

加法的應用(二)



Z. Usiskin

M. Bell

著

周筱亭

譯

第二類：轉移

某地某天的氣溫為零下 4° ，後來上升了 5° 。我們須用加法來求該地後來的氣溫： $-4^{\circ} + 5^{\circ}$ ，結果是 1° ，我們稱這類加法為「轉移」。

轉移型加法的意義是：

原來的狀態 + 轉移 = 最終的狀態

轉移型的加法與合併型的加法相異之處在於前者不必涉及「數量」的數算，而是對於「改變」後狀態的度量。例如，在上面的例子中，在整個情境中，並未涉及氣溫 5° 的「數量」。

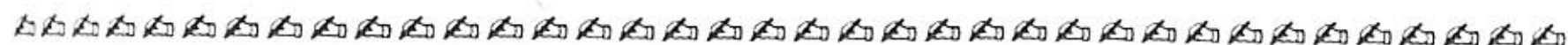
轉移型的加法並非一定要用到負數；上述

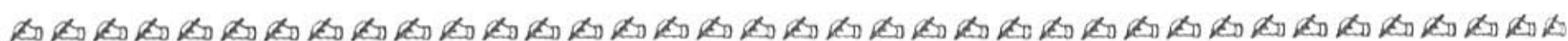
的例子中，已知的氣溫可能是 40° ，上升了 5° ，仍然屬於轉移型的加法。

轉移係指以原來的狀態為準，增加或減少的意思。向上或向前移動可以加上一個正數。向下或向後的移動可以加上一個負數（當作本類的用法之一）或減去一個正數（當作由減法導出的一類，見下一章，減法的應用中，第三節）。當你想特別標明一個在兩方向都適用的運算時，可以加上一個負數；這種情況常出現於公式或電腦程式設計中，因為這樣才較容易改變輸入的數字，而非改變運算符號。

一個轉移可以接連另一個轉移而來，它的情境可以想成是下面的兩種方式之一：

1. (原來的狀態 + 轉移) + 轉移
2. 原來的狀態 + (轉移 + 轉移)





就第2種方式的情境而言，問題變成加了兩次轉移，而不管原來的狀態。這種情況可以在下面的例8~10中發現。

例：

- 1.橄欖球。一個橄欖球員在某一季比賽中贏了354碼，下一局中又贏了6碼，他共贏了多少碼？

答： $354\text{碼} + 6\text{碼} = 360\text{碼}$

註：假定此球員在下一局中輸了5碼，那麼他在該季中共得了多少碼？

答： $360\text{碼} + (-5)\text{碼} = 355\text{碼}$

註：此例並非標準的「合併」型加法，因為式中左邊的被加數是總數，從某些觀點看來，它公式中的加數（轉移的數）在性質上不同，此例最重要的特點在於原來的狀態（至當時為止的總數）以及後來的增加或減少。所以，我們將它歸類於轉移型而非合併型。

- 2.測驗成績。在某一個測驗中，學生的成績極為低落，所以老師決定將每位學生的成績加15分，這樣，才可以適用她原來的評分尺度。如果某生原來得到68分，他的新成績是多少？

答：83分。

- 3.高爾夫球。一位高爾夫球選手擊出了低於標準桿2 桿的成績，之後，他又以較標準桿數少一桿的成績打進下一洞。就標準桿數而言，此高爾夫選手目前的分數是多少？

答：就標準桿數而言，他目前的分數是 $-2 + (-1)$ 或 -3 ，也就是低於標準桿3桿。

註：就某一洞而言，依標準桿數為準的高爾夫球用語及轉移型加法符號如下：

double eagle	低於標準桿數 3桿
	加 -3

eagle	低於標準桿數 2桿
	加 -2
birdie	低於標準桿數 1桿
	加 -1
par	平標準桿數
	加 0
bogey	高於標準桿數 1桿
	加 1
double bogey	高於標準桿數 2桿
	加 2
triple bogey	高於標準桿數 3桿
	加 3

- 4.買賣。一位售貨員原來的銷售成績是不足配額三千元，後來，他做成了一筆4000元的生意，根據他的配額，此售貨員的成績如何？

答： $-3000\text{元} + 4000\text{元} = 1000\text{元}$

註：負數的運用有助於瞭解類似這樣的情境。

- 5.長度。小英高130公分，她的哥哥比她高4公分。哥哥身高多少？

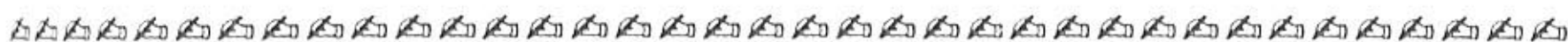
答： $130\text{cm} + 4\text{cm} = 134\text{cm}$

註：在此，小英的身高是「原來的狀態」，她哥哥的身高是最終的狀態。有些人認為將此例歸類為「轉移型」加法頗為不妥，因為實際上，小英的身高並未改變。標準的轉移型加法題目如下：小英原來身高為130公分，後來長高了4公分，她現在的身高是多少？在概念上，兩題的意義是一樣的，雖然在「感覺」上有些許的不同。

- 6.指定方向的距離。某一艘船在距離某一定點的東方400哩處，它向西航行了 30哩。這艘船在離開此一定點多遠的地方？

答：若以正號表示東方，此船現在離開定點 $400 + (-30)$ 哩。和為370，表示它在





距離該定點東方370哩處。

註：請注意，假如該船繼續向西航行，它終究會越過定點向西航，那時，此船的航行里程為負數，或自定點向西方的里程數。

7.股票市場。某一類股票2日以 $13\frac{1}{2}$ 元收盤，次日開盤後又漲了 $\frac{3}{4}$ 元。該股票的新價格是多少？

$$\text{答：} 13\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = 14\frac{1}{4}$$

註：在報紙上，股票下跌係以負數表示。它的單位是指每股的價格。

8.股票市場。某一股票某日上漲了 $\frac{1}{8}$ （元／股），次日跌了 $\frac{3}{8}$ 元，改變後的價格是多少？

$$\text{答：} \frac{1}{8} + -\frac{3}{8} = -\frac{2}{8}$$

註：當然，你也可以用 $\frac{1}{8}$ 減去 $\frac{3}{8}$ ，而獲得答案。從這兒，我們可以看出加法與減法之間的逆向關係，換言之，減法就是「加上相反的東西」。

註：假定股票原來的價格是 $18\frac{3}{4}$ 元，要知最後的成交價格時，我們必須加兩次：
 $18\frac{3}{4} + \frac{1}{8} + (-\frac{3}{8}) = 18\frac{4}{8} = 18\frac{1}{2}$
加式中的左邊屬於前面提及的（原來的狀態＋轉移）形式；右邊屬於（轉移＋轉移）的形式。

9.橄欖球。某一橄欖球隊在一場中輸了3碼，下一場中又輸了4碼。在這兩場中，此隊一共輸了多少？

答：7碼。

註：解此題時，沒有人會用 -3 碼 $+$ (-4) 碼來算出 -7 碼，但是如果有贏也有輸的時候，用正號表示贏，用負號表示輸會很清楚。

10.角度。Rubik的正方塊上的某一面轉了四分之一之後，又以同一方向轉一半。共轉了多少？

$$\text{答：} \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

註：這兒未列出的單位是旋轉的次數（revolution）。

註：旋轉和翻轉可以用revolution, degree（度），radians（弧度）及grade為單位來衡量

$$\begin{aligned} 1 \text{ revolution} &= 360 \text{ degrees} \\ &= 2\pi \text{ radians} \\ &= 400 \text{ grades} \end{aligned}$$

假如第二次係以反方向轉動，我們可以

這樣加： $\frac{1}{4} + (-\frac{1}{2})$ ，結果是 $-\frac{1}{4}$ ，換言之，以相反的方向轉了 $\frac{1}{4}$ 。

加法的應用第三類：來自減法的加法

由於下述的運算之間的關係成立：若 $a - b = c$ ，則 $a = c + b$ （例如，因 $100 - 3 = 97$ ，故 $97 + 3 = 100$ ），每個減法基本事實均可轉換成一個加法基本事實。同樣地，只要互換已知與未知條件，任何一種減法情境均可轉換成為加法情境。譬如說，下面的題目令人覺得像是拿走型或轉移型的減法。

在減價\$50之後，一架電視機售價為\$369.95。該電視機的原價是多少？

將它想成是減法，可以寫成下面的算式：

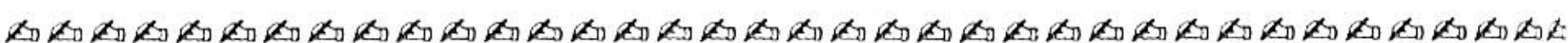
$$\text{原價} - 50 = 369.95$$

但是，若要求得答案，我們必須將已知的兩數相加。

$$\begin{aligned} \text{原價} &= 369.95 + 50 \\ &= 419.95 \end{aligned}$$

許多人已學會不必先透過減法，就直接用加法來解此類的問題。在數學上，由於我們須





用加法處理這兩個已知的數，直接利用加法成為較有效的一種方法。在這兒，我們未想到減法並不妨事，但不用加法可就大有關係了。

我們可以說這類的問題構成了另一類的加法應用，換言之，此類的用法並非根據加法的意義而來，而是根據另外一種運算——減法的意義而產生。稱之為「來自減法的加法」。

例：

- 1.長度。有一塊木板，被切割成為兩塊，一塊長 $3\frac{1}{4}$ "，另一塊長 $3'8\frac{11}{16}$ "，它原來的長度是多少？

原來的長 $-3\frac{1}{4}"=3'8\frac{11}{16}"$ ，所以

$$3'8\frac{11}{16}" + 3\frac{1}{4}" = 3'11\frac{15}{16}"。$$

原來的長度可能是多少呢？實際長度可能是4'，用鋸子鋸時，損失了 $\frac{1}{16}"$ 。

註：「割」意味著拿走型減法。因而，與意義有關的暗示，並不一定顯示出該用何種運算才算正確。

- 2.錢。小英花了\$1.83吃午餐之後，還剩下\$2.27。她在吃午餐前有多少錢？

答：（午餐前） $- \$1.83 = \2.27 ，因而，她有 $\$2.27 + \1.83 或 $\$4.10$ 。

註：此題亦可延伸為小英買了不只一樣東西，結果是，不只一個減法要變換成為加法。

- 3.分數。有一名學生，因為遲交作業而被扣10分後，所得的成績是76分。如果未被扣分，他的成績應是多少？

答：原來的成績 $-$ 扣分 $=$ 最後的成績

$$\text{原來的成績} - 10 = 76$$

$$\text{所以，原來的成績} = 76 + 10$$

註：這種減法可以想成是拿走型或轉移型減法。

- 4.利潤。在商業上，利潤 $=$ 售價 $-$ 成本。

假如一件貨品的成本為\$10.26，期望的利潤為\$5.60，它的售價應是多少？

答：由利潤 $=$ 售價 $-$ 成本 得知

$$\text{利潤} + \text{成本} = \text{售價}$$

$$\text{因而，售價至少為} \$10.26 + \$5.60 = \$15.86$$

註：任何一個含有減法的公式都有一個與它相等的加法公式。

結語

下表已將本章提中及的三種加法的應用方法作一總結。

應用類別	源起	a	b	a+b
合併	使用上的意義	數量	數量	總數量
轉移	使用上的意義	原來的狀態	轉移	最終的狀態
來自減法的加法	透過相關的事實， 自減法導出	最終的狀態 或最後的總數量	轉移的量， 拿走的量	原來的狀態 或原有的數量

一般而言，兒童們在學習數學時，已做過上述各類的加法問題，但課本上

的問題所涵蓋的問題情境範圍較窄。

（作者：本會研究員兼研究室主任）

