

美國中小學數學教育之爭議

--由台灣實施建構式數學教學法談起

駐舊金山文化組提供

台灣的建構式數學教學

過去六年來，台灣大多數小學根據八十二年（1993年）出版數學教科書及教師手冊實施建構式數學教學法，造成最近各界批評國小學生數學能力落後，在九年一貫課程制度下發生升入國中時無法銜接國一數學的問題。

為何造成此種現象，根據教育部的解釋，此種建構式教學編寫方式是為了避免傳統上台灣學生以記憶而非理解方式，因此呈現不同甚至過程繁瑣的解題過程與方法。此時教師也應揚棄傳統的照本宣科，應以繁瑣的解題過程幫理解，而逐步引導學生採用有效率的解題方法，因此教師對本身角色的認知非常重要，須針對學生的個別差異與創意做不同施教。然而部分教師仍採用傳統教學法規定學生以繁瑣過程解題方為正確，形成全部學生停留在解題的繁瑣過程而阻礙了學習進度。

教育部針對此一現象，自八十九年起即逐年集會研討協助教師強化學生的計算能力。復經邀集國小數學教師到大學的數學教授，共同研究補救之道。去年十月作成國小畢業前或國一加強計算能力須熟練的學習能力指標如下：

- （一）應熟練九九乘法表。惟應強調理解後之熟練應用，而非無意義的背誦。
- （二）應熟練整數加減法直式算則：範圍限制在三位數 + 三位數。
- （三）應熟練整數乘法直式算則：範圍限制在二位數×二位數。
- （四）應熟練整數除法直式算則：範圍限制在三位數÷二位數。
- （五）應熟練異分母分數的加減：分母限制在二位數以內。但分母的通分處理如果涉及複雜的運算，如： $7/19 + 8/37$ 之類的問題，應盡量避免。
- （六）應熟練分數的乘法算則。

今年一月二十七日更根據研究小組一年多來的比對研究所得，發布「教育部具體提出銜接、補救之配套方案—樂在數學—強化國中小學生數學能力」的新聞稿，為教育部就數學教育的補強提出背景說明及數學教學及新舊課程銜接的補救方案，期能以此強化學生數學基本解題能力，化解各界疑慮。（註一）

美國數學教育的現況

美國的數學教育問題雖與台灣有別，但也在如何加強學生基礎數學能力的教學法上形成兩派，彼此爭執了十多年。布希政府最近明確表示將致力數學教育研究、提升學童的數學及科學教育，美國聯邦教育部在布希總統「2001年中小學教育法案」的推動之下，這幾年也開始正視這個問題，除肯定數學教育研究的迫切性，並擬定提升數學、科學教學品質及學生成績的五年計畫，採取一連串的行動以求整治美國學童的數學能力。具體的行動如下：

- 贊助於今年二月六日在華府將舉行一日的政策性宣示數學教育高峰研討會。佩吉教育部長並擔任主講人，除在會中籲請大眾共同關心提升數學及科

學教育的重要性，並揭櫫數學教育兩大重要議題：「加強教師數學知識與教學能力」及「建立改善數學教學新的研究方案」。

- 佩吉部長在會中提出一億二千萬美元的數學教育研究方案，作為五年計畫的第一步。教育部長佩吉也向應邀與會者表示：布希政府自去年底即已提出四十萬美元的獎助計劃，來幫助教學教師具備基本教學能力。將來數學教育研究議題將著重在更嚴謹的課程設計、教學方法及加強教師的本科知識，同時將以提高學生成績來爭取社會大眾對數學教育改革的支持與肯定。
- 教育部在三月十三日繼續召開會研商數學教育方案的下一步驟。

數學教學法爭議之緣起

如果要談這項爭議的背景，不能不先從全美數學教師協會(National Council of Teachers Mathematics, NCTM)談起。NCTM成立於1920年，是全世界最大的數學教育組織，擁有十萬個會員，在美加有超過250個分支機構，成立宗旨在於扮演數學教學的領導先趨，提升數學教育的視野，以確保所有學生能接受高品質的數學教育。為達此一目標，NCTM制定及出版學校數學教育原則與標準、通訊及四種專業學報、舉辦年會及相關活動、設置專屬網站、提供數學教師專業成長課程、訓練與獎助經費、並與政府及立法單位對話。

長久以來數學教學大抵分為傳統派及新數學派不同的理論，前者強調基本數學演算能力，例如背誦九九乘法表及熟練基本計算能力，後者又稱發現式教學，主張在教授學生基本能力前，須先加強理解能力、建立學生的數學概念。兩派均無法說服對方，也使學區無所適從。即使是主持教育部外圍研究機構Institute of Education Sciences(IES)的Grover Whitehurst在前述高峰會中答覆學區主管時，也表示對全面適用於小學數學課程標準還沒有夠嚴謹的研究，而目前相關研究文獻也缺乏對兩種課程下學童成就作比較的分析研究。只能就其個人意見表示課程標準必須適合學區學童，才能發揮效力。

1989年，NCTM開始投入建立數學教育的標準，並出版第一套課程及評估標準—*Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (註二)，公開支持數學概念優先的新教學標準後，引發了二派迄今的爭論，種下傳統派及新數學派人士爭執的肇因。其後NCTM又於1991年出版數學教學標準(註三)、1995年出版學校數學教育評估標準(註四)，目前最新版為2000年出版的學校數學教育原則與標準(註五)。隨著各項標準的出版，十四年來，兩派各擁支持人士及政府之奧援，彼此相持不下，兩派爭議的焦點在於數學如何教才會使學生擁有基礎數學能力，從而順利銜接進階課程。新數學派人士根據新課程實施六年以來的成果，提出考試數據證明美國學生實施新數學教學法後的數學表現成就，例如在國際評比上數學成績已有進步，且實施以來並沒有什麼失誤的案例，相關研究所顯示的正面效益應足以讓學校繼續支持此種課程以便充分累積長期資料。；基本演算派認為新數學派未能讓學生熟悉基本演算；由全國家長組成的

Mathematically Correct (註六) 反對新課程最力，該組織的共創人、布朗大學教授 Michael McKeown 表示：既有研究常運用偏頗或師資不佳的控制組作成結論，不足以證明新數學派優於基本演算派。

數學教育成犧牲品

兩派相爭的結果並沒有提出答案，唯一的共識是美國學童數學能力確有待改進，不但犧牲了共同為數學教育一起打拼的機會，也付出美國學童數學能力的代價。十多年來美國學生的數學能力在國際間評比始終未見起色。Whitehurst 表示：美國學生自九十年代開始數學基礎即不夠紮實，半數的八年級生升到高中後無法應付代數等進階課程。誠如新數學派引用之數據，美國四、八年級學童在過去十年間在「全美教育進展評估 (National Assessment of Education Progress)」確呈穩定上昇，但在一些國際評比上表現落後。例如：1996 年的 the Third International Mathematics and Science Study (TIMSS-R) 評比上，只有四年級成績高於各國平均成績；這些原來四年級生升上八年級後，在 1999 年同樣的評比上，卻只能遠遠落後於亞洲及歐洲學生之後。

美國相關各界的態度

數學教育兩派學者的互相批評已使美國教育界漸感不耐，賓州州大教育教授 Roger C. Shouse 即公開為文表示對數學課程改革的失望，認為根本之道還在師資的良窳與否，傳統派也並非完全抽離真實生活裡的數學觀念或只重記憶，不重理解。如果把學童放在數學知識充裕的師資手上，並給予架構觀念及基本演算互相融合的課程，學童絕對可以學到更多。

最近，政府單位及相關學者專家均認為此種爭議徒然浪費資源與時間，希望兩派大將能尋求轉圜。Dana Center 暨德州大學數學教授 Uri Treisman 即對日前兩派共同決定初中數學內容的事例表示肯定，並希望布希政府能配合相關研究，尋求兩派在教授數學基本理論及觀念的共識。而布希政府的態度在最近的高峰會議即可略見端倪，IES 主管 Whitehurst 在會中報告表示：研究顯示學生在發現式教學中可經由繪製圖畫來習得加法及減法，但其他研究則顯示由教師直接帶領學生的教學，學生獲益更多。因此作為輔助，發現式教學確有發揮空間，這席話可說是為數學教育找到一平衡點。布希總統也在 2004 年預算中撥給 IES 二千五百萬的數學教育研究經費。IES 將選定三個研究計畫，希望在教師培育及教師專業發展等方面得出共同結論，作為改革的參考依據，同時，也希望找出調解二派歧見的途徑。

附註：

註一：教育部數學教育政策請參考下列網站：

- 國民教育司「國民教育資訊傳播網」<http://www.eje.ntnu.edu.tw/>
- 一月二十七日新聞稿
<http://www.edu.tw/high-school/importance/920127-1.htm>

- 「樂在數學」手冊內容：

<http://www.eje.edu.tw/ejedata/kying/20032121753/math%20index.htm>

- 八十二年數學教科書與教師手冊之建議意見

<http://www.eje.ntnu.edu.tw/include/message.asp?Active=公佈欄&msgno=477>

註二：1989 年 NCTM 制定標準全書內容見：

<http://standards.nctm.org/Previous/CurrEvStds/index.htm>

註三：1991 年標準: <http://standards.nctm.org/Previous/ProfStds/index.htm>

註四：1995 年標準 <http://standards.nctm.org/Previous/AssStds/index.htm>

註五：2000 年標準 <http://standards.nctm.org/document/index.htm>

註六：Mathematically Correct 網站 <http://www.MathematicallyCorrect.com/>