，到喜歡數學，並且參與亞太奧林匹亞數學競賽……「只要父母堅持參與公益課程者，孩子們百分之七十以上，都能在國際數奧各級比賽，拿下令人驚豔的成績；其餘的百分之三十，至少都是依不同資質，持續進步中。」

在五年的「科學小菁英」下，臺東和池上都開花結果，紛紛在奧林匹亞數學競賽中奪獎，

而屏東縣長看到臺東這樣，也趕緊拉陳立到屏東去，還有新竹也是。家長們的意志力，在飄搖中茁壯，實在令人感動。而陳立讓偏鄉的孩子敢做夢，並將夢想成真，讓孩子不但看到世界，也真的讓世界看到孩子。

另一本數學的書，《數戰數決》由商業周刊出版，作者是傅承德和劉啟昌。《數戰數決》是臺灣高中生參加國際奧林匹亞數學競賽的全都錄，是罕見的國際數學實戰記錄。傅承德擁有數學和統計雙博，除了任教於大學，他從 1996 年參與培訓國際數學奧林匹亞競賽國家代表隊迄今，2002 年起擔任臺灣區國際數學奧林匹亞數學科召集人，十幾年帶隊出戰，實戰經驗豐富，並有他獨到的看法。

「把數學變成生活的一部份，那麼我們整體的數學教育進步的速度會變得快速的。」「數學好不好，『成績』並不完全代表什麼，……運算能力好的，邏輯並不一定強，邏輯能力好的，成績並不一定好。當你越了解數學，你越發現數學無所不在，就跟文字一樣，抽象的文字，寫到頂尖，其實就是一種數學。」這是傅承德心目中的數學，而這也是我在美國大學數學系就讀所看到的現象。

對臺灣人來說，國際數奧競賽的評分有兩個特色，一為不是錯多少就扣多少分，而是對多少就給多少分；二則是分數不是主考方說了算，而是主考方和應考方「協調」後的結果。我說對「臺灣人」來說，因為我在美國大學就讀，所有的考試都是「對多少就給多少分，而數學的證明題和計算題就算答案錯誤，但過程和思考邏輯對的話，我的數學教授們也給分，」與國際數奧的評分是一樣的。這也是東西方思考不同所致，一個是「加分」（正向思考），一個是「扣分」（負向思考）文化影響下的思維結果。

國際奧數的考試包括數論、組合、代數和幾何，而考題共六題，臺灣從「力保一、二、四、五題，而棄守三、六題」到葉永南教授針對三、六題專門培訓後，臺灣不但解決了三、六不自信和萬一拉抬三、六掉四、五的疑慮，終於往上發展。

究竟什麼樣的題目才叫漂亮？傅承德說，「Simple is beauty 永遠是最高的審美標準。一個漂亮的國際數奧競賽試題，必須題目敘述很簡單，答案也很簡單，但是從敘述到答案過程卻很難。」而從各國的文化來看，擅長的數學也不一樣，不擅長繁複計算的「東歐集團」會主推「數論」與「組合」，而擅長計算頭痛組合的亞洲國家，比較喜歡「代數」和「幾何」。而根據傅承德的觀察，國際數奧的前四強中，組合以美國最強，南韓較弱。幾何則是南韓較強，美國較弱。代數則是中國較強，俄羅斯較弱。數論是典型的歐強亞弱。但也不是絕對（選手改變，就可能全盤推翻）。

擔任我國 2007 年國際數奧觀察員的前國手蔡政江說，「因為國際數奧本質上是一個鼓勵優秀的數學人才的活動，所以整個考試的基本精神就是要鼓勵學生有好的想法，而非去給學生某種標準的考驗，因此學生在考試時應該獲得的分數，是依據『學生在考卷上展現了多少對於解



決這個問題有幫助的想法和思維』，尤其又因為大家知道學生是在短時間且高壓力的情形下作答，因此大部份的給分標準都相當寬鬆。」雖然如此，有趣的是給分的寬與嚴，也與國家文化有關係，地中海的陽光和墨西哥的浪漫，給分寬，而受儒家文化影響的越南凡是與標準答案不同的，都不給分。而在要分方面，也和國家文化和氣度有關係，南韓會因「民族自尊」耍小動作，美國卻堅持誠實認錯，主動要求扣分。

到底國際數奧的考試，是怎麼一回事？傅承德說，「把腦袋中所累積的知識，用記憶力複製出來的方式，對一般考試可能有幫助，但是用來對付國際數奧競賽的題目，就完全無效。」「知識的累積並不會自動成為能力的培養，你必須將課堂上所學到的數學知識充分消化吸收後，再經過重新整理，才能轉化成一種屬於自己的基本能力，國際數奧競賽的題目必須具備這種基本能力，才能再做進一步思考，沒有創造力，是不可能在短時間內把題目做出來的。」國際數奧的題目，是向世界各國的數學家所「徵求」來的，難怪連大學數學教授都覺得很難，因為是「前所未見」。

雖然國際數奧的題目那麼困難，在一些數學強國如英國、法國的眼中，「國際數奧不過就是一場高中學生所參加的國際數學夏令營」，而不在乎國家的排名。這樣的格局，是我們文化中最欠缺的修養，也是社會大眾和媒體在國際競賽中需要培養的氣度，這樣得失心才不至於看的太重。

而從國際數奧國手上，傅承德發現數學天才有五大特徵：1. 把數學當興趣，讓專心成習慣（就是從小有想數學的習慣）；2. 父母提供最大支持（即使父母完全不懂，還是對教育很看重。）；3. 師長引導讓他們一直跑在前面（初期引導很重要，能決定何時起跑。）；4. 超齡數學程度來自自學能力（如 6 歲就讀完小學課程，高中就修大學課程）；5. 不斷自我挑戰充實數學能力。從五大特徵中，我們看到先天對數學有興趣，加上父母支持，再有師長適時引導，具有自我自學能力，還有一顆挑戰自我的決心，才能是數學天才。傅承德的經驗是，沒看過不努力的數學天才。

在《數戰數決》一書中，提到一個罹患血癌的數學天才陳伯恩，在長期化療下，還參加國際數奧比賽，並且在 2012 年奪得金牌。陳伯恩說，「是數學，讓我忘記疼痛，忘記化療的折磨。」陳伯恩證明了「孩子的渴望」勝過「父母的期望」之說。陳伯恩最快樂的寄託是數學，他說，「學習數學要保持好奇心，什麼方法都可嘗試，跟同好討論也很重要。」陳伯恩的偶像是美國數學家賈德納（Martin Gardner）的「數學遊戲」專欄結成的書。即便血癌，陳伯恩也要參加賈德納的粉絲組成的賈德納同學會。那樣學習數學，完全是從對數學的喜愛來的，和國際數奧的精神不謀而合。

最後由 Vivi 寫的《圖解數學一點通》，是從孩子的人格特質著手。美中不足的是，作者雖然教數學，卻教父母教他們的孩子背誦 1-100 的質數。雖然用音樂節拍去背誦質數好像有趣，但質數只需要了解，就可輕易抓出來，背質數，就像我們從小背誦九九乘法表，方法簡單，卻不

懂結構，少了想數學，以後就像是機器一樣，不斷複製而已，沒有了解背後是什麼，甚是可惜。

誠如陳立和傅承德說的，數學是「想數學」，不是「做數學」，也不是「背數學」。要讓孩子愛上數學，來點有趣的質數故事，讓孩子保有好奇心和天馬行空，不必給答案，讓孩子去摸索，應是長遠學習數學之道。

延伸閱讀

1. 傅承德、劉啟昌著。《數戰數決：臺灣數學資優生出國比賽記》（臺北：城邦商業周刊，2014）
ISBN 9789866032707
2. Vivi 老師著。《圖解數學一點通！這樣教，三年級就能解出七年級題目》（臺北：如何，2015）
ISBN 9789861364155