

國民小學一年級數學教學理論與課程略述

自八十年代左右開始，數學觀由靜態轉為動態、由成果轉為歷程、由外在轉為內在，數學思考教學已儼然成為數學教育的主流。在新數學觀的角度下，數學思考是數學教學的手段與目的。數學思考教學為引導學生進入數學思考的學習情境，以求了解數學並應用數學的歷程。

學者對數學教育的轉變，引用孔恩(Kuhn,1970)派典轉移的概念來形容(Nickson,1992)，發現知識的建構論(constructivism)是影響派典轉移背後的關鍵理論。就數學知識的性質來說，是建構的結果；就數學教學而言，是共同建構數學知識的歷程；而數學教學的研究更可說是教師與研究者合作建構的活動。因此建構論的觀點顯然在當前整個數學教育的發展中，扮演著主導變革的角色。

壹、教育思潮—建構主義

一、建構論的哲學基礎

(一) 懷疑論的觀點

懷疑論基本上不相信知識可以代表外界實體，人也不能發現本體實在。懷疑論的主要觀點是提出沒有外在世界的真理可以從經驗中獲得，遺憾的是它討論知識性質時仍然侷限在傳統主客分立的二元體系下。直到康德(I.Kant)的「純粹理性批判」才跳出這個思想框架，並對建構論產生重大的影響。

(二) 康德的觀點

康德討論主客體的基本問題時，提出主體的客體構成活動(the object-constituting activity of the subject)(Kant,1966)，用以解決理性論與經驗論的衝突。並在「純粹理性批判」一書中指出，知識是植基於官能之接受性與自發性的結合作用，前者是知識原始與料的來源，後者則將原始與料綜合形成結構或經驗世界的客體。也就是說，因為主體具有先天性的悟性形式(即範疇)，一切的客觀自然都得受到範疇所作法則的支配。(勞思光，民 63 年)。康德的創見是將知識的基礎從「知識即表徵」轉移至「知識即建構」。

(三) 實用主義的觀點

建構論與實用主義哲學具有密切的關係，柯諾得與詹森(Konold & Johnson,1991)則逕稱建構論是一種知識的實用理論。實用主義哲學家主要的觀點如下：

1. 真理是有用的

實用主義者將思考放在「真理實際的要求如何可由經驗而證實之」(方東美譯，民 76)。實用主義主張，真理的要求可以由它的實用所生的效果很令人滿意，可用以幫助達成我們的目的，對人生就有一個有價值的效果，於是真理要求就有真理。

2. 真理是社群的共識

這個觀點是由實用主義的創始人培爾斯(C.Peirce)提出，他認為真理是研究社群藉理性方法的進展，而使信念趨向穩定與鞏固。如果信念中所包含的錯誤是絕對不可知的，該信念就絕對不含錯誤。換句話說，這個信念就是真實的(蕭明慧，民 80)。

3. 真理存在談論中

實用主義相信真理是辯解的可接受性(warranted acceptability)。如果知識必須是一群人能夠共同接受的，中間必然包括溝通談論的過程。

實用主義主張知識是適性的(或有用的)，而知識的客觀性則存在於社群的互為主觀(intersubjective)中。這些觀點雖然頗有爭議，但卻為建構論提供了重要的基礎。

二、建構論的心理學基礎

建構論的理論基礎來說，有關認知系統之性質與發展的探討，主要還是受認知發展理論與訊息處理模式的影響。

(一) 皮亞傑的建構論

皮亞傑的認知發展理論是建構論的重要基礎，根據格拉瑟斯菲爾(Glasersfeld,1992)與佛烈爾(Flavell,1985)的詮釋，皮亞傑對知識的看法可以從以下幾個角度予以觀察：

1. 知識的建構

皮亞傑認為所有知識都繫乎行動，知道某一物體或事件，是藉同化它到行動基模中而使用它。皮亞傑在解說認知的適應功能時指出，

認知總是表現兩個同時而互補的層面，他稱為同化(assimilation)與順應(accommodation)。同化的本質意義是詮釋或解釋，是個體以現有的、能獲得的、或是喜歡的思考方式去解釋或詮釋外在事物。例如幼兒假裝一片木片是一艘船，按皮亞傑的術語來說，就是將木片同化到幼兒對船的心理概念中。順應的本質意義是注意並作認知解說(cognitive account)，是個體發現外在事物不同的性質與關係，而對其結構屬性所作的心理理解。例如幼兒艱辛的模仿父親的手勢時，便是使他的心理結構順應父親的行為。同化是使外在的刺激適應自己內在心理結構的歷程，而順應是指同化歷程的相反或補充歷程，在此歷程中要使自己的心理結構去適應外在刺激的結構。要特別強調的，在認知與環境的任一接觸中，同化與順應是同等重要，而且必須以互賴的方式一起發生。在知識的建構與開展中，內在認知與外在環境總是不斷互動、相互協同的。

皮亞傑對知識的觀點與實用主義頗為接近，都主張知識並不是代表外在世界的影像。認知結構主要是依成功的規準來評估的，而成功則是個體在面臨擾動時，努力去獲得、維持、並擴展內在的平衡。

2. 運思知識的建構

在皮亞傑的建構論中，對數學教育特別具有意義的是運思知識也是建構的產物。皮亞傑認為，所有的新知識都是以抽象化為基本條件的(piaget, 1974)。抽象化分成兩大類：一類是經驗的；另一類是省思的。經驗的抽象化涉及「觀察項」(observables)，來源是外在的；省思的抽象化則涉及「調協項」(coordinations)，是來自內在的。

在皮亞傑的理論中，所有知識都繫乎行動，認知一物體或事件是藉同化它到行動基模內而使用它。因此任何知識都是個體運思於內在可用的材料上所產生的結果，故所謂「外在的」，不應解釋為個體之外的，而是相對於「歷程」之外的事物(Glasers-feld, 1991)。

所謂經驗的知識是來自個體行動或運思的結果，而運思的知識是以行動或運思為對象進行運思的結果，是建構基模的基模。數學知識的性質不僅是運思的，同時也是就運思進行反身抽象作用的建構結果。數學知識的性質一方面是建構的內容，一方面也是建構的形式。

3. 主體的實體建構

皮亞傑認為最初的認知結構是透過簡單的重複而建立的。任一行動如果能來有趣或滿意的結果，行動就會再重複，以致使行動與結果間(行動基模)有了暫時穩定的連結。成功的重複將伴隨產生的知覺訊息轉為一種「經驗的不變項」(experiential invariants)，並外在化成為獨自存在的客體。皮亞傑所主張的實體是應用認知不變項將主體經驗組織成事物與關係所創造的。在同化和順應的不變功能中，這些不變項提供個體預期的可能，並成為個體在經驗中求取平衡時所不可或缺的結構。

(二) 基模建構理論

奈瑟認為基模建構理論的重要觀念有下述各點(Neisser, 1967；鍾聖校，民 79)：

1. 人並非純粹透過存在心中的事物或反應的痕跡來回憶出事物，而是經過再建構的精緻化歷程。
2. 再建構的訊息基礎是先前建構歷程的痕跡。而痕跡存在的意義不是指要被恢復或重新發動，而是指儲存的片段要被用來支持新建構行動的訊息。
3. 認知的建構行動可分兩層：第一層是在感官注意焦點的那一刻建構，第二層是建造或再建造一種空間的、時間的、以及概念的架構，做為對發生事物認知的參考。
4. 認知結構是指以儲存的訊息為內容所形成的有組織的系統，是一種概括化的實在取向(*generalized reality orientation*)。它同時也是先前經驗的、非特殊的、組織化的表徵。因此認知結構是個體經驗大量的發揮作用，它使先前經驗整體地對情境反應，而不是單獨的反映這些經驗。
5. 認知結構在問題情境的觸動下，不僅以過去整體經驗對外在刺激做反應，反應之後認知結構中也留下某種剩餘的東西。
6. 基模可分為背景基模和當前基模兩種。認知作用是當事人透過他現在能夠以及正在建構的基模運用背景基模。

(以上思潮部份節錄自數學思考教學研究，劉錫麒，師大書苑，

貳、教學理論

數學課程標準的重點：

一、將數學視為解題

「問題」是指一個人遭遇到了困境，沒有辦法立刻看出解決的方法，需要將許多已知的東西加以組織，運用這些知識找出解法。而解題的「方法」至少和「答案」是同樣重要的。

「解題」的原則是：

(一) 以學生有興趣的方式呈現問題

1. 將數學課本裡的「問題」從單一步驟的練習改成多步驟的「問題」。

例如：(原) 我花了 15 元喝汽水，30 元吃牛肉麵，12 元吃霜淇淋，我一共花了多少元？

(改) 我花了 15 元喝汽水，30 元吃牛肉麵，12 元吃霜淇淋，我身上帶了 100 元，應該找回多少元？

2. 改造現成的問題，使得學生運用其它的策略

例如：(原) 小英擲標槍，擲中了 30，50 和 60，她的總分是多少？

(改) 小英擲標槍，擲中了三槍，總分為 140 分，她的三個可能的分數是多少？

3. 利用學生自己出的問題

例如：我的爸爸今年 44 歲，我的狗今年 8 歲，如果我的狗是人的話，她今年 56 歲，假如我爸爸是狗的話，他今年幾歲？

此為學生自己出題，故不要低估了學生的能力。

(二) 不要急著將「最有效率」的解法教給學生

為人師者，常常會「恨鐵不成鋼」，提出一個問題之後，就急切的「傾囊相授」，希望把「又快又好」的解題方法教給學生，這樣，他們就會模仿，以便解其他的類似問題，但是根據研究的結果發現，由兒童自行建構解題的活動，才對兒童具有意義，他才會將該

解題策略內蘊化成為自己的，而能運用自如，換言之，模仿的成功不代表了解，即使在教師的要求之下，學生採用了教師「教」給他的解法，可能在另外一個教師無法掌握的情境之下，他仍然採用自己認為有信心的解決之道。

二、將數學視為推理

Skemp(1987)在研究中發現，死記和推理這兩種不同的教學方式，教出了兩種不同的數學，一種是基於工具性的了解(instrumental understanding)，特點是「只談公式，不管理由」，另一種是基於關係性的了解(relational understanding)，特性是「不僅知道要做什麼，而且知道理由」，「工具性的了解」較為流行，也較容易看見成果，故容易討好；但是，「關係性的了解」而學得的數學，更能適用於新的情境，一旦學會了，比較容易記住。最重要的是，當學生們能夠看出不同概念和過程之間的關係時，他們記得的是整體中相關的部份，而不是各自獨立的部份。

爲了要培養學童的推理能力，教師有必要營造一種「批判性思考」的教室氣氛。兒童必須了解，能說明自己的想法，並且證明自己的想法是對的是一件極為重要的事情，此外一個問題是如何解決的和它的答案同樣的重要。

在新課程數學中，透過教師的問話，讓兒童發表自己的解法、驗證答案，舉例如下：

例如：第一冊第二單元 分與合

活動 4：解拿走型的問題後，能口述解題活動的過程與結果。

情境布置：教師將問題板書在黑板上。

主要問題與活動	說	明	評	量	重	點
---------	---	---	---	---	---	---

1.弟弟有 7 顆口香糖，送給哥哥 3 顆，弟弟還剩下多少顆口香糖？ 2.把答案寫下來給隔壁的同學檢查。 3.說說看，這個答案你是怎麼想的呢？ 4.除了這種方法以外，還有沒有不一樣的方法呢？	· 教師聲明以下問題的答案寫在紙上，不在口頭上回答。 · 教師必須以重覆問話方式，加深學生對問題的了解。 · 請小朋友上台發表自己寫的結果及看法。 · 教師請在旁協助學生解說自己的解題過程，使每位學生都能了解對方的想法。 · 教師鼓勵其他的解法，並由其他學生驗證之。	· 能嘗試解題，並求出答案。 · 會寫 4 顆。 · 能發表自己的解題過程。 · 能知道有不同的解題方法。
◎其他各數字亦可仿上述活動，進行 10 以內各數的分解活動教學。		

假如教師能持續不斷地問類似下面的問題：「為什麼你認為那是一個好的答案」或「如果你用其他的東西，也能算出同樣的答案嗎？」，那麼，兒童們會感受到批判性思考的重要性，同時也能培養出探究的習慣。

三、將數學視為溝通的工具

數學符號是一種語言，假如我們要讓兒童能用這種語言來與人溝通且能有效地運用數學於日常生活中，那麼兒童必須覺得數學對他有意義才行。

幼兒通常透過口頭上的溝通來學習語言，所以，在低年級時，教師一定要提供機會，讓兒童「說」數學；當然也要讓他們「聽」教師或其他人的解題想法或做數學的過程。至於「寫」數學，譬如

說，描述解題的過程，也能幫助學生澄清自己的想法，作更深入的了解。「讀」別人寫出來的有關數學的解題過程或教科書上教材也是溝通的一部份。最後，利用手勢、肢體動作、圖畫或操弄具體物來表達數學，是幫助兒童將自己的直覺想法和數學的抽象語言作連結的一個好方法。

讓我們看一看一年級上學期，針對「利用算式記錄基本加、減法問題的解題活動」中的一個活動，教師如何引導學生與他人溝通解題的過程和結果。

例如：第一冊第七單元 加和減

活動名稱：利用減法算式記錄比較型問題的解題活動

活動目標：利用減法算式記錄比較型的減法問題。

預備經驗：透過具體物的操作，解決兩量的比較問題。

活動過程：

活動 5：利用減法算式記錄比較型問題的解題活動。

情境布置：教師發給每位學生若干個花片及一張白報紙，但不提示學生使用花片。

主要問題與活動	說明	評量重點
1. 媽媽買了 9 個青蘋果，6 個紅蘋果，哪一種多？多了幾個？	· 教師一次將問題口述完畢，讓學生能自行選取操作物解決問題。 例如學生可能會這樣做： (1) 先拿出 9 個藍色花片，再拿出 6 個紅色花片，兩堆花片一個一個比比看。 (2) 先畫 9 個圈，再畫 6 個圈，兩排圈一個一個比比看。	· 能自行選取操作物代表情境中的數量來解題並求出結果。
2. 說說看，你是怎麼做的？	· 學生能用語言和他人溝	· 能一邊操作一邊說明解

3. 9 個「藍色花片」表示什麼意思？ 6 個「紅色花片」表示什麼意思？ 你是怎麼比的？ 4. 他做得對不對？ 5. 有沒有不同的做法？ 6. 9 個青蘋果比 6 個紅蘋果多了 3 個，誰會用算式寫寫看？ 7. 我們可以把它寫做「$9-6=3$」。 8. 為什麼寫成「$9-6=3$」？	通解題的過程與結果。 · 「$9-6=3$」中操作物，請教師根據學生選取的操作物為主，提出問題。 · 讓學生批判他人的解題方法。若有人不滿意原作者的解法，可要求原作者解釋，直到同學滿意為止。 · 教師請學生試著用算式記錄解題的過程和結果。學生如果能用算式表達，請教師進行主要問題與活動 8；學生若是無法用算式記錄，則由教師進行主要問題與活動 7、8。 · 教師在黑板上寫出 $9-6=3$ 的式子。 · 教師請學生發表「$9-6=3$」的意義，無論是否有人能說出算式意義，教師均須進行如下說明：教師一面口述算式的意義，一面手指符	題的過程與結果。 · 能說明操作活動中代表物的意義。 · 能說出求取比較差異的方法。 · 能批判他人的解題方法。 · 能發表不同的解題方法。 · 能嘗試使用算式表示求取比較差異的解題過程與結果。 · 能以解題活動說明算式的意義。
---	---	---

9. 「$9-6=3$」也可以表示 9 個藍色花片(9 個圈)比 6 個紅色花片(6 個圈)多了 3 個。	號，以說明式中符號代表的意義，如： (1)媽媽買了 9 個青蘋果(手指→ 9) (2)媽媽買了 6 個紅蘋果(手指→ 6) (3)9 個青蘋果和 6 個紅蘋果一個一個比比看。有 6 個青蘋果和 6 個紅蘋果可以一個一個對起來比，它們是一樣多的，把一樣的拿走(手指→ 6) (4)把一樣多的水果拿走(6 個青蘋果和 6 個紅蘋果是一樣多的)剩下 3 個青蘋果(手指→ 3) 教師一面口述算式的意義，一面手指符號，以說明式中符號代表的意義，其過程如問題 8 之說明。	能察覺 $9-6=3$ 可以表示花片(圈圈)差異比較的解題活題。
◎教師可改變青蘋果、紅蘋果的數量，重覆上述活動，使學生能明瞭比較型減法算式的意義。		

四、數學的聯結

(一)數學內在的聯結

就兒童學習而言，他們能將同一領域內的數學概念融會貫通或不同領域之間的概念彼此聯結，否則他們就無法了解數學上的原則和原理。以一年級下學期長度的實測和數數(一百以內)單元為例說

明之。

例如：第二冊第三單元 量量看

活動4：排排看，排成一樣長。

活動目標：(1)以長度不同之積木，排出另一積木的長。

(2)以長度相同之積木，排出另一積木的長。

預備經驗：能複製物體的長。

情境布置：每位學生白色積木約20個，紅色積木10個，淺綠、粉紅、黃色積木各6個，深綠、黑、褐、橙色積木各2個，數學課本第27頁上段圖中之淺藍色紙條。

教師：與學生同，但積木及淺藍色紙條，需同倍放大(可使用長為數學積木之3倍的方瓦)，以利於黑板上操作。

注意事項：本活動可分組進行，以利教具之分配。教師在使用放大之數學積木時，需每次向學生提醒，此及放大之教具。

主要問題與活動	說明	評量重點
1.請小朋友翻開數學課本第27頁，上面有一條淺藍色紙條。	- 讓學生自由使用各種顏色的數學積木，只要他排出和淺藍色紙條一樣長即可。 - 教師巡視行間，觀察學生在排列積木時，是否注意以下兩點： - 所排列之積木的兩端點是否對齊淺藍色紙條的端點。 - 積木和積木間是否緊密排列著。	能使用數個積木，排出淺藍色紙條的長。
2.你們用桌上的積木排排看，怎樣排才會和這條淺藍色紙一樣長？		
3.說說看，你是用什麼積木		

排得和淺藍色紙條一樣長？	對齊端點或未緊密排列之學生上台操作，全班共同討論正確之排法。如未發現錯誤排法者，教師可在黑板上故意製造錯誤排法，以引導學生說出排列積木時需注意之要點。並可提示學生以兩指輕輕向內推，可使積木緊密靠在一起。	條的兩端點。 · 能說出積木和積木間要靠在一起。 · 能說出用了哪些積木及個數。如 3 個粉紅色積木或 1 個藍色積木、1 個紅色積木、和 1 個白色積木、1 個黃色積木和 3 個白色積木等。
4. 有的人用很多種積木來排，說的時候很麻煩又不清楚。怎樣排，說的時候比較簡單又清楚？	· 請數位不同排法的學生發表他們的排法。有的學生可能是以一種積木或數種積木排成的。當學生各自發表後，和全班同學一起討論，哪一種排法在說的時候比較簡單又清楚，引導學生每次以一種積木來排。	· 能說出以一種顏色來排。
5. 如果我們用紅色積木來排，多少個紅色積木排起來會和一條淺藍色紙條一樣長？	· 如果已有學生排過以一種紅色積木來排，可請其發表結果，如果沒有人排過就請全班學生排排看。	· 能說出 6 個紅色積木。
6. 用多少個白色積木，可以	· (同上)	· 能說出 12 個白色積木。

排得和淺藍色紙條一樣長？ 7.還有哪幾種顏色的積木可以排得和淺藍色紙條一樣長？各用了幾個？ 8.你們的桌上有幾種顏色的積木？ 9.哪一種顏色積木最短？ 10.現在我們用白色積木來排其它顏色積木。 11.排排看，多少個白色積木和一條深綠色積木一樣長？	· 讓學生嘗試以不同顏色的積木，分別去排淺藍色紙條的長。因淺藍色紙條長 12 公分，故白色、紅色、淺綠色、粉紅色及深綠色積木，可分別排出和淺藍色紙條一樣長。	· 能分別說出用淺綠色 4 個，粉紅色 3 個，深綠色 2 個。 · 能說出 10 種。 · 能說出白色積木最短。 · 能說出 6 個白色積木。
◎仿主要問題 11，讓學生以白色積木去排紅、淺綠、粉紅、黃、深綠、黑和褐色等積木的長。		
12.一條橙色積木和幾個白色積木一樣長？排排看。 13.兩條橙色積木接起來(排成一排)和幾個白色積木一樣長？排排看。	· 請每位學生皆以白色積木排橙色積木的長。 · 如有學生未排前即說出 20 個白色積木，教師可詢問其如何得知，但仍要求其實際排排看，以	· 能說出 10 個白色積木。 · 能說出 20 個白色積木。

	驗證之。	
--	------	--

在上面的活動中，兒童透過排列積木的活動，獲得「10個積木可以排成和橘色積木一樣長」的經驗，到了下一個(第四)單元，則利用此經驗，用橘色積木來進行「又十」的數數活動，促使學童看到「十」的單位，而不是10個「一」的單位。

(二)數學與其他科的聯結

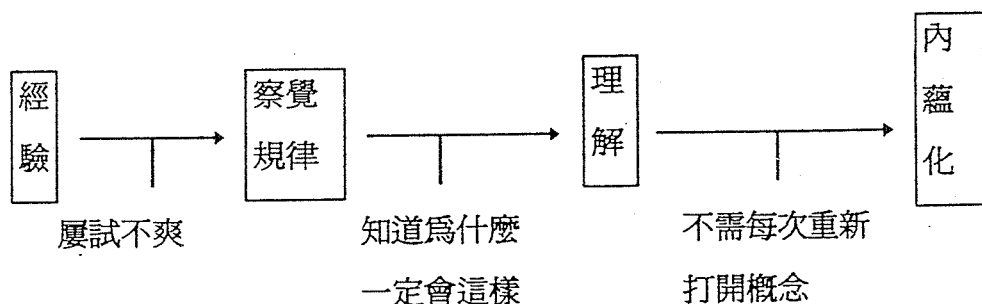
兒童初入國小時，未將他們學習分成許多不同科目，因而我們有必要根據他們對世界的整體觀，進推展並納入更多的數學知識。如二年級上學期，我們透過兒童在美勞課已有的摺紙、剪紙經驗指導他們造出對稱圖形，使之了解線對稱圖形的直觀意義。

(三)具體操作活動與抽象數學符號的聯結

在現行課程中，強調具體物操、半具體物操作及抽象符號操作的過程，希望能透過這樣的學習歷程，讓兒童了解抽象的數學符號或算式所代表的意義。在上課過程中，一邊操作具體物，一邊說明在算式上所呈現的紀錄，以幫助兒童搭建具體操作活動與抽象數學符號之間的橋樑。

參、教學方法

一、知識形成的過程



我們認為知識是由經驗開始的，經驗累積足夠多了，我們才會開始察覺到一些規律。而當我們能用非常清楚，確定能掌握的其他事實或知識來推論得到或支撐，來向自己或別人解釋這個結果或現象時，才有了理解。當我們對某個特定的知識有了初步的理解時，就可以沿著這個知識在腦海裡形成的過程來說明，來解釋這個知識。能夠理解時就可以由許多相關的知識聯結到這個知識，換句話說，

這個特定的知識開始有了不同的來源，化成許多不同的樣子來呈現，而各種的呈現方式之間的關係也很清楚，因此，我們開始可以將這個知識變形使用，而有學習轉移的效果。

二、布置合宜的解題環境

將整個教學環境視為解題環境，教師應於教學前、時考慮教學環境的設計，以增進學生主動學習的意願，化被動為主動。

- (一) 教學前分析教學目標，再設想何種活動能促成目標之達成，進一步考慮什麼問題可以引發此類的活動。
- (二) 教師提出主要待解的問題後，不限制學生採用特定的思考模式解題，以學生具備之能力為起點解決問題，擬給與學生較大的思考空間，成功的解題。
- (三) 教師宜放下身段，以欣賞、接納、客觀的態度，鼓勵學生發表意見，建立良好的教室內互動。

三、促進概念層次的提升

新課程強調學習寓於活動中；概念的建立來自經驗類型的抽取，而經驗源自於活動。因此特別重視如何讓學生經由感官活動、表徵活動到抽象運思活動，提升學生概念層次。感官活動係指在提供可供操作的具體表徵(包括具體物及圖象)下所進行的解題活動；表徵活動係指在缺乏可供操作的具體物及圖畫下，自行製作具體表徵以進行解題活動；抽象運思活動係指不需依賴外界的具體表徵，直接進行解題活動。

概念的建立植基在活動之上，透過感官活動，學生得以利用具體物表現問題的組成要素，並進一步利用它來解決問題，獲致各個解題的經驗；同時，學生在操弄的過程中，反應了對問題的瞭解、對組成要素的掌握，教師在對這些反應的瞭解中，適時給予修正、回饋、使經驗得以逐漸類化成型。

新課程並不以學生能在具體活動中成功解題為教學目的，而是以學生能透過抽象運思活動解決問題為教學的最終目的。

四、發展問題導向的教學

類型一：

新課程強調以學生的解題活動為主，解題的結果必須能與人溝通，此時教師宜提出各類問題以促使上述之達成。

類型二：

在解題的過程中，學生有其解題經驗類型，教師有責任透過提問，引導其抽取經驗類型以瞭解約定俗成的規約。

類型三：

教師為瞭解學生的解題歷程、使學生反省其解題歷程，會提出如「說說看，你剛剛是怎麼做的？」或「把你剛剛怎麼做的寫出來。」……等問題。教師可讓學生利用語或圖象、文字、符號等表徵展現其解題歷程。

五、以學生為本位教學

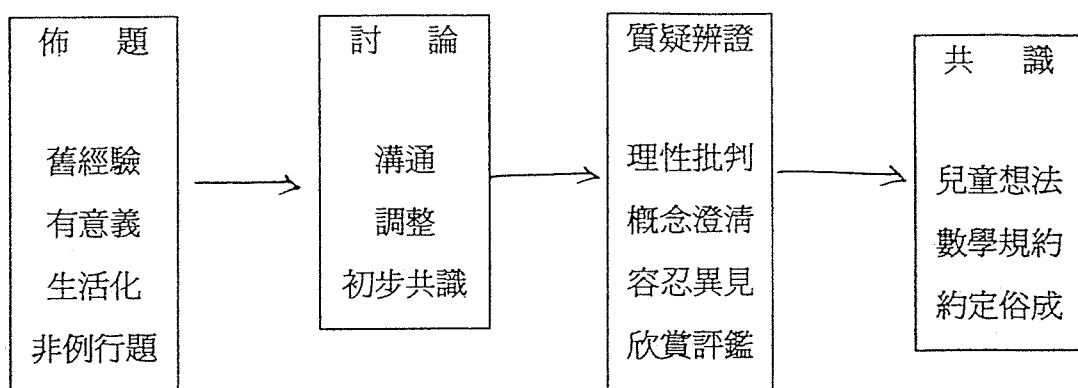
解題最著名的數學教育家波里雅(G.Polya)對數學的學習看做是一種「猜測—證明—發現」的實際活動，數學教學就是引導學生進入這項實際活動。唯有讓孩子嚐到自己發現答案的喜悅，才能真正吸引他主動投入思考的境界，為了建立孩子會主動學習和願意思考的環境，整個教學型態必須以兒童為主，教師藏身於幕後的課堂活動，把講台和黑板留給學生做為討論溝通的舞台，和解題過程的記錄板。

六、教師擔任布題者

在小學數學教師是布題者(problem-poser)而非解題者。教師在促成學生學得特定數學概念上，需得依序布下：(1)現象學問題—即此數學概念可解決的問題，促使兒童「經驗」此數學概念；(2)心理學問題—限制兒童在沒有感覺活動材料的提供下，自行提供材料(即表徵)以進行解題及記錄解題活動，進而達成「察覺」數學概念；(3)社會學問題—要求學生討論各自的解題活動記錄，藉以形成使用記錄的共識，從而使該共識成為溝通的工具；(4)人類學問題—使前述的工具與已有文化中的對應表徵相容，藉以擴充其溝通範圍(甯自強,1993c)

七、教學模式

教學模式追求的目標是有效的學習，講究數學關係性的瞭解。會主動學習，不害怕數學；具明辨能力，會做批判性思考活動；會做估算，使用工具解題。



肆、一年級數學課程分析

數學科新課程對於如何透過活動提升學生的概念層次特別加以重視，並彰顯在教材設計上。以低年級而言，在教材組織與設計上，透過活動的安排及解題環境的限制，使學生由序列性運思發展至累進性運思。此外，在教材組織與設計上安排充份的時間讓學生發展其解題活動類型，進而將活動過程符號化。

一、數與計算方面

(一)數：

◆一百以內各數的概念

◆分解與合成的活動和經驗：是利用具體物(如錢幣、花片)的操作，配合情境，提供學生體會「數是可分和可加」的活動經驗，不是只在紙上做抽象的數的分解，教材呈現的類型如下：

1.10 以內的分解和合成

如：8 可分解為 1 和 7，2 和 6 …

1 和 7 合起來是 8，2 和 6 合起來是 8 …

2.100 以內數的分解與合成

如：83 可分為 80(8 個十)和 3(3 個一) …

83 可分為 70(7 個十)和 13(13 個一) …

3.其他種類分解合成的活動和經驗

如：83 可分為 50 和 33；20 和 63 …

83 可分為 40、40 和 3；20、60 和 3 …

◆十進位和位值的認識：利用堆疊積木或捆綁吸管的活動加強之

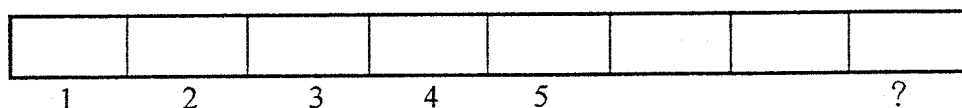
如：1. 10 個白色積木可以排成一條橘色積木，並用橘色積木和白色積木來表徵數。

2. 10 枝吸管，綁成一捆，並用幾捆和幾枝來表徵數。

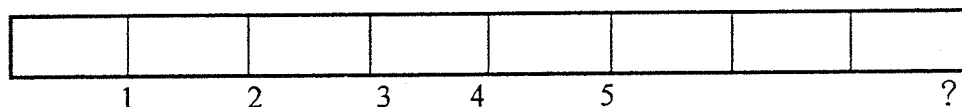
◆數線的初步概念：此時的數線概念是等分間隔，而不是點，因此有 1、2，而沒有 0，以有次序數列呈現。

如：1. 利用計數棒(積木)

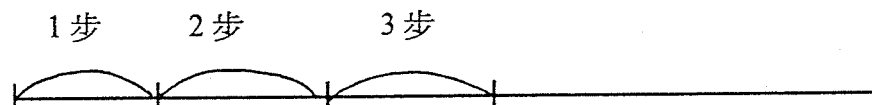
a.



b.



2. 利用圖象介紹：如步伐(鞋子)



a. 走到終點共走幾步？

b. 走到終點還要幾步？

3.



4. 透過遊戲的活動了解數線的「等距間隔」概念：

舉例活動—師生猜拳競走。

方法—師生二人猜拳，贏者走一步，先到終點者獲勝。

發展—讓學生由活動中發現教師步伐大，比較容易到達終點，不公平，因此，應規定師生每次步伐應一樣大。

5. 利用數線指導

$3+6=9$ ， $9-3=6$ ， $6+3=9$ 的關係。(透過跳格子的遊戲介紹)

(二)計算：

◆加法與減法的意義

- ◆基本加減法：指兩個一位數的加法以及減數與差都是一位數的減法。
- ◆兩步驟的加減問題：兩步驟的加減問題，強調解題方法，橫式的併式計算題不宜出現 (如 $6+4+3=(\quad)$)。學生用數學式子表達解題過程時分式 (如 $6+4=10$ $10+3=13$)、併式($6+4+3=13$)均能出現，但是老師不一定要學生一定要用一個式子表達解過程。

二、量與實測

(一)長度

- ◆長度的認識：此一階段是指透過具體的活動，使兒童能知道，例如像「長度」，到底在量「什麼」
- ◆長度的直接比較：此一階段是指使兒童經由直接比對實物的同類量後，能描述比較的結果。
- ◆使用以公分為刻度單位的工具：此一階段是指使兒童經由直接比對工具上的刻度與實物的同類量後，能讀出工具上的刻度。
- ◆長度的間接比較：此一階段是指使兒童能運用「某量的保留概念」，透過媒介物或對實物的同類量予以變形後，再加以直接比較並描述比較的結果。
- ◆長度的個別單位比較與實測：此一階段是指兒童能以一個量做為基準，去累積一個被測量的量，並用累積的次數報告測量的結果。比如說，一枝鉛筆有五個迴紋針長。

(二)時間

- ◆認識幾點鐘、幾點半
- ◆以幾點鐘、幾點半來報讀時刻
- ◆認識幾月幾日星期幾
- ◆以幾月幾日星期幾來報讀日期

由生活事件經驗時間和時刻，報讀、撥出及記錄幾點鐘、幾點半、幾點幾分的時刻，查閱日曆月曆知道幾月幾日星期幾，及一些時間的生活用語；進而分析時間的數學結構：如鐘面上的二維關係、鐘的數線結構教學、不以累進性合成的觀點報讀時刻、加強與生活聯結感覺時間流逝和時刻改變。教師認識時間是工具量後，才能提供兒童足夠的生活經驗，安排教學活動的進行，培養兒童有關時間的相對量感。

(三)貨幣

- ◆認識及使用一元、五元、十元、五十元、一百元
- ◆認識一元和五元、十元、五十元、一百元間的關係

三、圖形與空間

以觀察、複製、描繪實物形體或其表面，分辨圖形的形狀與各部分特徵為主。

(一)平面圖形

- ◆複製實物的面，分辨出類似三角形、四邊形及圓等圖形板的圖形
- ◆觀察實物與圖形，辨別直線與曲線
- ◆利用竹籤、釘板等構成簡單的平面圖形

(二)立體圖形

- ◆從實物中，分辨出類似長方體、圓柱體、球體、角錐等模型的形體，並觀察實物的面，分辨平面與非平面，進而認識三角形、四邊形與圓形

伍、總結

數學為小課程中一項重要科目，其目的在於培養國家的幼苗，使成為日後國家之棟樑，故應配合社會的需求，調整其目標；並落實以學生為本位的觀點；解題是數學學科特性。教師是「布題者」，學生才是「解題者」，教師應讓學童能有自己的想法，自行提出有效的解題活動，並鼓勵學生採用不同的策略，以解決他們認為有趣的或是教師提出的數學問題。

※參考書目：

- ◎台灣省國民學校教師研習會 (83 年)：國民小學數學新課程概說(低年級)。台灣省國民學校教師研習會
- ◎國立台北師範學院附設實驗國民小學 (84 年)：親師手冊—國小低年級數學新課程。國立台北師範學院附設實驗國民小學
- ◎教育部 (民 82 年)：國民小學課程標準。教育部
- ◎劉錫麒：數學思考教學研究。台北：師大書苑