



國小學生之數感概念於實作評量的表現

謝如山／國立台灣藝術大學師資培育中心副教授

中文摘要

本研究目的在於檢視數感概念在不同年級的表現，應用實作評量的方式進行檢視。本研究從桃園縣取樣四、五與六年級，四年級有四個班級，120位學生，五、六年級各三個班級，各90位學生參與。本研究採質性研究法，依實作評量的評分特性，如應用、分

析、評鑑與創造等向度分別計分。測驗工具有兩題組，每題組均有三到四子題。研究結果發現，某些內容(如長條圖的解讀)在四年級班級表現甚至高於五年級與六年級，代表數學只要能運用適當的教學方式，學生可於四年級就了解其內容，而不需延到六年級。

Abstract

The aim of this current research is to examine the concept of number sense among different grade levels by utilizing the performance based assessment. Participants were sampled from an elementary school in Taoyung County. There were 120 fourth graders, 90 fifth graders, and 90 sixth graders. The qualitative research

methodology was applied based upon the features of performance based assessment, such as application, analysis, evaluation and creation. Two items sets were designed, and each set has three to four questions. The results indicated that through appropriate instruction, fourth graders can perform better than fifth and sixth graders.



一、緒論

有鑑於實作評量是國內評量發展趨勢，本研究參考國外類似題型，以看出學生在實作評量上是否有所不同，實作評量的題目以數感概念為核心，以開放性問題來檢視是否學生的解題策略而有不同的變化。

國內外論文都對數學科的實作評量進行相關研究，而多數著重於量化的實驗研究。如詹元智（2002）以小六學生為對象，以兩個月的時間，採用實驗組與控制組的方式進行研究。對於控制組的學生，進行傳統教學、學生解題與練習。而實驗組則是進行數學實做評量教學以及八次的實作作業練習。教師以生活情境佈題、小組討論的方式，針對學生的問題給予實作評量的練習，並提供課後輔導與回饋。兩組學生在實驗前後須接受筆紙測驗與數學實作測驗。研究發現兩組學生在傳統筆紙測驗上的表現無顯著差異，但是在數學實作評量表現上，接受實作評量教學與練習的實驗組學生表現較佳。

另如曾安如（2004）探討數學日記寫作活動對於數學成就與態度的影響。研究亦採準實驗設計，實驗組的教學內容包括回憶上課摘要、解決生活情境的應用、對每個數學單元的感想、找出題目中錯誤的概念並進行澄清，將數學概念融入故事進行寫作等。結果發現實驗組學生在數學成就與數學態度的表現上均優於控制組學生。同樣的，Jurdak和Zein（1998）以中學生為對象，探討數學日誌對學生數學成就及學習態度的影響。於其準實驗設計中，實驗組在每週數學課結束後進行數學日誌寫作、閱讀與數學學習有關的內容，最後寫出答案。控制組的學生則進行課內測驗的計算與練習。研究發現實驗組學生在數學理解、程序上的知識與數學溝通上的表現均優於控制組，但是對問題解決、數學態度及在校數學成績上而言沒有顯著差

異。大致而言，實作評量對於學生的學習是有助益的。有鑑於實作評量以非選擇試題的形式出現，本研究將四至五年級實作評量試題進行研發，每一試題分為三子題，每子題將依四分等級依學生學習表現進行評分。由於四至五年級實作評量試題多數較著重於數量的估測，即針對學生於數感的概念，故本研究將先以數量估測概念切入，以了解學生於數量估測的學習層次。

本研究著重數感概念的探究，主要考量數感在學生的學習中扮演舉足輕重的角色。Yang與Wu（2010）指出數感在數學學習中的四大特色。第一，數感可以表現出彈性、創造、合理與效率的思考模式（Dunphy, 2007）。例如，算式 $12+9=?$ ，一年級學童在做加法運算時，可以運用湊十的特性來解決，應用 $12+10-1$ 的方式來得到答案。第二，藉由數量、數字、運算的主要概念，能有效率及有彈性的應用至生活中。例如，當一台玩具汽車需要\$599元，一個音樂盒需要\$399元時，小明要買兩個，需花多少張100元。學生要能理解599元需要幾張100元的概念。第三，成年人的數學思考發展也與數感有直接的關係，Dehaene（1997）與Berch（2005）提及成人應要進行直覺的數感來使未來的數學思考與應用更加豐富。第四，過度的計算不僅會限制孩子在數學的思考與理解，也會阻礙孩子在數感上的發展（Burns, 1994；Kiplatrick et al., 2001；Reys & Yang, 1998；Yang & Li, 2008）。例如，學生對於 $25 \times 0.45=?$ ，答案應該是25的一半左右，學生的答案如果是1.125，則他們缺乏數感的能力。Yang與Wu（2010）亦指出傳統的數學教學，若過於重視紙筆運算，會使學生缺乏數感能力（Alajmi, 2004；Markovits & Sowder, 1994；Menon, 2004；Yang, 2005；Yang & Li, 2008）。



有關數感的定義，由於並未明確，NCTM（2000）定義數感為學生能拆解與組合數字，能使用數字如 $1/2$ 或100做為參考，來解決相關的數學問題。學生要能了解十進位數字系統來進行估測，以理解數字並確認數字的相關大小與絕對性，研究者採用Yang與Wu（2010）對於數感的定義有四方向，第一為能了解基本數字與運算的意義。例如，學生應能了解十進位的數字系統；或是學生能用不同表徵來表示同樣的數字，例如，學生能發現1000是十個100，也可以是100個十（McIntosh et al., 1992）。第二為學生要能確認數字的相關大小與絕對性。例如，在估測 $2/5$ 有多大時，學生要要了解 $2/5$ 應會界於 $1/2$ 與 $1/3$ 間，因為 $2/4$ 等於 $1/2$ ，及 $2/6$ 是 $1/3$ 。第三，能使用適當的基準點。如教室的高度，可能是兩倍的大人高（McIntosh et al., 1992）。第四、能判斷答案的合理性，即學生要能有估測的能力，例如，學生對於學校操場跑道的長度約為一百公尺的範圍，而不會誤認為10公里或10公尺。

故本研究目的，在探討開放性試題於學生數感概念的可行性，以四等分制來進行分析，透過質性的分析方式，能否發現不同年級學生在經由教學改變後，對兩組題目有認知層次的不同？由於本文為一探索性的研究，故在題目的選擇上，先使用數感的實作評量試題，以找出現階段學生是否對數感概念是否在學習上產生落差。

二、研究方法

茲以下依研究對象、資料來源與課程設計分別論述。

（一）研究對象

本研究從桃園縣取樣四、五與六年級，四年級有四個班級，其他年級各三個班級，每年級約一百位學生，共三百多位，以發現

實作評量試題在估測概念的應用。本研究取樣的學校為中壢市市中心的小學，學區屬性較為中上，四至六年級每學年有十一班，均為常態分班。

（二）資料來源

以下依研究工具、面談、與實作評量的建構分別論述。

1. 研究工具

本研究設計實作評量試題，試題性質為應用、分析、評鑑與創造等向度。每題均有三到四子題，每一題組以3分制進行評分，最高為3分，最低為0分，以進行設計。得3分者完全正確，2分者為少部份錯誤，1分等級者為部份正確，0分者為完全錯誤。

本研究設計二題組，其設計面向有數字的運算、圖表的判讀與製作、時間的量感與數字的關係等不同目標。第一題組意為檢視學生的數與計算的概念，要求學生能正確的進行加減法計算，從題目的意義中發現數字運算的基本概念。第二題組的目的在於讓學生判讀圖表，製作圖表，進而能發現圖表中的問題，如學生可用不同的想法來贊同或反對此一圖表的應用。

各題目間之能力指標對應如下。

題組一：N2-2延伸加、減、乘、除與情境的意義，使能適用來解決更多的生活情境問題，並能用計算器械處理大數的計算。

題組二：D2-2能將分類資料整理成長條圖，並抽取長條圖中有意義的資訊加以解讀。

本題組設計方式，參考國際數學測驗 pisa（programme for international student assessment），設計數與量、統計圖表、時間與乘除法關係的試題。每一題組設計三到四小題的子題，以開放性問題為主，對學生的數學認知程度進行了解。



三、研究結果

本研究主要在測量於四至六年級學生的數感概念。有兩組題目，每一組有三小題，茲將每題之研究成果，分述如下。

(一) 學生於數感概念－電器組

品項	液晶電視	音響	錄放影機
廠牌A	39900元	13000元	3900元
廠牌B	38500元	15700元	4100元

於本題組的設計有三面向：

第一子題為小丸子液晶電視、音響、錄放影機要各買一台，請根據小丸子的預算，幫她選好廠牌，並計算價錢是多少？

第二子題為如果小丸子接受你的建議，她還會剩下多少錢？

第三子題為假如小丸子第二題剩下的錢花完了，她又另外準備8000元的存款購買影片，她先提出2500元買洋芋片，接著又存了1880元。請寫出小丸子提款與存款的算式，並算出所餘的存款。

第一題組的題目如下所示：

小丸子準備了70000元要購買液晶電視、音響、錄放影機，下列表格為各項商品的價錢。

以下依三子題的成果分述之：

1.小丸子液晶電視、音響、錄放影機要各買一台，請根據小丸子的預算，幫她選好廠牌，並計算價錢是多少？

學生在填答本問題時，只要答案合理，學生可以選擇同個廠牌或是不同廠牌的答案，於四至六年級的十個班級中，可以看出全班均有20人以上均可回答正確，有些同學有計算錯誤的現象，但人數都相當少，如表1所示。



表1 電器組第一子題的解題策略分析

年級班別 答題分布	四年級				五年級			六年級		
	404	409	410	411	501	502	505	602	603	610
答對人數	25	31	24	28	24	26	29	29	27	22
選同一廠牌	12	23	15	7	20	20	24	26	21	8
選不同廠牌	13	8	9	21	4	6	5	3	6	14
未作答(空白)	0	0	1	0	0	2	2	1	0	0
選同一廠牌但計算錯誤	2	1	4	1	6	1	0	1	1	4
選不同廠牌但計算錯誤	3	0	1	0	1	1	1	0	2	6
買兩台錄放影機	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
廠牌a電視減廠牌b電視	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
選同一廠牌，用70000去減剩下的錢就是答案	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0
廠牌a的互減	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
a.b廠牌全部加起來	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
合計人數	30	32	30	31	31	32	32	32	31	32

於答題分布可看出，四至六年級答對的比率均高，重點在於學生選擇同一廠牌還是不同廠牌的關鍵。如學生於四年級四班與十一班有多數同學選擇不同廠牌，其它班級

則選擇同一廠牌等。計算錯誤的比率都不高，可見學生在此題的概念，約80至90%的學生都可通過。



於本子題的同學解題正確與解題錯誤，可參以下說明。

<p>選同一廠牌</p>	<p>選不同廠牌</p>
<p>選同一廠牌但計算錯誤</p>	<p>選不同廠牌但計算錯誤</p>

2. 如果小丸子接受你的建議，她還會剩下多少錢？

於本子題，學生需要能使用減法策略進行解題，也就是用子題一的結果，進行減法計算，如表2。於本子題，學生於每一班均

超過20位同學能正確解題。如四年九班，幾乎全班都能答對，相對的，於六年十班，有十人算錯。所以學生並未因高年級而減低錯誤的機率。

表2 電器組第二子題的解題策略分析

年級班別 答題分布	四年級				五年級			六年級		
	404	409	410	411	501	502	505	602	603	610
全對	21	31	17	25	24	25	28	28	25	22
錯誤類型：列式對，但計算錯誤	3	0	6	3	0	0	2	1	2	0
空白	1	0	2	1	0	2	2	2	1	0
列式錯計算也錯	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
第一題算錯，所以第二題錯	5	1	4	1	7	2	0	1	3	10
3900-4100	0	0		1	0	0	0	0	0	0
第一題的答案寫到第二題	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0
合計人數	30	32	30	31	31	32	32	32	31	32



於本子題可看出學生在四至六年級的表現，每班均有20位以上的學生答對，除四年十班以外。但若將四年十班的6位學生，算式對，計算錯誤的比例列入考慮，可看出其答對的比率也在20位學生以上。由於本題的

概念，著重在題目的列式與計算，四至六年級會的程度都在80至90%左右。

有關學生解題的部份說明，如照片所示。

全對	錯誤類型：列式對，但計算錯誤

3. 假如小丸子第二題剩下的錢花完了，她又另外準備8000元的存款購買影片，她先提出2500元買洋芋片，接著又存了1880元。請寫出小丸子提款與存款的算式，並算出所餘的存款。

於本子題，學生需能理解加減法題意後，進行解題，由表3可看出，四至六年級學生，每班都有20位學生以上，都能列出算式，能得出正確答案，每班均有15位以上。其他錯誤類型的答，有些學生使用連減的策略，這是誤解題意的，均出現在四至六年級學生。

表3 電器組第三子題的解題策略分析

年級班別 答題分布	四年級				五年級			六年級		
	404	409	410	411	501	502	505	602	603	610
先減後加	21	17	21	15	17	16	21	22	19	19
列式對但計算錯誤	6	7	3	3	2	5	3	1	4	3
先加後減	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
連加	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0
連減	0	6	1	4	6	5	3	4	2	5
未作答(空白)	1	1	1	3	1	4	2	2	3	0
其它錯誤類型：2500+8000	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
把第二小題剩下的算進去，先減後加	2	1	2	4	5	1	2	0	2	4
用第二小題剩下的錢去減第三題答案	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
把第二小題算進去，連減	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
把第二小題算進去，先加後減	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
2500-1800	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
8000-2500	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
合計人數	30	32	30	31	31	32	32	32	31	32

由上表可看出學生在答題分布的類別，四至六年級都很接近。如學生先減後加的正确策略，四至六年級並未有顯著的差別。學生在列式對但計算錯誤的現象也未有年級的差異。可看出電器組的題目可測出學生在答

題上的解決策略，而這些解決策略，並未因學生年級高低有所不同。

有關學生答對與答錯的情況，請參下列照片說明。



$8000 - 2500 = 5500$ $5500 + 1880 = 7380$ $A: 7380 \text{元}$ $\begin{array}{r} 8000 \\ - 2500 \\ \hline 5500 \end{array}$ $\begin{array}{r} 5500 \\ + 1880 \\ \hline 7380 \end{array}$		$\begin{array}{r} 8000 \\ + 2500 \\ + 1880 \\ \hline 12380 \end{array}$	
先減後加		連加（列式錯誤）	
$8000 + 2500 - 1880$ $= 10500 - 1880$ $= 8620$ $A: 8620 \text{元}$ $\begin{array}{r} 10500 \\ - 1880 \\ \hline 8620 \end{array}$	請寫出小丸子提款與存款的算式，並算出所餘的存款。	$8000 - 2500 = 5500$ $5500 + 1880 = 7380$ $A: 3620 \text{元}$ 7380元	
先加後減（列式錯誤）		連減（列式錯誤）	

（二）學生的數感概念－聰明的柯南

第二題組的題目如下所示：

柯南做了一份學生飯後水果調查，他問學生：「你們飯後比較喜歡吃香蕉、百香果還是芭樂？」

1. 你覺得柯南的問題是否恰當？請說明你贊成或否定的理由？
2. 請問男女生分別最喜歡吃哪一種水果？哪一種水果最受全班學生的歡迎？
3. 柯南記錄下統計的結果，如表格所示，請根據柯南的統計數據，幫他製作一個簡單易懂的調查統計圖。
4. 請依照這個統計圖，設計出一個數學問題來問同學

以下為各子題的結果分析：

1. 你覺得柯南的問題是否恰當？請說明你贊成或否定的理由？

於本子題的目的是要檢視學生是否對於本題目的邏輯題出問題，不論是贊同或反對均可。可看出四年級學生的表現與五、六年級的表現相當，每班均有約20人以上同學答對。於此可看出，班級同學對於邏輯批判的題型均有能力回答。於贊成者的理由與反對者之理由，請參表4。



表4 聰明的柯南第一子題的解題策略分析

年級班別 答題分布	四年級				五年級			六年級		
	404	409	410	411	501	502	505	602	603	610
答對者（贊成與反對者）	17	24	24	23	25	21	16	23	20	26
贊成且回答得有道理合邏輯（贊成總數）	10	17	11	16	17	15	11	12	11	17
1.可以尊重到每個人不同選擇	2	1	1	6	2	3		3	1	1
2.可以讓水果不會被丟掉				1						1
3.可以知道他們到底有沒有吃水果				2						
4.因為飯後吃水果很健康	2	1	5	6			3		2	2
5.因為我不喜歡飯前吃水果				1						
6.可以知道每班每人喜歡吃的水果	5	13	4		10	5	4	2	4	2
7.少數服從多數		1								
8.因為班上同學是奇數，一定會有最後一個人來當最後一票		1								
9.可以看學生喜歡吃的和老師一不一樣					1					
10.可以在特別節日送他喜歡的水果					1					
11.以後就知道水果怎麼分					1					
12.可以讓大家愛吃水果					2	3				
13.可以讓學生開心						2				
14.這樣才知道要給學生吃什麼						1				
16.因為我就很喜歡吃香蕉						1	1			
17.這種方法很清楚								1		
18.因為這樣比較好算							1			
19.因為這樣價格比較便宜							1			
20.這樣可以知道學生的健康知識							1			
21.這樣可以知道哪種水果好吃	1									
22.有些水果吃多了不好			1							



23.問題不矛盾（問題很清楚）								6	3	4
24.問題不難回答									1	
25.只列出三種好，因為水果太多了										1
26.因為水果很好吃										6
反對且回答得有道理合邏輯 （反對總數）	7	7	13	7	8	6	5	11	9	9
1.因為有人喜歡吃的不是這三項	1	4	7	2	3	3	4	6	3	5
2.因為有人喜歡其中好幾樣				2						
3.不能這樣要求廚師樣樣都準備				1	1					
4.覺得圖案很怪				2						
5.不能用問的要舉手表決		1								
6.可以把題目再寫簡單一點		1			2					
7.有人可能會寫跟好友一樣的有人會 因為喜歡的人沒說所以他也不敢說		1								
8.因為會消化不良（應該飯前）					2			4		2
9.因為這樣浪費時間										
10.這樣浪費錢						1				
11.這樣代表他們挑食	1		1			1		1		
12.水果種類應該要讓學生提名						1				
13.因為同一種水果可能有不同口感							1			
14.如果有人不喜歡吃最高票的水果 就會把水果藏起來不吃	1									
15.沒有意義	1								2	
16.很難理解	1									
17.有的統計被蓋住										
18.有的人是飯前吃水果	1		2						2	
19.很容易搞混			1							



20.應該問最喜歡吃的水果				1						
21.吃完飯很難吃芭樂其他兩樣比較少				1						
22.不贊成也不否定，不否定是因為我喜歡吃巴樂，不贊成是其他的我都不喜歡										1
23.因為調查有分男生和女生										1
24.問題和圖的標題不一樣										2
有回答贊成與否，但沒寫原因	2	2	1	4	3	6	1	2	3	1
1.文不對題								4		
2.贊成，因為它標示（統計）得很清楚		2	3			1	7			4
3.贊成，因為香蕉比較多	1									
4.贊成，因為他很認真記錄下來										1
5.反對，因為少了統計圖的名稱									1	
6.反對因為他們有統計全班									1	
7.空白	10	4	2	4	1	4	4	5	7	1
8.其它										
合計人數	30	32	30	31	31	32	32	32	31	32

由上表可看出，學生同意贊成的理由相當多元，有26種答案。多數學生認為可以尊重到每個人的選擇，如四年十一班的學生比較多；或是認為吃水果很健康，如四年十班與十一班的學生；或是認為可以知道每人喜歡吃的水果，如四年九班與五年一班的學生。學生反對的原因，有24種，因為其中有人喜歡吃的不是這三項最多，在四至六年級普遍都有這樣的理由；或代表他們挑食等。最後，有些學生贊成，但未提供理由等。

2. 請問男女生分別最喜歡吃哪一種水果？哪一種水果最受全班學生的歡迎？

於本子題，由圖表中發現答案，每班均有20人以上的同學答對，可看出學生在讀圖表的能力均有60%以上，如表5所示。



表5 聰明的柯南第二子題的解題策略分析

年級班別 答題分布	四年級				五年級			六年級		
	404	409	410	411	501	502	505	602	603	610
全部答案都答，且都答對	26	24	20	21	26	27	26	30	25	28
全部都答，但部份答錯			8	1			2		1	
只有回答部份答案，但答對	2	7		7	3	5	2	1	1	3
只有回答部份答案，但答錯	1		1	1	2					1
全部答錯									1	
空白	1	1	1	1			2	1	3	
其它										
合計人數	30	32	30	31	31	32	32	32	31	32

對於學生報讀統計圖表部份，多數學生都答對，四年級學生答對的比率稍低，五、六年級學答對的比率較高。在答錯的類別部份，多數學生回答部份答案，都答對，所以學生在這部份的概念，普遍都很清楚。

3. 柯南記錄下統計的結果，如表格所示，請根據柯南的統計數據，幫他製作一個簡單易懂的調查統計圖。

於本子題，只有四年九班與六年級的學生對於長條圖的描繪相當清楚，其它四年級班級與五年級學生均不到十位學生可以畫出折線圖。於此可看出，教師在可能於四年九班進行過長條圖的教學，其它學生只有在六年級有教，如表6。



表6 聰明的柯南第三子題的圖表策略分析

年級班別 答題分布	四年級				五年級			六年級		
	404	409	410	411	501	502	505	602	603	610
長條圖	0	26	3	2	6	6	8	22	23	26
折線圖	1	0	0	0	1	0	0	0	1	2
使用代號作記號統計（正字）	4	1	1	6	2	1	1	0	0	0
使用代號作記號統計（人形 打叉 打勾 圈圈 星星）	0	2	0	0	2	1	3	0	0	1
使用數字統計	4	3	15	7	5	4	7	2	0	0
創意圖	0	0	0	0	3	0	0	1	0	0
錯誤類型：照抄原表	0	0	4	4	2	1	1	0	0	0
空白	21	2	7	12	10	19	12	7	7	3
合計人數	30	32	30	31	31	32	32	32	31	32

有關圖表繪製的結果，由上表可看出四年九班學生的表現與六年級的班級類似。全班約有80%以上的學生都答對。在其他四年級班級與五年級班級的表現則只有不到10位學生答對。多數學生的答案是空白。然而，

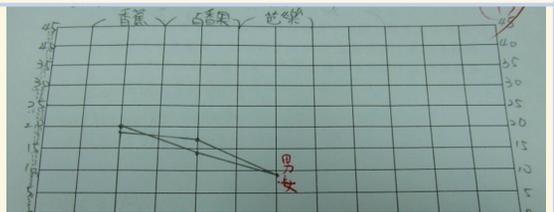
四年十班的學生則用統計畫記來得出答案，其比例也比其他班級高，有此可看出，這一班學生或許不會折線圖，但試圖找出答案，用畫記的方式進行，以能得到合理的結果，但其他班級的學生則只有空白。



有關學生長條圖的繪製請參下列照片說明。



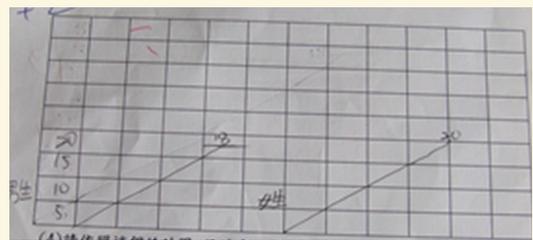
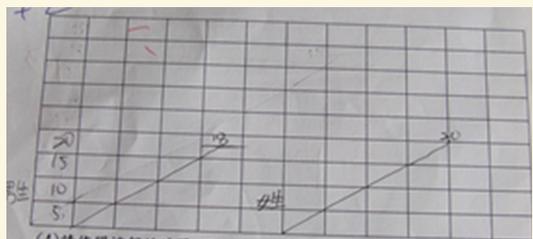
長條圖



折線圖



使用代號作記號統計（正字）



創意圖

4. 請依照這個統計圖，設計出一個數學問題來問同學

於本子題屬於創造性的學習問題，要求學生依圖表來出一個問題，學生在四年四班與六年三班的表現均偏低。於四年九班、四

年十班、五年一班與六年二班的表現均有十位以上學生做對，可能與班上老師的教學有關。有很多的學生空白，可能對本子題不了解，或是不知如何作答，學生在創造的面向訓練，應要再加強，如表7。



表7 聰明的柯南第四子題的策略分析

年級班別 答題分布	四年級				五年級			六年級		
	404	409	410	411	501	502	505	602	603	610
有按照題目要求出題	4	12	13	8	13	7	9	16	5	10
出的是數學題目但不合統計圖			2							
合統計圖但出的不是數學題目	2			4	3		2	1	4	1
空白	24	17	13	17	14		19	15	22	20
另外自己出題目		3	2	2	1	25	2			1
其它										
合計人數	30	32	30	31	31	32	32	32	31	32

由上表可看出學生在出題的設計，如四年九班、四年十班、五年一班、六年二班與六年十班，均有十位以上的同學答對。從答對的比例來看，本題的難度明顯高於前三子題。在答錯的策略部份，五年二班的學生有25位均另外出題，可見誤解題意的比率很高，所以學生依題意出題的訓練需要加強，於此也可看出，四、五、六年級部份教師在出題的訓練有所要求，學生在答題表現上就會有所不同，此部份亦未因年級有所差距。

四、結論

以下依兩個題組的概念分別論述。

(一) 電氣組

有關電器組的評量目的為要求孩子用他自己的策略選擇後，再進行計算，在此部分的成就表現，幾乎全班都有25人答對。雖然子題二，進行了減法運算，學生也都能回答正確，有80到90%的比率。於第三子題，雖出現加減法的混合運算，每班也約有20位學生都能列出正確的算式，進行解題。由此可看出，四至六年級學生在基本計算的數概念

部份有一定的學習水準，學生亦能接受此種題型的出題方式。所以學生在電器組的整體表現，未因年級而有差異，學生多數都能通過此三題的要求。

(二) 聰明的柯南

目的要學生能覺得問題是否適當，能提出理由、判斷圖表、製作長條圖與設計問題來問同學。學生在第一子題提出很多不同的理由來贊同或反對這一問題，不論學生的理由如何，只要合理就視為正確的答案。學生能思考出不同的理由，如「因為同一種水果可能有不同口感」，「如果有人不喜歡吃最高票的水果就會把水果藏起來不吃」等等，有大約30種不同的原因，可以發現學生的想法其實是很多元的。在統計圖表的製作部份，四年九班學生的表現與六年級一致，可以說明老師可能已教了長條圖的繪製，或是老師運用了不同的教學方式。於此也可看出，數學內容只要能運用適當的教學方式，孩子在學習數學的內涵是可以提升的。於此，也對課本將長條圖延後至六年級的適當性，提出證據，學生可於四年級學習，而不需延到六年級。最後，要求學生由圖表來想



出一個問題，有一班約半數同學都能提出，學生表現均相當優異。如學生用折線圖，用正字標記標示等，這都是相當合理的表達方式。

由上述兩組的題目設計，可看出不同年級學生在實作評量的表現，有些四年級學生的表現較高年級學生佳，有些題目的設計可看出教師在未來教學中需加強的方向，如統計圖表的繪製與學生擬題的能力等，這些都是數學表達的方法與策略。同時，題目的設計著重孩子創意的表現，如聰明的柯南，學生可以表示贊同與反對的想法，只要合理就可以，若是學生沒有贊同與反對的意見，也可以。像這樣的題目類型，較少出現在課堂中，未來教師在進行評量時，亦可考慮出現像這樣屬性的題目，以讓學生進行判斷。

最後，由此二題組的題目設計，在數的計算、圖表、時間與乘除法的關係面向，有別於選擇題的方式，可看出不同學生的解題策略，而學生所展現的一些錯誤的解題策略，除了可以做為認知診斷測驗的基礎與參考，對於未來國內要進行開放式的題目，也提供了一個可實踐的方向。

五、建議

本研究從學生的解題策略來看，可提出五點建議。

第一，開放性試題的質性分析需要很多分析的時間，於實作評量的題目需將班上每位學生的解題策略進行分析，需花費很多時間。然而，是否需將每位學生的答案列出，並分析其錯誤類型。在一般的班級中，教師

可能無法做出細項的類別，會有其限制。未來在進行分析時，需將主要錯誤類型進行歸類與整理，以了解學生主要的學習困難即可。

第二，學生的表現可看出班級教師在教學上的差異。雖然學生有常態分班的制度，但經教師教學後，出現各班明顯的差異。例如，有些教師會重視圖形繪製的能力，有些班級則沒有；有些班級重視學生擬題的能力，有些班級教師則未教授，這些個別差異，突顯教師應分享其班級的教學特色，以能為其他教師分享，有助於教學專業的成長。

第三，實作評量的題型設計。於此兩題組之設計，未能測出不同年級的差異，若能針對不同年級的需求進行實作評量的設計，則更可發現該年級學生於實作評量的特性與可具備的能力，未來若能依不同年級設計不同的試題，則更能看到多元的特色。

第四，實作評量可看出學生不同的創意，學生在解題策略上，是否能依照題目的內容進行判斷來進行解題，或是學生能自行設計題目，或是學生能用不同的策略繪製圖形，在在都考驗學生解決問題的能力，實作評量可測出學生在多元解題能力的需求，可看出有些同學特別的想法，這些，會是未來在數學解題的新趨勢。

最後，實作評量的結果發現，學生在開放性問題的表現相當多元，可以測量出學生在數學方面的能力，期望在未來的重要考試中，能看到這樣類似的題目出現。



參考文獻

- 曾安如（2004）。國小二年級學童數學寫作活動、數學成就與數學態度之相關研究。國立台中師範學院教育測驗統計研究所碩士論文，未出版，台中。
- 詹元智（2002）。國小數學科實作評量之效度探討。屏東師範學院教育心理與輔導研究所碩士論文，未出版，屏東。
- Alajmi, A. (2004). *Eighth grade Kuwaiti students' performance in recognizing reasonable answers and strategies they use to determine reasonable answers*. Unpublished doctoral dissertation, University of Missouri, Columbia.
- Berch, D. B. (2005). Making sense of number sense: Implications for children with mathematical disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 38*, 333–339.
- Burns, M. (1994). Arithmetic: The last holdout. *Phi Delta Kappan, 75*, 471–476.
- Deheane, S. (1997). *The number sense*. Oxford, UK: Oxford University Press.
- Dunphy, E. (2007). The primary mathematics curriculum: Enhancing its potential for developing young children's number sense in the early years at school. *Irish Educational Studies, 26*(1), 5–25.
- Jurdak, M., & Zein, R. A. (1998). The effect of journal writing on achievement in and attitudes toward mathematics. *School Science & Mathematics, 98*(8), 412–419.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Markovits, Z., & Sowder, J. T. (1994). Developing number sense: An intervention study in grade 7. *Journal for Research in Mathematics Education, 25*, 4–29.
- McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics, 12*(3), 2–8.
- Menon, R. (2004). Elementary school children's number sense. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*. Retrieved January 10, 2008, from <http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/ramamenon.pdf>
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *The principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Reys, R. E., & Yang, D. C. (1998). Relationship between computational performance and number sense among sixth- and eighth-grade students in Taiwan. *Journal for Research in Mathematics Education, 29*, 225–237.