

我的雙向細目表很數學

陸昱任／國立臺灣師範大學科學教育研究所博士生

吳靜怡／宜蘭縣蘇澳國小教師

一、前言

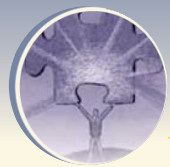
「各位小朋友！下一節課老師要考數學第二單元，老師要看看你們都學會了嗎？…」評量考試在不同課室的場景中，從以前到現在都是一個不可忽視的重要活動，也是教師要瞭解學生學習狀況最直接的一種實施方式，然而當教師批改考卷完成後，就會開始逐題檢討或者是針對一些全班答對率比較差的試題進行詳細的教學與說明，這樣海底撈針、亂槍打鳥沒有結構的策略，除了效率不彰與可能導致上課時數不足的問題以外，還有一個重要的問題是—沒有辦法確實找出教學上的盲點或是學生數學概念學習上的困難，進而使得評量的結果無法支援教師的教學與學生的學習。儘管好的真實評量或表現評量的取向在課室評量中對於教師的教學與學生的學習會有實質上的幫助（Webb & Coxford, 1993），但不可諱言的是紙筆測驗在普遍課堂中亦佔有重要地位。近年來許多縣市皆有辦理優良試卷競賽，以宜蘭縣為例，參賽作品於設計試題層次時大多使用布魯姆的雙向細目表，這樣表格的設計似乎成為一種時尚風潮，教師知道比賽都要附上此種細目表，不過在過程中不僅在區分記憶、瞭解、應用、分析等向度時產生困難，更重要的是無法由此表明確的看出學生真正的數學概念學習情形與可供補救教學的建議。

所以本文試圖從國小數學領域為例，初步探討在班級紙筆測驗的設計中如何使用著眼於兒童數學概念學習的雙向細目表，來支援教師的教學與學生的學習，因此底下將就一般常見的雙向細目表設計方式開始，進而

分享如何藉由不同類型的雙向細目表來檢視教師的教學與診斷學生的數學學習。

二、一般的分類系統與現場教學的適用性

一般說到考試卷雙向細目表的設計時，老師們通常會考量到單元的主題內容與題型兩個向度，單元的主題內容指的是分數的加法、長方形的面積與四則混和運算等課本所涉及的數學內容，而題型則是指選擇題、填充題與應用題等不同的試題類型。而教育上倘若談到分類系統，布魯姆所提出教育目標分類系統（Bloom's taxonomy）可以說是馬上拔得頭籌。知識、理解、應用、分析、綜合、評鑑是其原來對於教育目標的分類，修正後的布魯姆教育分類系統則是由Anderson和Krathwohl於2001年所提出，進一步將分類系統分為知識與認知歷程兩個向度，認知歷程包含記憶、瞭解、應用、分析、評鑑與創造，而知識歷程指的是事實知識、概念知識、程序知識與後設認知知識，修正後的分類系統強調的是課程、教學與評量的整合和之間的一致性（alignment）（葉連祺與林淑萍，2003）。當然除了上述的兩種在評量常見的分類系統之外，還有一種常見的是如National Association of Educational Progress在其數學評量架構中所使用的概念理解、程序知識與問題解決等三種分類架構。上述可以說是學校在試卷發展過程當中常被使用的三種分類架構，而其中的布魯姆分類架構也是近年來在不同的教師研習場合中經常被推廣的一種雙向細目表架構方式，但從支援課堂中數學教



學與學習的角度而言，這些雙向細目表的架構是否能實質上的對教師的課室教學與學生學習有所助益，似乎是一個值得可以討論的問題，因此底下將就單元內容與題型的結構方式以及布魯姆的架構分別加以討論。

(一) 單元內容與題型的方式

從表1中單元內容與題型所設計的雙向細目表範例可知，這樣的雙向細目表設計很明顯的可以讓教師在試後藉由適當的分析，簡單的瞭解學生在不同單元內容以及不同題型表現的情形，然而當教師欲藉由評量的結

果檢視學生在單元內相關概念的學習時，這樣雙向細目表的設計似乎就比較派不上用場，要達成這樣的目的，教師僅能透過一題一題的檢視進而瞭解學生在每一個試題的表現，然這樣的方法容易造成見樹不見林的問題，較沒有辦法看出試題之間的關連性，導致教師沒有辦法確實瞭解學生的學習成效。例如一份考卷總共有30題，其中同樣都在檢測異分母加法的試題有5題，假如教師是透過一題一題的檢視，不僅徒費寶貴的時間，且沒有辦法從5題的整體結果來檢視學生的表

表1 單元內容與題型雙向細目表

單元內容 題型	分數加法	長方形面積	四則運算	
選擇題				
計算題				
應用題				
合計				

現。

(二) 校園常見的布魯姆分類系統雙向細目表

接著要談到的是近來最夯用來設計雙向細目表的方式－布魯姆教育目標分類系統，表2所示是常見的布魯姆分類系統雙向細目表範例。利用此種雙向細目表，教師可以概括性的獲知哪一個教學目標的內容層面是教師的教學與學生的學習需要加強的地方，並且可以確認不同層次認知能力之試題學生的表現情形是如何等資訊。這樣的設計由於同時兼顧了心智的結構與心智的過程，換言之就是知識與能力兩個向度，能對於數學內容學習的部分提供一個較為大略方向的瞭解，

並且也顧及到認知的過程，對於高階能力的教學也會有其指引的作用，不過諸如認知歷程是否等同於數學能力？它與數學能力之間的相關性為何？等問題都是我們在數學領域中結構雙向細目表所要注意的。此外，當考量到對於補救教學或診斷教學的功能時，這樣雙向細目表的設計在這個部分可能就會表現的略顯薄弱，例如學生可能在二位數進位加法於應用認知歷程的表現較差，但是從這個表中並無法判斷究竟學生是在哪種試題的語意結構下表現的比較不好，或者是哪些試題的因素導致學生的表現不佳，使得無法實質的診斷與掌握學生的學習問題。



表2 布魯姆分類系統雙向細目表

認知歷程 目標	記憶	瞭解	應用	分析	評鑑	創造	合計
二位數整十的加法							
二位數未進位加法							
二位數進位加法							
合計							

從以上的討論可知，學生在數學概念學習上的困難究竟在哪裡？可以從哪裡下手協助學生的學習？藉由上述幾種雙向細目表的設計似乎僅能提供教師較為初步的資訊，沒有辦法有進一步的瞭解，這樣的結果易導致教師對於學生數學學習的瞭解歸咎為計算練習不夠或是文字應用題理解不足等粗略的歸因，倘若在此可以提出一種適宜班級紙筆評量的雙向細目表方式，其可以明確的指出學生在哪一個部分需要進一步的補救，不僅對於教師的專業實質與形象有所提升，並對於評量支援教學的功能也會有所助益。故底下將從數學概念的本身著手，試著提出一種較可以符合班級數學課室中評量使用的雙向細目表設計方式，以期能夠支援數學的教與學。

三、一種著眼於數學教與學的設計

Shulman (1987) 認為學科教學知識 (pedagogical content knowledge) 是身為一位教師不可或缺的知能。Jones與Moreland (2005) 也在討論評量實務中強調對於學科教學知識瞭解的重要性。因此本節意圖反應上述的觀點，介紹一種以數學概念學習為著眼點的雙向細目表設計方式，此種設計認為學

科評量的設計不應該只是單就學科或一般評量技能的考量，而是應當整合兩者，更重視學生的數學學習心理觀點，並期望這樣的設計更能呼應對於支援課室中教與學的需求。底下將就國小低、中與高年級分別以二位數加法、等值分數與比例式三個例子予以說明。表3是低年級教材二位數加法單元中著眼於概念的雙向細目表設計舉例，這樣的表格反應了數學的內容與試題的類別兩個向度，且在試題類別文字題的部分，就試題語意結構區分為併加、添加與追加三種題型。另外表中亦將數學內容的部分區分為二位數加一位數進位、二位數加二位數未進位與二位數加二位數未進位。藉由這樣雙向細目表的設計，教師可以在教學前思考教學時布題的設計，並可依數學課室的學習情形平衡考卷中試題的規劃，再藉由事後的分析與雙向細目表的協助，瞭解個別學生或整個班級哪一類型的問題表現比較強、哪一個部分比較弱等，進而據此進行診斷與補救教學。除此之外，班級教師也可以依據這樣的結果與家長溝通學生的數學學習情形，讓雙方的溝通可以更加有價值，不再僅是歸咎學生數學學習的困難在於練習不足或題目不懂等太籠統的結論。

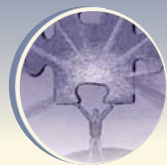


表3 二位數加法問題雙向細目表舉例

試題類別 數學內容	文字題			計算題	合計
	併加	添加	追加		
二位加一位進位					
二位加二位未進位					
二位加二位進位					
合計					

等值分數的學習是目前國小中年級學生都會遇到的一項內容，在等值分數的雙向細目表的部分則是參酌林芳玉（2004）在探討學生等值分數學習的研究在開發工具中所使用雙向細目表的設計，表4則是等值分數問題雙向細目表舉例。表中分別以關係和表徵轉換作為結構雙向細目表的兩個向度，其中關係向度中的相等、倍數、因數與無關的關係是分別意指「單位量分割份數與分母相等」、「單位量分割份數為分母的倍數」、「單位量分割份數為分母的因數」與「單位量分割份數與分母無關」的問題，例如「小英

把一張圖畫紙折成像下圖這個樣子，請問塗色的部分是 $(\frac{1}{9})$ 張圖畫紙。■□」則是屬於因數型問題；而表徵轉換則是指試題的題幹與作答方式表徵的對應，例如「妹妹將一塊披薩切成10份，結果她吃掉了 $\frac{3}{10}$ 塊披薩，請把妹妹吃掉的部分塗黑 ⊗」則是屬於數字表徵轉圖形表徵的問題。同樣透過這樣雙向細目表的設計，不僅反應了數學學習的重要要素與協助教師掌握學生等值分數的學習，且當學生發生學習困難時，教師更容易確認學生問題的關鍵所在，並據此提供有效的補救或診斷教學。

表4 等值分數問題雙向細目表舉例

關係 表徵轉換	關係				合計
	相等關係	倍數關係	因數關係	無關	
數字→數字					
圖形→數字					
數字→圖形					
圖形→圖形					
合計					

最後在表5呈現的是高年級的數學學習比例式 $a:b=c:d$ 問題雙向細目表舉例，在國小階段這類型的問題又可以稱之為對等問題。由於國小學生對等問題學習的其中兩個難易因素分別是未知數的位置以及轉換的方式（周筱亭與黃敏晃，2002），因此在表5中結

構問題的兩個向度即是未知數的位置以及轉換的方式。所謂轉換的方式所指的是已知數與相對應比例項的關係，例如「 $4:\square=8:3$ ，求 $\square=?$ 」的問題中，由於8是4的2倍，所以這個問題是屬於整數關係的問題。倘若在這一個教學主題中教師無法掌握這一層的結



構，可能就會容易直接教授內項乘內項等於外項乘外項的解題策略，導致無法真正瞭解

學生比例推理的發展情形。

表5 比例式 $a:b=c:d$ 問題雙向細目表舉例

轉換的方式 未知數位置	整數關係關係	非整數關係			合計
		真分數倍	假分數倍	帶分數倍	
a					
b					
c					
d					
合計					

綜合上述三個國小低、中與高年級的雙向細目表設計的舉例可知，雙向細目表的設計反應了教師對於教材的掌握與學生數學學習關鍵因素的瞭解，並且藉由雙向細目表的使用與分析，能夠協助教師掌握學生的數學學習，可以說是對於教師的教學以及學生的數學學習有著舉足輕重的影響力，底下將用一個簡單的例子來說明一個著眼於數學概念學習的雙向細目表可以在數學課堂教學過程中使用的方式。

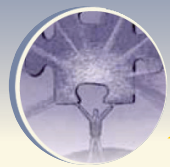
四、課堂應用舉例

阿花老師是一位國小一年級的老師，班上總共有十位學生，他在二位數加法單元的

課堂教學活動中發覺學生學習的困難似乎出現在二位數加一位數進位或比較型的問題，並進一步在課堂中進行澄清與教學，其中比較型是指「哥哥有20顆蘋果，弟弟比他多15顆，請問弟弟有幾顆蘋果？」等之加法問題。為了進一步在單元教學後瞭解學生的學習情形，阿花老師就設計一個如表6的雙向細目表，作為設計單元評量參考之用。由於阿花老師在教學過程發覺學生不會在併加、添加與二位數加二位數未進位的問題出現問題，所以他在這些類形的問題並沒有安排題目，而將整份小考的問題集中在學生比較會犯錯的試題設計。

表6 二位數加法「試題題數」雙向細目表設計

試題類別 數學內容	文字題			計算題	合計
	併加	添加	比較		
二位加一位進位	1	1	2	2	6
二位加二位未進位	0	0	2	0	2
合計	1	1	4	2	8



評量完成後，阿花老師就在批改的過程中透過如表7雙向細目表的幫助，用簡單的方式將學生試題的答題情形記錄在所對應的雙向細目表表格中。從表7的記錄可以簡單的發現，這個班級絕大多數的小朋友都已經能夠掌握單元所要學習的重點，不過仍有少部分學生對於二位數加法單元中相關內容的學習產生困難。從整體來看，比較型的加法問題似乎對學生來說比較有困難，學生容易使用減法的策略進行解題；從個別學生學習來看，5號學生看來對於施測的所有題目都

有困難，2號學生則是在二位數加一位數進位的計算沒有問題，不過沒有辦法在比較型的加法問題中採用正確的策略進行解題，至於3號學生則是可能由於在過程當中粗心大意而造成計算結果出現錯誤。透過雙向細目表所呈現的訊息，阿花老師則可以容易的掌握班上整體與個別學生在二位數加一位數加法單元中的學習情形，並且利用這些具體的資訊他也可以利用課堂中與課餘時間進行進一步的補救教學，以幫助班上學生在這一單元的數學學習。

表7 二位數加法試題「學生錯誤」雙向細目表分析

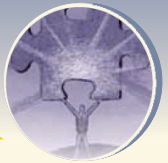
試題類別 數學內容	文字題			計算題
	併加	添加	比較	
二位加一位進位	全對：9位 計算錯誤：5號	全對：9位 計算錯誤：3,5號	全對：8位 使用減法：2,5號	全對：9位 計算錯誤：5號
二位加二位未進位			全對：8位 使用減法：2,5號	

上述阿花老師的例子只是雙向細目表在教學過程應用方式的一個案例，如表7這樣的表格當然還可以有不同的紀錄方式、呈現方式與解讀方式，這些都需要端視隨課堂教學的需要與教育人員的巧思運用，讓雙向細目表在協助教學與評量過程中扮演其應有的角色與功能，讓評量真正的與教學整合在一起。

五、結語

一份良好的雙向細目表設計不僅能協助出題者均衡不同類型的題目，且對於教學前的設計、課堂中的形成性評量、試後的分析與補救教學的實施等有著重大的影響。從數學概念著手的雙向細目表設計不同於目前常用的幾種方式，它整合了豐富的學科教學知識與評量知能，強調的是一種學科評量知能

的展現，而這樣的設計不僅對於數學教師專業知能的形象有所提升，且由於對於學生的數學學習能有更深入的掌握，使得教師更能有效的進行補救教學與設計往後的教學活動。隨著時代的發展，評量的典範已逐步從對學習的評量（assessment of learning）、促進學習的評量（assessment for learning）轉移到評量即學習（assessment as learning）的觀念，這樣的轉變更加強調教學與評量是密不可分的一體。儘管評量由於目的上的不同其所擔當的角色可能會有所差異，然而班級課室中的評量應當重視其在支援教師的教學與學生的學習的角色，所以教師於設計評量工具時更應當著眼於此一重點。當然不同的雙向細目表的設計方式會有其背後的考量點與對於評量目的的反應，然教師在時間與精力的許可範圍內，可以同時使用不同的雙向



細目表設計結構一份試卷，發揮一份評量可以達成的多元目的與功能，倘若在時間與精力有限的情形下，則應當從學業健康的角度出發，以數學概念的學習為主要的關照點來設計雙向細目表，以支援教師的數學教學與學生的數學學習。至於如何設計一份著眼於支援數學課室教學的雙向細目表設計，除可參酌一般的教學指引和相關博碩士論文之外

，國家教育研究院籌備處亦出版一系列的國小數學教材系列叢書（<http://203.71.239.23/naerResource/study/216/index.htm>），這一系列的叢書對於國小數學教材與學生的數學學習都有相當豐富的說明與剖析，將有助於國小教師的學科教學知能與雙向細目表的設計。

參考文獻

- 林芳玉（2004）：國小學生在等值分數上的表徵轉換表現。國立新竹師範學院數理研究所碩士論文，未出版，台北。
- 周筱亭、黃敏晃主編（2002）：國小數學教材分析—比（含線段圖）。台北：國立教育研究院籌備處。
- 葉連祺、林淑萍（2003）：布魯姆認知領域教育目標分領修訂版之探討。教育研究月刊，105，94-106。
- Jones, A. & Moreland, J. (2005). The importance of pedagogical content knowledge in assessment for learning practices: a case-study of a whole-school approach. *The Curriculum Journal*, 16(2), 193-206
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and Teaching : Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review* , 57(1), 1-23。
- Webb, N. L., & Coxford, A. F. (Eds.). (1993). *Assessment in the mathematics classroom*. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.

