

教科書選用評準權重的決定： 分析層級程序法 (AHP) 的應用

賴光真／台灣書店編審





壹、前言

教科書選用評準之建立，除必須周延羅列評準項目外，由於各評準重要程度並不一致，如何以客觀科學的方法決定其間的權重，亦為建立教科書選用評準之要務。T. L. Saaty 所發展的「分析層級程序法」(Analytic Hierarchy Process, AHP) 是決定評準權重之適用方法，本文擬簡介其基本步驟，並提供應用範例，供教科書選用者參酌應用。

貳、基本步驟

AHP 的原理以及詳細細節可參閱：Saaty & Vargas(1982,1991)，Saaty(1987)，Saaty(1988,1990)，Vargas (1990)，鄧振源、曾國雄（民 78）等文獻。以下僅簡述其基本步驟：

一、羅列評準項目，建立層級結構

評準項目之羅列並無定法，通常可採行文獻分析、因素分析、腦力激盪或 Delphi 法等，從各方面分析考量，反覆討論修正而獲得，務期廣泛周延。羅列所得之評準項目再依其邏輯關係予以結合，形成層級結構。層級的多寡取決於問題的複雜程度及分析的需要，一般可為三或四層級。各層級各評比題組之項目不宜超過 7 個，否則須再分層或群集化(clustering)。

二、進行兩兩比較，建立評估矩陣

AHP 的評準權重係透過兩兩比較而得，比較時採九點量尺，實際使用時通常作雙向考量，設計為如下之 17 點量尺。

絕強	極強	強	稍強	等強	稍弱	弱	極弱	絕弱
9:1	7:1	5:1	3:1	1:1	1:3	1:5	1:7	1:9
	8:1	6:1	4:1	2:1	1:2	1:4	1:6	1:8
甲評準								乙評準

依據先前界定之評準項目及上述量尺，各題組進行 $n(n-1)/2$ 次的兩兩權重比較。由於此工作一般均集合數人共同進行，群體成員的評估值須以幾何平均數整合獲得代表值，所得之值形成以下矩陣主對角線左上角之數值，即可建立一個正倒值的評估矩陣。

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 1/a_{12} & 1 & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1/a_{1n} & 1/a_{2n} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

三、計算特徵向量

特徵向量(eigenvector)可用數種簡捷法求取近似值，其中精確程度最高的簡捷法 NGM 法(normalization of the geometric mean of the rows)，其計算方式為：先將評估矩陣中各列 n 個元素相乘後開 n 次方根，再除以各列開 n 次方根後數值之總和，亦即將矩陣各列的幾何平均數予以

教科書選用評準權重的決定：分析層級程序法 (AHP) 的應用

標準化。所求出之特徵向量即為評準間的權重。

四、一致性檢定

一致性 (consistency) 檢定之目的在檢視評估情形是否滿足優劣關係與強度關係之遞移性 (transitivity)，亦即檢定所作的評估是否合理可信，有無不一致或主觀評價之矛盾。其步驟包括：

(一) 計算最大特徵值 ($\lambda \max$)

$\lambda \max$ 可用簡捷法求取近似值，即以原評估矩陣乘以前述求得之特徵向量，得到一新向量 W' ，再將 W' 中之所有元素，除以原特徵向量中的對應元素，總和再除以元素個數，即得 $\lambda \max$ (見公式一、二)。

$$\begin{bmatrix} 1 & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 1/a_{12} & 1 & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1/a_{1n} & 1/a_{2n} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \vdots \\ W_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1' \\ W_2' \\ \vdots \\ W_n' \end{bmatrix} \quad (\text{公式一})$$

$$\lambda \max = \frac{1}{n} \left(\frac{W_1'}{W_1} + \frac{W_2'}{W_2} + \cdots + \frac{W_n'}{W_n} \right) \quad (\text{公式二})$$

(二) 計算一致性比率

一致性比率 (consistency ratio, CR) 之計算式如公式三：

$$CR = CI / RI \quad (\text{公式三})$$

其中，CI 為一致性指數 (consistency

index)，計算式如公式四：

$$CI = (\lambda \max - n) / (n - 1) \quad (\text{公式四})$$

而 RI 則為隨機指數 (random index)，可依評估矩陣階數查表獲得 (見表一)。

表一

階數	1	2	3	4	5	6	7
RI	0.00	0.00	0.58	0.90	1.12	1.24	1.32

若計算所得之 $CR \leq 0.1$ 時，表示通過一致性檢定，所求得之權重可被接受；反之，則須重新進行兩兩比較。

(三) 整體層級結構之一致性檢定

以上僅為各評估矩陣的一致性檢定，此外尚須檢定整體層級結構的一致性 (CRH)。若 $CRH \leq 0.1$ 時，表示整個層級結構通過一致性檢定；反之，則須檢討層級結構，重新修訂。整體層級結構一致性檢定方法如公式五、六、七所示：

$$CRH = CIH / RIH \quad (\text{公式五})$$

$$CIH = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n W_{ij} U_{i,j+1} \quad (\text{公式六})$$

$$RIH = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n W_{ij} V_{i,j+1} \quad (\text{公式七})$$

其中， W_{ij} = 第 j 層次第 i 個元素之總權重值

$U_{i,j+1}$ = 第 $j+1$ 層級所有元素對 j 層級第 i 元素之一致性指數。

$V_{i,j+1}$ = 第 $j+1$ 層級所有元素對 j 層級第 i 元素之隨機指數。



五、求取最底層評準之權重

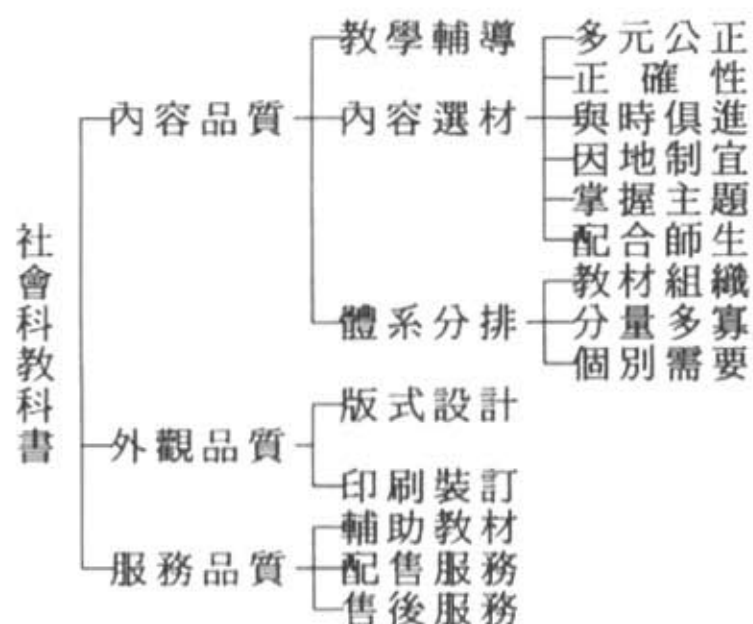
由於實際評鑑時均以最底層之評準為考量，故當通過各項一致性檢定後，各層級間之權重應再加以整合，求出最底層之評準權重。具體言之，即將底層之各項評準權重，逐級乘以其上各層級之權重而得。

參、應用範例

茲以一假設範例說明 AHP 應用於決定教科書選用評準權重上的操作過程。情境假設為：某校一年級學年主任（主持者）為建立社會科教科書選用評鑑表格，以利客觀合理地選用教科書，故邀請該學年教師代表甲乙丙丁四人（參與者），共同進行評準權重之評估工作。

一、羅列評準項目，建立層級結構

首先，主持者廣泛蒐集資料，參考相關文獻及已發展出來的教科書評鑑表格，將社會科教科書選用評鑑所應考慮之諸多評準一一列出，並依其邏輯關係整合形成層級結構，假設主持者所建立之層級結構如下（本例所列僅為舉例，並不代表實際評估時應考慮之完整評準項目）。



二、進行兩兩比較，建立評估矩陣

(一)編製問卷

主持者依所建立之層級結構與評準項目，製成評估問卷。問卷中包括六組評比題，各題組兩兩權重比較之內容如表二中「各題組評比內容」欄所示。

(二)進行兩兩比較

主持者將問卷分發予參與者，參與者即進行準項目權重之兩兩評比。假設四位參與者對各題權重的評估如表二中「參與者評估情形」欄所示。

(三)計算幾何平均數，建立評估矩陣

問卷回收後，主持者即進行統計分析。首先必須計算四位參與者對各題權重評估情形之幾何平均數，結果如表二中「幾何平均數」欄所示。依所得之幾何平均數即可形成表二中「評估矩陣」欄所示之正倒值矩陣。

教科書選用評準權重的決定：分析層級程序法 (AHP) 的應用

表二

各題組評比內容	參與者評估情形				幾何 平均數	評計矩陣
甲	乙	丙	丁			
第一題						
內容品質－外觀品質	5	6	4	5	4.95	$\begin{bmatrix} 1.00 & 4.95 & 5.23 \\ 0.20 & 1.00 & 1.00 \\ 0.19 & 1.00 & 1.00 \end{bmatrix}$
內容品質－服務品質	5	5	5	6	5.23	
外觀品質－服務品質	1	2	1/2	1	1.00	
第二題						
教學輔導－內容選材	2	1	1	2	1.41	$\begin{bmatrix} 1.00 & 1.41 & 1.19 \\ 0.71 & 1.00 & 1.41 \\ 0.84 & 0.71 & 1.00 \end{bmatrix}$
教學輔導－體系安排	1	2	1	1	1.19	
內容選材－體系安排	2	2	1	1	1.41	
第三題						
多元公正－正確性	1/3	1/2	1/4	1/2	0.38	$\begin{bmatrix} 1.00 & 0.38 & 1.86 & 1.86 & 1.00 & 0.45 \\ 2.63 & 1.00 & 2.45 & 2.45 & 1.68 & 1.19 \\ 0.54 & 0.41 & 1.00 & 1.00 & 0.71 & 0.45 \\ 0.54 & 0.41 & 1.00 & 1.00 & 0.59 & 0.41 \\ 1.00 & 0.59 & 1.41 & 1.68 & 1.00 & 0.59 \\ 2.21 & 0.84 & 2.21 & 2.45 & 1.68 & 1.00 \end{bmatrix}$
多元公正－與時俱進	2	1	2	3	1.86	
多元公正－因地制宜	2	1	2	3	1.86	
多元公正－掌握主題	1	1/2	1	2	1.00	
多元公正－配合師生	1/3	1/4	1/2	1	0.45	
正確性－與時俱進	3	2	3	2	2.45	
正確性－因地制宜	3	2	3	2	2.45	
正確性－掌握主題	2	2	1	2	1.68	
正確性－配合師生	1	1	1	2	1.19	
與時俱進－因地制宜	1	1	2	1/2	1.00	
與時俱進－掌握主題	1/2	1	1	1/2	0.71	
與時俱進－配合師生	1/3	1/2	1/2	1/2	0.45	
因地制宜－掌握主題	1/2	1/2	1/2	1	0.59	
因地制宜－配合師生	1/2	1/3	1/2	1/3	0.41	
掌握主題－配合師生	1/2	1	1/2	1/2	0.59	
第四題						
教材組織－份量多寡	2	1	2	1	1.41	$\begin{bmatrix} 1.00 & 1.41 & 1.41 \\ 0.71 & 1.00 & 1.19 \\ 0.71 & 0.84 & 1.00 \end{bmatrix}$
教材組織－個別需要	2	1	1	2	1.41	
份量多寡－個別需要	1	1	1	2	1.19	
第五題						
版式設計－印制裝訂	1	2	1	1/2	1.00	$\begin{bmatrix} 1.00 & 1.00 \\ 1.00 & 1.00 \end{bmatrix}$
第六題						
輔助教材－配售服務	3	2	3	2	2.45	$\begin{bmatrix} 1.00 & 2.45 & 2.91 \\ 0.41 & 1.00 & 1.00 \\ 0.34 & 1.00 & 1.00 \end{bmatrix}$
輔助教材－售後服務	4	3	3	2	2.91	
配售服務－售後服務	1	1/2	2	1	1.00	

(四捨五入取至小數二位)



三、計算特徵向量

以第一題為例：

(一)計算列乘積 n 次方根 (表三 A 欄)：

$$1. \sqrt[3]{(1.00 \times 4.95) \times (5.23)} = 2.96$$

$$2. \sqrt[3]{(0.20) \times (1.00) \times (1.00)} = 0.58$$

$$3. \sqrt[3]{(0.19) \times (1.00) \times (1.00)} = 0.57$$

(二)計算列積 n 次方根和 (表三 B 欄)：

$$2.96 + 0.58 + 0.57 = 4.12$$

(三)計算特徵向量

將前述各列乘積 n 次方根值 2.96、0.58、0.57，除以加總所得之和 4.12，所得數值即各評準項目之權重 (表三 C 欄)。

$$2.96/4.12 = 0.72 \text{ -- 內容品質之權重}$$

$$0.58/4.12 = 0.14 \text{ -- 外觀品質之權重}$$

$$0.57/4.12 = 0.14 \text{ -- 服務品質之權重}$$

四、一致性檢定

(一)計算 $\lambda_{\max}$

以第一題為例，將原評估矩陣及前述求得之特徵向量 (權重) 代入公式一，得一新向量 (表三 D 欄)：

$$W = \begin{bmatrix} 1.00 & 4.95 & 5.23 \\ 0.20 & 1.00 & 1.00 \\ 0.19 & 1.00 & 1.00 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.72 \\ 0.14 \\ 0.14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.15 \\ 0.43 \\ 0.42 \end{bmatrix}$$

其次，將新向量、特徵向量之值代入公式二，以新向量各元素除以特徵向量相對元素，所得之商 (表三 E 欄) 加總後平

均，即得 $\lambda_{\max}$ (表三 F 欄)。

$$\lambda_{\max} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{2.15}{0.72} + \frac{0.43}{0.14} + \frac{0.42}{0.14} \right) = 3.00$$

(二)計算 CR 值

以第一題例：

1. 計算 CI 值：將 $\lambda_{\max}$ 代入公式四，求出 CI 值 (表三 G 欄)

$$CI = (3.00 - 3)/(3 - 1) = 0.00$$

2. 查表一得知，三階矩陣之 RI 值為 0.58。

3. 計算 CR 值：將 CI、RI 值代入公式三，求出 CR 值 (表三 H 欄)。本題組所得 CR 值為 0.00，小於 0.1，表示通過一致性檢定。其餘各題組亦然。

$$CR = 0.00/0.58 = 0.00$$

(三)整體層級結構之一致性檢定

整體層級分為四級，各級之 CI、RI、W 值分別為：

$$\text{第一層級 } W = 1.00$$

$$\text{第二層級 } CI = 0.00$$

$$RI = 0.58$$

$$W = 0.72 \ 0.14 \ 0.14$$

$$\text{第三層級 } CI = 0.02 \ 0.00 \ 0.00$$

$$RI = 0.58 \ 0.00 \ 0.58$$

$$W = 0.33 \ 0.28$$

$$\text{第四層級 } CI = 0.01 \ 0.00$$

$$RI = 1.24 \ 0.58$$

1. 將 CI、W 值代入公式六，求出 CIH

教科書選用評準權重的決定：分析層級程序法 (AHP) 的應用

值：

$$\begin{aligned} CIH &= 1.00 \times 0.00 + [0.72 \ 0.14 \ 0.14] \\ &\quad \times [0.02 \ 0.00 \ 0.00]' + [0.33 \ 0.28] \\ &\quad \times [0.01 \ 0.00]' = 0.02 \end{aligned}$$

2. 將 RI、W 值代入公式七，求出 RIH

值：

$$\begin{aligned} RIH &= 1.00 \times 0.58 + [0.72 \ 0.14 \ 0.14] \\ &\quad \times [0.58 \ 0.00 \ 0.58]' + [0.33 \ 0.28] \\ &\quad \times [1.24 \ 0.58] = 1.65 \end{aligned}$$

表三

	A	B	C	D	E	F	G	H
評準項目	列乘積之 n 次方根	列乘積 n 次方根和	特徵向量 (權重 W)	新向量 W'		λ_{max}	CI (RI)	CR
第一題								
內容品質	2.96	4.12	0.72	2.15	3.00	3.00	0.00	0.00
外觀品質	0.58		0.14	0.43	3.01		(RI=0.58)	
服務品質	0.57		0.14	0.42	3.00			
第二題								
教學輔導	1.19	3.03	0.39	1.19	3.03	3.03	0.02	0.03
內容選材	1.00		0.33	1.00	3.03		(RI=0.58)	
體系安排	0.84		0.28	0.84	3.03			
第三題								
多元公正	0.92	6.52	0.14	0.86	6.13	6.06	0.01	0.01
正確性	1.78		0.27	1.66	6.07		(RI=1.24)	
與時俱進	0.64		0.10	0.60	6.04			
因地制宜	0.61		0.09	0.57	6.09			
掌握主題	0.97		0.15	0.89	6.00			
配合師生	1.60		0.25	1.48	6.03			
第四題								
教材組織	1.26	3.04	0.41	1.24	3.00	3.00	0.00	0.00
份量多寡	0.94		0.31	0.93	3.00		(RI=0.58)	
個別差異	0.84		0.28	0.83	3.01			
第五題								
版式設計	1.00	2.00	0.50	1.00	2.00	2.00	0.00	----
印刷裝訂	1.00		0.50	1.00	2.00		(RI=0.00)	
第六題								
輔助教材	1.93	3.37	0.57	1.72	3.00	3.00	0.00	0.00
配售服務	0.74		0.22	0.66	3.00		(RI=0.58)	
售後服務	0.70		0.21	0.62	3.01			

(四捨五入取至小數二位)



3.將所求得之 CIH、RIH 值代入公式五，求出 CRH 值。由於 CRH 值為 0.01，小於 0.1，表示所建立之層級結構及計算之權重值可以接受。

$$CRH = 0.02/1.65 = 0.01$$

五、求取最底層評準之權重

以「多元公正」一項為例，其整合後之權重為： $0.14 \times 0.33 \times 0.72 = 0.03$ ，各最底層之評準權重如表四中「整合後權重」欄所示。

表四

評鑑規準	權重	整合後權重
內容品質	0.72	
教學輔導	0.39	0.28
內容選材	0.33	
多元公正	0.14	0.03
正確性	0.27	0.06
與時俱進	0.10	0.02
因地制宜	0.09	0.02
掌握主題	0.15	0.04
配合師生	0.25	0.06
體系安排	0.28	
教材組織	0.41	0.08
份量多寡	0.31	0.06
個別需要	0.28	0.06
外觀品質	0.14	
版式設計	0.50	0.07
印刷裝訂	0.50	0.07
服務品質	0.14	
輔助教材	0.57	0.08
配售服務	0.22	0.03
售後服務	0.21	0.03

經過前述程序後，教科書選用評鑑所需之評準項目與權重均已獲得，教科書選用者即可依其實際需要，轉化成教科書選用評鑑表格，以便利應用。

肆、結 語

AHP 是決定評準權重的一種客觀合理且又簡易可行的方法，在其他決策領域已廣泛被應用，同樣地，對於教科書選用評準權重的決定亦有其適用之價值。

惟應用 AHP 的同時，吾人必須注意適當建構評準項目及架構，亦須慎選參與權重評估者，參與者必須對所討論評估的問題具有深入的認識。此外，必要時亦可結合德爾菲法 (Delphi)，以德爾菲層級程序法 (DHP) 進行評估，使 AHP 之應用更為精進。

參考文獻

- 鄧振源、曾國雄 (民 78)：層級分析法 (AHP) 的內涵特性與應用 (上) (下)。中國統計學報，27 卷，6、7 期，5-22、1-20 頁。
- Saaty, R. W. (1987). The analytic hierarchy process - what it is and how it is used. *Mathematical Modelling*, 9 (3-5), 161-176.
- Saaty, T. L. (1988). *Decision making for leaders: The analytical hierarchy*

教科書選用評準權重的決定：分析層級程序法 (AHP) 的應用

process for decisions in a complex world. PA: University of Pittsburgh.

Saaty, T.L. (1990). How to make a decision: The analytic hierarchy process. European Journal of Operational Research, 40 (1), 9-10.

Saaty, T. L., & Vargas, L. G.(1982). The logic of priorities. Boston: Kluwer Nijhoff Publishing.

Saaty, T. L., & Vargas, L. G.(1991). Prediction, projection and forecasting. Norwell, Massachusetts: Kluwer Academic Publishers.

Vargas, L. G.(1990). An overview of the analytic hierarchy process and its applications. European Journal of Operational Research, 48(1), 2-8.