

第二章 八十二年版部編本體積的課程設計


一. 前言

小學數學課程可能就像人類的許多複雜的制度，如政府的文官體制或應對禮儀，有組織的宗教儀式，是辨證地發展起來的。體積的量化就是以「全等正立方體做無空隙堆疊以複製「另一物體之後的計數」，雖然被早期的物理學家也兼數學家體會到，但是把這個概念落實到小學的數學教室中，就會涉及到操作、溝通和概念發展的問題。當82年公布的課程標準，註 200以一種概括的方式把長度、面積、體積、重量、容量、角度完全包括時，到底直接比較、間接比較、個別單位比較、普遍單位比較等要做到那裏，我們只能直覺地說，把每一種量都等量齊觀，硬要去做一遍比較的發展，一定有問題。82年實驗本的態度確實是把每一種比較都儘可能詳細去做了，所持的態度是，讓任教的老師決定要不要省略，或者是先實驗看看，怎樣做的效果比較好。如果全國的老師都是持著做做看，收集學習資料再與同儕交換討論的方式在教，那麼數學保證可以教得愈來愈有效率。

二. 體積的確認

這是最初步的體積概念的溝通，東西會愈積愈大，拿走愈多就愈小。爲了不與大小語詞混淆，趁此時改用「體積」做爲溝通語詞。此時體積可以和重量加以區別，也可以和面積及長度區別。但在第6冊第11單元活動5並未刻意強調它與重量以及面積與長度的差別。

三. 體積的直接比較及複製

由於兩物體只能並置比對，不能疊合，因此在第6冊第11單元活動6將兩塊等高紅蘿蔔  並置，說明把小的用黏土包裹加大，可以變得和大的形狀大小皆相同。所以得出兩塊紅蘿蔔的體積一大一小。但是紅蘿蔔的並置比對，畢竟不夠確實，而長方體的並置比對，或者更一般些，柱體的並置比


對就確實得多。在第4冊第6單元活動5，首先用不同長度的數學積木，以無空隙堆積方式複製長方體，但是未清點數量，做為第六冊第11單元活動7的準備。在第六冊第11單元活動7中，是以同大的數學積木複製長方體並點數。讀者會問，為何不要在第4冊第6單元活動5時就點數？好像也沒有不能點數的理由。有人認為：會點數不代表知道體積的意義。「知道每一個部分，不代表認識整體。」

在第4冊第6單元活動6，用8個白色積木可以堆成各種不同尺寸的長方體，如 $2 \times 2 \times 2$ ， $8 \times 1 \times 1$ ， $2 \times 4 \times 1$ 等。將此活動視為幾何的造型活動是可以的，但視為等積異形的初步概念就有點言過其實。「一個活動的意義，會因此人的認知狀態與焦點而有很大的差異。」

四. 個別單位比較

第7冊第9單元活動7，雖然活動目標寫成「利用個別單位比較的方法，比較兩立體的體積」，但實際上做的是比較兩長方體的體積。當然我們無法說實際做的與活動目標所敘寫的不符，因為如果不用長方體討論我們也不能用一般的形狀討論，頂多只能用白色積木去造一些其他形狀的立體模型，然後要學童複製後，以所用白色積木的多寡來比較大小。如果是這樣，第七冊第9單元活動7可以視為第4冊第6單元活動6的逆向，尤其如果此活動有加入點數的話。

五. 長方體的複合圖形的體積

傳統的關於這類立體的求體積問題都是以平面呈現的，例如  然後在各線段旁標上數字，並寫上單位：公尺或公分。其實，學生的困難多發生在①不知數字與分解為部分的長方體的長寬高關係。②不知如何分解。③不認識圖形與立體的關係。如果布題時以實體模型呈現，相信能成功自發解題的人會增加。

在第9冊第11單元活動5的呈現方式，則是先點出複合形體成型的方式，再要求算出體積，與傳統的布題方式有很大的差別。

六.長方體的體積公式

第8冊第8單元活動 3，先與兒童溝通，可以用長邊、寬邊和高邊的長度確實描述一個長方體至一個全等的層次。此處的長與寬並未如同64年版本採用「較長的為長邊，較短的為寬邊」的說法而改以「若一邊為長邊，則另一邊為寬邊」，理由是因日常生活對長與寬有一定的分辨，詳見本叢書的面積部分。又由於長方體不能完全避免以透視圖或視圖呈現，故第8冊第8單元活動4也與學童溝通在圖上標示邊長的方式。

第8冊第8單元活動 5要求學童根據 1立方公分積木堆成的長方體視圖實際堆出長方體，並由學童回溯堆疊方式，以一層幾個，有幾層的思考，用乘法算出答案。這種由視圖點數小正方體個數的題目，從第五冊到第八冊的習作乙本中，就曾經不斷出現過，因此是容易的。緊接著在第8單元活動6就以一立方公分積木累積複製給定長方體的方式，算出給定長方體的體積。

第9冊第3單元活動4與第8冊第8單元活動6的差別在於前者要求學童記錄堆疊一立方公分正方體之痕跡於給定的長方體之表面，而後者並不要求。其實，作者以為只要學童能夠把空想的歷程說出來，紀錄痕跡並非必要。第 9冊第3單元活動5更進一步向傳統的布題方式靠攏，這個道理本節一開始即有說明。但如果說要記錄堆疊痕跡，我覺得還是說出歷程比較重要。亦即說出「長邊 1公分，所以長邊的方向可以排 l 個一立方公分積木，寬邊 m 公分，所以可以排出 m 排，一排 l 個積木……」。

第9冊第11單元活動4僅是把單位改成公尺，另外教室的體積應該說成教室的容積，或教室空間的大小。

第12冊第 3單元活動3及活動4把長 \times 寬 \times 高的公式推廣到分數與小數邊長。由此可見本課程不像64年版本把此項推廣視為理所當然。

此二活動可以有兩種發展方式，一種用分割份數，一種則用分數倍的概念。講面積時，兩種方式皆可，講體積時，分割份數的方式受限於圖形呈現時的複雜化，仍以分數倍概念呈現為妥。

七.二階單位化聚

第10冊第11單元活動4及5，先將堆疊累積用乘法求出個數，得出1立方公尺與1立方公分的關係，再利用此關係做簡單的整數化聚，即 m 立方公尺 = m 百萬立方公分。

本課程未處理如 2.65 立方公尺 = 2650000 立方公分的問題。