

# 國小數學科新舊課程學生 數學能力之比較研究(五)

## 「測量」方面

洪志生

這一部分的評量題目總共有20題，主要目的是評量學生在測量單位的辨認與轉換、實測、及有關測量的計算應用方面的能力，評量領域包括長度、面積、體積、速率、時間、重量、幣值等。評量題目皆為四選一的選擇題型式，部分題目有圖形或圖表。每一題各有其評量目標，將這些問題依其內容及評量重點，整理歸併為九個評量項目，某一評量項目下各題通過率的平均值就當作該評量項目的平均通過率；少數項目只有一題，則以該題的通過率為該項目的通過率。以下就評量所得的結果分析討論之。

### 一、就評量項目來看：（見表一）

(一)新課程學生表現最優的項目是「長度單位的辨認」，平均通過率為87.25%，其次是「立方體體積測量的應用」，通過率為77.18%，表現最差的項目是「時間的測量」，平均通過率為52.18%，其次是「直線測量的應用」，平均通過率為58.73%。舊課程學生表現最優的項目是「長度單位的辨認」，平均通過率為96.27%，其次是「立方體體積測量的應用」，通過率為82.09%，表現最差的項目是「時間的測量」，平均通過率為55.22%，其次是「距離的測量」，平均通過率為60.45%。可見在「測量」方面，新課程學生最熟練的項目和舊課程學生相同。表現最差的項目，兩組同為「時間的測量」，表現次差的項目則兩組稍有出入。

表一 九個評量項目及其在兩組的平均通過率

| 評 量 項 目    | 題 次            | 題 數 | 平 均 通 過 率 (%) |       |
|------------|----------------|-----|---------------|-------|
|            |                |     | 新 課 程         | 舊 課 程 |
| 長度單位的辨認    | 1, 2           | 2   | 87.25         | 96.27 |
| 直線測量的應用    | 7, 16          | 2   | 58.73         | 67.17 |
| 以個別單位測量面積  | 3, 4, 5, 6,    | 4   | 68.79         | 71.46 |
| 立方體體積測量的應用 | 8              | 1   | 77.18         | 82.09 |
| 速率的測量      | 9, 15          | 2   | 63.76         | 72.39 |
| 距離的測量      | 10, 11, 18     | 3   | 72.04         | 73.88 |
| 時間的測量      | 12, 17, 19, 20 | 4   | 52.18         | 55.22 |
| 重量的測量      | 13             | 1   | 67.79         | 64.93 |
| 幣值的轉換      | 14             | 1   | 71.14         | 73.88 |

(二)新課程學生平均通過率在80%以上的只有一項：「長度單位的辨認」；舊課程學生平均通過率在80%以上的有兩項：「長度單位的辨認」和「立方體體積測量的應用」。將其項目依平均通過率由高而低排列如表二所示。

新舊課程兩組學生皆無平均通過率50%以下的項目，可見兩組學生在這一部分的能力都不算太差。

表二 平均通過率在八〇%以上的項目

| 新課程學生              | 舊課程學生                               |
|--------------------|-------------------------------------|
| 1.長度單位的辨認<br>(八七%) | 1.長度單位的辨認(九六%)<br>2.立方體體積測量的應用(八二%) |

(三)在所評量的九個項目中，新課程學生優於舊課程學生的只有一項；舊課程學生優於新課程學生的則有八項。將其項目按照差距由大而小排列，如表三所示：

表三 新舊課程學生在各評量項目的優劣比較

| 新課程優於舊課程 | 評量項目 | 差距(%) | 舊課程優於新課程     | 評量項目 | 差距(%) |
|----------|------|-------|--------------|------|-------|
| 1.重量的測量  | 二·八六 |       | 1.長度單位的辨認    | 九·〇二 |       |
|          |      |       | 2.速率的測量      | 八·六三 |       |
|          |      |       | 3.直線測量的應用    | 八·四四 |       |
|          |      |       | 4.立方體體積測量的應用 | 四·九二 |       |
|          |      |       | 5.時間的測量      | 三·〇四 |       |
|          |      |       | 6.幣值的轉換      | 二·七四 |       |
|          |      |       | 7.以個別單位測量面積  | 二·六七 |       |
|          |      |       | 8.距離的測量      | 一·八四 |       |

二、就評量目標來看：(見表十二)

(一)新課程學生在所評量的二十個目標中，有20%的目標達到80%以上的成就水準，通過率最高的是88.59%，評量目標為：「能以邊長二公分的正方形為單位，算出某一長寬已知的長方形面積為單位量的幾倍。」通過率最低的是26.17%，評量目標為：「已知兩事件發生的週期，能應用時分的運算方法算出某一段時間內兩事件同時發生的時刻。」

舊課程學生在所評量的目標中，有35%的目標達到80%以上的成就水準，通過率最高的是97.76%，評量目標：「能就所描述的長度選用合適的公制單位。」通過率最低的是35.07%，評量目標為：「已知兩事件發生的週期，能應用時分的運算方法算出某一段時間內兩事件同時發生的時刻。」

(二)就新舊課程兩組學生通過率的分佈情形而言，新課程學生的通過率以70%到80%之間的題數最多，共有六題，佔30%；舊課程學生則以通過率在60%到70%之間的題數最多，共有五題，佔25%，詳細情形見表四。

(三)在20個評量題目中，新舊課程兩組學生有顯著差異的共有四題，佔全部的20%，皆為舊課程學生優於新課程學生。可見兩組學生在測量方面的能力差異不大。

表四 通過率之分佈情形

| 通過率     | 新課程 | 舊課程 |
|---------|-----|-----|
| 九〇%以上   | 〇   | 三   |
| 九〇%~八〇% | 四   | 四   |
| 八〇%~七〇% | 六   | 四   |
| 七〇%~六〇% | 四   | 五   |
| 六〇%~五〇% | 一   | 一   |
| 五〇%~四〇% | 四   | 一   |
| 四〇%~三〇% | 〇   | 二   |
| 三〇%~二〇% | 一   | 〇   |
| 百分比     | 百分比 | 百分比 |
| 〇       | 一五% | 二〇% |
| 二〇%     | 二〇% | 二〇% |
| 二五%     | 二〇% | 二五% |
| 五%      | 五%  | 五%  |
| 五%      | 五%  | 五%  |
| 二〇%     | 五%  | 二〇% |
| 三〇%     | 五%  | 三〇% |





表七 不同單位的使用

| 問 題                                                                                                                                 | 選 答 情 形 (%)                                        |                                                    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
|                                                                                                                                     | 新 課 程                                              | 舊 課 程                                              |
| <p>假設 1 大跳 = 5 步，1 小跳 = 3 步，回答下面的三個問題。</p> <p>如果某人每分鐘前進 12 大跳，則他每秒鐘前進幾步？</p> <p>1 步（正確答案）</p> <p>30 步</p> <p>60 步</p> <p>3600 步</p> | <p>48.99</p> <p>8.05</p> <p>34.90</p> <p>6.71</p>  | <p>62.69</p> <p>6.72</p> <p>25.37</p> <p>2.99</p>  |
| <p>現在甲、乙、丙三人，甲移動了 14 步；乙移動了 4 大跳；丙移動了 3 小跳，誰移動的距離最長？</p> <p>甲</p> <p>乙（正確答案）</p> <p>丙</p> <p>三人一樣長</p>                              | <p>8.72</p> <p>86.58</p> <p>3.36</p> <p>-</p>      | <p>10.46</p> <p>88.81</p> <p>-</p> <p>-</p>        |
| <p>有兩個人相隔 4 大跳的距離，如果兩人都向對方移動 2 小跳又 1 步，那麼此時兩人之間相隔多遠？</p> <p>4 步</p> <p>1 大跳</p> <p>2 大跳</p> <p>2 小跳（正確答案）</p>                       | <p>13.42</p> <p>8.72</p> <p>24.83</p> <p>49.66</p> | <p>14.18</p> <p>5.97</p> <p>17.91</p> <p>58.96</p> |

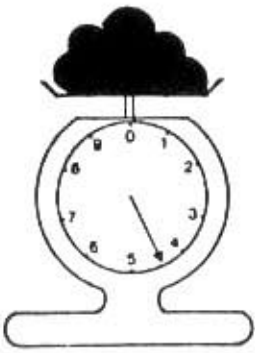
(3) 在與距離、速率有關的直線測量問題上，若使用不同的單位，兩組學生都可能感到困難：

表七的問題使用三種不同的單位，且已知三種單位間的關係，其大小依次為「大跳」、「小跳」和「步」。第一題和速率有關，速率是描述某一單位時間內移動了多少單位的距離，現已知每分鐘前進 12 大跳，要求每秒鐘前進幾步，須先將 12 大跳轉換為 60 步，每分鐘 60 步相當於每秒鐘 1 步。兩組答錯的學生皆以選答 60 步最多，顯然是少了最後的換算步驟。第二題給三段以不同單位表示的距離，要學生比較其長短，解題方法先將不同單位表示的距離，皆換算成最小的單位，分別為 14 步、20 步和 9 步，即可加以比較，兩組通

過率皆在 85% 以上，顯示沒有什麼困難。第三題單位換算所採的原則相同，而兩組通過率却顯著降低。此題計算步驟先將 4 大跳換算成 20 步，即兩人相隔 20 步的距離，再將 2 小跳又 1 步換算成 7 步，即兩人都向對方移動 7 步，此時兩人之間距離縮小，變成只有 20 - 2 × 7 = 6 步的距離，最後再將 6 步換算為 2 小跳。此題答錯者以選答「2 大跳」為最多，可能是由於換算來換算去，造成對單位的混淆，選答 4 步者可能是由於計算上的錯誤。

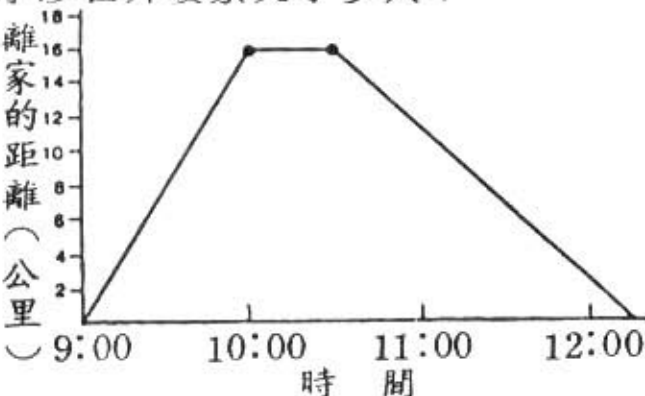
(4) 在重量測量方面，兩組皆有不少學生對秤面的觀察有困難：表八的問題要學生根據題意和圖示求出秤台上的物體重量，秤面上指針所指的是 4.5 公斤。指針旋轉一圈為十公斤，由於指針旋

表八 重量的測量

| 問                                                                            | 題                                                                                   | 作答情形百分比 |       |
|------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------|-------|
|                                                                              |                                                                                     | 新課程     | 舊課程   |
| 右圖爲一彈簧秤，刻度上的單位是公斤。秤的指針和彈簧最多可以旋轉 10 圈。將一物置於秤台上，指針旋轉兩圈後，停留在圖上所指的位置，則此物重量最接近多少？ |  | 14.09   | 11.94 |
| 45 公斤                                                                        |                                                                                     | 7.38    | 10.45 |
| 22.5 公斤                                                                      |                                                                                     | 67.79   | 64.93 |
| 24.5 公斤 (正確答案)                                                               |                                                                                     | 9.40    | 10.45 |
| 算不出來                                                                         |                                                                                     |         |       |

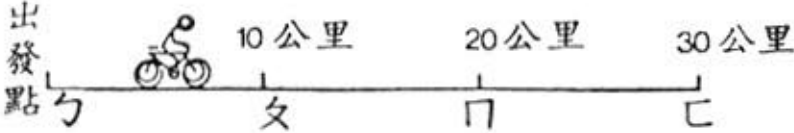
轉了兩圈，所以是 20 公斤，加上 4.5 公斤，共 24.5 公斤，此題依題意求解，無需計算，然而兩組通過率才 65% 左右，探討其困難所在，選答 45 公斤者可能是將秤面上每一刻度看成 10 公斤，選答 22.5 公斤者可能是將秤面上每一刻度看成 5 公斤，而且都忽視指針旋轉兩圈的敘述。兒童學習時間的測量時，將一個刻度看成 5，學習長度的測量時也曾將一個刻度看成 10，這些都是他們曾經熟悉的用法，以致於他們忽略了題目中所說的「刻度上的單位是公斤」。

表九 時間的測量

| 問                                               | 題                                                                                    | 作答情形百分比 |       |
|-------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|---------|-------|
|                                                 |                                                                                      | 新課程     | 舊課程   |
| 桌球比賽在下午 2 點 30 分開始，5 點 20 分結束，問這場比賽共進行了幾小時幾分？   | 3 小時 10 分<br>3 小時 50 分<br>2 小時 10 分<br>2 小時 50 分 (正確答案)                              | 12.08   | 9.7   |
|                                                 |                                                                                      | 5.37    | 5.22  |
|                                                 |                                                                                      | 3.36    | 2.99  |
|                                                 |                                                                                      | 78.52   | 82.09 |
|                                                 |                                                                                      |         |       |
| 小珍從她家出發騎腳踏車到外婆家，玩了一會兒又騎車回家，旅程用下圖表示，問小珍在外婆家玩了多久？ |  | 4.03    | 2.99  |
| 10 分鐘                                           |                                                                                      | 63.09   | 64.18 |
| 30 分鐘                                           |                                                                                      |         |       |
| (正確答案)                                          |                                                                                      | 8.05    | 8.96  |
| 2 小時                                            |                                                                                      | 15.44   | 11.19 |
| 2 小時 15 分                                       |                                                                                      |         |       |

(5) 在時間的測量上，舊課程學生稍優於新課程學生，但未達顯著水準。兩組的作答情形表現出共同的難易傾向：表九的第一題是要學生根據起訖的時間計算出該時段為幾小時

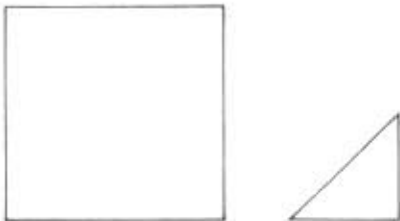
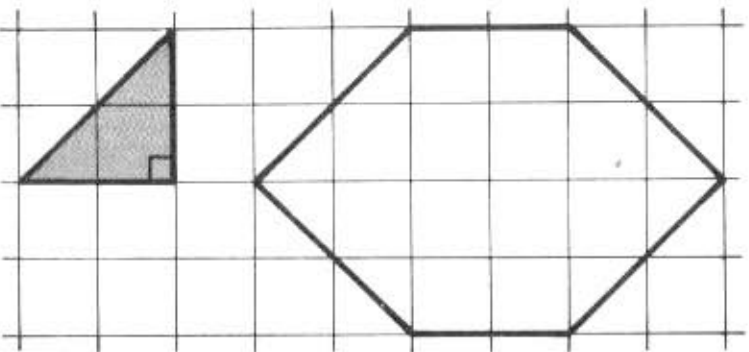
幾分，兩組答錯者以選答 3 小時 10 分為最多，顯然對時間的測量缺乏清楚的概念，只是將題目所給的數字分別相減，5 減 2 得 3，30 減 20 得 10。第二題是根據所給的時間—距離關係圖，以辨認出其中

|                                                                                                                                                                                                                                       |                                                   |                                                   |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| <p>一人騎腳踏車由ㄅ點出發，每小時 20 公里，他在ㄏ點休息了 30 分鐘後繼續前進，於中午 12 時 15 分到達ㄈ點，問他何時離開ㄅ點？</p> <p>上午 9 時 45 分<br/>上午 10 時 15 分（正確答案）<br/>上午 10 時 45 分<br/>上午 11 時</p>  | <p>10.07<br/><u>40.94</u><br/>32.21<br/>9.40</p>  | <p>11.94<br/><u>39.55</u><br/>29.10<br/>6.72</p>  |
| <p>在某一所學校，初級部的鈴聲每 40 分鐘響一次，高級部的鈴聲每 50 分鐘響一次，在上午 9 時正，二者同時響，請問在下午 3 時 40 分放學以前，何時可再聽到二者同時響？</p> <p>上午 11 時，下午 1 時及下午 3 時<br/>上午 11 時 30 分及下午 2 時<br/>只有中午 12 時 20 分（正確答案）<br/>都不會同時響</p>                                               | <p>13.42<br/>12.75<br/><u>26.17</u><br/>30.87</p> | <p>13.43<br/>14.18<br/><u>35.07</u><br/>17.91</p> |

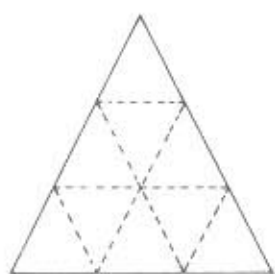
某一時段有多長，兩組答錯者皆以選答「2 小時 15 分」為最多，這是從小珍到達外婆家（10:00）開始到圖表末端的時段。第三題除了有圖表外還須依題意加以計算，以求出騎踏車者由ㄅ點出發的時間，可能是由於此題涉及時間的往回推算，學生較感困難，因此通過率很低，兩組答錯者皆以選答「上午 10 時 45 分」為最多，推測其錯誤原因，可能是將ㄏ點休息的 30 分鐘忽略了。至於第四題，必須先求出兩個事件發生週期的公倍數，再求出某一時段內兩事件同時發生的時刻，由於數字的運算更複雜，又沒有圖形的輔助，所以通過率更低。根據兩組學生在這四個問題通過率依次遞減的現象可以歸納出學生學習的難易類型。對兩組學生而言，時間測量問題由易而難依次為：

- ① 根據起訖的時間，計算出該時段有多長。
- ② 依據圖表以辨認出某一時段有多長。
- ③ 依據圖表及數字的計算以求出某一特定的時刻為幾點幾分。
- ④ 較為複雜的多步驟文字題。
- (6) 在圖形的分割問題上，舊課程學生稍優於新課程學生，但未達顯著水準。兩組的作答情形表現出共同的難易傾向：  
表十的四個問題都是將某一個圖形分割成較小的圖形，看能分割成幾個。由表中的數字可以看出兩組學生在此四題的通過率一致呈現依次遞減的現象，因此我們可歸納出由易而難的問題類型：
- ① 基本幾何圖形，可分別算出面積做為求分割數的依據。
- ② 基本幾何圖形，依所給的圖形容易看出分割的方法。
- ③ 有規則的幾何圖形，畫在方格紙上。
- ④ 基本幾何圖形，但需自己依題意思想出分割的方法。

表十 圖形的分割

| 問 題                                                                                                                                                                     | 通 過 率 ( % ) |       |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|-------|
|                                                                                                                                                                         | 新 課 程       | 舊 課 程 |
| <p>一張 8 公分 × 10 公分的長方形紙片，可以分割成幾張 2 公分 × 2 公分的方形紙片？</p> <p>① <math>4\frac{1}{2}</math> 張    ② 9 張    ③* 20 張    ④ 40 張</p>                                               | 88.59       | 91.04 |
| <p>請問右圖的正方形含有幾個右圖的三角形？</p> <p>① 2 個<br/>② 4 個<br/>③ 8 個<br/>④ 12 個</p>             | 71.81       | 74.63 |
| <p>以下圖陰影部分的三角形，作為測量面積的一個單位，測量右邊的六邊形，相當於幾個單位？</p> <p>① 5    ② 6    ③* 8    ④ 12</p>  | 65.10       | 72.39 |
| <p>將一個邊長 3 公分的正三角形，分割為邊長 1 公分的正三角形，問最多能分割為幾塊？</p> <p>① 3 塊    ② 6 塊    ③* 9 塊    ④ 15 塊</p>                                                                             | 49.66       | 47.76 |

第四題的通過率普遍偏低，其實此題之求解主要在於對圖形的心理運作能力（見圖二）。學生對於他們在校內較少遇到的問題，似乎很有困難。

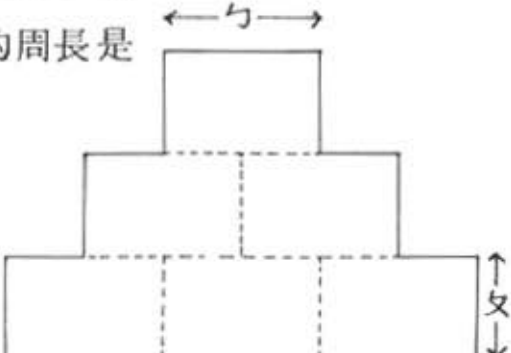
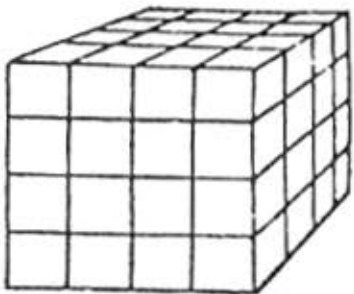
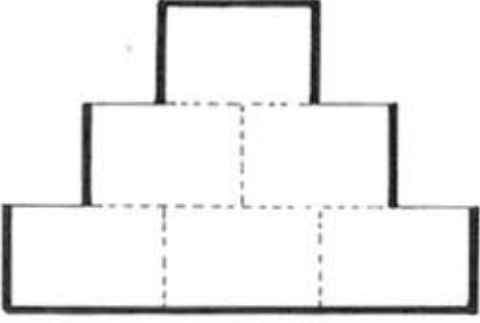


圖二 三角形的分割

(7)對於複合形體的測量能力，舊課程學生顯著優於新課程學生：表十一的第一題用六個方塊排成一個複合平面圖形，每一方塊的長寬已知，求此複合圖形的周長。答錯者以選答「4.5+6.5單位」為最多，這是由於錯覺，未能做正確的觀察（見圖三）。第二題雖為立體圖形，但兩組的通過率反而都比第一題高，可能是由於它只涉及簡單形體；也就是說，造成困難的因素，主要不在於形體之為平面或立體，而在於其為簡單形體或複合形體，兒童對於複合形體的辨認不易，以致產生測量上的錯誤。



表十一 形體的測量

| 問 題                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 選 答 情 形 (%)            |                        |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|------------------------|
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 新 課 程                  | 舊 課 程                  |
| <p>右邊的圖形是由六個方塊所排成，每一個方塊長<math>\frac{1}{2}</math>單位，寬<math>\frac{1}{2}</math>單位，問這個圖形的周長是多少？</p> <p>4<math>\frac{1}{2}</math>+6<math>\frac{1}{2}</math>單位<br/>6<math>\frac{1}{2}</math>+6<math>\frac{1}{2}</math>單位 ( 正確答案 )</p>  | <p>23.49<br/>52.35</p> | <p>14.93<br/>66.42</p> |
| <p>右圖的方塊是由 64 個小立方體所組成，將所有的小立方體重新排一個長方體，其底為 ，那麼這長方體的高，相當於幾個小立方體的高？</p> <p>16 個 ( 正確答案 )<br/>64 個</p>                                       | <p>77.18<br/>82.09</p> | <p>11.41<br/>11.19</p> |
|  <p>圖三 4<math>\frac{1}{2}</math>+6<math>\frac{1}{2}</math>單位</p>                                                                                                                                                               |                        |                        |



表十二 「測量」部分評量目標及兩組通過率之 Z 考驗

| 題次 | 評量目標                                    | 新 課 程<br>( $N_1 = 149$ ) |       | 舊 課 程<br>( $N_2 = 134$ ) |       | Z 值      |
|----|-----------------------------------------|--------------------------|-------|--------------------------|-------|----------|
|    |                                         | 通過人數                     | 通過率 % | 通過人數                     | 通過率 % |          |
| 1  | 能就四段以不同的公制單位表示的長度，選出最長的距離               | 130                      | 87.25 | 127                      | 94.78 | -2.189*  |
| 2  | 能就所描述的長度選用合適的公制單位                       | 130                      | 87.25 | 131                      | 97.76 | -3.298** |
| 3  | 能在方格紙上以一個小三角形為單位測量一個正六邊形的面積             | 97                       | 65.10 | 97                       | 72.39 | -1.318   |
| 4  | 能以邊長 2 公分的正方形為單位算出某一已知長與寬的長方形面積為單位量的幾倍  | 132                      | 88.59 | 122                      | 91.04 | -0.680   |
| 5  | 能以圖示的三角形為單位算出圖示的正方形面積是單位量的幾倍            | 107                      | 71.81 | 100                      | 74.63 | -0.533   |
| 6  | 將邊長 3 公分的正三角形分割為邊長 1 公分的正三角形，能算出分割的個數   | 74                       | 49.66 | 64                       | 47.76 | 0.320    |
| 7  | 能算出所給圖形（直角形）的周長                         | 78                       | 52.35 | 89                       | 66.42 | -2.403 * |
| 8  | 將 64 個小立方體組成的正立方體重新組成一個長方體，能算出其高度       | 115                      | 77.18 | 110                      | 82.09 | -1.021   |
| 9  | 能將分速換成秒速並以不同的長度單位表示                     | 73                       | 48.99 | 84                       | 62.69 | -2.314 * |
| 10 | 能依據三種個別單位間的關係，將不同單位表示的三段距離加以比較          | 129                      | 86.58 | 119                      | 88.81 | -0.570   |
| 11 | 能算出相隔已知距離的二人相向移動之後的距離                   | 74                       | 49.66 | 79                       | 58.96 | -1.566   |
| 12 | 能運用時分的減法算出兩時刻之間有多長時間                    | 117                      | 78.52 | 110                      | 82.09 | -0.752   |
| 13 | 能依據圖示的秤面刻度，將指針旋轉兩圈後所指位置的重量算出近似值         | 101                      | 67.79 | 87                       | 64.93 | 0.509    |
| 14 | 能就已知的轉換比值算出 25 元美金能轉換成多少台幣              | 106                      | 71.14 | 99                       | 73.88 | -0.515   |
| 15 | 已知每小時的水流量及水桶容量，能算出水桶裝滿所需的時間             | 117                      | 78.52 | 110                      | 82.09 | -0.752   |
| 16 | 能用直尺實測某一物件的長度到最接近的公分                    | 97                       | 65.10 | 91                       | 67.91 | -0.500   |
| 17 | 能運用時分的減法算出某時刻的前一段時間是什麼時刻                | 61                       | 40.94 | 53                       | 39.55 | 0.238    |
| 18 | 能依據時間和距離的關係圖找出某一段距離的長度                  | 119                      | 79.87 | 99                       | 73.88 | 1.195    |
| 19 | 能依據時間和距離的關係圖求出某一段時間有多久                  | 94                       | 63.09 | 86                       | 64.18 | -0.191   |
| 20 | 已知兩事件發生的週期，能運用時分的運算方法算出某一段時間內兩事件同時發生的時刻 | 39                       | 26.17 | 47                       | 35.07 | -1.625   |