

第二部份

比及正反比例教材活動內容說明

第壹章

對等問題(一)：整數比或分數比的整數倍轉換

表五：整數比或分數比的整數倍轉換

活動序號	國立編譯館八十二年版活動目標	備註
09-09-12	解決一對多的交換問題，並記錄其解題過程與結果。題型為：在 $a=1$ 的 $a:b=c:d$ 的問題中， a 、 b 、 c 或 d 未知，其他各項均為整數。例如， $1:4 = 6:x$, $1:9=x:27$, $1:x=4:20$, $x:3=5:15$ ，求 x ？	整數比 整數倍轉換 正向、逆溯
09-10-16	解決二對多的交換問題，並記錄其解題過程與結果。題型為：在 $a:b=c:d$ 中， d 未知， $a=2$ ，其他各項均為整數，且 $c=na$ 或 $b=na$ ， $1 < n \leq 10$ ， n 為整數。例如， $2:3=8:x$, $2:12=5:x$ ，求 x ？	整數比 整數倍轉換 正向
09-12-13	解決多對多的交換問題，並記錄其解題過程與結果。題型為：在 $a:b=c:d$ 中， d 未知，各項均為整數， $a \geq 3$ ，且 $c=na$ 或 $b=na$ ， $1 < n \leq 10$ ， n 為整數。例如， $3:7=15:x$, $5:10=7:x$ ，求 x ？	整數比 整數倍轉換 正向
09-14-01	在線性連續量的情境下，作圖表現「關係為整數倍」的兩個數量。	線段圖
09-14-02	先用線段表現兩個離散量，再進行線段的合成（分解）活動，並討論合成（分解）後的線段，在離散量情境下的意義。	線段圖
09-14-03	在離散量的情境下，用線段圖表現「關係為整數倍」的兩個數量。	線段圖
09-14-06	解決二對多的交換問題，並記錄其解題過程與結果。題型為：在 $a:b=c:d$ 中， c 未知， $a=2$ ，其他各項均為整數，且 $c=na$ 或 $b=na$ ， $1 < n \leq 10$ ， n 為整數。例如， $2:5=x:15$, $2:8=x:20$ ，求 x ？	整數比 整數倍轉換 正向
09-16-07	解決多對多的交換問題，並記錄其解題過程與結果。題型為：在 $a:b=c:d$ 中， c 未知，各項均為整數， $a \geq 3$ ，且 $c=na$ 或 $b=na$ ， $1 < n \leq 10$ ， n 為整數。例如， $4:5=x:15$, $3:18=x:24$ ，求 x ？	整數比 整數倍轉換 正向
10-01-07	解決二對多的交換問題，並記錄其解題過程與結果。題型為：在 $a:b=c:d$ 中， b 未知， $a=2$ ，其他各項均為整數，且 $c=na$ 或 $b=na$ ， $1 < n \leq 10$ ， n 為整數。例如， $2:x=6:15$, $2:x=7:70$ ，求 x ？	整數比 整數倍轉換 逆溯
10-01-08	解決多對多的交換問題，並記錄其解題過程與結果。題型為：在 $a:b=c:d$ 中， b 未知，各項均為整數， $a \geq 3$ ，且 $c=na$ 或 $b=na$ ， $1 < n \leq 10$ ， n 為整數。例如， $4:x=8:18$, $5:x=7:91$ ，求 x ？	整數比 整數倍轉換 逆溯
10-02-08	解決二對多的交換問題，並記錄其解題過程與結果。題型為：在 $a:b=c:d$ 中， a 未知， $a=2$ ，其他各項均為整數，且 $c=na$ 或 $b=na$ ， $1 < n \leq 10$ ， n 為整數。例如， $x:7=6:21$, $x:18=5:45$ ，求 x ？	整數比 整數倍轉換 逆溯
10-02-09	解決多對多的交換問題，並記錄其解題過程與結果。題型為：在 $a:b=c:d$ 中， a 未知，各項均為整數， $a \geq 3$ ，且 $c=na$ 或 $b=na$ ， $1 < n \leq 10$ ， n 為整數。例如， $x:7=18:42$, $x:8=5:10$ ，求 x ？	整數比 整數倍轉換 逆溯
10-06-07	(1)用「:」的符號，記錄兩個數量的對等關係。(2)給定一個比，解決「列出可能的相等的比」的問題。(3)認識「最簡單整數比」的意義。	對等問題的紀錄（整數）
10-10-07	(1)解決單位分數、真分數、帶（假）分數對1的對等問題，並記錄其解題過程。題型—在 $a:b=c:d$ 中， a 、 c 或 d 未知， $b=1$ ， d 為整數， a 、 c 為同分母分數。例如， $\frac{3}{5}:1=x:6$, $\frac{9}{7}:1=\frac{36}{7}:x$, $x:1=5\frac{1}{4}:3$ ，求 x ？ (2)解決1對單位分數、真分數、帶（假）分數的對等問題，並記錄其解題過程。題型—在 $a:b=c:d$ 中， b 、 c 或 d 未知， $a=1$ ， c 為整數， b 、 d 為同分母分數。例如， $1:x=5:\frac{5}{4}$, $1:\frac{3}{10}=x:\frac{21}{10}$ ，求 x ？	分數比 整數倍轉換 正向、逆溯

10-10-08	(1) 解決單位分數、真分數、帶(假)分數對整數的對等問題，並記錄其解題過程。題型－在 $a:b=c:d$ 中，c或d未知，b、d均為整數，a、c為同分母分數，且 $d=nb$ ， $1 < n \leq 10$ ，n為整數。例如， $\frac{4}{9}:3=\frac{20}{9}:x$ ， $1\frac{13}{21}:6=x:24$ ，求x？ (2) 解決整數對單位分數、真分數、帶(假)分數的對等問題，並記錄其解題過程。題型－在 $a:b=c:d$ 中，c或d未知，a、c均為整數，b、d為同分母分數，且 $c=na$ ， $1 < n \leq 10$ ，n為整數。例如， $2:\frac{1}{3}=8:x$ ，求x？	分數比 整數倍轉換 正向、逆溯
10-10-09	(1) 由對等問題的解題結果，確定單位分數、真分數、帶(假)分數對多的對等關係，並用「:」的符號加以記錄。 (2) 給定兩個比(單位分數、真分數、帶分數或假分數對多)，透過比較活動，解決其是否相等的問題，並加以記錄。	對等問題的紀錄 (分數)
10-12-01	在線性連續量的情境下，用線段圖表現「關係為整數比」的兩個數量。	比較活動
10-12-02	在線性連續量的情境下，用等比例的線段圖表現「關係為整數比」的兩個數量。	線段圖
10-12-03	透過等比例圖示兩量的關係，解決兩個可共測量的倍數關係問題。 (題型如： $7:2=1:x$ 或 $3:5=1:x$ ，求x)	線段圖
11-03-01	透過等比例的圖示兩量的關係，察覺兩異分母分數的公共單位分數的分母是兩異分母分數的分母的公倍數。	線段圖
11-08-06	(1) 解決分數對整數的對等問題，並記錄其解題過程與結果。題型為：在 $a:b=c:d$ 中，a或b未知，b、d均為整數，a、c為同分母分數，且 $d=nb$ ， $1 < n \leq 10$ ，n為整數。例如， $x:3=\frac{7}{3}:21$ ， $\frac{7}{4}:x=\frac{21}{24}:15$ ，求x？ (2) 解決整數對分數的對等問題，並記錄其解題過程與結果。題型為：在 $a:b=c:d$ 中，a或b未知，a、c均為整數，b、d為同分母分數，且 $c=na$ ， $1 < n \leq 10$ ，n為整數。例如， $14:x=42:\frac{21}{24}$ ， $x:\frac{5}{6}=10:4\frac{1}{6}$ ，求x？	分數比 整數倍轉換 逆溯

註：1. 本表中的活動與九年一貫數學領域相關之能力指標為：

A-2-3 能透過具體觀察及探索，察覺簡易數量模式，並能描述模式的一些特性。

N-3-15能在情境中理解比、比例(包括正比例和反比例)、比值、率(百分率和ppm)的意義。

2. 本表活動目標係以「冊-單元-活動」標示，即「9-7-2」表示82年版部編本第九冊第7單元活動示例2，本書中以下各表亦同。

一、一對多的交換問題

活動示例9-9-12探討一對多的交換問題，協助學童理解題意，發展有效的解題活動，做為以後討論比的問題的基礎。教師宜注意：除了活動示例9-9-12的一對多交換問題進行正向與逆溯活動外，在第九冊其他單元的對等問題活動(包括活動示例9-10-16、9-12-13、9-14-3、9-14-6及9-16-7)都只

進行交換問題中數值範爲整數對整數之正向活動的解題。

一對多的交換問題依其未知數（ x ）位置的不同，可以區分爲下列四類：
(1) $1:b=c:x$ ，(2) $1:b=x:d$ ；(3) $1:x=c:d$ ；(4) $x:b=c:d$ 。其中第一類一對多交換問題相當容易，學童用累加或乘法即可解題，而且在文字題的語意描述和乘法問題相差不多，故將此類問題直接放入習作裡，不刻意在課堂教學活動中進行。

在活動示例9-9-12中，進行第二、三、四類的一對多的交換問題。對於活動示例中的問題，學童可以透過圖象表徵來理解題意，對於學童的解題策略並不加以限制。對第二類的問題（例如：「1個蘋果賣9元，買多少個蘋果需付27元？」），學童可以將其視爲乘數未知的問題，進行解題；對於第三類的問題（例如：「1個蘋果賣多少元，買3個蘋果要付27元？」），學童可以將其視爲被乘數未知問題；第四類問題（例如「盈盈買蘋果花了9元，已知老闆3個蘋果賣27元，問盈盈買了幾個蘋果？」），學童可以依據「3個蘋果賣27元」的描述，將其視爲被乘數未知問題，當然解出一個蘋果9元時，不需再運算已知盈盈買了一個。

二、二對多的交換問題之一

如活動示例9-9-12中一對多的交換問題的描述，二對多的交換問題是指這樣的問題：「2袋米可以換5公斤豬肉，阿布有6袋米，可以換幾公斤豬肉？」，其中前比例項（問題中先說的部份）的「比」是2比5，所以稱此類問題爲二對多。同樣地，二對多的交換問題依其未知數量的位置，可以區分爲下列四類：(1) $2:b=c:x$ ；(2) $2:b=x:d$ ；(3) $2:x=c:d$ ；(4) $x:b=c:d$ 。第(1)、(2)類是正向活動的對等問題，活動示例9-10-16先引入第(1)類的問題，在活動示例9-14-6將引入第(2)類的二對多交換問題。第(3)、(4)類是逆溯活動的對等問題，由概念發展的觀點來看，逆溯活動的能力發展於正向活動之後，須先累積正向活動的經驗，對正向活動已有預期時，才有可能發展逆溯活動（參閱前面第一部份之第二章第二節），故後兩類活動建議隔一學

期（五年級下學期，即第十冊）才引入。

部分一全體運思學童，尚無法掌握數概念的乘法性結構，亦即無法將一個異於「壹」的集聚單位，視為另一集聚單位的元素，或無法掌握乘、除互為逆運算的概念，因為對「二」的經驗特殊，學童較早掌握二個一數，或分為一半的活動，本課程小組特別引入二對多交換問題，做為探討多對多交換問題的前置經驗。

在活動示例 9-10-16 中，進行「 $2:b=c:x$ 」這類二對多交換問題，但由於學童此時尚無足夠的分數或小數經驗來解題，故限制 b 是偶數或 c 是偶數。這一類的問題，由於 2 與 b 互質與否，影響解題難易及解題策略，所以又把它分為下列甲、乙兩種類型：（一）甲類：b 為偶數，例如「 $2:8=7:x$ 」，其文字題如「菜市場 2 根玉米賣 8 元，媽媽買了 7 根玉米，應付多少元？」。（二）乙類：b 為奇數但 c 是偶數。如「 $2:5=6:x$ 」，其文字題如「2 袋米可以換 5 公斤豬肉，阿布有 6 袋米，可以換幾公斤豬肉？」。

當面臨上述甲類問題時，由於其中的 b 正好為偶數，學童可以用被乘數未知問題的觀點，或將 2 根玉米分為一半的觀點，求取玉米的單價（一根玉米多少錢？），再繼續求取 7 根玉米的價錢；當面臨上述乙類問題時，由於其中的 b 正好為奇數，在尚缺少適當的分數或小數經驗前，較不易進行單價的探討，但是學童可以進行逐次交換的活動，重複製作前比例項中的兩量，例如：2 袋米換 5 公斤米，再來 2 袋米共換 10 公斤米，…，以完成 6 袋米可換 15 公斤米的解題，進一步地，可以考慮 2 袋米要換 3 次才能換完 6 袋米，5 公斤米換了 3 次是 15 公斤，不論使用何種策略，都可能要採用多個步驟，才能解題，其難度高於一對多交換問題。教師宜注意，此時尚不宣布「 $2:b=c:x$ 」中 b、c 兩者皆為奇數的問題，學童此時尚無足夠的分數或小數經驗來解題。

教師宜注意：活動示例 9-10-16 為比例概念學習的前置經驗，教師在教學時，請勿引入「比」的專有名詞或符號；另外由於學童尚缺乏適當的分數及小數經驗，故暫時不要將最後結果（答案）為分數或小數的對等問題；及當學童的解題過程中出現分數時，宜採淡化原則，請學童說明其解法，但不

強求其他學童模倣。

三、多對多的交換問題之一

延續活動示例9-10-16對等問題的解題活動，在活動示例9-12-13中，透過多對多的交換問題，其題型如「 $a:b=c:x$ 」，在四項皆為整數的情境下，幫助學童經驗對等問題的解題活動，以為嗣後比例概念的發展鋪路。在活動示例中仍限制(1)b是a的整數倍；或(2)c是a的整數倍。教師宜注意：由於學童此時尚無足夠的分數或小數經驗來解題，對於不符合(1)、(2)限制的對等問題，仍不宣布題。

活動示例 9-12-13 中進行「 $a:b=c:x$ 」類型的多對多交換問題，其題型如「 $5:8=30:x$ 」或「 $5:30=8:x$ 」，後者b為a的整數倍，學童可用單價策略，透過被乘數未知問題的觀點，把 5 對 30 轉換成 1 對 6 後再進行解題。前者雖然a與b互質，但由於c是a的整數倍，故可用重複累積或倍的策略解題，例如「超市 5 個李子賣 8 元，媽媽買了 30 個李子，應該付多少元？」，學童可能的想法為：（甲）重複累積策略：5 個李子需 8 元，再 5 個李子共需 $8 + 8 = 16$ 元，再 10 個李子共需 $16 + 16 = 32$ 元，再 10 個共 30 個李子需 $32 + 16 = 48$ 元。（乙）倍的策略：30 個李子是 5 個李子的 6 倍（可以是乘數未知問題的觀點），所以應該付的錢是 8 元的 6 倍。

教師宜注意：活動示例 9-12-13 為比例概念學習的前置經驗，教師在教學時，請勿引入「比」的專有名詞或符號；另外由於學童尚缺乏適當的分數及小數經驗，故暫時不要布最後結果（答案）為分數或小數的對等問題；及當學童的解題過程中出現分數時，宜採淡化原則，請學童說明其解法，但不強求其他學童模倣。

四、作線段圖

本課程小組建議自五年級上學期（活動示例9-14-1）起開始進行一些作「成比例線段圖」的活動，在五年級下學期（活動示例10-12-01）還會進行

相關作線段圖的活動，其目標在於建立學童作線段圖的能力，使線段圖成為數學問題的解題工具。

製作成比例的線段圖，對學童而言，需要透過活動的討論與澄清始能做到，在圖中，各線段的長度在必須符合原問題中的數量關係的要求下，將要表徵的兩對等數量關係具體化，對於在分數量感上陌生的學童而言，尤其有重要的幫助。

活動示例9-14-1是在線性連續量的情境下進行活動，例如「1條藍線和4條等長的紅線接起來一樣長，用上下併排的方式，把藍線和紅線畫出來」，使學童較容易運用長度的合成或比較活動的經驗，來完成題意的要求。活動示例中建議使用較簡單的整數倍，以降低操作的難度。活動示例9-14-1主要是與學童溝通：如何用線段圖來表現長度量的關係為整數倍的兩個數量。作圖時應強調三個原則：（1）必須標示線段所代表的意義（每一段線段分別代表什麼）；（2）線段的長度須符合成比例的原則（每個表現單位量的線段長度要等長）；（3）必須圖示兩線段的關係為整數倍（滿足問題倍數關係）。在活動進行中教師宜不斷地與學童溝通這些原則。

在活動示例9-14-1中，有兩個重要的建議：第一：作線段圖是將對文字敘述的理解，用圖像再呈現出來，所以建議教師先協助學童產生心像，例如：「閉著眼睛想想看，有兩條線，一條是紅線，另一條是藍線，而且 1條藍線和 4條等長的紅線接起來一樣長」，當能產生心像，再把心像實際地畫下來，是一件比較容易的事；第二：在成比例的作圖要求下，以重複較短的線段（例如：紅線）來作較長的線段（例如：藍線），是比較容易操作的狀況，而由較長的線段透過等分割來製作較短的線段，在操作上是相當困難的事，所以本課程小組建議在有些作圖的經驗後，宜與學童討論作圖的策略，幫助學童察覺由較短的線段開始畫比較容易。

活動示例9-14-1的基本活動流程是：（1）先進行用線段表現兩個離散量的活動；（2）再進行兩線段的合成（或分解）活動；（3）最後再討論合成（或分解）後的線段，在離散量情境下的意義。這樣進行活動的主要目的是：聯

絡兩個不同表徵系統（符號與圖象）間運作的意義，也就是探討離散量的合成（分解）活動與線段的合成活動間的協同關係。

由於離散量與連續量間有明顯的差異性，一般而言，學童並不會主動地使用線段圖來表徵離散量，為了讓學童明白離散量亦可使用線段圖的方式來表徵，活動示例9-14-2在第一次布題討論「3個蘋果和5個蘋果合起來」的合成問題時，就直接要求「用1公分長的線段來代表1顆蘋果」，由於學童已充分掌握了這種小數量的合成問題，本課程小組希望在這樣的問題情境下，學童能透過線段圖的操作，來重新描述解題過程與結果。故而本課程小組建議教師要求學童先分別作出兩數量的線段圖後，再進行操作兩線段的合成（或分解）活動，最後再討論合成後的線段圖所代表離散量的意義。

當活動示例9-14-2中離散量的數量變大時，再使用1公分來代表1個離散量單位，將會造成運作上的困難，因為會使所畫的線段圖太長，故而必須使用1公分代表某一個更大的量才行，活動示例希望教師在布題時就直接建議學童使用1公分來代表一個較大的數量，例如建議「1公分代表10顆糖」。但是活動示例9-14-3進行離散量的整數倍作圖時，就要求學童先自行決定用1公分來代表幾個離散量後再作圖。活動示例9-14-3是前兩個活動示例中所進行作圖活動的結合，學童應該不會有太多的困難。

五、二對多的交換問題之二

延續活動示例9-10-16對等問題的解題活動，在活動示例 9-14-6 中，透過二對多的交換問題，其題型如「 $2:b = x:d$ 」，在四項皆為整數的情境下，幫助學童經驗對等問題的解題活動，以為嗣後比例概念的發展鋪路。在活動示例中仍限制在(1)b是偶數；或(2)當b是奇數時，d必須是b的整數倍。教師宜注意：由於學童此時尚無足夠的分數或小數經驗來解題，對於不符合(1)或(2)限制的對等問題，在五年級上學期（第九冊）仍不宣布題。

活動示例9-14-6中進行「 $2:b = x:d$ 」類型的二對多交換問題，其題型如「 $2:3 = x:12$ 」或「 $2:8 = x:28$ 」，後者 b是偶數，學童可用單價策略，透過

被乘數未知問題的觀點，把2對8轉換成1對4後再進行解題。前者雖然2與3互質，但由於12是3的整數倍，故可用重複累積或倍的策略解題，例如「2袋米可以換3隻雞，小風拿多少袋米可以換回12隻雞？」，學童可能的想法為：
(甲) 重複累積策略：2袋米換了3隻雞，再拿2袋米共 $2+2=4$ 袋米，可以換回 $3+3=6$ 隻雞，再拿4袋米共 $4+4=8$ 袋米，就可以換回 $6+6=12$ 隻雞。
(乙) 倍的策略：12隻雞是3隻雞的4倍（可以是乘數未知問題的觀點），所以小風應拿2袋的4倍的米。

教師宜注意：活動示例9-14-6為比例概念學習的前置經驗，教師在教學時，請勿引入「比」的專有名詞或符號；另外由於學童尚缺乏適當的分數及小數經驗，故暫時不要布最後結果（答案）為分數或小數的對等問題；及當學童的解題過程中出現分數時，宜採淡化原則，請學童說明其解法，但不強求其他學童模倣。

六、多對多的交換問題之二

延續活動示例9-9-12、9-10-16、9-12-13及9-14-6對等問題的解題活動，在活動示例9-16-7中，透過多對多的交換問題，其題型如「 $a:b=x:d$ 」，在四項皆為整數的情境下（ a 、 b 及 d 表已知， x 表未知），幫助學童經驗對等問題的解題活動，以為嗣後比例概念的發展鋪路。在活動示例中仍限制(1) b 是 a 的整數倍；或(2) a 、 b 是在 $3 \sim 10$ 之間且互質， d 是 b 的整數倍。教師宜注意：由於學童此時尚無足夠的分數或小數經驗來解題，對於不符合(1)或(2)限制的對等問題，仍不宜布題。

活動示例9-16-7中進行「 $a:b=c:x$ 」類型的多對多交換問題，其題型如「 $3:8=x:32$ 」或「 $4:8=x:10$ 」，後者 b 為 a 的整數倍，學童可用單價策略，透過被乘數未知問題的觀點，把4對8轉換成1對2後再進行解題。前者雖然 a 與 b 互質，但由於 d 是 b 的整數倍，故可用重複累積或倍的策略解題（參見前面二對多之交換問題之一的說明）。

教師宜注意：活動示例9-16-7為比例概念學習的前置經驗，教師在教學

時，請勿引入「比」的專有名詞或符號；另外由於學童尚缺乏適當的分數及小數經驗，故暫時不要布最後結果（答案）為分數或小數的對等問題；及當學童的解題過程中出現分數時，宜採淡化原則，請學童說明其解法，但不強求其他學童模倣。

七、交換問題（二對多及多對多中之逆溯活動）

活動示例10-1-7及10-1-8選用前比例項為整數對整數的交換問題來做為比例概念學習的前置經驗。教師宜注意：在教學時勿引入「比」、「比例」或「比值」的專有名詞或記號。教師亦宜注意：教師手冊中雖然常以比的方式，來描述交換問題的類型，但是與學童討論交換問題時，宜暫時以單位量轉換的觀點來進行。

二對多的交換問題依其未知數量的位置，可以區分為下列四類：(1) $2:b = c:x$ ；(2) $2:b = x:d$ ；(3) $2:x = c:d$ ；(4) $x:b = c:d$ 。第(1)、(2)類是正向活動的對等問題，在活動示例9-10-16已先引入第(1)類的問題，在活動示例9-14-6第又引入第(2)類的二對多交換問題。第(3)、(4)類是逆溯活動的對等問題，由比例概念發展的觀點來看，逆溯活動的能力發展於正向活動之後，須先累積正向活動的經驗，對正向活動已有預期時，才有可能發展逆溯活動，故後兩類活動於活動示例10-1-7及10-2-8（五年級下學期）才引入。

以對等問題的語意來看，在解決正向的對等問題時，如果(1)後比例項為前比例項的整數倍時，最初的想法是將前比例項中的兩數量使用合成活動（同時累加若干次）並與後比例項比較而得到答案；(2)後比例項為前比例項的單位分數倍時，透過將前比例項中的兩數量進行等分割活動（等分成若干份）並與後比例項比較而得到答案；(3)後比例項為前比例項的真分數倍時，透過將前比例項中的兩數量進行等分割活動再合成其中的數份，並與後比例項比較而得到答案；(4)後比例項為前比例項的帶分數倍時，透過將前比例項進行合成活動（累加若干次，與後比例項比較，以不超過為原則）、再把前比例項進行等分割活動再合成其中的數份，並與後比例項比較而得到

答案。

在解決逆溯的對等問題（前比例項中有一未知數量）時，學童採用（1）由前比例項往後推衍：把前比例項中已知的數量透過上段的合成及等分割活動，以達到後比例項，再反推求前比例項中的未知數量；（2）由後比例項往前推衍：把後比例項中的兩數量透過上段的合成及等分割活動，以達到前比例項而求得解答。

事實上學童使用的倍的解題策略即是上述由前（或後）比例項透過合成及等分割活動，以達到後（或前）比例項而求得答案的方法。另外，由於一般人的思考習慣傾向於單價法：先尋找已知比例項（前或後）的單價，再由單價求得未知數量。是故本課程小組並列此兩種解題策略為學童可能的解題策略，並說明於各活動示例的說明中。

活動示例10-1-7進行「 $2:x = c:d$ 」類型的二對多交換問題之解題活動，但由於學童此時尚無足夠的分數或小數的乘除法經驗，故仍限制x是偶數或c是偶數。當x是偶數時，d必是c的整數倍，例如「2個麵包賣幾元時，7個麵包才會賣70元？」，學童的解題策略可能為：（甲）單價策略：7個賣70元，1個賣10元，所以2個賣20元，並用算式把解題過程記錄為 $70 \div 7 = 10$ ， $10 \times 2 = 20$ ；（乙）倍的策略：當學童能預測前比例項的兩數量分別和後比例項的兩數量有相同的倍數關係時，就可以想成，7個是2個的 $3\frac{1}{2}$ 倍，那多少元的 $3\frac{1}{2}$ 倍是70元呢？進一步地使用被乘數未知問題的解題經驗來解題（預定是六年級上學期的學習內容）。由於目前大部份學童可能無法掌握分數乘除法問題，如果學童使用（乙）策略解題，教師宜採淡化處理的原則，請學童說明其解題活動與理由，但不宜要求其他學童模仿。

當c是偶數時，d必是x的整數倍，例如「小雙上午拿2張榮譽卡去換了一些鉛筆，同樣換法，下午拿6張榮譽卡去換了15枝鉛筆。問小雙上午換了幾枝鉛筆？」，學童的解題策略可能為：（甲）單價策略：6張換了15枝，那相當於1張可以換 $2\frac{1}{2}$ 枝，所以2張應是換了5枝，並用算式把解題過程記錄為 $15 \div 6 = 2\frac{1}{2}$ ， $2\frac{1}{2} \times 2 = 5$ 。由於此種解題策略學童必須使用「整數除以整數

、結果爲分數」的等分除問題的解題經驗，及分數的整數倍問題的解題經驗（五年級上學期），本課程小組預期學童尙未熟悉，若學童出現這樣的解法，教師宜採淡化處理的原則，請學童說明其解題活動與理由，但不宜要求其他學童模仿。（乙）倍的策略：學童透過「累加2張幾次達到6張」或「2張的幾倍是6張」而求出3倍，那多少枝的3倍是15枝呢？由此算出答案是5枝，並用算式把解題過程記錄爲 $6 \div 2 = 3$ ， $(\quad) \times 3 = 15$ 。

活動示例10-1-8進行「 $a:x=c:d$ 」類型的多對多交換問題之解題活動，但由於學童此時尙無足夠的分數或小數的乘除法經驗，故仍限制x是a的倍數或c是a的倍數。當x是a的倍數時，d必是c的整數倍，例如「水龍頭 5分鐘流出幾公升水時，7分鐘才會流出91公升的水？」。當c是a的倍數時，d必是x的整數倍，例如「4個大杯子和幾個小杯子裝的水一樣多時，8個大杯子和18個小杯子裝的水才會一樣多？」。學童的解題策略與活動示例10-1-7的問題相似可能爲：（甲）單價策略；（乙）倍的策略，教師可參考82年版部編本第十冊教學指引之第一單元內表8-1及表8-2。

活動示例10-2-8進行「二對多的交換問題中依其未知數量的位置所區分爲四類之最後一類，型如：『 $x:b=c:d$ 』的逆溯的對等問題」的解題活動，其中未知數量x是2，即問題的答案是2。由於學童此時仍無足夠的分數或小數的乘除法經驗，故教師布題時宜限制在前後比例項皆爲整數範圍內，並且b是偶數或c是偶數的條件下。當b是偶數時，d必是c的整數倍，例如「幾瓶膠水賣18元時，5瓶膠水才會賣45元？」，學童的解題策略（參見部編本教學指引第十冊第二單元表9-2）可能爲：（甲）單價策略：5瓶需付45元，所以1瓶是9元，2瓶是18元，並用算式把解題過程記錄爲 $45 \div 5 = 9$ ， $9 \times 2 = 18$ （或 $18 \div 9 = 2$ ）；（乙）倍的策略：當學童能預測前比例項的兩數量分別和後比例項的兩數量有相同的倍數關係時，就可以想成，45元是18元的 $2\frac{1}{2}$ 倍，那多少瓶的 $2\frac{1}{2}$ 倍是5瓶呢？進一步地使用被乘數未知問題的解題經驗來解題（預定六年級上學期的學習內容）。由於目前大部份學童可能無法掌握分數乘除法問題，如果學童使用（乙）策略解題，教師宜採淡化處理的原則，請

學童說明其解題活動與理由，但不宜要求其他學童模仿。

活動示例10-2-8的另一種類型的問題是當c是偶數時，d必是b的整數倍，例如「幾盒冰淇淋和7瓶果汁的價錢一樣多時，6盒冰淇淋和21瓶果汁的價錢才會一樣多？」，學童的解題策略（參見參見部編本教學指引第十冊第二單元表9-1）可能為：（甲）單價策略：6盒和21瓶的價錢一樣多，所以1盒和 $3\frac{1}{2}$ 瓶的價錢一樣多，2盒和7瓶的價錢一樣多，並用算式把解題過程記錄為 $21 \div 6 = 3\frac{1}{2}$ ， $3\frac{1}{2} \times 2 = 7$ （或 $7 \div 3\frac{1}{2} = 2$ ）；（乙）倍的策略：當學童能預測前比例項的兩數量分別和後比例項的兩數量有相同的倍數關係時，就可以想成，21瓶是7瓶的3倍，那多少盒的3倍是6盒呢？並用算式把解題過程記錄為 $21 \div 7 = 3$ ， $() \times 3 = 6$ （或 $6 \div 3 = 2$ ）。由於目前大部份學童可能無法掌握分數乘除法問題，如果學童使用（甲）策略解題，教師宜採淡化處理的原則，請學童說明其解題活動與理由，但不宜要求其他學童模仿。

活動示例10-2-9進行「多對多的交換問題中依其未知數量的位置所區分為四類（參見第一部份之第二章第二節）之最後一類，型如：『 $x:b=c:d$ 』的逆溯的對等問題」的解題活動。由於學童此時仍無足夠的分數或小數的乘除法經驗，故教師布題時宜限制在前後比例項皆為整數範圍內，並且b是x的整數倍或c是x的整數倍的條件下。學童的解題策略與活動示例8的問題相似可能為：（甲）單價策略；（乙）倍的策略，教師可參考82年版部編本教學指引第十冊第二單元表9-1及表9-2。

八、比的描述與比較

本課程小組認為對等關係（或稱為配對關係、對應關係）是指兩數量A、B之間，由於某種原因，而產生一種配對關係，就稱此兩數量A與B具有對等關係。在數學上有人用有序數對(A,B)來表示，也有人用「比」的符號「A:B」來表示。例如張三的鐵線是10公尺長重10公斤，李四的鐵線是20公尺長重18公斤，而王五的鐵線是15公尺重16公斤，…。上述各個例子的描述，皆產生一個對等關係，10公尺對10公斤，20公尺對18公斤，15公尺對16公斤

，…。本課程小組建議採用「比」的符號「：」，來記錄這些對等關係，如記成「10：10」、「20：18」及「15：16」等等。

活動示例10-6-7是一個引入「比」的記錄符號的「命名活動」。活動示例的前段中，在各種類型的對等關係情境中，例如交換的對等關係「小明拿5部玩具車在跳蚤市場換了2個布偶」等等，先開放給學童，自由選取符號來記錄兩數量5部玩具車與2個布偶的配對關係，再形成使用比的符號「5：2」來記錄此對等關係的共識。

在數學上常先將『比』數值化（即比值，可以有不同的方式），並做為「比」的大小或相等的比較活動的依據。64年版課程即是這樣處理：先定義一個「比（例如 A:B）」的前項A除以後項B，即 $\frac{A}{B}$ 為比值，再由比值是否相等來做為比是否相等的依據。本課程認為：先將『比』數值化勢必得直接定義，一方面過於抽象，另一方面比值的意義沒有突顯，當學童日後用比值來學習進一步的數學教材時，預期會有較多的困難。

對於大多數數學上及64年版課程的比值定義：前項A除以後項B或 $\frac{A}{B}$ ，其意義應是每一單位的B對應（配對、包含、…） $\frac{A}{B}$ 個單位的A，例如王五的鐵線是15公尺重16公斤，其比是 15:16，而其比值 $\frac{15}{16}$ 應是鐵線每一公斤的長度是 $\frac{15}{16}$ 公尺。依此意義，本課程小組透過下列流程引入比的相等與否及比值的認識：(1)先在量情境中，形成用符號 A:B來記錄一個對等關係的共識，(2)繼續在不同的量情境中（例如交換、組合、母子、密度等對等關係），同時例舉多個同類而不同的數量的對等關係（例如交換類型的對等關係：「小明、小華和小玉都拿舊小汽車到跳蚤市場換布偶，小明5部換到2個布偶，小華7部換到3個布偶，小玉14部換到6個布偶，三人換東西的方式相同嗎？」），考慮它們是否有相同的對應、配對、包含、組合或密度，以決定兩個比是否相等，並形成記錄共識；(3)透過對等問題的解題活動經驗，在量的情境中，進行已知一對等關係（比），例如 「2:3」，求另一對等關係（比），但其後項必須為1，而所求得的比之前項（ $\frac{2}{3}$ ）稱為原對等關係（比）的比值（活動示例11-8-5）。

在活動示例10-6-7中只進行兩個對等關係是「等價」或「不等價」的判斷。由於之前的活動尚未給予「比」數值化，故對於「大於」與「小於」的關係不介紹。

在面對兩（多）個比的比較問題時，例如判斷「A:B」與「C:D」是否相等，(1)學童可以先求出其中一個比（例如「A:B」）的特定等價「比」，其中其前項（後項）要求是C(D)，看此等價比的後項（前項）是否為D(C)，而學童可以透過這樣的說法：「兩者都是每C換D」，來確認兩個比相等。(2)或者當學童熟悉分數的乘除法後，學童也可能分別求出「A:B」與「C:D」的前項為1的等價比，並比較是否相等，而學童可以透過這樣的說法：「兩者都是每1換 $\frac{A}{B}$ 」，來確認兩個比相等。以交換類型的對等關係是否等價問題為例，「小明、小華和小玉都拿舊小汽車到跳蚤市場換布偶，小明5部換到2個布偶，小華7部換到3個布偶，小玉14部換到6個布偶，三人換東西的方式相同嗎？」，學童可以透過交換問題的經驗，思考：如果小明和小華換東西方式不變，兩人想要和小玉一樣有6個布偶，那麼小明需要15部舊小汽車，小華需要14部，所以小華和小玉有相同的換法，而小明則與他們不同，記成「 $5:2 \neq 7:3$ 」、「 $5:2 \neq 14:6$ 」、「 $7:3 = 14:6$ 」。另外，學童亦可假設如三人都有35部小汽車（用倍數概念及嘗試錯誤而得）時，三人分別可以得到幾個布偶，亦可知道是否等價。

九、簡單整數比與最簡單整數比

活動示例10-6-7的後半段，討論最簡單整數比的意義。對於一個比「A:B」（現在只考慮 A、B是正整數的情形）而言，和這個比等價（或相等）的比有無限多個，這些和「A:B」相等的比中，如果前後項都是整數時，皆稱為與「A:B」相等的「整數比」。例如以「30:45」而言，「2:3」、「4:6」、「6:9」、「60:90」…等等都是和它相等的整數比。相對地，「 $1:\frac{2}{3}$ 」雖然也是和「30:45」相等的比，卻不是「整數比」。進一步看，「A:B」的整數比也有無限多個，其中有些整數比的前、後項分別比A、B大，有些分

別比A、B小，如果是後者時又稱這個整數比是和「A:B」相等而較簡單的整數比，或簡稱爲簡單整數比，例如「6:9」是「30:45」的一個簡單整數比。教師宜注意：(1)簡單整數比一定是在兩個相等比並置的情形下互相關係；(2)雖然簡單整數比的語意不包括自己是自己的簡單整數比，但本課程小組建議教師暫不和學童討論，故不宜追問如「『20:30』是不是『20:30』的簡單整數比？」這樣的問話。

同樣考慮和「A:B」等價的整數比中，必有一個比，相對於其他等價的整數比，它前、後項的數值最小，這個比稱爲最簡單整數比（或最簡整數比）。例如和「30:45」等價的整數比中，「4:6」不是最簡單整數比，而「2:3」才是。

活動示例 10-6-7中，(1)建議教師不斷的追問「還有沒有其他簡單整數比？」，用意在透過產生簡單整數比的嘗試，能出現最簡單整數比；(2)並且在多個等價的整數比（必須包括最簡單整數比）並置的情況下，討論最簡單整數比的意義；(3)而在「這些整數比中有沒有前後項兩數的公因數只有1的？」的問話中，希望學童注意到最簡單整數比具有前後項兩數的公因數只有1（互質）的特性。

教師宜注意在此階段不論在練習或評量時，不宜布如「『17:23』的最簡單整數比是什麼？」的問題，即最簡單整數比是自己的題目，理由如前段的敘述，本活動示例不刻意討論在特殊情況下，「自己是自己的簡單整數比」的問題，以免學童雖然知道「17:23」已經是一個最簡單整數比，但問題中又要去找一個，而不知要做什麼。

十、分數對整數的對等問題之整數倍轉換活動

延續前面交換問題（對等問題類型之一）的解題活動，活動示例10-10-7及10-10-8選用前比例項爲分數對整數的對等問題來做爲比例概念學習的前置經驗。由於活動示例10-6-7已形成(1)使用比的符號來記錄對等關係及(2)

使用等號「=」來記錄兩個等價的對等關係（比）的兩項共識，但在活動示例10-10-7、8中，活動重點在於擴充數量範圍和問題情境後的解題活動，而在活動示例10-10-9才進行問題與解題結果的摘要紀錄（即使用比例式「 $\frac{9}{7} : 1 = \frac{36}{7} : 4$ 」記錄問題與結果）。由於活動示例10-6-7的記錄活動，已引入「比」及「比的相等」的記錄活動，教師宜注意：在活動示例10-10-7、8中，若有學童使用「比」和「比例式」來記錄及說明其解題過程與結果，教師可參考活動示例 10-10-9的方式提早形成使用「比的符號」及「等號」來記錄問題與結果的共識，但勿引入「比值」的專有名詞。

活動示例10-10-7～9首次將對等問題延伸至分數範圍，但因為此階段的學童較能掌握「分數的整數倍」或「整數的分數倍」的解題活動，如果超越上述限制，例如 「 $\frac{3}{5} : 1 = x : \frac{1}{3}$ 」，學童都會碰到「分數的分數倍」或「被除數與除數是異分母分數的除法問題」等較困難的分數問題，學童可能尚未發展適當的解題策略，來進行解題。所以在活動示例10-10-7～9中，建議教師在布題時，暫時考慮一個限制：在「 $a:b=c:d$ 」的問題下，滿足 a 、 c 是同分母分數、 b 、 d 是整數及 d 是 a 的整數倍。教師宜注意：本書的「分數對 1 或分數對多（整數）的對等問題」包含了分數在前項和後項兩者，即包含「分數對整數」和「整數對分數」兩類型。

在布題時，教師宜考慮另一個傳統的習慣，成人常不認可假分數為最後的解答，所以建議在首次溝通問題題意時，可以用假分數來布題，以減低問題的困難，在以後的布題時，宜避免使用假分數來布題。

活動示例 10-10-7先進行分數對1（或1對分數）的正向與逆溯活動的對等問題。由於分數包含了單位分數、真分數、帶分數及假分數，而且未知量的位置不同，使得分數對 1 的對等問題其題型多樣，活動示例中僅代表性的選取兩個例子來表列（參見82年版部編本第十冊教學指引第十單元表 7-1 及 7-2）學童可能的想法及紀錄。

活動示例 10-10-8進一步地進行分數對多（正整數）的對等問題。由於活動示例10-10-7、8只進行型如「 $a:b=c:d$ 」的問題，滿足 a 、 c 是同分母分

數、b、d是整數及d是a的整數倍，也就是後比例項是前比例項的整數倍。對於此種題型學童可能使用把前比例項用重複累加的策略（即整數倍的策略）以達到後比例項便可求得答案，也由於a與c是同分母分數透過同數累加亦不難達成。

最後活動示例10-10-9延續前個活動的結果，先算出分數對正整數（多）的對等問題的答案，因而產生兩個相等的對等關係，再要求學童將兩個相等的對等關係，用比的記錄符號「:」及比的相等符號記錄之。以「 $\frac{1}{10}$ 公斤重的鐵絲有1公尺長，多少公斤重的鐵絲會有 13公尺長？」為例，活動示例中，先透過解題活動，學童求得「 $1\frac{3}{10}$ 公斤重的鐵絲有13公尺長」，然後在兩對等關係並置的情形下，要求學童「 $\frac{1}{10}$ 公斤重的鐵絲有 1公尺長」與「 $1\frac{3}{10}$ 公斤重的鐵絲有13公尺長」，用數學的記法，分別把「多少公斤重的鐵絲有多少公尺長」都一一記下來，產生比的符號紀錄，最後有題意及解題過程再次強調此兩對等關係是等價的，可以用等號來記錄兩個對等關係（比），以形成「 $\frac{1}{10}:1=1\frac{3}{10}:13$ 」的比例式紀錄格式。

十一、對等問題：「分數對整數」之「整數倍轉換」

活動示例10-10-7及10-10-8已進行了分數對整數（包含整數對分數）對等問題整數倍轉換的正向活動，擴展上述解題活動的經驗，活動示例11-8-6進行分數對整數（整數對分數）對等問題整數倍轉換的逆溯活動。雖然活動目標雖寫成解決整數對分數的對等問題，但是由於整數對分數與分數對整數對等問題在解題上並無差異，因此活動示例中同時存在這兩種問題情境。在解題策略方面，在不同分類的對等問題中，都有不同的難易及其解題所需的預備經驗（參見第一部份第二章第二節之說明），教師在自行出題時，宜注意問題類型的選擇。

第貳章

對等問題（二）：整數比或分數比的分數倍轉換

表六：整數比或分數比的分數倍轉換

活動序號	國立編譯館八十二年版活動目標	備註
10-08-11	透過兩量關係的圖示，表現正整數與1的關係($5:1$)，以解決正整數的倒數問題($1:\frac{1}{5}$)。(題型如： $5:1=1:x$ ，求x)。	分數倍轉換
10-08-12	透過兩量關係的圖示，解決「將正整數的對等關係，轉換成1與單位分數的對等關係」的問題。(題型如： $6:2=1:x$ 或 $12:3=1:x$ ，求x)	分數倍轉換
10-10-02	透過兩量關係的圖示，表現帶分數與1的關係($3\frac{1}{2}:1$)，以解決帶分數的倒數問題($1:\frac{2}{7}$)。(題型如 $3\frac{1}{2}:1=1:x$ ，求x)	分數倍轉換
10-10-03	透過兩量關係的圖示，解決「將帶分數與正整數2的對等關係，轉換成1與真分數的對等關係」的問題。(題型如： $2\frac{1}{2}:2=1:x$ ，求x)	分數倍轉換
10-10-04	透過兩量關係的圖示，表現真分數與1的關係($\frac{3}{4}:1$)，以解決真分數的倒數問題($1:\frac{4}{3}$)。(題型如 $\frac{4}{3}:1=1:x$ ，求x)	分數倍轉換
11-06-01	解決整數對整數的對等問題，並記錄其解題過程與結果。題型為：在 $a:b=c:d$ 中，c或d未知，及各項均為整數，且 $d=rb$ ，r為單位分數或真分數。例如： $8:100=x:25$ ， $10:305=6:x$ ，求x？	整數比 分數倍轉換 正向
11-06-02	解決整數對整數的對等問題，並記錄其解題過程與結果；介紹「相當於」的意義。題型為：在 $a:b=c:d$ 中，c或d未知且為分數，其他各項均為整數，且 $d=rb$ ，r為單位分數或真分數。例如： $41:7=x:3$ ， $15:35=4:x$ ，求x？	整數比 分數倍轉換 正向
11-06-03	解決整數對整數的對等問題，並記錄其解題過程與結果。題型為：在 $a:b=c:d$ 中，a或b未知，及各項均為整數，且 $d=rb$ ，r為單位分數或真分數。例如： $x:39=2:26$ ， $5:x=2:16$ ，求x？	整數比 分數倍轉換 逆溯
11-08-04	在多對多的對等問題情境中，將相等的比予以歸類，並以其中的最簡單整數比及使用「每多少個對多少個」的語言，命名此同類的比。(同類的比均為最簡單整數比的整數倍轉換，且比的各項均為整數)	同類的比 最簡整數比
11-08-05	在多對多的對等問題情境中，先透過單位分數倍的轉換，將最簡單整數比化成「多少個對1個」的比，再命名第一項為同類比的比值，並介紹「比值」的意義。(2)認識前項、後項等名詞。	比值
11-10-05	(1)解決單位分數、真分數對整數的對等問題，並記錄其解題過程與結果。題型為：在 $a:b=c:d$ 中，c或d未知，b為整數，其他各項均為分數，且 $d=rb$ ，r為單位分數。例如： $\frac{2}{3}:1=\frac{1}{12}:x$ ， $\frac{1}{4}:3=\frac{1}{8}:x$ ， $\frac{2}{3}:7=x:\frac{7}{3}$ ，求x？(2)解決整數對單位分數、真分數的對等問題，並記錄其解題過程與結果。題型為：在 $a:b=c:d$ 中，c或d未知，a為整數，其他各項均為分數，且 $c=ra$ ，r為單位分數。例如： $1:\frac{1}{11}=\frac{1}{4}:x$ ，求x？	分數比 分數倍轉換 正向
11-10-06	(1)解決單位分數、真分數對整數的對等問題，並記錄其解題過程與結果。題型為：在 $a:b=c:d$ 中，c或d未知，b為整數，其他各項均為分數，且 $d=rb$ ，r為真分數。例如： $\frac{10}{23}:1=\frac{20}{69}:x$ ， $\frac{1}{2}:23=\frac{5}{12}:x$ ， $\frac{1}{100}:6=x:1\frac{8}{10}$ ，求x？(2)解決整數對單位分數、真分數的對等問題，並記錄其解題過程與結果。題型為：在 $a:b=c:d$ 中，c或d未知，a為整數，其他各項均為分數，且 $c=ra$ ，r為真分數。例如： $1:\frac{1}{5}=\frac{9}{10}:x$ ，求x？	分數比 分數倍轉換 正向

11-14-03	(1) 解決單位分數、真分數對整數的對等問題，並記錄其解題過程與結果。題型為：在 $a:b=c:d$ 中，a或b未知，b為整數，其他各項均為分數，且 $d=rb$ ，r為單位分數。例如： $\frac{3}{10}:x=\frac{3}{100}:\frac{1}{10}$ ， $x:24=\frac{3}{20}:4\frac{4}{5}$ ， $\frac{1}{8}:x=\frac{1}{24}:1\frac{2}{3}$ ，求x？ (2) 解決整數對單位分數、真分數的對等問題，並記錄其解題過程與結果。題型為：在 $a:b=c:d$ 中，a或b未知，a為整數，其他各項均為分數，且 $c=ra$ ，r為單位分數。例如： $1:x=\frac{1}{30}:\frac{1}{6}$ ，求x？	分數比 分數倍轉換 逆溯
11-14-04	(1) 解決單位分數、真分數對整數的對等問題，並記錄其解題過程與結果。題型為：在 $a:b=c:d$ 中，a或b未知，且b為整數，其他各項均為分數，且 $d=rb$ ，r為真分數。例如： $x:40=\frac{6}{35}:34\frac{2}{7}$ ， $\frac{5}{7}:x=\frac{10}{21}:\frac{8}{3}$ ，求x？ (2) 解決整數對單位分數、真分數的對等問題，並記錄其解題過程與結果。題型為：在 $a:b=c:d$ 中，a或b未知，且a為整數，其他各項均為分數，且 $c=ra$ ，r為真分數。例如： $1:x=\frac{4}{7}:\frac{4}{35}$ ， $x:\frac{2}{3}=\frac{4}{5}:\frac{8}{15}$ ，求x？	分數比 分數倍轉換 逆溯
11-16-01	透過整數倍或分數倍轉換的活動，解決將含有分數的比化成最簡單整數比的問題。	最簡整數比
11-16-02	解決含有分數的比的比值問題。	比值
12-09-07	(1) 解決帶分數對整數的對等問題，並記錄其解題過程與結果。題型為：在 $a:b=c:d$ 中，c或d未知，b為整數，其他各項均為分數，且 $d=rb$ ，r為單位分數或真分數。例如： $3\frac{4}{7}:1=2\frac{19}{28}:x$ ， $66\frac{2}{3}:2=9\frac{11}{21}:x$ ， $5\frac{3}{7}:5=x:\frac{31}{3}$ ，求x？ (2) 解決整數對帶分數的對等問題，並記錄其解題過程與結果。題型為：在 $a:b=c:d$ 中，c或d未知，a為整數，其他各項均為分數，且 $c=ra$ ，r為單位分數或真分數。例如： $1:2\frac{2}{9}=\frac{1}{3}:x$ ，求x？	分數比 分數倍轉換 正向
12-09-08	(1) 解決帶分數對整數的對等問題，並記錄其解題過程與結果。題型為：在 $a:b=c:d$ 中，c或d未知，b為整數，其他各項均為分數，且 $d=rb$ ，r為帶分數或假分數。例如： $1\frac{1}{2}:19=x:23\frac{3}{4}$ ， $1\frac{5}{16}:18=3\frac{8}{9}:x$ ， $2\frac{1}{11}:5=8\frac{1}{11}:x$ ，求x？ (2) 解決整數對帶分數的對等問題，並記錄其解題過程與結果。題型為：在 $a:b=c:d$ 中，c或d未知，a為整數，其他各項均為分數，且 $c=ra$ ，r為帶分數或假分數。例如： $3:4\frac{1}{2}=x:5\frac{5}{8}$ ，求x？	分數比 分數倍轉換 正向
12-11-03	(1) 解決帶分數對整數的對等問題，並記錄其解題過程與結果。題型為：在 $a:b=c:d$ 中，a或b未知，b為整數，其他各項均為分數，且 $d=rb$ ，r為單位分數或真分數。例如： $x:92=\frac{21}{50}:18\frac{2}{5}$ ， $1\frac{1}{4}:x=\frac{15}{16}:\frac{3}{4}$ ，求x？ (2) 解決整數對帶分數的對等問題，並記錄其解題過程與結果。題型為：在 $a:b=c:d$ 中，a或b未知，a為整數，其他各項均為分數，且 $c=ra$ ，r為單位分數或真分數。例如： $x:1\frac{7}{10}=\frac{1}{4}:1\frac{17}{40}$ ， $1:x=\frac{3}{8}:\frac{27}{32}$ ，求x？	分數比 分數倍轉換 逆溯
12-11-04	(1) 解決帶分數對整數的對等問題，並記錄其解題過程與結果。題型為：在 $a:b=c:d$ 中，a或b未知，b為整數，其他各項均為分數，且 $d=rb$ ，r為帶分數或假分數。例如： $1\frac{2}{3}:x=2\frac{2}{9}:13\frac{1}{3}$ ， $x:6=30\frac{5}{12}:44\frac{1}{6}$ ，求x？ (2) 解決整數對帶分數的對等問題，並記錄其解題過程與結果。題型為：在 $a:b=c:d$ 中，a或b未知，a為整數，其他各項均為分數，且 $c=ra$ ，r為帶分數或假分數。例如： $2:x=23\frac{1}{7}:73\frac{2}{7}$ ， $x:\frac{11}{3}=5\frac{3}{5}:1\frac{13}{15}$ ，求x？	分數比 分數倍轉換 逆溯

註：本表中的活動與九年一貫數學領域相關之能力指標為：

N-3-15 能在情境中理解比、比例(包括正比例和反比例)、比值、率(百分率、ppm)的意義。

A-2-3 能透過具體觀察及探索，察覺簡易數量模式，並能描述模式的一些特性。

一、用線段圖解決倒數問題（亦為一種對等問題）

活動示例10-8-11進行的是正整數的倒數問題，亦即型如「 $m:1 = 1:x$ 」的對等問題（其中 m 為正整數， x 為未知數）。首先要求學童將「5條藍線和1條紅線一樣長的對等關係」，利用線段圖表示，使得此對等關係具體化，再透過「1條藍線和多少條紅線一樣長？」的問題，引導學童將注意力轉移至一條藍線與部分的紅線等長的對等關係，由於在作線段圖的過程中，是重複五次藍線來製作紅線的，因此較容易觀察到，將紅線進行5等分的分割，等分割後的一份和藍線一樣長，而等分割後的一份是條紅線。在此活動中，除了協助學童解決倒數問題外，更重要的是透過線段圖的圖示，在解題過程中，觀察等價的對等關係間的轉換。

延伸活動示例10-8-11的經驗，在活動示例10-8-12中，透過線段圖的輔助，解決型如「 $km:k = 1:x$ 」的對等問題（其中 k 、 m 皆為正整數， x 為未知數），活動進行的方式與要旨，與活動示例10-8-11相同，聯合活動示例10-8-11、10-8-12的活動經驗，建立「表現分數倍關係線段圖」的作圖基礎（活動示例10-8-13、14）

二、在線段圖上解決倒數問題

與活動示例10-8-3相仿，如「 $3\frac{1}{2}$ 條棕色緞帶接起來和1條紅色緞帶一樣長時，1條棕色緞帶和多少條紅色緞帶一樣長？」這樣的問題，因為所求出的答案 $\frac{2}{7}$ 是帶分數 $3\frac{1}{2}$ 的倒數，所以稱此類問題為帶分數的倒數問題。

活動示例10-10-2的進行方式也與活動示例10-8-3類似，除了帶分數使得作圖較有難度外，其活動進行的方式也是：(1) 首先要求學童將「 $3\frac{1}{2}$ 條棕色緞帶接起來和1條紅色緞帶一樣長」的對等關係，利用線段圖圖示之，使得此對等關係具體化；(2) 在製成的成比例的線段圖上，協助學童將注意力移至「1條棕色緞帶和多少條紅色緞帶一樣長」的對等關係上。在活動示例10-8-11~14的活動經驗下，學童製作帶分數倍關係線段圖時，已先決定分數部分的單位分數長度，再完成帶分數作圖，因此，實際上，學童是用7個

$\frac{1}{2}$ 條棕色緞帶，來作 1條紅色緞帶，當要求「一條棕色緞帶和多少條紅色緞帶一樣長」時，透過線段圖上的製作痕跡，很容易看到 1 條棕色緞帶，和將 1條紅色緞帶七等分割後的二份一樣長，所以一條棕色緞帶和 $\frac{2}{7}$ 條紅色緞帶一樣長。

仿活動示例10-8-4的活動方式，活動示例 10-10-3透過成比例線段圖的輔助，進行型如「帶分數： $2 = 1 : x$ 」（其中 x 為未知數）的對等問題，例如：「 $2\frac{1}{2}$ 條紫色緞帶接起來和2條綠色緞帶接起來一樣長，一條紫色緞帶和多少條綠色緞帶一樣長？」，如活動示例10-10-2一般，學童可先決定 $\frac{1}{2}$ 條紫色緞帶的長度，用5個 $\frac{1}{2}$ 條紫色緞帶來製作 $2\frac{1}{2}$ 條紫色緞帶及 2條綠色緞帶，因此在線段圖上，可以看出5個 $\frac{1}{2}$ 要進行2等分才能製作一條綠色緞帶，將5等分成2份是 $2\frac{1}{2}$ ，所以一條綠色緞帶和 $2\frac{1}{2}$ 個 $\frac{1}{2}$ 條紫色緞帶一樣長，重新調整，將原來的 $\frac{1}{2}$ 條紫色緞帶皆作 2等分割，而形成以 $\frac{1}{4}$ 條紫色緞帶為單位量的線段圖，一條綠色緞帶和 5個 $\frac{1}{4}$ 條紫色緞帶一樣長，進而決定一條紫色緞帶和 $\frac{4}{5}$ 條綠色緞帶一樣長。

由上述的描述可知，在進行型如「帶分數： $b = 1 : x$ 」的對等問題中，可能涉及做 b 等分割的問題，所以在活動示例10-8-4中，建議限定 b 為2，進行2等分割是一個可能完成的要求，如果 b 是其他的正整數，可能會涉及複雜的等分割操作。

相彷於活動示例10-10-2，活動示例10-10-4透過成比例的線段圖，進行真分數的倒數問題，進行的流程與學童可能的解題策略亦相似。教師宜注意，在活動示例10-10-2~4中，除了要解決問題之外，更重要的是：在成比例的線段圖上，觀察等價的對等關係間的轉換，以培養比例運思的發展。

三、對等問題：整數對整數之單位分數倍及真分數倍轉換

本小組依對等問題未知數的位置（在前比例項或後比例項），將整數對整數的對等問題區分為正向活動及逆溯活動兩類；依對等問題轉換的方式，將整數對整數的對等問題區分為整數倍轉換、單位分數倍轉換及真分數倍轉

換三類。本小組曾建議在活動示例9-9-12（五上）進行一對多對等問題（整數對整數）的正向及逆溯活動，並在活動示例9-10-16、9-12-13、9-14-6及9-16-7進行二對多或多對多對等問題（整數對整數）的正向活動，之後，在活動示例10-1-7、10-1-8、10-2-8及10-2-9繼續進行二對多或多對多對等問題（整數對整數）的逆溯活動，以上的活動，都可以透過整數倍的轉換得到答案。

活動示例11-6-1及11-6-2開始引入整數對整數對等問題的單位分數倍及真分數倍轉換的正向活動，而活動示例11-6-3則引入整數對整數對等問題的單位分數倍及真分數倍轉換的逆溯活動，學童可能有那些解題策略，請教師請參閱82年版部編本國小數學科教學指引第十一冊第六單元活動示例中的〔表1-1〕、〔表1-2〕、〔表1-3〕及〔表1-4〕。如果學童使用算則解題（即成人使用的比例內項乘積等於比例外項乘積的策略），教師宜請學童說明，並淡化處理。

四、整數的比值問題

活動示例10-6-7，學童已有給定一個比，列出可能相等的比的解題經驗，並認識最簡單整數比的意義，透過上述活動經驗，活動示例11-8-4在多個相等的對等關係中，要求學童嘗試對各個給定的對等關係，列出與它們相等的比，在結果的比較下，協助學童經驗由各個給定的比所產生的最簡單整數比皆相同，並發現最簡單整數比是各個給定對等關係的共同特性，介紹使用「每多少個對多少個」的語言來描述這個最簡整數比，並檢驗透過「每多少個對多少個」的關係，可以製作出原始情境中所描述的對等關係。進一步地，當最簡單整數比（例如： $a:b$ ）具有「每 a 個對 b 個」的意義時，活動示例繼續詢問「每 a 個對 b 個時，多少個對1個」的問題，例如：「每5公升的沙拉油重4公斤，多少公升重1公斤？」，並要求學童將解題活動摘要地記成「 $5:4 = 1\frac{1}{4}:1$ 」，形成「 $1\frac{1}{4}$ 」為「5:4的比值」的共識。

進一步地說，活動示例11-8-4是在整數對整數的對等問題情境中，先給定數個相等的比，協助學童發現這些相等比的最簡單整數比都相同，並將這些相等的比予以歸類，以最簡單整數比來代表這些相等的比，並使用「每多少個對多少個」的語言，來命名此同類的比。以對等問題「甲水管 6公尺長15公斤重，乙水管4公尺長10公斤重，丙水管12公尺長30公斤重，丁水管 10公尺長25公斤重」為例，活動示例11-8-4先幫助學童發現四種水管的長度與重量比都相等，再透過活動示例10-6-7的經驗，找出這些比的最簡單整數比都是 $2:5$ ，然後以這個最簡單整數比（ $2:5$ ）來代表這些同類的相等比，也就是說這些比都可以記成 $2:5$ ，並使用「這四種水管都是每2公尺長重 5公斤」的語言來稱呼這類相等比。

一個比是一個對等關係的紀錄，以對等問題「乙水管4公尺長10公斤重」為例，可以使用 $4:10$ 這個比來摘要地記錄這個對等關係，當然還會存在許多和這個比相等的比，這些相等的比會成為一個等價類，可以使用最簡單整數比 $2:5$ 來代表這一個等價類。但是在數學上希望使用一個數來代表這一個等價類，什麼樣的數最適合呢？依據64年課程標準所編輯的國小數學課本使用「 $\frac{2}{5}$ 」來代表這個等價類，並定義一個比的前項除以後項的商數就是這個代表數（即比值）。由於透過這種方式引入比值相當地抽象，本小組建議做了一些修正如後。

活動示例11-8-5是在整數對整數的對等問題情境中，先透過單位分數倍的轉換活動，將「最簡單整數比」化成「多少個對 1個的比」，再命名前項為同類比的比值。以對等問題「水管都是每2公尺長重5公斤，相當於多少公尺長重1公斤？」為例，學童透過解題活動得到「相當於 $\frac{2}{5}$ 公尺長重1公斤」的結果，並將解題活動記成「 $2:5 = \frac{2}{5} : 1$ 」，此時「 $\frac{2}{5} : 1$ 」中的「 $\frac{2}{5}$ 」就是 $2:5$ 的比值，也是所有與 $2:5$ 相等的比（例如： $4:10$ 或 $6:15$ ）的比值，「 $\frac{2}{5}$ 」為「 $2:5$ 」這個等價類的代表數。換言之，對於一個比 $a:b$ ，可以透過對等問題的解題活動找出一個後項為1的相等比，例如： $k:1$ ，其中的 k 就是 $a:b$ 的比值。

在活動示例11-8-5引入比值的活動中，建議在整數對整數的對等關係情境中給予四個或四個以上的相等比，用此來強調這些相等的比的比值都是一樣的。教師宜注意中文用詞的習慣是先說1單位，例如說成「水管每1公斤有公尺長」，有時把1單位省略不說，而說成「每公斤水管長公尺」，由於部分學童沒有能力將對等問題中的四個數調換順序處理和記錄，故而本課程建議教師暫時不要使用這種敘述。另外由於比（一個對等關係）和比值（一個代表數）的數學結構及意義都不同，故暫時不用相等的記號記錄，例如記成「 $2:5 = \frac{2}{5}$ 」，而只說2:5的比值是 $\frac{2}{5}$ 。

五、對等問題：「分數對整數」之「單位分數及真分數倍轉換」 (正向活動)

活動示例 11-10-5進行分數對整數對等問題單位分數倍轉換的正向活動，其題型包含兩類，第一類是在 $a:b=c:d$ 中，c或d未知，b為整數，其他各項均為分數，且 $d=rb$ ，r為單位分數；第二類是c或d未知，a為整數，其他各項均為分數，且 $c=ra$ ，r為單位分數。

在學童的解題策略方面，以對等問題「一組工人築路， $\frac{2}{3}$ 個月完成7公里，再多少個月又可完成 $\frac{7}{5}$ 公里？」為例，在學童已能掌握整數的分數倍及分數的分數倍的解題活動經驗之下，預期他們可以使用訴諸分數倍策略來解題。

如果學童使用訴諸單位當量策略（即第十冊中的單價策略），因其中使用到當量除概念，部分的學童可能無法理解，教師宜淡化處理之。其他的解題策略教師可參考82年版部編本國小數學科教學指引第十一冊第十單元〔表5-1〕及〔表5-2〕。

活動示例11-10-6將活動示例11-10-5的問題由單位分數倍轉換擴大至真分數倍轉換，其他條件不變。預期學童的解題策略與活動示例 11-10-5相似，只是解題過程中，計算真分數倍的過程將會比單位分數難些。

六、對等問題：「分數對整數」之「單位分數及真分數倍轉換」 (逆溯活動)

活動示例11-10-5及11-10-6中，學童已有解決分數對整數對等問題分數倍轉換正向活動的解題經驗，延續上述解題經驗，活動示例 11-14-3進行分數對整數對等問題單位分數倍轉換的逆溯活動，其題型包含兩類，第一類是在 $a:b=c:d$ 中， a 或 b 未知， b 為整數，其他各項均為分數，且 $d=rb$ ， r 為單位分數；第二類是 a 或 b 未知， a 為整數，其他各項均為分數，且 $c=ra$ ， r 為單位分數。學童可能的解題策略與整數對整數的分數倍轉換的逆溯活動相似，只是會面對較多分數的分數倍運算問題。

活動示例11-14-4將活動示例11-14-3的問題由單位分數倍轉換擴大至真分數倍轉換，其他條件不變。預期學童的解題策略與活動示例 11-14-3相似，只是解題過程中，計算真分數倍的過程將會比單位分數難些。

七、分數的比與比值

活動示例11-8-4及11-8-5已在整數對整數的對等關係情境中，已進行將相等的比予以歸類的活動，並以其中的最簡單整數比來命名此同類的相等比，活動示例 11-16-1擴展對等關係數量的範圍，將分數對整數或分數對分數比都納入這個等價類中。

活動示例 11-16-1是透過整數倍或分數倍轉換的活動，將含有分數的比化成最簡單整數比。活動示例採分段布題的方式進行，第一階段先布一個分數對整數和一個整數對整數的對等關係（或稱為配對關係），並比較這兩個對等關係是否相等，使學童感受到一個分數對整數（或分數對分數）的比，也可以化成整數比，然後再問其最簡單整數比是什麼；第二階段再布一個分數對分數（異分母）和一個分數對分數（同分母）的對等關係（或稱為配對關係），使學童感受到可以用通分的方法先找同分母的分數比，再找整數比，最後再找最簡單整數比；第三階段則直接詢問一個分數比的最簡單整數比是什麼。活動示例希望透過對等關係的比較與產生相等的比的活動，培養與

加強將相等的比視為一等價類的經驗。

活動示例 11-16-2 是解決含有分數的比的比值問題，也就是解決一個分數對整數比、或分數對分數比的比值是什麼的問題。活動示例進行的方式與活動示例 11-8-5 求整數對整數比的比值進行的方式不同，活動示例 11-8-5 是透過將比先轉成最簡單整數比，再化成多少個對 1 個的比的方式引入比值；活動示例 11-16-2 則直接布分數比是多少個對 1 個的問題，例如「公道商店 $\frac{3}{8}$ 小時賣出 10 個包子，相當於多少個小時會賣出 1 個包子？」，也就是直接透過整數對整數比的比值的定義，引入分數對整數比或分數對分數比的比值，如果學童使用透過最簡單整數比的方式來求比值，教師也應該接受。

八、對等問題：「帶分數對整數」之「（帶）分數倍轉換」（正向活動）

活動示例 12-9-7 是解決「帶分數對整數」，「單位分數倍或真分數倍轉換」的「正向活動」的對等問題，題型為：在 $a : b = c : d$ 中，c 或 d 是未知，且 b 為整數，其他各項均為分數，及 d 是 b 的單位分數倍或真分數倍。學童的解題策略可能延用之前活動示例中各種對等問題的訴諸單位當量（單價）策略來解題，以問題「 $5\frac{3}{7}$ 公升的沙拉油重 5 公斤，多少公升的沙拉油會重 $3\frac{1}{3}$ 公斤？」為例，學童可先算出 1 公斤是多少公升，再求 $3\frac{1}{3}$ 公斤是多少公升，或者先算出 1 公升是多少公斤，再求 $3\frac{1}{3}$ 公升是多少公升。另外，由於學童對於兩數量分數倍關係的掌握較成熟，也可能直接訴諸於前後對等關係中的同類量的分數倍來求解。以上題為例，學童可能先算出 5 公斤是 $3\frac{1}{3}$ 公斤的 $\frac{3}{2}$ 倍，再利用 $5\frac{3}{7}$ 公升是多少公升的 $\frac{3}{2}$ 倍來求解。教師可參見 82 年版部編本第十二冊第九單元表 7-1，以進一步地了解學童的解題策略及紀錄。教師宜注意：若有學童把對等問題記成比例算式填充題：「 $5\frac{3}{7} : 5 = () : 3\frac{1}{3}$ 」後，再用比例內項乘積等於比例外項乘積的算則計算時，宜淡化處理。另外由於學童在本活動示例之前已有對於整數、分數及小數範圍內，被除數、除數、被乘數及乘數等除乘法問題的列式活動，故表列中學童可能的解題紀錄都改記為標準算式填充題。

活動示例12-9-8是解決「帶分數對整數」，「帶分數倍或假分數倍轉換」的「正向活動」的對等問題，題型為：在 $a:b=c:d$ 中，c或d是未知，且b為整數，其他各項均為分數，及 d是b的帶分數倍或假分數倍。學童的解題策略與活動示例12-9-7類似，教師可參考上段的說明或者參考82年版部編本第十二冊第九單元表8-2中學童的解題策略或紀錄。

九、對等問題：「帶分數對整數」之「（帶）分數倍轉換」（逆溯活動）

活動示例12-11-3、4是進行與活動示例 12-9-7、8相同的數量範圍的對等問題，但分別為「正向活動」與「逆溯活動」兩類問題。本小組認為對等問題中的「正向活動」與「逆溯活動」兩類問題，對學童而言是有難易之別，故把這兩類問題分別放在不同單元和不同活動中進行解題活動。

活動示例 12-11-3是解決「帶分數對整數」，「單位分數倍或真分數倍轉換」的「逆溯活動」的對等問題，題型為：在 $a:b=c:d$ 中，a或b是未知，且b為整數，其他各項均為分數，及 d是b的單位分數倍或真分數倍。學童可能延用之前活動示例中各種對等問題的訴諸單位當量（單價）策略來解題，以問題「多少公斤重的果汁賣92元，才會相當於 $\frac{21}{50}$ 公斤重的果汁賣 $18\frac{2}{5}$ 元？」為例，學童可先算出 1公斤重的果汁賣是多少元，再用被除數未知的方法求多少公斤重的果汁賣92元。另外，由於學童對於兩數量分數倍關係的掌握較成熟，也可能直接訴諸於前後對等關係中的同類量的分數倍來求解。教師亦可參見82年版部編本國小數學科教學指引第十二冊第十一單元表 3-1，以進一步地了解學童的解題策略及紀錄。同樣地，教師宜注意：若有學童把對等問題記成比例算式填充題：「() : 92 = $\frac{21}{50}$: $18\frac{2}{5}$ 」後，再用比例內項乘積等於比例外項乘積的算則計算時，宜淡化處理。

活動示例 12-11-4是解決「帶分數對整數」，「帶分數倍或假分數倍轉換」的「逆溯活動」的對等問題，題型為：在 $a:b=c:d$ 中，a或b是未知，且b為整數，其他各項均為分數，及 d是b的帶分數倍或假分數倍。學童的解題策略與活動示例12-11-3類似，教師可參考上段的說明。

第參章

等差數列、等比數列、正比例及反比例

表七：等差數列、等比數列、正比例及反比例

活動序號	國立編譯館八十二年版活動目標	備註
12-04-01	(1)透過記錄二個、五個或十個一數的活動，經驗等差數列； (2)給一個遞增或遞減的等差數列、察覺此數列是幾個一數。	等差數列
12-04-02	(1)透過記錄幾個（20以內）一數的活動，經驗等差數列； (2)給一個遞增或遞減的等差數列、察覺此數列是幾個一數。	等差數列
12-04-03	透過記錄數數活動，經驗等比數列；給一個等比數列，察覺此數列的規律。	等比數列
12-11-05	以「兩組量對應的記錄表」為基礎，透過「對應項的比較」，掌握兩量的關係，經驗「正比例」的現象。	正比例
12-11-06	以「兩組量對應的記錄表」為基礎，計算「一項與另一項的倒數所成的比」的比值，經驗「反比例」的現象。	反比例

註：本表中的活動與九年一貫數學領域相關之能力指標為：

N-3-15能在情境中理解比、比例(包括正比例和反比例)、比值、率(百分率、ppm)的意義。

A-2-3 能透過具體觀察及探索，察覺簡易數量模式，並能描述模式的一些特性。

一、等差、等比數列

學童在低年級時就有許多2個一數、5個一數或10個一數的數數經驗，活動示例 12-4-1~3希望透過記錄數數活動，幫助學童經驗等差或等比數列，或給定一個遞增或遞減的等差或等比數列，幫助學童察覺此數列的規律。換句話說，這三個活動示例只是將等差或等比數列規律明顯化，明白指出前項與後項的關係，幫助學童發現此關係普遍存在；這三個活動示例並不要求學童找出等差或等比數列一般項的公式，也不要學童預測等差或等比數列的某項是多少。

活動示例12-4-1、12-4-2先要求學童以某數為起始數，往上或往下進行幾個（20以內）一數的活動，數出指定個數的數，並把數到的數依照順序記下來，透過此種方式，幫助學童經驗等差數列的產生；再透過揭示別人的數數（等差數列）紀錄，要求學童說出它們是幾個一數的，幫助學童察覺一個遞增或遞減的等差數列是幾個一數。活動示例12-4-3也是先要求學童從某個

數開始數數（限制下一個數都是現在數的這個數的多少倍），數出指定個數的數，並把數到的數依照順序記下來，來幫助學童經驗等比數列的產生；再透過揭示別人的數數（等比數列）紀錄，要求學童說出紀錄中數數的方式，幫助學童察覺一個遞增或遞減等比數列的數數規則。

二. 正比例與反比例

活動示例 12-11-5先給定兩組數量的共變對應紀錄表（例如：肉粽個數及總價對應表），要求學童求出肉粽的個數與總價的比值，再把比值記在紀錄表的對應位置上，幫助學童發現這些比的比值都相等，並介紹這樣的兩組數量就是成「正比例」。由於「正比例」是數量關係之一種，現階段學童大部份無法在沒有任何提示之下主動找出兩組數量的關係，故而本課程小組建議在這個活動示例中直接要求學童求出對應項的比的比值，在所有比的比值都相等的情境下，約定這兩組數量是成「正比例」。這個活動示例中也提示兩組數量不是成「正比例」的非例子，要求學童判斷是否成「正比例」。

在活動示例10-8-11及10-8-12中，學童已有透過作線段圖求出整數的倒數的活動經驗，只是學童當時並不知所求的答案即為整數的倒數而已。因為活動示例 12-11-6在引入「反比例」的定義時，會使用到倒數的語詞，因此活動示例 12-11-6先透過解決一些「被乘數是整數或真分數，乘數未知，積數是 1」的算式填充題，填入答案後，將各個計算完的算式並置於教室黑板上，介紹倒數的意義：對於一數 $\frac{2}{3}$ 而言，有另一數 $\frac{3}{2}$ 和原數的相乘的結果為 1 時，稱這另一數 $\frac{3}{2}$ 是 $\frac{2}{3}$ 的倒數。

在認識了倒數的意義之後，活動示例 12-11-6給定兩組數量的共變對應紀錄表（例如：當總價相同時，郵票的面值及張數對應表），要求學童先判斷這兩組數量是否成「正比例」，在得到否定的答案之後，再要求學童把兩組數量中的一組數量（在紀錄表中看成數）的倒數全部求出並填入（或重做）紀錄表，然後仿活動示例 12-11-5進行的方式，要求學童算出這一組倒數和另一組數的比的比值，並填入紀錄表中，在確定所有對應項比的比值都相

同的情況下，知道這一組倒數和另一組數量是成「正比例」，最後再介紹原來這一組數量（未被取倒數的）與另一組數量是成「反比例」。