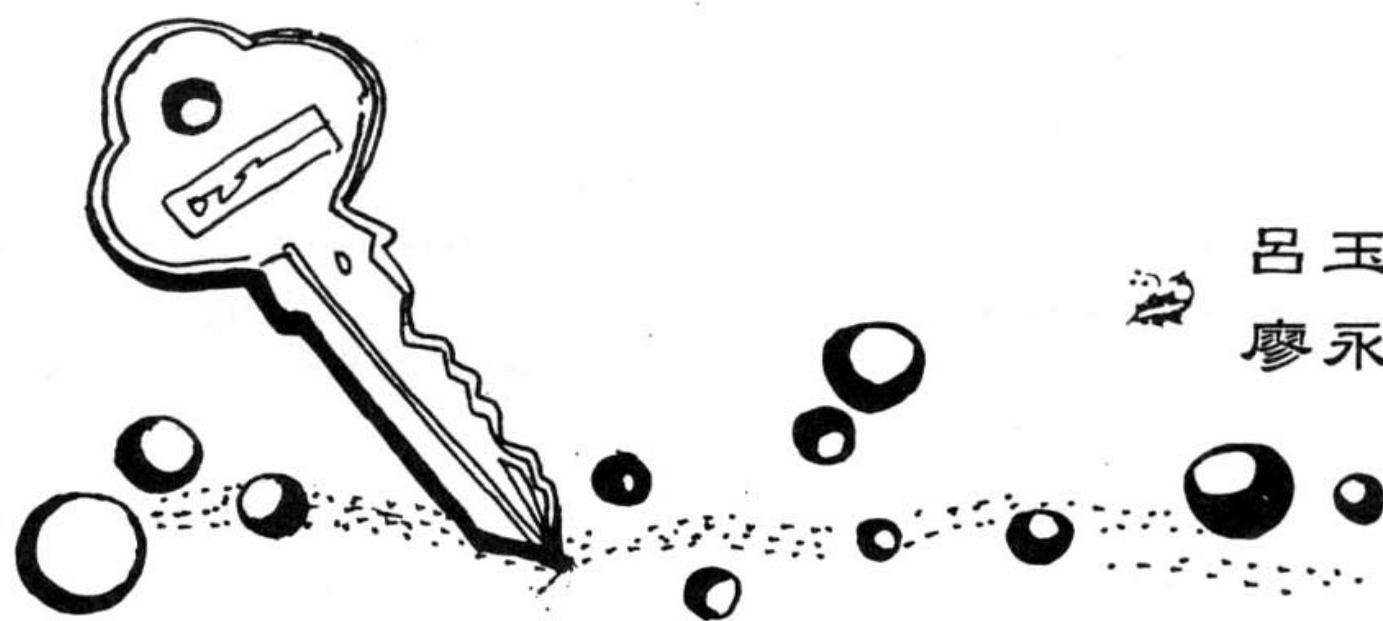


除法的應用(二)



呂玉琴 文
廖永鈺 圖

除法的第三種應用類別：異單位比率除數

這兒有有一個問題，可能很多人都是用心算來做的。設某人在某次的旅行時，平均速率是50哩／小時，那麼旅行550哩要花多少時間？這個答案是11小時，可以用除法來得到。當我們分析這個除法時發現除數是一個異單位比率，而計算——甚至連同單位——是用分數的除法規則來算的。

$$\frac{550 \text{ 哩}}{50 \frac{\text{哩}}{\text{小時}}} = \frac{550}{50} \frac{\text{哩}}{\frac{\text{哩}}{\text{小時}}} =$$

$$11 \text{ 哩} \times \frac{\text{小時}}{\text{哩}} = 11 \text{ 小時}$$

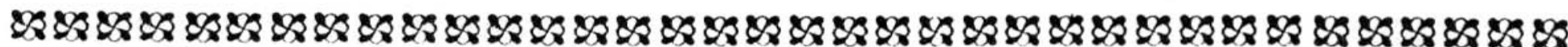
很多教科書透過“一組物品被分成幾個大小相同的組”的問題來介紹除法。例如：

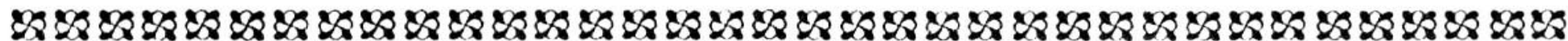
假如每組有5件物品，問40件物品可以分成多少組？

分析這一類的問題，我們再度發現除數是一個異單位比率。

$$\frac{40 \text{ 件}}{5 \frac{\text{件}}{\text{組}}} = 8 \text{ 組}$$

異單位比率除數的題目是如此的普遍，但可能是由於單位的複雜而很少被承認為，另一種應用類別。





例題：

1. 某人借了1500美元，他希望每個月還50美元，問多久才會還清？

$$\text{答：} \frac{1500 \text{ 美元}}{50 \text{ 美元/月}} = 30 \text{ 個月}$$

註：大部分的貸方會要求一筆利息，所以每個月還50美元，30個月並不能把1500美元還清。

註：大部分的人會假設始終按月付款，而問多少個50美元的付款金額會湊成1500美元，這樣可以避免在除數中出現異單位比率單位。

2. 祕書以每分鐘70個字的速度打一份50,000字的稿件，問需要花多少分鐘才可以打完？

$$\text{答：} \frac{50000 \text{ 字}}{70 \frac{\text{字}}{\text{分}}} = 714 \text{ 分}$$

註：由於需要換行，換頁，校正錯誤……等，所以每個小時真正在打字的時間不會超過40分鐘。如果以每小時可以打40分鐘來計算，則完成這份稿件所需要的時數仍然使用異單位比率除數的除法。

$$\frac{714 \text{ 分}}{40 \frac{\text{分}}{\text{時}}} = 18 \text{ 時}$$

3. 每個長時間唱片賣7.99美元，問50美元可以買多少個？

$$\text{答：} \frac{50 \text{ 美元}}{7.99 \text{ 美元}} = 6.25 \cdots \text{個長時間唱片} =$$

6 個長時間唱片還剩一些零錢。

註：為了計算方便，7.99美元可以四捨五入簡化為8美元。只有在答案很接近一個整數才需要考慮這樣的四捨五入是否會改

變商數。

註：某些地方把稅金計算在內只能購買5個長時間唱片。

4. 假如一輛汽車行駛高速公路的平均汽油哩數是30哩／加侖，則全程200哩的旅行大約要用掉多少燃料？

$$\text{答：} \frac{200 \text{ 哩}}{30 \text{ 哩/加侖}} = 6.6 \text{ 加侖，或}$$

大約7加侖。

註：這個問題也可以看成是二個異單位比率的商。而單位的相除就依分數的相除來處理。

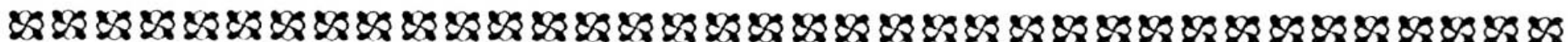
$$\begin{aligned} \frac{200 \frac{\text{哩}}{\text{全程}}}{30 \frac{\text{哩}}{\text{加侖}}} &= 6.6 \text{ 哩} \frac{\text{哩}}{\text{哩}} \times \frac{\text{加侖}}{\text{哩}} \\ &= 6.6 \frac{\text{加侖}}{\text{哩}} \end{aligned}$$

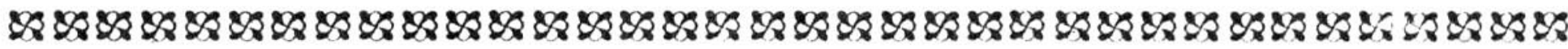
5. 一個可以容納1,000人的音樂廳，出售音樂會入場券。由於預期會有很多的觀眾，因此限制每個人最多只能購買4張票。假如排隊買票的每一個人人都買限制內的最多張票數，問有多少個人可以買到票？

$$\text{答：} \frac{1000 \text{ 張}}{4 \text{ 張}} = 250 \text{ 人}$$

註：想成每個人都拿走4張票，那麼這個問題就可以解釋為重複減法的問題。

6. 很多主要聯盟的棒球選手的目標是擊出3000支安打，假如一個棒球選手的平均打擊率是0.285（對一個好的選手來說，在他的打球生涯中，這是一個很合理的終身平均數），那麼大約需要擔任多少次的打擊才能達到這個目標？





答： $0.285 = \frac{\text{安打數}}{\text{打擊次數}}$ ，所以目標是

$$\frac{3000 \text{ 安打數}}{0.285 \frac{\text{安打數}}{\text{打擊次數}}} = 10500 \text{ 打擊次數。}$$

註：這對打擊來說是一個龐大的數目，一次典型的棒球選手在 1 季 162 場比賽中只有 500 到 600 次的打擊機會，所以它可能要花

$$\frac{10500 \text{ 打擊次數}}{550 \frac{\text{打擊次數}}{\text{季}}} = 19 \text{ 季}$$

來取得這麼多次的打擊機會。很少棒球選手能打這麼久，（因為一年僅有一個球季）所以通常需要較高的平均打擊率才能達到這個目標。

除法的第四種應用類別：改變大小的除數

某個動物模型是真實尺寸的 2 倍，那麼在動物模型身上 30 公分長的腿，在實際動物身上是多長？答案很容易用除法得到。

$$\frac{30 \text{ 公分}}{2} = 15 \text{ 公分}$$

選舉區報導：在 42% 的選票中，某個候選人得了 79,322 票，假如繼續依這種情形開票，試估計這個候選人最後可以得到多少張選票？

$$\frac{79,322 \text{ 票}}{42\%} = 188,862 \text{ 票}$$

我們四捨五入簡化為 190,000 票。

上述情況都有相同的形式：給一個量的一部分（或倍數），然後求出這個量。很多人把這一類問題想成是求一單位或全部：假如 79,322 票是全部選票的 42%，那麼全部選票的 100% 是

多少？假如 30 公分是真實尺寸的 2 倍，那麼真實尺寸的 1 倍是多少？使用比例來計算為：

$$\frac{30 \text{ 公分}}{2} = \frac{x}{1}$$
$$\frac{79,322 \text{ 票}}{42\%} = \frac{T}{100\%}$$

但是有經驗的人會直接使用除法。

這一類問題也明顯的和改變大小的乘法有關。特別是，有些人會把上述第一題寫成 $2X = 30$ 公分，而第二題寫成 $42\% T = 79,322$ 。在這個應用類別中的除數變成是乘法中的大小改變因子。

例題：

1. 某售貨員和汽車購買者同意一輛汽車的全部價錢（含稅）是 7,300 美元，而這州的營業稅是 5%，問在 7,300 美元中汽車的價格是多少？而稅金又是多少？

答：5% 的營業稅表示大小改變因子是 1.05

$$\text{汽車的價錢爲 } \frac{7,300 \text{ 美元}}{1.05}$$
$$= 6,952.38 \text{ 美元}$$

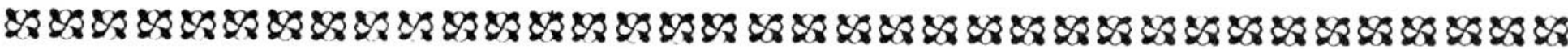
剩下的 347.62 美元是付給該州的營業稅金。

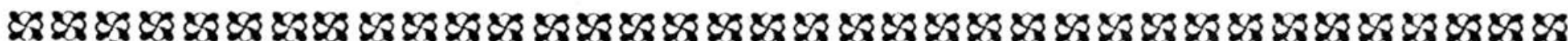
註：很多人可能用解方程式 $1.05X = 7,300$ 美元來回答這個問題。這個式子是由改變大小的乘法來的，但是最後的算式仍和上面的除法相同。

2. 在 1976 年總統大選時，喬治亞州有選舉權的成人中，僅有 43% 的人去投票。假如一個民意測驗組織想要抽樣調查 1000 位投票的人，那麼他們大約要問多少個有選舉權的人？

$$\text{答：} \frac{1000 \text{ 人}}{0.43} = 2,326 \text{ 人，}$$

大約要抽樣調查 2,400 人





註：很多人將這個問題視為乘法問題。

$$1000 = 0.43 \times (\text{有選舉權的成人數})$$

註：投票率如此低的一個原因是喬治亞州是卡持的故鄉，而他似乎在這一州是穩操勝算。

3. 一個動物模型是真實尺寸的 $\frac{2}{3}$ 倍，那麼動物模型身上30公分長的手臂，在實際動物身上是多長？

答：這個例題和本節一開始的題目有相同的情境。

$$\text{欲求的長度爲 } \frac{\frac{30\text{公分}}{2}}{\frac{2}{3}} = 45\text{公分}$$

註：很多人不會像我們一樣，用單一的除法來回答這個問題，他們會被 $\frac{2}{3}$ 所困擾。

（假如 $\frac{2}{3}$ 換成整數，大部份的人就會用除法）。有些人先除以 2，得到14公分是真實尺寸的 $\frac{1}{3}$ ，然後再乘以 3；而另一些人則是先乘以 3，再除以 2。

註：用代數方法， $\frac{2}{3} \times \text{欲求的長度} = 30\text{公分}$

$$\text{，所以欲求的長度} = \frac{30\text{公分}}{\frac{2}{3}}。$$

4. 某物品在降價30%後的售價是21.70美元，問原來的價格是多少？

答：降價30%表示售價為原價的70%，所以把售價除以0.70就可以得到原價。

$$\text{原來的價格爲 } \frac{21.70 \text{ 美元}}{0.70} = 31.00 \text{ 美元}$$

5. 地球的直徑大約是月球的 4 倍。假如地球的直徑大約是7,840哩，那麼月球的直徑大約是多少？

$$\text{答：除以大小改變因子，4，} \frac{7,840 \text{ 哩}}{4}$$

$$= 1960 \text{ 哩，月球的直徑大約是2000哩。}$$

註：這個問題包含很簡單的數，4 所以很多人可以不必把這個問題當成除法問題就能回答了。

6. 假如一隻螞蟻比人小200倍，試估計這隻螞蟻的長度。

答：假設大部分的人身高介於150和190公分之間，那麼這隻螞蟻的長度就介於 $\frac{150}{200}$

$$\text{和 } \frac{190}{200} \text{ 公分之間，也就是大約介於}$$

$$0.75 \text{ 和 } 0.95 \text{ 公分之間。}$$

註：我們不鼓勵把“比人小200倍”改為“ $\frac{1}{200}$ 的”，但是這個題目常常發現是

用後面這種方法敘述。

7. 機率：丟二粒骰子，點數和為 3 的不成功機會是點數和為 7 的 3 倍。假如點數和為 7 的機率是 $\frac{1}{6}$ ，那麼點數和為 3 的機率是多少？

$$\text{答：} \frac{1}{6} \text{ 除以 } 3 \text{，得到 } \frac{1}{18}。$$

註：有人把這個問題分析如下：“不成功的 3 倍”意思是“成功的 $\frac{1}{3}$ 倍”，這表示

$$\frac{1}{6} \text{ 乘以 } \frac{1}{3} \text{ 就和 } \frac{1}{6} \text{ 除以 } 3 \text{ 相等。}$$

（作者：國立台北師院副教授）

