

教科書研究

JOURNAL OF TEXTBOOK RESEARCH

第十八卷 第二期
2025年8月

Volume 18 Number 2
August 2025

國家教育研究院

NATIONAL ACADEMY *for* EDUCATIONAL RESEARCH

教科書研究

JOURNAL OF TEXTBOOK RESEARCH

發行人 Publisher	林從一 Chung-I Lin
總編輯 Editor-in-Chief	甄曉蘭 Hsiao-Lan Chen
主編 Editors	許慧玉 王立心 Hui-Yu Hsu Li-Hsin Wang
編輯委員 Editorial Board	王立心 國家教育研究院教科書研究中心主任 Li-Hsin Wang, Director, Center for Textbook Research, National Academy for Educational Research 吳俊憲 國立臺南大學教育學系教授 Chun-Hsien Wu, Professor, Department of Education, National University of Tainan 李仰桓 國家教育研究院教科書研究中心助理研究員 Yang-Huan Li, Assistant Research Fellow, Center for Textbook Research, National Academy for Educational Research 李涵鈺 國家教育研究院教科書研究中心副研究員 Han-Yu Li, Associate Research Fellow, Center for Textbook Research, National Academy for Educational Research 林吟霞 臺北市立大學學習與媒材設計學系教授 Yin-Hsia Lin, Professor, Department of Learning and Materials Design, University of Taipei 張俊彥 國立臺灣師範大學科學教育研究所講座教授 Chun-Yen Chang, Chair Professor, Graduate Institute of Science Education, National Taiwan Normal University 許育健 國立臺北教育大學語文與創作學系教授 Yu-Chien Hsu, Professor, Department of Language and Creative Writing, National Taipei University of Education 許慧玉 國立清華大學數理教育研究所教授 Hui-Yu Hsu, Professor, Graduate Institute of Mathematics and Science Education, National Tsing Hua University 陳世文 國立東華大學教育與潛能開發學系副教授 Shih-Wen Chen, Associate Professor, Department of Education and Human Potentials Development, National Dong Hwa University 陳張培倫 國立東華大學民族事務與發展學系副教授 Pei-Lun Chen Chang, Associate Professor, Department of Indigenous Affairs and Development, National Dong Hwa University 陳麗華 淡江大學教育與未來設計學系退休教授 Li-Hua Chen, Retired Professor, Department of Education and Futures Design, Tamkang University 甄曉蘭 國立臺灣師範大學教育學系教授 Hsiao-Lan Chen, Professor, Department of Education, National Taiwan Normal University 劉美慧 國立臺灣師範大學教育學系特聘教授 Mei-Hui Liu, Distinguished Professor, Department of Education, National Taiwan Normal University 賴協志 國家教育研究院教育制度及政策研究中心研究員 Hsieh-Chih Lai, Research Fellow, Research Center for Education Systems and Policy, National Academy for Educational Research 顏慶祥 國家教育研究院學術副院長 Chin-Hsiang Yen, Vice President, Executive Office, National Academy for Educational Research
執行編輯 Managing Editor	張菡芯 Wan-Shin Chang
助理編輯 Assistant Editor	郭軒含 Hsuan-Han Kuo

教科書研究

JOURNAL OF TEXTBOOK RESEARCH

第十八卷 第二期
2025年8月

Volume 18 Number 2
August 2025

主編的話

數位科技與人工智慧正持續且深刻地改變教學現場的樣貌，課程設計、教材編選與教學實踐均面臨前所未有的挑戰與機遇。從課程教學的發展趨勢來看，現行依據十二年國民基本教育課程綱要所編輯與審定的教科用書，發軔於人工智慧尚未普及應用於教育現場的年代，因此，著眼於下一波課程綱要與教科用書研修所展開的準備與討論，勢必無法迴避上述議題與挑戰，此亦為本期專論與論壇聚焦之處。

本期收錄 4 篇專論。第一篇由于靖、丁志堅合著〈在 AI 時代再思考數學課程——落實人才培育的建議〉，比較我國數學領域課程綱要、美國數學課程綱要及其大學先修課程，就三者的目標設定與核心能力要求上的異同加以析論，並指出數學與資訊科技課程內容之間的關鍵對應關係，同時關注各類教學工具的運用及其對數學課程可能帶來的影響。

第二篇由黃巧臻、詹惠雪合著〈桃園市國小英語教師使用數位教學資源的現況與需求〉，透過問卷調查發現，教師使用數位教學資源時多以電子教科書為主，且數位平臺的功能呈現兩極化現象。研究並以 CORE 模式分析數位資源對教學的助益，發現教師在「組織」構面的需求程度高於其對實際教學助益的認同，「延伸」構面則呈相反趨勢。研究指出，電子教科書與數位平臺若能靈活搭配運用，將更能有效發揮教學助益。

第三篇為李佳璇所撰“Higher-Order Thinking in English Education: Content Analysis of Taiwan’s Senior High School Textbooks by Using L Book as an Example”，以某版本高中英語教材的閱讀單元的問句進行內容分析，探究批判性思考能力在英語教材中的樣貌。研究發現批判性思考的層次在跨冊之間呈現漸進式轉變，依序由分析、評價推進至創造，顯現其累積與分層的特性，作者據此提出強化學生批判思考能力及改善臺灣英語教科書設計之具體建議。

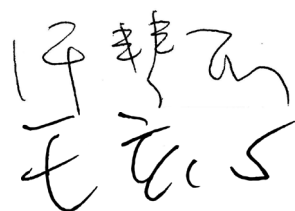
第四篇為張金蘭所撰〈語類結構視角下的華語教材前言分析〉，採用比較教育研究法與內容分析法，從語類結構的視角比較分析臺灣、中國大陸與美國華語教材「前言」之異同。研究發現三地教材前言的主要語步大致相同，但次語步的組成及其位置安排則存在差異。上述發現可供華語教學者與學習者在閱讀前言、選擇教材時參考，亦有助於教材編輯者撰寫結構更為完整嚴謹的前言。

本期論壇以「臺灣數學課程綱要的定位與發展」為題，邀請李華介、林碧珍、林福來、潘戎衍共同對話，回顧現行課綱數學素養共識的形成與轉化歷程，審視課綱實施的成效與得失，並前瞻臺灣人才培育的需求，以期形塑新時代數學課綱的樣貌。論壇同時收錄張鎮華所撰〈數學素養的理論與教學實踐〉，以及李華介、潘戎衍合著〈對數學素養與十二年國教高中數學課綱的思考與展望〉兩篇紙上論壇文章，期望藉由發現問題、尋求對策，回應國際發展趨勢，並提供具體可行的策略建議，為下一波數學課綱的研修與發展預先整備。

本期評論專欄收錄謝豐瑞、王婷瑩、吳嵐婷合著〈由 PISA 2022 評量架構反思臺灣十二年國教數學領域課程綱要之學習表現〉，從數學知識的存在價值、學生與數學的互動方式，以及數學題材的側重取向等三個面向，透過 PISA 2022 評量架構對十二年國民基本教育數學領域課綱進行深度反思，內容詳實，深具參考價值。

本期各篇論著的共同關懷，在於如何因應工具與知識加速更迭的時代，持續精進課程設計與教材品質，厚植學習者的核心素養，落實未來人才培育的目標。期待本期內容能為教科書研究領域注入新的思考視角，並對教育決策者、教材編審人員與現場教師提供實質參考與深刻啟發。

主編



謹識

教科書研究

第十八卷 第二期

2008年6月15日創刊

2025年8月15日出刊

專論

- 1 在 AI 時代再思考數學課程——落實人才培育的建議
于靖 丁志堅
- 45 桃園市國小英語教師使用數位教學資源的現況與需求
黃巧臻 詹惠雪
- 83 Higher-Order Thinking in English Education: Content Analysis
of Taiwan's Senior High School Textbooks by Using L Book as
an Example
Chia-Hsuan Li
- 131 語類結構視角下的華語教材前言分析
張金蘭

論壇

- 165 臺灣數學課程綱要的定位與發展
許慧玉 王立心 李華介 林碧珍 林福來 潘成衍
- 193 數學素養的理論與教學實踐
張鎮華
- 203 對數學素養與十二年國教高中數學課綱的思考與展望
李華介 潘成衍

評論

- 229 由 PISA 2022 評量架構反思臺灣十二年國教數學領域課程
綱要之學習表現
謝豐瑞 王婷瑩 吳嵐婷

JOURNAL OF TEXTBOOK RESEARCH

Volume 18 Number 2

First Issue: June 15, 2008

Current Issue: August 15, 2025

Articles

- 1 Reflections on the Structure of Mathematics Courses in the Era of Artificial Intelligence
Jing Yu Tsu-Jen Ding
- 45 The Current Status and Needs of English Teachers in Elementary Schools in Taoyuan City Regarding the Use of Digital Educational Resources
Chiao-Chen Huang Hui-Hsueh Chan
- 83 Higher-Order Thinking in English Education: Content Analysis of Taiwans Senior High School Textbooks by Using L Book as an Example
Chia-Hsuan Li
- 131 Genre Structure Analysis of Prefaces in Chinese Language Teaching Materials
Ching-Lan Chang
- 165 **Forum**
Positioning and Development of Taiwan's Mathematics Curriculum Guidelines
Hui-Yu Hsu Li-Hsin Wang Hua-Chieh Li
Pi-Jen Lin Fou-Lai Lin Shu-Yen Pan
- 193 Theories and Instructional Practices in Mathematical Literacy
Gerard Jennhwa Chang
- 203 Perspectives on and Prospects of Mathematical Literacy and the 12-Year Basic Education High School Mathematics Curriculum Guidelines
Hua-Chieh Li Shu-Yen Pan
- 229 **Review**
Reflections on the Mathematics Learning Performance in the 12-Year Basic Education Curriculum Guidelines Through the Lens of the PISA 2022 Mathematics Framework
Feng-Jui Hsieh Ting-Ying Wang Lan-Ting Wu

在 AI 時代再思考數學課程—— 落實人才培育的建議

于靖 丁志堅

從人才培育的觀點檢視數學課程綱要內容，並提出如何藉由數學課程規劃來更有效的培育未來人才。對比臺灣現行十二年國教數學課程綱要，2010年美國數學課程綱要，以及美國大學先修課程的課程綱要，在數學教育中的目標與核心能力要求及差異。我們指出數學課程內容與資訊科技課程內容的關鍵對應，也著眼各種教學工具的使用以及其可能對於數學課程的影響。我們特別介紹 AI 機器學習分類模型例子，呈現其背後應用到的基礎數學。

關鍵詞：課綱、機器學習、運算思維、函式、微積分

收件：2024年12月3日；修改：2025年4月15日；接受：2025年7月10日

Reflections on the Structure of Mathematics Courses in the Era of Artificial Intelligence

Jing Yu Tsu-Jen Ding

From the perspective of mathematics education, we analyzed curriculum guidelines and revealed how effective course planning can better serve the next generation of students. We compared Taiwans current 108 mathematics curriculum guidelines with the 2010 US Common Core State Standards and the Advanced Placement curriculum framework in terms of factors such as objectives and core competencies. The findings highlight the correspondence between the mathematics and information science curricula. Furthermore, the article sheds light on the use of various teaching tools and their effects on mathematics education. Specific examples of machine learning classification models are presented to illustrate the foundational mathematics involved in their implementation.

Keywords: Curriculum Standards, machine learning, computational thinking, mathematical function, mathematical calculus

Received: December 3, 2024; Revised: April 15, 2025; Accepted: July 10, 2025

壹、前言

AI 科技的成熟發展大幅改變產業生態與大眾生活方式，世界先進國家均大量投入人工智慧（AI）發展，藉以掌握此發展的關鍵技術，提升國家競爭力。我國政府宣示 2017 年為臺灣 AI 元年後，便推動 4 年期臺灣 AI 行動計畫（行政院科技會報辦公室，2018），導入資源，積極在大學端培育 AI 高階科研與實務應用人才，同時延攬海外 AI 菁英，讓臺灣在此智慧革命中取得機會與優勢，引領我國邁向數位經濟發展的新階段。

此一 AI 人培育的策略，在臺灣 AI 行動計畫 2.0（2023~2026 年）（行政院智慧國家推動小組，2023）有了更全盤的思考，積極採取向下紮根的布局策略，AI 行動計畫 2.0 從教育部與數位發展部的跨部會整合中，提供中小學學生更多學習 AI 基礎學理的機會，擴大培育規模，實踐人才優化與擴增。由於基礎數學能力緊扣著 AI 研究與應用者對於試圖理解模型、優化算法，以及進行資料分析與預測的能力，同時數學教育培養的邏輯推理與問題解決能力，為 AI 技術創新的基礎，因此數學教育如何積極回應 AI 人才培育，或許才是 AI 發展的藍海策略。

在本文中，我們嘗試從人才培育的觀點，檢視當前教育體系中數學課程綱要的內容，並探討其與 AI 的關聯性，以及如何透過數學課程規劃來更有效地培育未來人才。首先，我們針對臺灣現行的《十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校——數學領域》（十二年國教數學課綱，2018）進行剖析，並與 2010 年美國數學課程綱要（Common core state standards for mathematics），以及美國大學先修課程（Advanced Placement, AP）的課程綱要進行比對（詳網址：<https://ap.collegeboard.org/>），以理解不同教育體系在數學教育中的目標、核心能力要求及差異。隨著 AI 技術逐漸融入各行各業，數學教育與課程設計也必須適度調整，以確保學生具備足夠的數學素養，特別是

面對 AI 世代時所需的應用基礎數學能力。接著，本文將著重論述數學課程應如何涵蓋人工智慧所需的基礎數學、資料分析概念以及相關邏輯訓練，使學生在未來能成為兼具技術知識與社會責任的 AI 世代公民。我們從 4 個面向來思考 AI 世代下的數學課程。其一，基於美國近年來在 AI 發展上的領先地位，我們探討其數學教育有何可供借鏡之處，並指出數學課程內容與資訊科技課程內容之間的關鍵對應。其二，聚焦於各種教學工具的使用方式，以及它們可能對數學課程所產生的影響。其三，我們發現現行高中課程綱要與大學人才需求仍存在落差，遂深入探討《十二年國民基本教育課程綱要》（以下簡稱十二年國教課綱）與美國現行進階課程 AP 的課程綱要之間的差異。其四，我們特別介紹並分析幾個 AI 機器學習的分類模型例子，嘗試呈現其背後所涉及的基礎數學。在文章最後，我們基於上述討論，提出一些結合數學教育與資訊科學教育的可行建議，並著眼於高中數學課程與大學課程之間的銜接與落差，期能為未來人才培育提供參考方向。

貳、AI 時代從美國數學課程綱要思考 十二年國教數學課綱

美國近年來在 AI 發展上處於領導地位，其數學教育中的一些實踐和策略值得借鑒。另一方面，AI 的基礎在於透過大量數據的蒐集、數位化，並使用基本的數學工具來進行處理與分析。為了進一步探討數學教育如何回應人工智慧的發展，我們選取臺灣《十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校——科技領域》（十二年國教科技課綱，2018）作為比較參考。雖然十二年國教科技課綱強調資料探勘與機器學習等具體技能，但我們認為，這些應用的核心仍然依賴於數學中的運算思維和基礎工具。因此，本研究的重點在於探討數學課綱應提供那些學習內容，以有效橋接 AI 相關領域的學習。基於此背景，我們從以下 2 個面向檢視現行的十二年國教數學課綱，其一是從運算思維

的角度回應十二年國教科技課綱，其二則是對比美國數學課程綱要。

十二年國教科技課綱（2018）包含資訊科技與生活科技 2 個部分。科技課綱旨在培養學生的科技素養，目的是透過科技相關工具來培養學生動手實作、設計與創造科技工具及資訊系統的知能。同時，資訊科技課程綱要也希望涵育學生探索、創造性思考、邏輯與運算思維、批判性思考、問題解決等高層次思考的能力。所謂的運算思維，是指透過電腦科技相關知能的學習，培養邏輯思考與系統化思考，而數學則是發展學生運算思維的最重要學科之一。此外，普通高中的資訊科技的學習內容中，如「資 D-V-2 資料探勘與機器學習的基本概念」（頁 11），其學習表現的成效也與數學領域的學習成效密不可分（如函數、微積分、線性代數）。

另一方面，對比美國數學課程綱要可以發現，儘管美國與臺灣的學制略有不同（美國高中為 9~12 年級，國中為 6~8 年級），其面對 AI 世代的數學課程內容仍有許多值得臺灣借鑒之處。美國數學課綱強調數學實作與素養（mathematical practice and proficiency）的培養，特別是在數學實作方面著重數學過程的流暢性與熟練度，涵蓋提出策略的能力（包括程式設計的應用）、辨識與運用數學推理的能力，以及對數學操作精準程度的感知與掌握。我們認為，在 AI 世代興起之際，數學教學應把握這一契機，適時引導學生從自然語言描述的情境，轉化為較高層次的數學表達，進而透過符號來表示與操作數學物件，這也是抽象思維的起點。在教學實作中，可以聚焦於具體呈現所有基本的數學物件，即便對這些物件的不同表徵（representations）的理解需要學生具備初階的抽象能力。然而，數學的不同次領域（如幾何、代數）中的數學物件皆可在電腦環境中呈現，而這些物件之間的邏輯關係與系統性思考，則是培養學生運算思維的重要切入點。適當運用科技工具（如 GeoGebra、Scratch）進行實作，不僅能提升學生對數學物件的理解，也有助於運算思維的發展，進而培養學生適應 AI 時代所需的能力。

美國數學課程綱要提到運算思維（computational thinking）的重

要性 (Porter et al., 2011)，其中對「計算演算法」與「計算策略」作出清楚區分：計算演算法是一組適用於某類問題的預先定義步驟，只要正確執行，每次都能得出正確結果；而計算策略則是為特定問題所選擇的有目的操作，未必有固定順序，目的在於將原問題轉化為另一個較易解決的形式。這樣的區分顯示出美國課綱對靈活運用與問題轉化能力的重視，強調運算思維在數學學習中的核心角色，這部分正是目前十二年國教數學課綱中相對較少涉及的內容。然而，十二年國教科技課綱已明確指出「運算思維」作為核心素養的重要性。因此，我們建議，在符合 AI 時代需求的數學課程綱要中，也應進一步強調「運算思維」的培養。細緻地對應十二年國教數學課綱與十二年國教科技課綱可以發現，數學課程中的學習內容完全可以呼應十二年國教科技課綱所欲培養的核心素養。例如，運用程式設計來模擬數學概念，不僅能幫助學生加深對數學基本概念的理解，也能提升他們的實際操作能力。此外，這種融合並不會影響高中與大學的入學考試，因此從基礎教育層面整合數學與資訊科學的教學，是切實可行的策略。此外，美國課程綱要在教學設計上亦有值得借鑒之處。例如，美國在 6 年級就開始引入一些數學基本概念，如變數與代數式，而這些內容在十二年國教數學課綱中則安排在 7 年級。更進一步，美國 6 年級數學課綱還強調統計與機率的基本概念。這些基本概念的儘早引入，不僅能幫助學生打下紮實的數學基礎，更能有效導引學生面向 AI 時代的學習需求。特別是在函數的教學方面，美國課綱清楚指出應在 8 年級教授，讓學生理解「每一個輸入 (input) 對應一個輸出 (output)」的基本概念。函數在現代應用中早已不只是抽象的數學概念，而是涉及數據分析、程式設計及 AI 模型建構的基石。因此，儘早將函數概念融入教學非顯得常重要。如果等到高中 3 年級才教授這一概念，對學生的學習進程而言，無疑為時已晚。

從語言的觀點來看，數學語言與資訊科學語言的發展具有高度的同構性與相互助益之處。學生的語言學習經歷可以視為一個從自然語言逐步過渡到符號語言、人工語言 (artificial language, AL) 的過程。在數學

領域，這一過程從學習基於自然語言的數字與基本符號開始，再逐步引入文字符號來代表未知數。進入國中教育階段，文字符號進一步被視為變數，進入更為抽象的數學語言系統。而資訊科學領域則引入程式語言，學生逐步學習如何使用這些人工語言與電腦進行交流。從語言結構的角度看，自然語言、數學語言以及程式語言（如 Python）均屬於「高階語言」。這些語言經過高度「封裝」，以人類易於理解的文字表達，並建立在日常語言的基礎之上，因此具有較高的可讀性。這樣的設計使得對電腦理解較淺的人也能大致掌握其內容。然而，要真正理解這些語言的描述對象，學生需要對它們所指涉的基本概念有一定程度的熟悉與掌握。因此，在數學教學中，語言學習與基本數學概念的掌握應同步進行。

語言學習的起點自然是學生的母語。然而，數學與資訊科學中的語言並非天然屬於自然語言，而是經過翻譯與轉化後才被整合進學生的學習過程。例如，數學教學的早期階段常以自然語言描述問題的形式導入，這種方法在國小階段尤為有效。但隨著學習內容的逐步深入，數學概念的抽象性逐漸增強，學生需要逐步適應數學世界中的語言規則與邏輯陳述，而不僅僅依賴自然語言的直觀理解。在此過程中，雙語化教學可發揮重要作用。一方面，雙語化教學能幫助學生更快地適應數學語言與資訊科學語言的特性；另一方面，在資訊科學領域，由於早期電腦產業發展主要以英語為基礎，程式語言多以英語為藍本。因此，在資訊教育中，雙語化幾乎是一種必然選擇，能幫助學生有效掌握資訊科學中的人工語言。總之，數學與資訊科學語言的學習是從自然語言逐步過渡到符號化、人工語言的過程。在這一過程中，學生需要逐步接受這些語言所描述的抽象事實與邏輯。同時，雙語化教學在數學與資訊科學領域的語言轉化中具有顯著優勢，不僅能提升學生的學習效果，還能更加呼應全球化背景下的教育需求。

以下以「算則，演算法，與近似值」及「集合，函數（函式），三角函數」兩個例子來闡述基礎數學概念，涉及資訊素養的面向當然也一併考慮。

一、算則，演算法，與近似值

（一）算則

算則（計算演算法）在資訊科技課程綱要中被稱為「演算法」（algorithm），其名稱源自波斯學者 Al-Khwarizmi（西元 780~850），是數學中最基本且重要的概念之一。從國小階段的算術運算操作開始，算則便成為數學課程的一部分，而這一概念在十二年國教科技課綱中則被稱為「運算思維」，並且是國中 7 年級資訊科技課程綱要的核心素養之一。同樣地，在國中數學領域，我們建議也應從「運算思維」的角度，更具體地詮釋學習內容，以與十二年國教科技課綱的教學相呼應。例如，數學中的整數與分數加、減、乘、除運算應被視為基本的「演算法」。在教學中，GeoGebra 等軟體的電腦代數系統（computer algebra system, CAS）計算器非常適合用於這一層面的數學教學，能幫助學生直觀地理解運算背後的邏輯。

在國中階段，從除法算則延伸到歐幾里德輾轉相除法，可以作為展示「演算法」魅力的亮點範例。國中數學課綱中還涉及「質數判別」與「質因數分解」問題，這些都是演算法研究的經典案例。例如，質數判別經歷了兩千年的研究，直到 21 世紀初才發展出接近理想的演算法（AKS 判別法）；而質因數分解則與現代密碼學密切相關，是過去半個世紀以來資訊安全的核心基礎之一。這些內容不僅是數學課程的重要組成部分，更是學生瞭解數學應用與科學價值的關鍵切入點。數學課程綱要不應僅僅強調算則的推導與後續運算，更應著重於幫助學生認識不同算則的特點與應用情境，並培養其判斷不同演算法優劣的能力。由於算則往往涉及複雜的運算過程，我們建議應利用電腦來執行繁重的計算，使學生能專注於理解演算法的直觀原理與結構，而非耗費精力於繁瑣的計算步驟。這樣的教學策略不僅能讓學生更深刻地理解數學的本質，也能培養其應用數學解決實際問題的能力。

輾轉相除法是一種經典且完美的順序演算法（sequential

algorithm)，其簡潔、高效的特性使其成為數學與資訊科學中不可或缺的基礎方法之一。在現代技術的支持下，無論是具備 CAS 計算器功能的手機還是平板電腦，都能輕鬆執行輾轉相除法，僅需幾次按鍵操作即可完成計算。此外，在資訊科學領域中，輾轉相除法也是最適合以遞迴演算法實現的數學運算之一，這種高度藝術性的算則，能以最精簡的程式碼，表達複雜的計算過程。以如下的 Python 程式碼為例，透過函數的自我呼叫方式，僅五行程式碼即可算出 252 和 105 的最大公因數為 21。

```
def gcd_recursive(a, b):  
    if b == 0: # 終止條件  
        return a  
    else:  
        return gcd_recursive(b, a % b)  
print(gcd_recursive(252, 105)) # 輸出 21
```

然而，令人遺憾的是，根據《十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校——數學領域課程手冊》（國家教育研究院，2020）（以下簡稱十二年國教數學課程手冊），N-7-2 條目的說明中明確將輾轉相除法列為「不介紹」的內容，這在教學設計上無疑是一大缺憾。輾轉相除法是數學史上少數經過完整驗證且具備優雅數學結構的演算法之一。利用這一方法計算最大公因數（GCD）的效率遠超其他方法。因此，我們應該向學生介紹其卓越之處，並說明歷史上最早的演算解法（如篩法）和分解整數的方法雖然具有開創性意義，但始終未能滿足人類對高效性的追求。科學研究的核心在於不斷探索更省時、更省力、更經濟的方法，而這正是理解「好」演算法的重要切入點。

在此過程中，學生可以接觸到演算法「複雜度」（complexity）的概念，這是現代理論資訊科學的基石，而輾轉相除法則是一個完美的實例。19 世紀法國數學家 Lamé 的研究將這一演算法推向理論高峰，他證明：對於兩個正整數，若將其表示為 10 進位形式，使用歐幾里德方法

計算其最大公因數所需的除法次數，不會超過兩個整數中較大數的 10 進位展開位數的 5 倍。這個結果不僅顯示出輾轉相除法的高效性，也為後來複雜度理論的發展奠定了基礎。在數學教學中，向學生介紹輾轉相除法的歷史背景、應用價值及其理論意義，有助於他們理解何謂「好」的演算法，此舉不僅能拓展學生的視野，還能幫助他們建立運算思維和邏輯推理能力的深厚基礎。忽視這樣一個經典且具教育價值的內容，無疑會讓學生錯過接觸數學與資訊科學核心理念的寶貴機會。因此，將輾轉相除法納入課程內容，應是未來教學設計的重要改進方向之一。

（二）運算思維

我們建議在十二年國教數學課綱中應明確界定「運算思維」的概念，並在教學中強調其應用價值。國中資訊科技課程綱要已引入順序與遞迴思維，而國中 8 年級數學教科書中的費氏（Fibonacci）數列，作為最簡單的遞迴數列，正是啟發學生理解遞迴思想的理想切入點。同時，這也為進一步探索「輾轉相除法」的演算法「複雜度」提供了理論基礎。19 世紀，Lamé 對輾轉相除法進行了深入研究，觀察到在使用歐幾里德方法計算兩個正整數 a 和 b 的最大公因數（其中 $a > b$ ）時，最繁複的情況出現在 a 和 b 恰為費氏數列中相鄰的兩項。此時，所需的除法次數正好等於 b 的 10 進位展開位數的 5 倍。這一發現不僅展示了費氏數列與輾轉相除法的緊密聯繫，也讓學生得以透過具體的數學例子理解演算法複雜度的概念。輾轉相除法不僅是演算法中順序邏輯的經典案例，也是探索遞迴思維的重要窗口。將其引入課堂，能夠幫助學生從實際問題出發，理解數學與資訊科學的交叉應用。同時，通過結合費氏數列與輾轉相除法的複雜度分析，學生能夠加深對數列、遞迴以及演算法效率的認識，進一步培養批判性思維與問題解決能力。

在正整數平方根的表達方式上，Lamé 在探索「輾轉相除法」的研究中運用了數學歸納法，並將其與費氏數列及黃金分割數 ϕ 建立了緊密的連結。費氏數列作為最簡單的遞迴數列，揭示了遞迴這一基本數學概

念的重要性。如同 $\sqrt{2}$ ，黃金分割數 $\Phi = (1 + \sqrt{5})/2 = [1, 1, 1, 1, 1, \dots]$ 具有最簡單且優美的循環連分數展開形式。這為學生接觸連分數（尤其是循環連分數）提供了一個直觀的啓蒙例子。在幾何學中，正整數平方根（如 $\sqrt{5}$ ）最早源於畢氏定理。通過數學教學，可以讓不同的數學概念在相互連結中得到深化。例如，從幾何到數學歸納法，再到連分數展開，這些概念構成了一個豐富的數學學習框架，為學生理解數學的多面性奠定基礎。然而，教學的目標並不是期望學生在短時間內掌握所有的概念，而是引導他們觀察數學現象的多樣性，理解各種概念之間的演化與關聯，並在長時間內逐步內化這些知識。數學的魅力之一在於，可以藉由不同的數學途徑來達成多種表徵形式。對於學生而言，重點不在於完全掌握每一個數學方法途徑，而在於欣賞與理解數學途徑的多樣性，並培養觀察力與洞察力。

（三）近似值

圓周率 π 是學生首次接觸到誤差與近似值的概念，通常是在國小6年級學習圓的不變量——圓周率 π 。這是一個極其複雜且難以估計的無理數，並且不是任何整係數方程式的根（由 F. von Lindemann 所證明）。如何計算圓周率、近似其值，並控制誤差與近似速度，是數學中極具意義的問題。從古希臘的阿基米德到現代，數學家不斷努力去探索和理解這一重要數學常數。阿基米德、劉輝、祖沖之等數學家利用畢氏定理與三角幾何，透過內接正多邊形（國中的數學方法）計算圓周率，得到了例如圓周率 $\pi < 22/7$ ，與圓周率 $\pi < 355/113$ 。這些分數（ $22/7$ 和 $355/113$ ）是對 π 的最佳有理近似，因為它們在分母不大於7或113的所有有理數中提供了最精確的結果。經由圓周率的連分數展開，可以推導出這些結果，並解釋為什麼 $355/113$ 比 $22/7$ 更接近圓周率 π 的精確值。到了15世紀，隨著文藝復興和印度數學家對無窮級數與無窮乘積的引入，圓周率的研究進入新的篇章。這些數學的突破，推動了三角學的發展，提供了更精緻的數學結構和更快速收斂的公式來計算圓周率。這一高潮延續到

Newton 和 Leibnitz 創立微積分的時代。到 18 世紀末，J. H. Lambert 證明了圓周率 π 是無理數。而到 19 世紀，人們已經能夠手算超過 700 位小數，這充分展示了數學研究與圓周率近似問題的並進歷程，是高中數學中極具啓發性的故事。20 世紀對圓周率的研究更加精彩。100 年前，S. Ramanujan 利用算術幾何（modular function）提出了一個近似圓周率 π 的神奇公式，其每個級數項都能計算出額外 10 多位準確的小數。到了 1989 年，隨著電腦技術的發展，Chudnovsky 兄弟利用更高效的演算法，已將 π 的計算精確到超過 10 億位。圓周率的歷史發展充分顯示出數學在精確性與計算效率上的不懈追求，並體現了數學、科學與資訊科學的共通目標——更精確、更高效。數學課程應提供相關的學習機會，讓學生瞭解這些故事，體會數學研究的深度與歷史演進，並從中欣賞數學作為一門科學如何持續推動技術與知識的進步。

關於縮小誤差，學生可透過計算二次方根及其近似值接觸到此概念。正整數的二次方根既可透過畢氏定理進行圖形化表示，也可以使用循環連分數展開來精確描述。在給定的誤差範圍內，二次方根的近似值是可完全控制的，這反映了實數作為數學結構的基本特性。進入 AI 時代，各種數據可被高度技巧地數值化，並轉化為在大數據集合上進行的「黑箱」操作。而近似二次方根則是一個最簡單且透明的「白箱」模型。機器學習演算法的核心目標，正是藉由數學運算不斷縮小輸出數據中的誤差，進而優化模型的表現。事實證明，機器學習的成功已遠遠超越科學家對其潛力的初步預測，從而揭開了 AI 時代的序幕。理解二次方根的近似與誤差控制，能幫助學生以更直觀的方式掌握數學中的誤差概念，並認識到這一基本思想如何啓發 AI 中的數學模型。這種學習方式不僅有助於鞏固數學基礎，也能讓學生想像數學如何應用於現代科技。

二、集合，函數（函式），三角函數

（一）數據集合

在 AI 的世界中，數據集合（datasets）無處不在，這是數學中集合

概念最直觀且實用的例子之一。因此，在國中數學課程中，引入集合的基本概念是必要且有益的。集合的教學不必一開始就從抽象的元素定義入手，而是可以透過具體的、生活化的情境，幫助學生理解物件聚集的概念，以及這一概念如何對應到資訊科學中的數據集合。學生面對一個集合，在傳統數學意識上固然可以是抽象的，而另一方面數據科學要探索的是集合元素間的相關與變異。在大數據時代，學生應認識到，未來他們將面對的是極為龐大的數據集合，也就是包含大量元素的集合。這一認識是自然且順理成章的，因為學生在國小階段已熟練掌握了大數的概念與運算。集合的操作在很大程度上依賴於變數的靈活運用，當變數表示某個固定集合中的元素，並在集合內「運行」時，數學的故事便正式展開。

（二）陣列與矩陣

在十二年國教科技課綱中，國中階段已引入陣列（array）概念，這是一種有限的、排序的（數據）集合。國小數學領域也已經開始涉及數據科學的基礎內容，其中出現的一維和二維表格就是陣列的早期形式。當這些陣列進一步數值化，便可與高中數學中的向量概念相銜接，因為經過數值化後，可以對所有條目執行基本運算。在 AI 中，陣列和向量的應用非常廣泛，例如，大型語言模型（LLM）透過詞嵌入（word embedding）技術，將每個詞表示為高維空間中的坐標向量，這些向量的相對位置可反映詞在語境中的微妙差異。相似詞的向量在空間中相距較近，而向量內積和餘弦三角函數則用於計算詞間的相似性。基於這種基本的空間幾何運算，電腦得以解釋、操縱並模擬理解人類語言。為讓學生及早瞭解陣列的應用，數學課程應考慮如何將陣列的概念融入教學中，而無需借助高階數學內容。例如，陣列可以用生活化的數據表格或簡單的排序問題來引入，幫助學生建立對陣列作為數據集合的基本認知。

矩陣是一種特殊的陣列，數據科學中的二維表格可以自然地轉化為數學中的二維陣列。如果條目直接以數值表示，這些陣列就成為高中數學中可以運算操作的矩陣。例如， $m \times n$ 階的陣列可表示為 $m \times n$ 階

的矩陣。在機器學習中，處理數據往往需要操作大尺寸矩陣，而對於現代學生而言，這些運算可以輕鬆交給電腦處理。另一方面，矩陣運算（特別是乘法）的計算複雜度會隨矩陣尺寸快速增長，因此，開發高效的矩陣運算演算法成爲過去半個世紀的重要研究課題。在高中數學中，雖然行列式的教學內容通常只要求學生手算 2 階或 3 階方陣，但學生可以透過電腦操作來計算更高階的行列式，並從中認識其較複雜的數學結構。此外，學生還可以從三維空間中的數據陣列初步認識張量（tensor，即高維陣列）的概念，這也是數學應用到 AI 中不可或缺的基礎知識。

（三）函數／函式

在引入集合概念的同時，函數與關係自然隨之進入數學課程。根據美國 8 年級課綱，函數將定義域中的元素視爲「輸入」，而函數值則是「輸出」。這種定義方式直接連結到資訊科學與 AI 的發展，也讓學生更容易理解函數在現代應用中的核心意義。函數的教學不一定依賴運算能力，而是應側重於幫助學生建立對應關係的理解。數學課程中，函數的引入始於自變數與因變數的概念，並逐步在數的集合上定義變數。隨著學習的深入，學生從一次線性式拓展到多項式，進一步延伸到多變數多項式，並掌握多項式上的四則運算。多項式因其包含變數，允許代換運算（substitution）：將選定的數值代入多項式中的自變數會得到具體的數值；而將另一個代數式代入則會產生新的多項式。代換是一種基本且具體的操作，在數學中對應於函數的合成。而在資訊科學領域，函數（function）更精確地被翻譯爲「函式」，因爲函數的定義域不限於數的集合，而是可以應用於任意集合。「式」的涵義更廣，甚至可以作爲「黑箱」，將輸入元素送入黑箱後得到輸出，再將輸出作爲下一個黑箱的輸入，這正是函數合成的實質。

多項式是數學中的基本「白箱」模型，具備完全的透明性。然而在 AI 中，黑箱／白箱已成爲描述函數的慣用語。例如，機器學習模型使用的複雜函數往往被視爲黑箱，這些函數的透明性與可解釋性常是

研究的重要課題。儘管如此，理解函數的輸入與輸出關係的意義才是關鍵。無論是 AI 模型中的黑箱函數，還是中學數學課程中的指數函數、對數函數或三角函數，學生的核心素養應在於能掌握這些函數的基本運作規則。

在十二年國教科技課綱，程式設計教學多以學生熟悉的生活或遊戲情境為背景（如 MIT 媒體實驗室開發的 Scratch 3.0），這些例子中，函式（函數）通常是完全透明的「白箱」，小學生都能理解其運作方式。數學教學應該引導學生以操作數學物件為目標，讓學習如同遊戲般有趣，並逐步引入運算思維，使他們體驗數學的功能性與應用性。函數作為數學學習的一個關鍵，並不需要學生完全理解每個演算法的內部運作，但應使他們能夠理解不同函數的輸入與輸出所對應的意義。

AI 的機器學習模型是經由「訓練」大數據集合生成的「黑箱」程式。這些黑箱函數能夠識別模式（pattern）並處理新的數據，通過多次輸入與訓練，模型函數逐步改進，最終生成高效的程式。雖然可以討論這些模型的透明度（transparency），但由於這些黑箱中的複雜函數是透過機器逐步控制誤差建構而成，其運算效率無法完全用理論解釋。相比之下，中學數學中的白箱函數，例如，平方根函數、指數函數、對數函數或三角函數，具有完整的理論基礎和可解釋性。然而，AI 中的黑箱函數則更為複雜，是科學家面臨的真正挑戰，涉及高維數據和非線性模式的建模。這種差異更能說明數學在 AI 應用中的核心價值，數學教育的任務是幫助學生搭建從白箱到黑箱的認知橋梁，激發他們探索未知的興趣與能力。

（四）數值函數

在電腦或計算器的計算介面上操作基本數值函數時，所顯示的函數值都是近似值，並在給定的誤差範圍內呈現。藉助軟體和程式語言，這些近似值的精度可以進一步調整，誤差範圍得以縮小，使數值函數的實際應用更加廣泛。在中學數學課程中，數值函數的教學從一次、二次、

三次函數開始，逐步引導學生理解更高層次的函數概念。正實數的平方根函數是學生接觸到的最早可以藉助電腦或計算器實際觀察的數值函數。接著，課程引入固定有理指數的指數函數、固定無理指數的指數函數，再到以固定正實數為底的指數函數及其反函數——對數函數。這些函數標誌著高中數學中數值函數教學的新階段，學生開始處理更複雜的函數和數值計算。這些數值函數的取值，例如 $2^{\sqrt{2}}$ 、 $\log_{10} \sqrt{2}$ ，往往與圓周率 π 一樣，屬於超越數。超越數指的是那些既是無理數，又不滿足任何整係數代數方程的數，難以作精確估計。數學中所謂的基本函數，都是由中學課程的這些基本數值函數所組成，在機器學習領域，基本函數扮演著不可或缺的角色，例如，AI 中各種激活函數皆屬於基本函數。

（五）從數線到圓

在座標平面上，將 x - 軸上的數線繞至以原點 $(0,0)$ 為圓心、半徑為 1 的圓周上，可形成一個無窮多圈的圓周結構。當 x 從 0 到 2π 繞行圓周一圈時， x - 軸上的數線被分割為長度 2π 的區間，並以這些區間的方式在圓周上反覆呈現。這樣的映射使定義在圓周上的數值函數轉化為定義在數線上的週期數值函數，其週期為 2π ，例如三角函數 Sine（正弦）與 Cosine（餘弦）。在這個幾何架構中，圓周上的每一個點都可以對應到一個「角」，這些函數的定義域也就自然成為所有的「角」。從 0 到 2π 是角的弧度量範圍，而 x - 軸的整條數線圍繞到圓周上後，對應了廣義的弧度量值。圓周上的弧長與實數加法的結合，賦予了幾何意義：實數的加法運算可以對應到弧長的加法，進而對應到圓周上點所代表的角度的相加。

作為數學中最經典的超越數之一， π 是不容易精確近似的實數。然而，在圓周上，與某些有理分割點（如 π 、 $\pi/2$ 、 $\pi/3$ 、 $\pi/4$ 、 $\pi/6$ 等）相關的三角函數值卻非常簡單。這些分點具有重要的幾何意義，使三角函數的學習變得更加直觀且易於理解。三角函數的歷史可以追溯到古希臘的三角測量，當時的數學家藉由相似直角三角形的性質，將三角比

(Sine、Cosine 等) 定義為角的數值函數，這些比值是不變的。19 世紀初，法國數學家 Fourier 發現，任何週期數值函數都可以利用 Sine 和 Cosine 的線性組合來近似表達，這一發現成為科學與工程領域的重要基石。Fourier 級數的出現使得週期函數的分析成為可能，也更加擴展了數學在物理學、電子工程等領域的應用。

(六) 三角函數

利用計算器繪製三角函數圖形可以幫助學生觀察並理解函數的一些重要性質。然而，僅僅計算特殊角的近似值並沒有數學教學上的深度意義，因為這樣的操作並不能增強學生對三角函數特殊值的理解與掌握。在實際應用中，當特殊角取為 π 的有理倍數（即常見的度數如 $\pi/2$ 、 $\pi/3$ 、 $\pi/4$ 等）時，這些函數值往往是無理代數數，雖然沒有 π 那樣複雜，但仍屬於數學中代數數的範疇。如同 $\sqrt{2}$ ，代數數是可以其精確形式呈現的。然而，普通計算器的操作僅能顯示這些函數值的小數近似值。從三角函數在特殊角所取的近似值推算其精確的代數數值，是現代數論與計算代數研究中的重要課題之一。這一研究關聯到數的深層結構與計算的精確性。在電腦尚未誕生的時代，數學家千百年來依靠三角學與基本幾何方法，近似計算三角函數取值，並將其應用於航海導航與天文觀測等實際問題。現代科學工具中提供的三角表，是融合了從古至今的數學方法，再結合計算機技術而達到了更高的精度與效率。

(七) 從畢達哥拉斯到尤拉

三角函數的發展故事連結了數學歷史中的重要主題，也貫穿了國小到國中數學的核心內容：從畢氏定理到座標平面，再到 π 與圓，構成了一個完整而豐富的數學圖景。數線的延伸讓數學家將整個座標平面的點與更廣義的數——複數建立對應關係。複數平面的引入不僅是數學發展中的偉大一步，更具有深遠的幾何與代數意義。

在複數平面中，點 $z = (x, y)$ 表示成 $x+iy$ ，其中 i 是 -1 的選定平方根。 x -軸上的點對應實數，而 y -軸上的點對應純虛數。半徑為 1 的單

位圓，則是複數平面上絕對值 $|z| = 1$ 的點集合。在這個集合中，點 z 的 x -座標即為 $\cos \theta$ ， θ 是點 z 與正向 x -軸所夾的廣義角，也稱為複數 z 的幅角。取這些點 z 的 y -座標就是 $\sin \theta$ 。複數 z 也就寫成了 $\cos \theta + i \sin \theta$ 。複數平面的引入具有深刻的幾何意義：複數的相乘對應於其幅角的相加，進一步自然導出了複數的極式表示。尤拉（Euler）在此基礎上，將指數函數拓展至複數平面，定義了一整個複數值解析函數，並讓其滿足所有國中學生熟悉的指數律，從而寫下了他著名的公式： $e^{\sqrt{-1}\theta} = \cos \theta + \sqrt{-1} \sin \theta$ 。Sine 與 Cosine 函數的和差公式也很容易就從複指數律導出。這一公式不僅連結了指數函數與三角函數，還讓三角函數的和差公式成為複指數律的直接推論。從這個角度看，複數平面上的指數函數與對數函數是整個從畢氏定理到三角函數故事的自然延續與壯麗落幕。這段數學旅程展示了數學素養的核心所在：從具體的幾何問題到抽象的代數結構，數學的發展始終在探索與連結中進行。對學生來說，理解這段數學歷程，不僅有助於鞏固基礎數學概念，更能啟發他們欣賞數學之美，以及數學在自然科學與現代應用中的深遠意義。這樣的學習過程，不僅是一場知識的積累，更是一場思維的洗禮。

參、工具的使用及素養

在 AI 世代，工具的使用變得尤為重要，特別是與數學相關的工具。這些工具的背後往往蘊含著不同的數學性質、演算和操作規則。對這些工具的熟練掌握與深入理解，不僅能提升解決問題的效率，還能幫助使用者更加瞭解工具背後的數學原理與應用場景。因此，工具素養已成為 AI 世代必備的重要素養之一。工具素養不僅包含熟悉操作這些工具，還需要具備辨析工具特性、選擇合適工具解決問題的能力，更進一步需要理解工具運行的數學邏輯與科學背景。工具包括傳統實體操作工具（如尺規）及科技輔助工具（如 GeoGebra、Excel 試算表、計算機、數學建模軟體、數據分析平臺等）。這些工具不僅能夠幫助學生

更直觀地理解抽象數學概念，還能增強他們對數據處理和模型建構的能力。更重要的是，數學課程綱要應該清楚說明各種不同工具如何輔助數學學習。透過這些工具應用，學生不僅能提升學習效率，也能培養與多元工具共存共學的能力，為未來面對快速變遷的 AI 環境做好準備。同時，數學課程也應該明確將工具使用的能力納入課程目標，幫助學生在學習過程中掌握如何有效應用各種傳統數學及科技輔助學習相關工具，提升問題解決的效率與深度。在 Organisation for Economic Co-operation and Development (2025) 對數學課程的重點討論裡，也特別提出 GeoGebra。

一、使用工具的素養

工具素養對於中小學生學習非母語語言有著重要的作用，而他們的起點就是學會使用電腦（平板或智慧型手機）鍵盤。藉由運用鍵盤上的數字、英文字母及幾個最基本的符號，學生開始學習基本的打字輸入操作。隨著這些基礎技能的掌握，變數概念便能在電腦視窗上具體呈現，為數學學習提供直觀的支持。我們建議在教學中直接引入電腦，配合資訊科學領域課綱，實現數學教學與語言教學的同步進行。相較於電腦，普通計算器因缺乏文字輸入功能，並不適合作為語言與數學教學的工具。使用工具的素養還包括熟練應用各類軟體的能力，而這需要長期的訓練與實踐。目前，電腦已經可以免費安裝功能遠超普通計算器的科學計算介面，用於多樣化的數學教學。例如，統計教學可以使用試算表（spreadsheet），而包含電腦代數系統 CAS 的計算器介面，則可以進行數值和符號計算。特別是，我們建議在國中 7 年級便引入免費的數學軟體 GeoGebra，它的科學計算介面不僅完整涵蓋上述所有教學工具，還能在智慧型手機上操作，適應不同的學習環境與需求。然而令人遺憾的是，十二年國教數學課程手冊僅介紹了計算器，未能充分考慮現代數學工具的多樣化應用。而美國 2010 年數學課綱則強調學生應學會使用各種適當的工具，從最簡單的工具到 CAS、試算表以及數學軟體，充分

體現了工具素養在數學教學中的價值。我們進一步認為，工具素養的培養不應推遲到學生對數學概念完全掌握之後（如證明工具背後的數學原理）才開始。在 AI 時代，能夠評估並有效使用工具來解決實際問題，比單純證明數學內容更為重要。這種實用性的技能，不僅能提升學生在學習中的靈活性與效率，更能幫助他們適應快速變化的科技環境與社會需求。

二、維基百科

學生在維基百科 (<https://zh.wikipedia.org/>) 等網頁上，可以接觸到大量淺顯易懂且層層深入的數學內容介紹，涵蓋了概念與應用之間的多層次連結。當學生在維基百科搜尋質數判別、因數分解或輾轉相除法的相關內容時，可以找到實際可執行的演算法，包括從偽代碼（pseudocode）到完整的程式碼，這些資料為教學提供了極佳的參考資源。由於這些網頁大多以英語撰寫，推動雙語化的數學教學不僅可以提升學生的英語能力，還能鼓勵數學教師帶領學生進入維基百科這個豐富的學習資源庫，進一步結合資訊教育領域的教學目標。以國中 8 年級的數學教學內容為例，像是二次方根與其近似值的學習，對比國內教科書與維基百科上的內容後可以發現，教科書的講解深度與廣度遠不及維基百科的詮釋。維基百科提供的內容可以一路連結到高中的數學教學，並為資訊科學領域中的程式設計提供豐富的案例。特別是在計算二次方根的近似值方面，這是一個展示多種演算法的機會，從中可以引導學生理解各種不同的計算策略，這或許是中學數學與資訊教育領域最為精彩的交叉點。相比目前數學教科書中僅使用計算器按鍵進行二次方根教學的方法，這樣的方式過於單薄，未能充分激發學生的興趣與思考能力。學生應該能認識到，計算策略結合工具使用，可以逐步獲得更精確的近似值。這不僅能提升學生對數學問題的理解，還能將數學與程式設計緊密結合，幫助學生在學習過程中體驗探索與解決問題的樂趣，同時為未來的數學與資訊學習打好基礎。

三、工具的使用時機與侷限

數學教學中廣泛的使用各種軟硬體工具，其目的在於幫助學生獲得更多對數學概念的洞察。正如美國 2010 年數學課綱所指出，這些科技工具應被策略性地運用，用於探索並加深對基本數學概念的理解。然而，在工具帶來便利與提升學習效果的同時，也應認識到任何輔助工具都存在其自身的侷限性。現代科技的進步讓我們能夠輕鬆地在電腦上視覺化數值函數或幾何圖形，這為數學學習提供了強大的支持。然而，這些工具不可避免地存在誤差限制，因此，引導學生認識並掌握這些誤差是數學教學中的重要任務。學生需要瞭解工具可能帶來的近似結果與真實數學值之間的差異，並學會在特定情境下選擇合適的工具。同時，控制誤差並理解其對問題解決的影響，能夠培養學生更深層次的數學思維與分析能力。此外，學生需要長期的經驗與練習來判斷在不同情況下應使用何種工具。這不僅涉及工具本身的操作熟練度，也包括對工具適用範圍與限制的深刻理解。只有在不依賴工具但能有效利用工具的平衡點上，學生才能真正將工具視為學習的助力，並藉由策略性的使用，深化對數學本質的探索與掌握。

肆、他山之石：美國大學入學的 AP 進階數學課程

我們進一步從高中數學課程與大學數學專業需求銜接的視角，重新審視臺灣現行的課程綱要，特別是在 AI 時代對於人才培育的要求下，這一課題顯得尤為重要。我們發現，現行十二年國教數學課綱在某些核心內容上，與大學課程的需求之間存在明顯的斷層，尤其是在數學專業對 AI 相關領域如數據分析、機器學習及算法設計的基礎支持方面。相比之下，美國數學課程及其 AP 課程提供了值得參考的範例，從設計更具挑戰性且應用導向的課程，為學生進一步學習專業數學知識以進入 AI 相關技術領域做好充分準備。因此，我們認為，有必要重新思考臺

灣高中數學課程如何優化設計，促進與大學專業課程的有效銜接，並滿足 AI 時代對高層次數學素養和技能的需求。

美國的國小、國高中數學課綱與臺灣的十二年國教課綱相似，皆是為所有學生設計的基礎教育課程。而美國的 AP 課程則是專為高中生規劃的非必修課程，旨在銜接高中與大學的課程需求，其定位為讓高中生提前體驗大學層次的數學學習，不僅傳授先進的數學概念與方法，更注重培養學生的批判性思考和解決複雜問題的能力。AP 課程每年 5 月舉行全國統一測驗，例如 2023 年的 AP 微積分 AB、微積分 BC 以及統計測驗，共吸引超過 60 萬名學生參加，測驗滿分為 5 分，其中超過 6 成的學生取得 3 分或以上。過去半個世紀以來，AP 課程在為美國大學生提供扎實基礎教育上，發揮了極其重要的作用。若要完整比較臺灣的十二年國教數學課綱與美國的數學課綱，除了檢視美國 2010 年的數學課綱外，也必須深入瞭解 AP 數學課程與其測驗綱要。這是因為十二年國教數學課綱中的高中數學選修課程設計，與美國 AP 課程具有相似性，其目標同樣是為了有效更好地銜接高中與大學的學術需求。

AP 課程中的數學與資訊科學領域包含 6 門課程：AP 微積分先修（Precalculus）、微積分 AB、微積分 BC、統計、資訊科學原理（Computer Science Principles）以及資訊科學 A（Computer Science A）。其中，AP 微積分先修（Precalculus）是 2023 年新引入的課程，並於同年開始測驗。這門課程的核心內容聚焦於探索各種函數，特別是能夠描述動態現象的函數。它既可以作為學生進一步學習科學和工程的數學基礎，也可以作為不再繼續數學課程的學生，最後一次完整學習基本數學概念的機會。該課程分為 4 個單元：一、多項式與有理函數：介紹多項式的性質及有理函數的應用；二、指數與對數函數：探索指數增長、衰減模型及其對應的對數應用；三、三角函數與極座標：研究三角函數的定義、圖像以及極座標的應用；四、多參數函數、向量與矩陣：涵蓋多變量函數、向量的運算及基本矩陣操作。

AP 微積分先修課程為學生提供了深入理解函數及其應用的學習機

會，特別是那些與物理、工程及其他科學相關的實際應用。這門課程設計精細，既可作為基礎課程引導學生邁向更高階數學，又可幫助學生從實際應用的角度全面掌握基本數學概念。這一課程的推出，進一步完善了美國高中數學課程與大學學術需求之間的銜接。

一、學習內容比較

與十二年國教數學課綱高中課程相比，AP 微積分先修課程在數學學習內容的深度與廣度上存在顯著差異，不僅擴展了數學概念的應用範圍，還特別強調關鍵概念的系統性與應用性。首先，AP 微積分先修課程在三角函數部分遠比十二年國教數學課綱完整。十二年國教數學課綱只介紹了 Sine、Cosine 與 Tangent（正切）函數，未涵蓋其他三角函數（如正割、餘割與餘切）的內容，這導致學生對三角函數的認識較為片面。AP 課程強調觀察 6 種三角函數的變化，幫助學生掌握更豐富的數學經驗。此外，正切函數的反函數（arctangent）在微積分的發展中扮演關鍵角色，而 AP 微積分先修課程對此進行了詳細探討，這些都是十二年國教課綱所未涉及的內容。其次，AP 微積分先修課程的第四單元——多參數函數、向量與矩陣，雖然在內容難度上未超過十二年國教數學課綱高二數學，但其教學角度更貼近現代科學與 AI 的發展需求。例如，AP 課程以參數式作為基礎，結合極座標來描繪平面曲線，讓學生直觀地理解參數與圖形之間的關係。參數是數學的基本概念，而掌握大規模的參數已成為當今機器學習的日常工作。矩陣則用於描述系統狀態之間的過渡（transition of states），其中兩次過渡對應於矩陣相乘，這充分展現在 AP 微積分先修課程中，而十二年國教課綱對矩陣應用的處理相對不足。最後，AP 微積分先修課程特別強調隱函數的角色，這是一個在數學中具有深刻意義的主題。隱函數關係對描述複雜系統中的內在數學結構非常重要，並且在微積分學習中提供了更多思考空間。然而，十二年國教數學課綱完全忽略了這一方向，未能為學生提供接觸這

類高階數學現象的機會。整體來看，AP 微積分先修課程的設計更側重於數學概念的應用與現代需求的銜接。例如，AP 課程強調三角學的完整性，探索參數式與矩陣在現代應用中的角色，並深入討論隱函數，為學生奠定更廣泛且實用的數學基礎。此外，這些內容與 AI 和數據科學的核心技術緊密相關。因此，為提升數學素養並符合時代需求，十二年國教數學課綱可參考 AP 課程的框架與設計，進一步優化數學教學內容，次第培養學生迎接未來的數學挑戰。

二、教學設計比較

相比臺灣十二年國教數學課綱的高三課程，AP 微積分更注重微積分教學的實踐與應用，並清晰列出了教學目標和學生需要掌握的核心技能。AP 課程從 4 個重點出發，全面鋪陳微積分教學的實踐：強調學生需明確敘述問題、確認適用的數學規則與程序以解決實際問題；要求學生能在圖像、數值、解析（代數運算）及口語描述之間靈活切換；基於定義、定理與判別法來解釋解題的邏輯與結果；正確使用 $f'(x)$ 、 y' 、 dy/dx 等符號進行交流與運算。在微積分學習達到這一階段時，學生的數學語言運用能力，應建立在他們通過數學與科學的實際應用所累積的經驗之上。這些能力的發展依賴運算思維素養，使他們能在函數的圖像、數值、解析與口語描述之間靈活轉換並應付自如。相比之下，十二年國教數學課綱的微積分教學內容雖涵蓋基本的導數與積分概念，但在系統性與應用性上的設計相對薄弱，尤其是在數學呈現方式之間的靈活轉換與符號使用的熟練度培養方面。因此，AP 微積分課程提供了一個可供參考的教學框架，不僅可以幫助學生鞏固微積分的核心技能，還能讓學生有效將所學內容應用於實際問題中，也為十二年國教數學課綱在微積分教學設計上的優化提供了借鑒，特別是在數學語言與運算思維能力的整合發展方面。

微積分是 AI 機器學習的核心基礎數學工具之一，我們同意多數高中學生，特別是那些未計畫升學至理工學院、經濟學或相關科系的學

生，並不需要必修微積分。然而，臺灣的許多高中數學教師具備充分的數學知識背景，可以在高中教授選修的完整微積分課程（相當於美國 AP 微積分 AB 與 BC）。這些選修課程的內容可以加深和擴展十二年國教數學課綱中涉及的微積分內容，但不必將其納入大學入學考試範圍。值得一提的是，美國大學入學考試中心的 AP 課程課綱中，也包含了一些並非 AP 測驗範圍的內容，但完整呈現了微積分的學科框架。在高中提供完整的微積分課程，目的是向學生展示一個完整的數學故事，而這正是數學教育的核心任務之一。一堂好的數學課，應讓學生有機會接觸更遠大的學科視野，幫助他們在長時間內逐步理解與消化，而不是急於追求考試成績或短期學習成果評估。數學教育的目標不僅在於傳授知識，更在於啓發學生對數學的興趣與思考，讓他們從學習中獲得更深層次的滿足與成長。

然而十二年國教數學課綱在高三選修數學的微積分未能呈現完整的微積分故事，僅僅涉及最淺顯的部分，這種淺嚐輒止的設計令人遺憾。教學內容沒有深入探討基本函數的微分與積分操作，也未引導學生熟練掌握三角函數、反三角函數、指數函數與對數函數的相關微積分應用，止步於微積分的核心門前，未能充分發揮微積分的數學價值。課程中雖提及極限現象，但並未進一步將極限方法與數列和極限理論結合，缺少對 L'Hôpital 法則及無窮級數收斂的積分判別法的講解。微分部分同樣不完整，缺乏對隱函數微分的介紹，甚至忽略了微積分中的重要定理如均值定理，而這些內容在 AP 微積分 AB 課程中都是基礎部分。此外，十二年國教數學課綱對積分技巧的介紹也非常有限，未提及「代換」積分法這一微積分 AB 中的基本技巧，更遑論分部積分法（integration by parts），這是在 AP 微積分 BC 中教授的進階積分方法。當前 AI 機器學習的數學基礎之一是向量值函數的微積分，而這部分內容也包含在 AP 微積分 BC 課程中。同樣，冪級數理論的完整引入，包括無窮 Taylor 展開式與 Maclaurin 展開式的討論，也是 AP 微積分 BC 的一大特色。這些工具的掌握對學生真正理解微積分作為有效數學工具的應用有著重要的地位，而這些在十二年國教數學課綱中均未提及。

總而言之，十二年國教數學課綱的高三微積分課程內容雖具基础性，但因未涵蓋微積分的完整理論框架與關鍵應用技巧，導致學生無法全面理解微積分的深度與廣度。參考 AP 微積分 AB 和 BC 課程，適當增補缺失的內容，不僅能提高微積分教學的完整性，也能為學生進一步學習數學或進入 AI 時代奠定更扎實的基礎。

伍、AI 模型建構中的數學——實例分析

當前 AI 領域已發展出各式各樣的函式庫，提供給使用者依資料特性彈性組合而成的工具。為了進一步說明數學是 AI 發展的一個基石、以及 AI 對於數學教育的啟發，我們打算利用 2 個簡單的機器學習案例進行示範說明，此兩個模型均是以機器學習中最主要的倒傳遞神經網路為架構，由神經網路的層數、神經元數量（數據的維數），以及激活函數所組成。訓練模型參數的方法，主要是以梯度降低法進行最佳值的求解，並運用 chain rule 微分工具逼近每個參數的最佳值。其中，第一個案例是從已訓練完成的模型，說明在模型的輸入與輸出間，數學素養如何提升對於模型的理解；第二個案例是從訓練模型調校參數的過程中，說明數學素養在模型建構時所扮演的關鍵角色。這兩個案例可以呈現在 AI 發展中是如何應用基礎數學。

一、案例一：已訓練完成之水果分類模型

此案例為一個簡單的 4 層神經網路分類模型，旨在根據水果的形狀與重量 2 項特徵，對小玉西瓜、蘋果與奇異果 3 種水果進行分類。模型的第一層為輸入層，包含 2 個神經元，分別對應水果的圓度（形狀接近圓形的程度）與重量大小。第二層為隱藏層，由 2 個採用 ELU（exponential linear unit）激活函數的神經元組成。第三層為另一個隱藏層，包含 3 個神經元，並透過 SoftMax 函數將輸出值轉換為最終輸出層的機率分布。圖 1 顯示了使用 Python 撰寫的部分程式碼及模型訓練的輸出結果。

```

model = Sequential()
# 建立一個序列式的模型
model.add(Dense(2, input_dim=2, activation='elu'))
# 加入一層隱藏層，包含 2 個神經元，輸入維度為 2，啟動函數為 ELU。
model.add(Dense(3, activation='softmax'))
# 加入一層輸出層，有 3 個神經元，啟動函數為 SoftMax。

Layer 1 ('dense') weights:
[[-0.62866855 -0.8795535 ]
 [ 0.5303564  1.4903426 ]]
Layer 1 ('dense') biases:
[ 2.7442696 -1.1798885]

Layer 2 ('dense_1') weights:
[[-0.04085465 -4.42944   3.8439677 ]
 [ 3.2410345 -1.662833  -0.38140038]]
Layer 2 ('dense_1') biases:
[-1.8881806  0.66835004  0.32566744]
1/1 [=====] - 0s 41ms/step

預測結果：
輸入數據：圓度 =10.5, 重量 =10.2
預測概率：[9.9988735e-01 9.0585021e-13 1.1260554e-04]
預測類別：0 (西瓜)

```

圖 1 水果分類模型部分程式碼與訓練結果

接著使用一筆測試資料進行分類預測，該資料的圓度為 10.5，重量為 10.2，屬於較接近圓形且重量較重的水果。模型預測該水果為西瓜的機率為 0.99。除了預測結果外，圖 1 還顯示了神經元之間各個連結的權重（係數）組合。若能透過路徑圖（圖 2）來視覺化這些權重，將有助於掌握模型內部各參數的數值大小與邏輯關聯。然而，從運算思維的角度來看，僅使用路徑圖表達思考脈絡，難以直接引入數學工具。若進一步採用矩陣運算（圖 3）來呈現模型係數間的代數關係，不僅能夠更完整地描述模型的數值特性，也能更有效率地運用各種數值方法來進行模型校準。

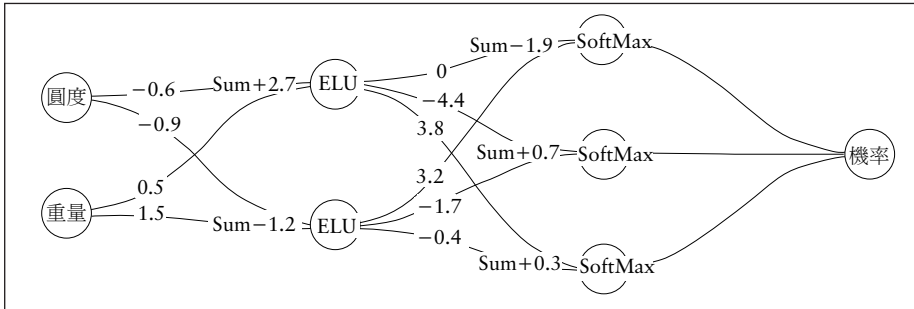


圖 2 路徑係數圖

給定某一水果其圓度為 10，重量為 5。

$$SoftMax (ELU([10 \ 5] \times \begin{bmatrix} -0.6 & -0.9 \\ 0.5 & 1.5 \end{bmatrix} + [2.7 \ -1.2] \times \begin{bmatrix} 0 & -4.4 & 3.8 \\ 3.2 & -1.5 & -0.4 \end{bmatrix} + [-1.9 \ 0.7 \ 0.3])$$

其中 $ELU(M)=[f(m_1,\alpha) \ f(m_2,\alpha)]$ ， $M=[m_1 \ m_2]$ ， $f(x,\alpha)=\begin{cases} \alpha(e^x-1), & \text{if } x > 0 \\ x, & \text{if } x \leq 0 \end{cases}$ ，此算是為當 $\alpha=1$ 時。

$$SoftMax(G)=\left[\frac{e^{g_1}}{e^{g_1}+e^{g_2}+e^{g_3}} \quad \frac{e^{g_2}}{e^{g_1}+e^{g_2}+e^{g_3}} \quad \frac{e^{g_3}}{e^{g_1}+e^{g_2}+e^{g_3}} \right]$$
。其中 $G=[g_1 \ g_2 \ g_3]$ 。

圖 3 模型的數學算則

此外，若能進一步將矩陣運算的表達方式提升至數學符號的抽象表示（圖 4），則可避免繁瑣的數值計算，並以更邏輯化的方式掌握該演算法的核心概念。

根據上述案例，我們認為具備符號表達算則的數學素養，在提升資訊素養上的重要性不言可喻，特別是在面對處理複雜的多層次網路架構時，數學素養可以幫助連結程式輸出、圖形化表達與數學算則，進而掌

$$SoftMax(ELU(aW_1+b_1) \ W_2+b_2)$$

圖 4 模型的數學概念符號

握模型訓練中的數學運算過程。具體來說，此案例在神經網路模型的構建過程中，線性代數的矩陣運算是其最核心的運算基礎，包括矩陣乘法、矩陣加法、內積等。若能熟練掌握這些運算思維，將有助於瞭解神經網路如何進行學習，以及如何調整參數的過程。在此前提下，國中小階段數學課程中的函數概念和基礎演算法，以及高中階段數學課程中的指數、矩陣運算、向量和延伸的函數的值域概念均是這些運算思維的重要數學基礎，當學生具備了這些數學基礎，將來就更有能力去操作高層次的神經網路架構，例如，深度神經網路或卷積神經網路等，雖然這些高階的網路模型的運算複雜性會呈現指數級增長，但其核心概念主要還是圍繞在線性代數的算則。因此教導學生熟悉這些運算和相關數學概念，是數學教育結合資訊科學教育可發展的面向之一。

二、案例二：模型最佳值求解

此案例為利用 3 層的倒傳遞神經網路架構，訓練以水果種植過程中的肥料用量進行水果甜度預測的模型，因此假定有一組資料，如圖 5 資料散布圖所示，該資料顯示出，使用過少或過多的肥料，所種出來的水果甜度均不高，然而當肥料使用量適中時，能產出最高甜度的水果。

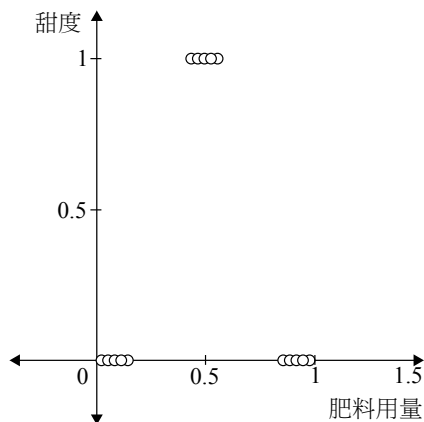


圖 5 案例二資料散布圖

為簡化繁複的計算細節以方便進行說明，圖 5 的肥料用量值域從 0~1 之間，愈接近 0 代表用愈少肥料，愈接近 1 代表用愈多肥料，水果甜度的值域也是從 0~1 之間，愈接近 0 代表水果愈不甜，愈接近 1 代表水果愈甜。圖 6 為訓練後的神經網路係數路徑圖。

圖 6 顯示出案例二模型為 3 層架構的神經網路，包含一層輸入層，僅一個神經元；一層隱藏層，包含 2 個神經元；一層輸出層，亦僅包含一個神經元。

激活函數為 sigmoid，其函數式為 $\frac{1}{1+e^{-x}}$ 。因此模型由 3 個路徑組合而成，分別為：

$$\text{路徑一：} b(x) = \frac{1}{1+e^{-(-7.9x+1.2)}}$$

$$\text{路徑二：} g(x) = \frac{1}{1+e^{-(-3.9x-3)}}$$

$$\text{路徑三：} f(x) = -2.2b(x) - 2.4g(x) + 1.7$$

其中， x 代表肥料用量， $f(x)$ 代表預測的水果甜度。此神經網路模型的 3 個路徑之幾何圖形如圖 7 所示。

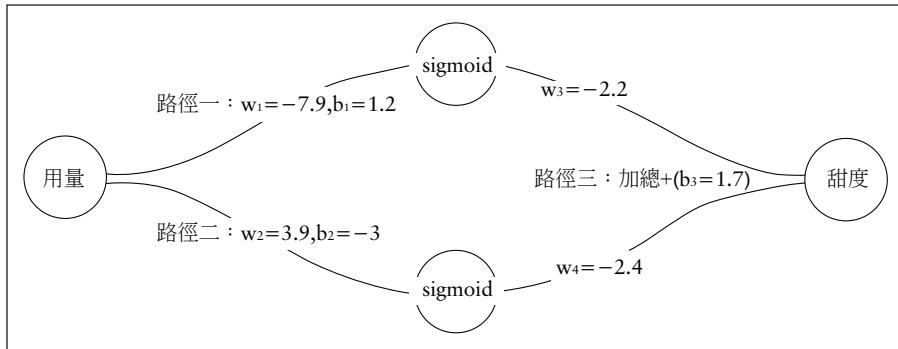


圖 6 案例二神經網路係數路徑圖

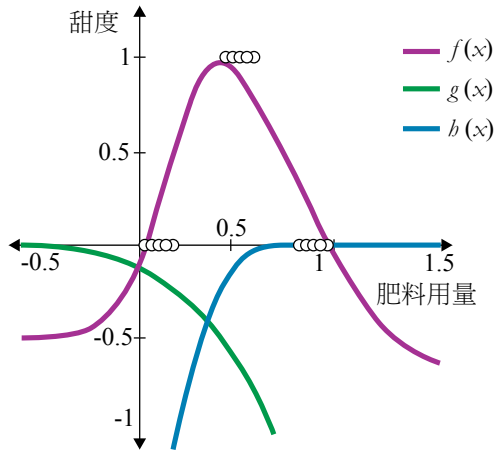


圖 7 案例二模型 3 個路徑幾何函數圖

爲了說明利用倒傳遞演算法訓練此模型的數學概念，同時演示模型校準過程所使用的 chain rule 微分工具，和優化最佳解的梯度降低法（gradient decent），我們假定模型中的常數項 b_3 未知以進行求解。倒傳遞演算法求取最佳解的方式並不是直接求解，需要先給定未知系數的初始值，再經由逐步校準過程逼近最佳解，因此我們先給定 $b_3=0$ 爲初始值，如圖 8 所示，尙未最佳化的解以括號顯示。同時爲了降低繁複的計算細節，以掌握演算法的主要概念，我們將以 3 個資料點進行運算演示，資料如表 1 所示。

表 1 範例資料

肥料用量	水果甜度
0	0
0.5	1
1	0

圖 9 為圖 8 中 $b_3=0$ 情形下，各路徑的幾何圖形。從圖 9 可以得知， $b_3=0$ 的情形下求得之未最佳化預測函數 $f_1(x)=-2.2b(x)-2.4g(x)+(0)$ ，其中， $x \in \{0, 0.5, 1\}$ 其函數圖形（圖中的紫色線條），離真實資料點的差異很大，因此需進一步求取 b_3 的最佳解。

不同的 b_3 數值會得出不同的預測函數，而解算出不同的預測數值，其殘差函數 SSR 為：

$$SSR(b_3) = \sum_{i=1}^3 (O_i - P_i(b_3))^2$$

其中 $P_i(b_3) = -2.2b(x_i) - 2.4g(x_i) + b_3$ ， $(x_1, x_2, x_3) = (0, 0.5, 1)$

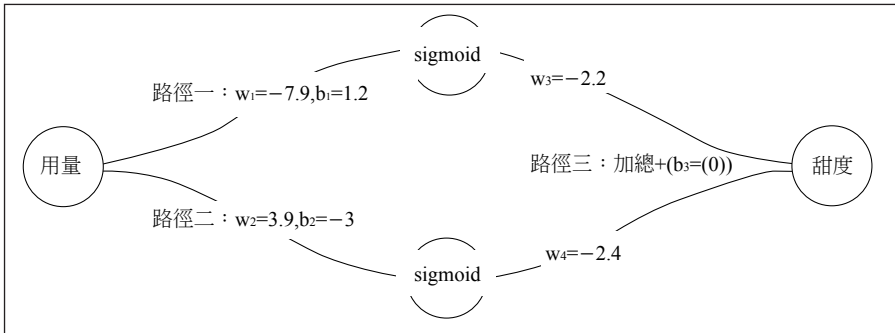


圖 8 給定 $b_3=0$ 為初始值之路徑係數圖

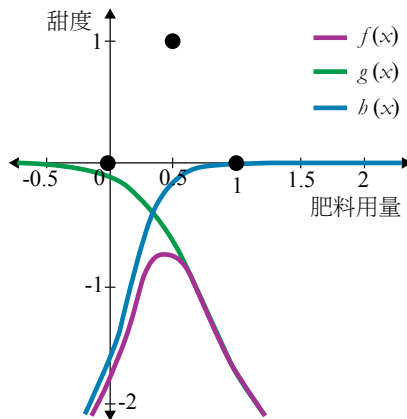


圖 9 案例二為最佳化幾何函數圖

O_i 為真實的觀察值，也就是資料中的三種肥料用量的水果甜度， P_i 為模型預測值，也就是根據 3 種肥料用量 $\{0 \ 0.5 \ 1\}$ 所計算出來的水果甜度。由於 b_3 尚未最佳化，可以是任意實數， b_3 數值所對應的 SSR 函數圖形如圖 10 所示。

圖 10 中 SSR 的最小值即為實際水果甜度與預測水果甜度差異總和的最小值，也就是最佳解，為求得哪一個 b_3 數值能讓 SSR 數值最小，可進行 SSR 函數對 b_3 取一階導數的計算，求得 SSR 對 b_3 的斜率函數。此部分須利用 chain rule 進行導函數的求解。其數學表示式如下：

$$\frac{dSSR(b_3)}{db_3} = \sum_{i=1}^3 \frac{d(O_i - P_i(b_3))^2}{db_3} = 2 \sum_{i=1}^3 (O_i - P_i(b_3)) \times \frac{d(O_i - P_i(b_3))}{db_3} = -2 \sum_{i=1}^3 (O_i - P_i(b_3))$$

此為 SSR 的斜率函數。

根據此斜率函數，可以求得 SSR 中，任一 b_3 對應值的切線斜率，因為 SSR 的最小值發生在斜率為零處，精準求解的數學算法為令此斜率函數為 0，進而計算出 b_3 的數值，但此種方法在面對多重共線性、非凸問題等狀況時，會有無法微分的問題，因此倒傳遞神經網路乃採用梯度降低法 (gradient decent) 進行最佳解的求取。梯度降低法的概念為，

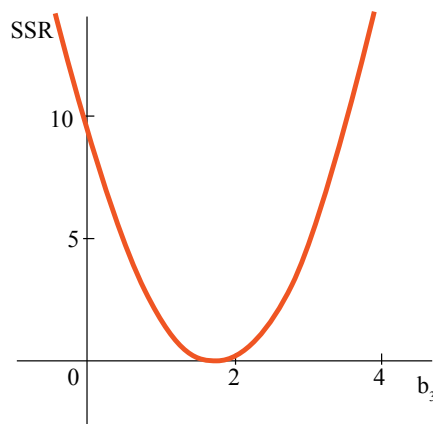


圖 10 SSR 函數圖形

在求最佳解的過程中，當遠離最佳解時，其逼近的步長較長，而愈接近最佳解時，其逼近的步長較短，因此可以在有限的步數（或者說是計算成本）內逼近最佳解。

案例二以梯度降低法求取最佳 b_3 值的計算演示如下：

先求得 SSR 在 $b_3=0$ 時的切線斜率。

$$-2 \sum_{i=1}^3 (O_i - P_i(0)) = -2 \times ((0+1.8) + (1+0.75) + (0+1.7)) = -10.5$$

再將斜率乘以學習速率以求得步長，在此演示中學習速率訂為 0.1，因此步長為 -1.05 。接著再將 $b_3=0$ 減去步長以求得第二階段的 $b_3=0 - (-1.05) = 1.05$ 。

第三階段求得 SSR 在 $b_3=1.05$ 時的切線斜率。

$$-2 \sum_{i=1}^3 (O_i - P_i(1.05)) = -2 \times ((0+0.75) + (1-0.3) + (0+0.65)) = -4.2$$

第三階段的步長即為 -0.42 ， $b_3=1.05 - (-0.42) = 1.47$ 。

第四階段求得 SSR 在 $b_3=1.47$ 時的切線斜率。

$$-2 \sum_{i=1}^3 (O_i - P_i(1.47)) = -2 \times ((0+0.33) + (1-0.72) + (0+0.24)) = -1.7$$

第四階段的步長即為 -0.17 ， $b_3=1.47 - (-0.17) = 1.64$ 。

第五階段求得 SSR 在 $b_3=1.64$ 時的切線斜率。

$$-2 \sum_{i=1}^3 (O_i - P_i(1.64)) = -2 \times ((0+0.16) + (1-0.89) + (0+0.07)) = -0.68$$

第五階段的步長即為 -0.068 ， $b_3=1.64 - (-0.068) = 1.708$ 。

第六階段求得 SSR 在 $b_3=1.708$ 時的斜率。

$$-2 \sum_{i=1}^3 (O_i - P_i(1.708)) = -2 \times ((0+0.1)+(1-0.95)+(0-0)) = -0.3$$

第六階段步長為 -0.03 ，步長已接近 0，因而停止計算。

圖 11 為利用梯度降低法逼近 SSR 最小值時，不同斜率的圖形，顯示出不同 b_3 對應的 SSR 切線斜率逐漸變小的梯度降低過程。

案例二的數學基礎均架構在微積分與線性代數的整合上，若進一步從案例二的運算思維來檢視案例一的分類問題，可以發現案例一的輸出層採用 SoftMax 函數，透過計算多類別神經網路輸出的機率分布，達成正確的預測，若從倒傳遞演算法的梯度降低算則進行此模型的參數推估，直接使用模型輸出的機率分布，進行如案例二的 SSR 函數進行殘差估算，會降低模型校準過程的效率，因此多類別機率分布的輸出模型多會以 Cross Entropy 進行殘差估算，這種轉換的數學基礎涉及機率概念與微積分的整合，在機器學習技術中是一個關鍵。因此數學課程應重視微積分與機率概念的基礎學習，以利降低後續進入 AI 領域的門檻。

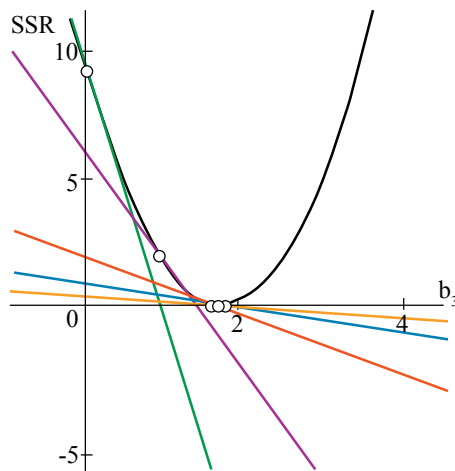


圖 11 SSR 不斷接近最小值的斜率變化

陸、結論與建議

數學學習與人工智慧的機器學習本質上都涉及規律的辨識以及對數據集合結構的探討。數學活動是人類文化的一部分，通過自然人腦的思考發展出精確的數學語言，用以描述數學世界的現象並研究數學結構的規律性。這些規律性不僅推動了數學本身的發展，也為科學、技術與工程領域提供了廣泛的應用可能。另一方面，機器學習是人工智慧的一個分支，基於電腦技術來模擬人類學習的過程。它以大量的數據作為基礎，然後運用數學工具進行處理與分析。在這個過程中，機器通過所謂的「黑箱」數學演算進行圖形與模式的識別，最終構建出由機器判斷得出的結構。在 21 世紀，我們已邁入人類與電腦機器共存共學的時代，兩者的協同合作將為知識探索與技術創新開闢新的可能性。

十二年國教數學課綱授課時數的減少對許多第一線數學教師帶來挑戰，但我們在此不聚焦於授課時數的爭議，而是希望在既定的教學時數限制下，探討如何達成最佳的教學成效。同時，我們也暫不討論大學與高中數學入學考試範圍的更動。然而，針對有興趣選讀 AI 相關科系或學習能力超前的學生，我們認為有必要提供加深加廣的選修數學課程，以作為大學甄選學生時的參考依據。我們相信，至少有十分之一的臺灣高中生具備學習如美國 AP 數學這樣加深加廣的選修課程的能力，而臺灣教育也理應提供這些學生學習這些加深加廣數學的多元管道。目前，臺灣部分頂尖高中已經有數學教師自行設計教案，教授超出十二年國教數學課綱高三選修範圍的數學課程。然而，這些課程在與大學課程接軌的效果上，明顯不如美國 AP 數學課程。美國的 AP 數學課程由 College Board 規劃，其會員包括數千所大學與高中，擁有完整的課程架構，專為高中與大學教育的銜接設計。美國的高中教師可以透過認證具備教授特定 AP 課程的資格。而學生則可在高中選修 AP 課程或自學後參加每年 5 月舉行的檢定測驗。檢測成績不僅可作為學生申請大學的評估依據，也提供大學錄取時的參考。在過去半個世紀中，AP 課程與測驗對

美國高中與大學之間的教育銜接產生了深遠影響。臺灣若能參考這一模式，針對特定學生群體設計更具挑戰性與延展性的課程，無疑能為學生的基礎專業能力發展與升學提供更多支持。

以下我們提出兩個面向的建議。首先，基於對美國及臺灣十二年國教數學課綱的比較，我們針對十二年國教數學課綱提出以下的 4 點反思與改進建議。

一、對現行數學課程的調整建議

（一）概念的演化與連結

數學與許多其他學科不同，其特點在於結構層層相扣，並具有多重面向的連結特性。因此，在數學課程的設計中，掌握基本概念之間的連結線索往往是成功學習的重要關鍵。以美國 2010 年的課綱為例，其與以往課綱的一大差異在於強調連結的理念，要求跨越不同年級課程的內容進行整體性的思考與設計。十二年國教數學課綱也強調連結的重要性。課綱強調不同表徵、不同數學內容及不同年級的連結。但如何能幫助學生成功建構連結仍然是臺灣數學教學面臨的挑戰之一。我們認為理想的數學教案應注重直觀且適時的深入探索，引導學生觀察數學世界的現象，並將電腦等科技工具作為輔助。以緊湊且生動的數學故事激發學生的學習興趣是關鍵，好的教科書應具有啟發性，使學生在探索中自然地掌握數學的邏輯與美感。我們特別不建議將本可以一氣呵成的概念，分割到不同年級教授。這種斷裂式的學習，猶如瞎子摸象，只會讓學生迷失在碎片化的知識中，難以建立完整的數學思維框架。在現代科技快速變革的時代背景下，教育的核心素養之一正是教導學生接受與面對各種概念的演化與連結，並瞭解基本數學概念之間的重要關係。啟發學生的好奇心是數學教育的第一步。一旦學生被數學的美感與應用潛力吸引，他們便有能力將數學應用於不同領域。教育的任務是將各種基本數學概念完整且有系統地介紹給學生，並提供他們探索與實踐的機會。

（二）見樹也要見林

在人工智慧的時代，機器學習的運作大多是在「黑箱」中進行，僅有少部分在「白箱」中透明進行。人們可以完全以學習過的數學理論來理解「白箱」的機器學習運算及推理歷程。然而「黑箱」的機器學習則因其內部運算機制的高度複雜性，很難清楚其對應的演算歷程。但「黑箱」在實際應用中往往能帶來卓越的成果。將這一現象引入數學教學，可以啟發我們如何在有限的教學時間內，高效地引導學生學習數學。透過數學現象的描述，幫助學生快速掌握概念的演化與連結是關鍵。我們不需在每個定理上都進行詳盡的證明，而是根據教學目標，選擇性地完成少量關鍵定理的完整論證。同時，提供學生具體的、直觀的啟蒙例搭配概略的證明通常已足夠讓學生理解相關概念。其有助於發展學生將來在相關情境脈絡中靈活運用已學基本數學知識的重要能力。在這樣的啟發式教學環境中，數學教師的能力尤為重要。透過生動的數學故事與基本概念的巧妙連結，教師能有效地引發學生的興趣，幫助他們建立數學的直觀理解與邏輯思維。最終的目標，是讓學生既能「見樹」，理解個別數學概念的細節，又能「見林」，把握數學整體的結構與應用。

（三）適度改編數學領域課程手冊

我們建議在十二年國教數學課程手冊中刪減部分帶有主觀色彩且不屬於核心素養範疇的負面表列。例如，「不介紹輾轉相除法」的規定並非必要，是否教學應交由教師根據教學需求與學生能力靈活決定。雖然高中入學考試可不涵蓋此內容，但輾轉相除法作為一項重要演算法，其價值應該由教師判斷，避免過多限制教學自由。針對高中數學選修課程，建議參照美國 AP 課程模式，適度加深加廣內容以銜接大學需求，例如，微積分課程應引入均值定理、極限中的 L'Hôpital's 規則，以及泰勒展開式等進階內容；同時提升學生對各種基本函數操作的熟練度，而不僅只是局限於多項式函數。這些進階課程可不列入統一考試範圍，但應提供給具有潛力的學生作為進一步學習的選項。此外，在工具使用

規範上，我們建議課綱手冊涵蓋更多教學工具的介紹，例如計算代數系統（CAS）、電子表格（Excel）、動態幾何操作軟體（如 GeoGebra）等現代數學軟體，而非僅侷限於傳統計算機工具。臺灣作為全球電腦硬體設備領域開發的領頭羊，完全具備為學校環境建構豐富教學工具庫的能力，這些工具若能配合教學需求並設計得便於操作，將大幅提升教學效率與學生的學習興趣。通過更靈活的課程設計和多樣化的工具支持，我們相信能更有效地培養學生的數學素養，並銜接未來的學術與實際應用需求。

（四）鼓勵數學教科書編者撰述完整的數學故事

數學的進步往往源自數學家對未知的好奇心，而最優質的教育正是讓教師能夠啟發學生鍥而不捨地追求知識。在教學中，生動的概念引入可以從講故事開始，這不僅能激發學生的興趣，還能提供學習的動機。隨著教學活動的推進，適時的例題能促使概念的進階發展，並與其他相關概念產生聯繫，進一步深化與鞏固學生的理解。同時，跨越不同年級課程內容的連結能讓學生逐步提升對數學操作的精準感知與掌握，隨著學習經驗的積累，這種能力也會持續強化。數學課程充滿了有趣的故事，但這些故事必須完整。例如，若只介紹微分與切線卻不講解均值定理，就像只說了一半的故事；或是談到圓周率 π 的近似值時，提到古希臘和古中國的貢獻，但在引入無窮級數時卻未討論中世紀數學家如何利用它來更精確地計算 π 。這種片面的教學無法讓學生體會數學概念之間的深層關聯。數學概念的結構是多面向且層層累積的，每一層的學習都應與其他層面相輔相成。教師的角色在於幫助學生看到這種結構的全貌，透過完整的故事與連貫的概念，引導他們發掘數學的邏輯之美與應用的可能性，讓學習成為一個不斷探索與深化的過程。

二、AI 時代數學教育可行策略

另一方面，我們可以從 AI 模型建構中應用的基礎數學（見本文第五部分）反思十二年國教數學課綱進一步可以發展的方向。

（一）基礎數學在現代更為重要

在國小到高中數學教育中，我們不需要追求教授更多的數學知識，而是要確保基礎數學被扎實、完整地教授。如果學生未來預計發展 AI 相關領域專長或需要藉助 AI 環境進行共同學習，他們的數學基礎應該包括熟悉各種基本函數及其背後所代表的數學意義，掌握基礎線性代數（如矩陣運算）、基礎統計學，以及核心的微積分知識。

在機器學習的實際操作中，激活函數是關鍵，其數學基礎主要來自指數函數和絕對值函數，這些均是國高中數學課程範疇。例如，ELU 和 Sigmoid 是常見的激活函數。選擇不同的激活函數會導致機器學習模型性能的顯著差異。例如，ReLU (Rectified Linear Unit) 函數因其處理非線性問題的優勢，在深度學習中更具應用價值，而 Sigmoid 函數可能在深層神經網絡中導致梯度消失，從而限制其應用。如果學生能夠深入理解這些基本函數的區間範圍、變化關係及其他數學特性，將能在未來的機器學習應用中更加靈活地選擇和運用這些工具。

對此，數學教育應結合直觀理解、多樣呈現與實際應用，幫助學生建立紮實的函數基礎。透過圖像化學習，學生可以直觀感受函數的變化關係、區間範圍、對稱性與極值特性；結合實際情境則能增強學習的動機與靈活應用能力。此外，數學教育應強調函數在 AI 應用中的價值，例如解釋激活函數（如 ReLU 與 Sigmoid）的特性與適用場景，讓學生瞭解不同激活函數如何影響深度學習模型的性能。藉由數學建模活動與探索式學習，學生可以應用基本函數解決實際問題，進一步深化對函數意義的理解。同時，結合動態數學軟體（如 GeoGebra）或編程工具（如 Python），可使學生更輕鬆地進行函數圖形的生成與數值模擬，體會科技與數學的融合。另外，傳統數學教育往往強調尋找「完美解答」，這反映出純數學的嚴謹性與理論性。然而，在應用數學中，重點是找到「足夠好」的近似解以解決實際問題。例如，梯度降低法是一種用於尋找無法以封閉形式求解的極值的數值方法，這種方法追求的並非理論上的精

確解，而是逐步逼近的最佳解。在多數實務場景中，這種逐步逼近是邏輯上唯一可行的策略。梯度降低法基於基礎的多變數微分，隨著 AI 技術的突破性發展，已經成為應用最廣泛的數學工具之一。

限於篇幅，我們未能深入探討基礎數學中的機率與數據科學對 AI 的影響。然而，這是一個在 AI 時代極為重要的基礎數學方向。我們建議高中數學課程中的統計部分，可以結合生活情境來重新檢視並強化一些基本概念，例如，「迴歸分析」和「隨機變數」。這將有助於學生為更廣泛的數據科學領域做好準備。高二數學課程講到條件機率與貝氏定理，更是適當時機說到貝氏網路與貝氏分類的精彩故事。

（二）從三維以內可視覺化的空間思考經驗，到面對多參數數據所在的極高維空間

在進入 AI 時代後，所處理的資料與問題通常「存在」於極高維空間。然而，對初學者而言，直接理解與分析多維空間中的數據集合具有極高的學習門檻。因此，從三維以內的視覺化思考經驗開始，成為打下基礎的重要步驟（例如，圖 12 以視覺化方式直觀呈現三維梯度降低法的概念）。透過三維視覺空間的推理訓練，學生可以以具象方式理解幾何概念，逐步為處理多參數、高維問題奠定基礎。例如，在學習向量與矩陣的過程中，三維空間中的向量操作直觀地展示了加法、減法與內積等基本運算，讓學生能夠更快地掌握相關概念。透過具體的視覺化訓練，例如利用圖形軟體或動態模擬，學生不僅能熟練操作向量，還能逐步培養想像高維向量空間的能力。

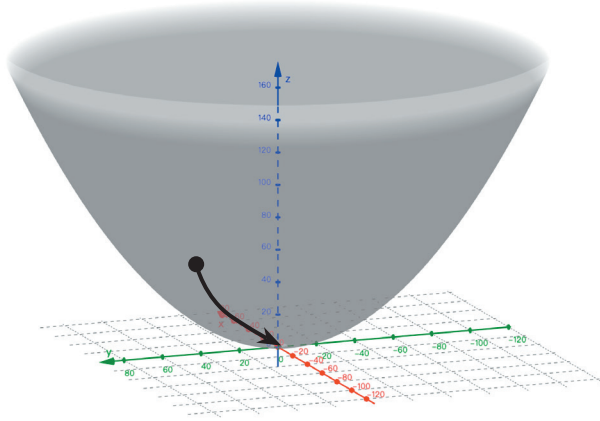


圖 12 三維梯度降低法示意圖

學生應該被清楚告知，未來所面對的數據集合確實存在於高維空間。然而，當我們討論兩個固定數據向量（無論它們位於多少維空間）之間的關係時，實際需要檢視的是這 2 個向量所生成的平面（除非這兩個向量線性相依）。在這個平面中，我們可以簡單地計算出 2 個向量的夾角與內積，這些操作在數學上都相對直觀，就像這個生成的平面位於實際的三維空間一樣。因此，培養學生對三維空間中幾何關係的視覺化推理經驗，不僅是數學學習的重要基礎，更是高中數學教育可以導出長遠影響的重要方向。

參考文獻

十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校——科技領域
(2018)。

[*Curriculum guidelines of 12-year basic education: Technology domain for elementary, junior high school and upper secondary school education.* (2018).]

十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校——數學領域
(2018)。

[*Curriculum guidelines of 12-year basic education: Mathematics domain for elementary, junior high school and upper secondary school education.* (2018).]

行政院科技會報辦公室 (2018, 1 月 18 日)。臺灣 AI 行動計畫。https://www.ey.gov.tw/Page/448DE008087A1971/a28cd96b-bcc3-49ae-a09c-0381dbba69a7

[Board of Science and Technology, Executive Yuan. (2018, January 18). *Taiwan AI action plan.* https://www.ey.gov.tw/Page/448DE008087A1971/a28cd96b-bcc3-49ae-a09c-0381dbba69a7]

行政院智慧國家推動小組 (2023, 2 月)。臺灣 AI 行動計畫 2.0 (2023~2026 年)。https://digi.nstc.gov.tw/File/7C71629D702E2D89

[Executive Yuan Smart Nation Promotion Group. (2023, February). *Taiwan AI action plan 2.0 (2023~2026).* https://digi.nstc.gov.tw/File/7C71629D702E2D89]

國家教育研究院 (主編) (2020)。十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校——數學領域課程手冊。https://www.naer.edu.tw/upload/1/16/doc/2069/數學領域課程手冊 (定稿版).pdf

[National Academy for Educational Research. (Ed.). (2020). *Curriculum guidelines of 12-year basic education: Mathematics domain curriculum manual for elementary, junior high school and upper secondary school education.* https://www.naer.edu.tw/upload/1/16/doc/2069/數學領域課程手冊 (定稿版).pdf]

Organisation for Economic Co-operation and Development. (2025, February 28). *Future-focused mathematics curricula: Empowering learners for the 21st century.*

Porter, A., McMaken, J., Hwang, J., & Yang, R. (2011). Common core standards: The new U.S. intended curriculum. *Educational Researcher*, 40(3), 103-116. https://doi.org/10.3102/0013189X11405038

桃園市國小英語教師使用數位教學資源的 現況與需求

黃巧臻 詹惠雪

隨著網路與AI的熱潮，英語教師使用電子教科書或數位平臺教學日益普遍，本研究在瞭解桃園市國小英語教師使用數位教學資源的現況、教學助益與需求。透過自編問卷進行調查，發出238份線上問卷，回收182份，回收率76.5%。以描述性統計、獨立樣本t檢定、單因子變異數分析、Pearson積差相關進行分析。研究發現：（一）教師多數以使用電子教科書為主，數位平臺的功能呈現「用者重度使用，不用者恆不使用」的現象。（二）教師認為「連結」（connect）構面的助益與需求最高，「省思」（reflect）構面的助益與需求則較低。（三）教師在「組織」（organize）構面的需求高於其對教學助益的認同，而在「延伸」（extend）構面則相反。（四）級任教師的教學助益及需求皆高於兼任行政與科任教師。（五）中年級教師使用頻率、助益及需求較高（六）教師使用「周邊資源」頻率愈高，教學助益及需求也愈高，呈現中度正相關。

關鍵詞：國小英語教師、數位教學資源、CORE 模式

收件：2024年10月4日；修改：2024年12月17日；接受：2025年3月5日

The Current Status and Needs of English Teachers in Elementary Schools in Taoyuan City Regarding the Use of Digital Educational Resources

Chiao-Chen Huang Hui-Hsueh Chan

With the rise of the internet and AI, English teachers increasingly use electronic textbooks and digital platforms for instruction. This study examines the usage, teaching benefits, and needs of digital educational resources among elementary school English teachers in Taoyuan City. A self-developed questionnaire was distributed to 238 public elementary-school English teachers online, and 182 were returned, with a response rate of 76.5%. Analysis included descriptive statistics, independent samples t-test, one-way ANOVA, and Pearson correlation coefficient. Key findings include: 1. Teachers primarily use electronic textbooks. New features on digital platforms are either heavily used or not used at all. 2. Connect aspect is the most beneficial and in demand; Reflect aspect has limited benefits and lower demand. 3. Demand for Organize aspect exceeds perceived benefits, while Extend aspect is the opposite. 4. Homeroom teachers perceive greater teaching benefits and demand compared to both administrative and subject teachers. 5. Middle-grade teachers use digital educational resources significantly more and find them more beneficial and in higher demand. The perceived teaching benefits and demand are generally lower among senior-grade teachers. 6. Frequency of use correlates positively with both perceived benefits and demands for supplementary resources.

Keywords: elementary school English teachers, digital educational resources, CORE model

Received: October 4, 2024; Revised: December 17, 2024; Accepted: March 5, 2025

壹、前言

在當今全球化與國際化的環境中，英語能力已經成為國際溝通和職業發展的必備技能，我國政府響應國際趨勢，積極推動 2030 雙語政策，以強化年輕世代的英語能力（國家發展委員會等，2021）。此一趨勢的興起對英語教育的需求明顯增加，使得英語教學備受重視。因應英語教學的需求，教材的運用極為重要，《十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校——語文領域：英語文》（2018）提出，國小英語教材編製須以學生的興趣及需要為依歸，融合聽、說、讀、寫四種能力，內容不僅要實用、淺顯、生動活潑，也須符合「循序漸進、由簡而繁、適時重複出現複習或加深加廣」的原則，並善用現代科技以多元方式呈現素材，以提高學習動機，強化學習成效，兼顧差異化教學與適性學習。

由於科技的進步，教材已不限傳統的教科書，加上教育部提出「國民中小學校園數位建設計畫」、積極推動「班班有網路生用平板」政策，協助學校進行數位校園建置、並提供行動載具的補助（教育部綜合規劃司，無日期），教育部和民間機構也紛紛建置數位學習平臺。教科書出版商順應潮流、除了傳統教科書外，也善用現代科技，提供動畫影片 QR code、電子教科書，並連結各個數位學習平臺，讓教師得以靈活搭配使用紙本及多媒體聲光效果，使課堂互動方式更多樣化，不僅提高了學生的學習動機、強化學習成效，也有助於教師實施差異化教學、引導學生適性學習。然而，現今數位教學資源包羅萬象，究竟國小英語教師使用數位教學資源的現況為何？探討英語教師於教學現場使用電子教科書及數位平臺的方式，瞭解其使用數位教學資源的情形，為本研究的動機之一。

教師運用數位資源主要在幫助其進行教學、提升課堂流暢性和豐富度，近年來，國內學者針對英語教師使用電子教科書的研究，例如，陳

建男（2018）大多探討對「系統」的使用態度，針對英語教師使用數位平臺，僅有楊定瑜等人（2017）的研究，探討教師與學生的使用情形及偏好，鮮少針對數位資源對教師教學的助益進行研究。由於電子教科書完整承襲紙本教材的知識內容（何冠慧，2009），其設計主要在協助教師教學，研究者運用 Chambliss 與 Calfee（1998）在教科書內容設計時提出以學生為中心的 CORE（connect, organize, reflect, and extend）模式，從 4 個面向深入瞭解英語電子教科書對教學的助益，此為本研究動機之二。

數位教學資源雖然普及，但即便是因應《十二年國民基本教育課程綱要》而編纂的英語教材及電子教科書仍有改善空間，且有些數位平臺的設計主要是提供學生自主學習，並非為教師教學而設計，究竟教師使用數位教學資源後發現電子教科書和數位平臺有哪些問題或不足？教師對於數位教學資源是否有其他的期待與需求？因此，蒐集教師意見、瞭解其需求是本研究動機之三。

有關英語教師使用電子教科書的研究，尚未有針對桃園市教師進行的研究。桃園市在 2019 年度勇奪 ICF 全球智慧城市首獎（Intelligent Community Forum, 2023），累積建置 8,634 間「智慧教室」，普及率達 87%（劉仲成，2023），有了完備的硬體設備，教師是否能更靈活運用各種數位教學資源？值得進一步探究。因此，本研究將針對桃園市國小英語教師進行調查，瞭解國小現場英語教師使用數位教學資源的情形、教學助益與需求，並探討不同背景變項教師的差異，瞭解不同背景群體的想法與具體需求，對數位教學資源的改進提出具體建議。據此，本研究目的為：一、瞭解桃園市國小英語教師使用數位教學資源的現況。二、探討桃園市國小英語教師使用數位教學資源對教學的助益。三、探討桃園市國小英語教師對數位教學資源的期待與需求。四、分析不同背景變項的桃園市國小英語教師在使用數位教學資源的情形、教學助益及需求之差異情形。五、分析桃園市國小英語教師數位教學資源的使用情形，與教學助益和需求之相關情形。

貳、文獻探討

一、數位教學資源的意涵與類型

就教學系統工具的觀點而論，數位教學資源（digital educational resources, DERs）是指一套整合軟體、資訊、科技與組織支援的系統，用以反映特定的主題領域、實施不同學習活動（Vayndorf-Sysoeva & Grjaznova, 2016）。具體而言，即是教學或學習情境中以數位格式呈現的資料，包含文字、圖像、影片、教科書、課程模組、測驗、家庭作業等（Ministère de l'Éducation, Gouvernement du Québec, 2021）。同時，DERs 被認為是能夠促進、提升並發展教育品質與公平，以符合知識社會對教育需求的工具（Peters-Burton, 2018）。

在教學的應用價值上，根據 Organisation for Economic Co-operation and Development（2009）的定義，教師和學生出於學習目的而實際使用的任何數位資源皆可稱為 DLRs，其目的是增加學生的參與度、使課程開發更容易，同時提高課程的取用性，並提升學生的成就（Dillon, 2023）。因此，使用數位學習資源需要持續的支援，包括技術上和教學上的支援（European Commission, Directorate-General for the Information Society and Media, 2013）。Churchill（2017）更指出數位學習的中心焦點必須放在學習活動的設計上，而非數位教學資源上，亦即資源應該成為教師促進學習、為學生提供支援、評估學習成果的中介工具；此外，教師需要根據其學習目的有意識地建立和選擇數位教學資源，例如：訊息展示、演示、練習、概念呈現、數據呈現等。

從數位教學資源發展來看，傳統教師的備課資源多為紙本教師手冊，1990 年代中期開始，電子教科書開始發展，主要是以光碟形式出現在課堂上，多數的數位內容為紙本教科書的補充，將影片、測驗、動畫等額外內容一併收錄於光碟片（Chesser, 2011）。2000 年前期電腦普及，網路也更加穩定，但在實施數位化教學後，發現數位化的內容並不是重

點，「如何融入教學」才是成功的關鍵（徐新逸、賴婷鈴，2013），此時的電子教科書面臨著技術和內容的種種限制，導致實際應用相對困難（Chesser, 2011），教師雖然能使用網路資源備課，但學生接觸電腦的時間不多，所以仍無法達到學生在教室使用個人電腦的願景。到了2000年後期，電子教科書的格式、發行和商業模式有很大的突破，嵌入了更多的互動元素和多媒體資源，開始滿足學生的數位學習需求，直到2010年，各式電子閱讀器的開發與應用，搭配創新互動工具，使電子教科書變得「有智慧」，也成為了良好的學習工具（Chesser, 2011）。此外，2019年全球歷經COVID-19疫情，遠距教學使得數位學習平臺蓬勃發展，國內的出版商也紛紛提供網頁版電子書與線上自學資源，提供師生更多的數位學習資源。

數位教學資源的種類繁多，包含：（一）光碟、錄影帶、錄音帶，以影像（圖像）、聲音的組合來傳遞訊息的資料媒體。（二）衛星廣播、電視，指透過衛星播送聲音或視訊信號，以供大眾收聽或收視，如ICRT的News for Kids。（三）軟體資源，泛指一系列按照特定順序組織的電腦資料和指令，包含線上軟體與離線軟體，如英漢字典APP支援離線查詢。（四）網際網路資源，係指支持同步或非同步的實體課堂教學和遠距教學的網路資源，包括YouTube網站、電子期刊、雲端資料庫，以及數位平臺，如Cool English等自主學習平臺、Google Meet等視訊平臺、Kahoot!等互動平臺（Clark & Mayer, 2023; Weggen & Urdan, 2000）。

綜上所述，DERs是在科技設備如電腦的支持下，建立、儲存、共享和呈現的各種教學和學習資源，本研究所指的英語數位教學資源包括出版商提供的教用版電子教科書以及能透過網際網路取得的數位平臺。

二、國小英語數位教學資源內容及功能分析

電子教科書是紙本教科書數位化之後的數位教材（周淑卿，2008），因此教材內容皆依循紙本教科書，功能可分為「教學內容」與

「輔助工具」兩類，教學內容包含「多媒體資源」、「評量」、「周邊資源」，輔助工具則包括「編輯工具」、「課堂管理」、「移動控制」（余心蓓，2014）。研究者就 111 學年度桃園市國小英語教師使用較多的翰林、康軒、何嘉仁教科書，將其提供之英語電子教科書與數位平臺主要內容整理如表 1。

從表 1 可知，數位平臺比電子教科書多的 7 項功能分別為 AI 語音辨識、個人獎勵、學習管理系統（learning management system, LMS）、詳解、即時反饋系統（interactive response system, IRS）、歷屆試題、學習扶助等，數位平臺唯一缺乏的功能為「連結習作本」。

表 1 國小英語數位教學資源「教學內容」功能比較

類別	功能	電子教科書	數位平臺
多媒體資源	情境動畫	V	V
	發音朗讀	V	V
	重點提示	V	V
	歌謠教唱	V	V
	AI 語音辨識		V
	個人獎勵		V
	LMS		V
評量	遊戲	V	V
	答案提示	V	V
	詳解		V
	IRS		V
	歷屆試題		V
周邊資源	學習扶助		V
	連結習作本	V	
	延伸學習	V	V
	教師資源	V	V
	網站連結	V	V
	數位教具	V	V
	聽力腳本	V	V

依據上述分析，本研究將英語教師使用的數位教學資源整合為 3 個構面，依此編製問卷，調查桃園市國小英語教師使用數位教學資源的情形：

（一）「多媒體資源」構面

涵蓋情境動畫、發音朗讀、重點提示、歌謠教唱等要素，還有數位平臺的 AI 語音辨識、個人獎勵和 LMS 等功能，這些功能能夠豐富學習體驗並提升學生參與度。

（二）「評量」構面

包括遊戲和答案提示，以及數位平臺的詳解、IRS 和歷屆試題等功能，這些評量工具不僅有助於學生的學習，也能協助教師評估學習成效。

（三）「周邊資源」構面

包含延伸學習、教師資源、網站連結、數位教具、聽力腳本等要素，也涵蓋電子教科書特有的連結習作本功能，以及數位平臺的學習扶助功能，這些資源能夠支援更深入的教學。

三、數位教學資源輔助教學的特性

過去探討數位教學資源使用的面向，以 Davis（1993）的「科技接受模式」（technology acceptance model, TAM）為理論基礎，探討外部因素對使用者的內部信念、態度及意向的影響，進而影響使用情況，印證 Davis（1993）所主張，使用者的認知易用性愈高，其使用態度傾向愈積極，同時使用者的認知易用性愈高，其認知有用性也愈大；運用 DeLone 與 McLean（1992）的「資訊系統關鍵成功模式」（informational system success model）編製問卷，包含系統品質、資訊品質、服務品質等三大構面，其主要面向大多在探討數位教學資源的系統與使用者體驗。本研究著重在數位教學資源對教師教學的助益，尤其電子教科書完

整承襲紙本教材的知識內容（何冠慧，2009），其設計主要在協助教師教學，因此研究者運用 Chambliss 與 Calfee（1998）在教科書內容設計時提出以學生為中心的 CORE 模式，探討數位資源如何輔助教學。透過 CORE 模式的教學設計，能夠幫助學生習得以專家視鏡探究知識：有效的教學必須連結（connect）學生的知識和經驗，幫助學生組織（organize）新的學習內容，並提供機會讓學生省思（reflect），使學生能在適當的時機將所學延伸（extend）運用到新的情境中。

再者，針對第二語言學習的數位教學資源，Chapelle（1998）提出多媒體與電腦輔助語言學習（computer-assisted language learning, CALL）七大要點：（一）目標語言輸入需要凸顯該語言特徵。（二）學習者在理解目標語言的語意和語法時，應適時提供協助。（三）學習者需要有機會使用目標語言。（四）學習者需要自我發現使用目標語言時的錯誤。（五）學習者需要自行更正錯誤。（六）學習者需要參與可以為「意義協商」（negotiation of meaning）而修改結構的目標語言互動。（七）學習者應參與以增進良好互動機會為目的之目標語言任務。

綜合上述 CORE 模式提供了有力的教學架構，引導學生積極參與學習的各個階段；Chapelle（1998）的要點強調了學習者在多媒體與電腦輔助語言教學環境中的互動和參與。在此脈絡中，數位教學資源扮演著關鍵角色，能夠強化互動，從而促進多媒體與電腦輔助語言教學的成效，將第二語言習得理論納入教學，提醒教師語言輸入的重要性。研究者分析這兩個理論在強調學習者參與、互動和語言使用方面的相似處，綜整為數位教學資源輔助英語教學的特性，據以設計數位教學資源對教師教學助益的問卷內容：

（一）連結

連結是指建立學習者與所學內容之間的聯繫，將目標語言的特點與既有的經驗、背景知識和情感連結起來，以增強學習動機和理解。例如：英語教學內容可依聽、說、讀、寫等語言能力來分類，或者依照語言知

識分成字母、語音、字詞、句構、篇章，讓學習者明白英語的特點，並引入真實情境、故事、問題、或個人經驗，讓學習者在熟悉的背景中自然習得新知識，或是利用吸引學生的遊戲性活動或影片，以激發學習興趣。

（二）組織

組織是指組織教學內容以符合自然學習的順序和架構，幫助學習者更容易理解和記憶語言知識，並在學習過程中建立清晰的語言結構。例如，教材將語言知識按照自然習得的順序呈現，先介紹基本詞彙和常用句型，再逐步引入更複雜的文法結構，且教師應藉由簡化或重複等手段，提供學習者在語意和語法上能夠理解的語言輸入。

（三）省思

省思是指引導學習者反思學習過程，使其能夠自我發現錯誤並加以更正，包括對於語言互動中的問題和錯誤進行審視，並嘗試解決這些問題的能力，促進知識的內化。例如，教師提供反思問題、討論活動，讓學習者思考語言知識在實際情境中的應用，進而安排情境對話活動，如點餐、節慶活動等，引導學習者自我監控語言使用並修正錯誤。或是教師可以設計團體糾錯活動，讓學生透過討論，訂正常見的書寫錯誤；在課堂中使用即時反饋系統，讓學生針對反饋結果嘗試自行訂正。

（四）延伸

延伸是指提供更多資源和機會，包括 Krashen（1982）第二語言習得理論提出的「 $i+1$ 」語言輸入，這個輸入應為學習者可理解的，同時又略微超出其目前的語言水平，以深化學習者的語言知識和技能，並鼓勵他們將所學運用到不同情境和語言任務中，以促進持久的學習成果。例如，教師提供額外的閱讀體裁、寫作任務、語音練習、角色扮演等，幫助學習者在多樣化的情境中使用所學語言。或是鼓勵學習者參與真實的溝通活動，如討論、演講、報告，以延伸語言運用的能力。

四、教師使用數位教學資源相關研究

Moorhouse 與 Yan (2023) 調查了 COVID-19 疫情後香港的國中小英語教師使用數位工具的情況，瞭解教師常用的數位工具類型及其在英語教學方面的可供性，發現數位工具改變並擴大了教師工具包中可以包含的教學任務。Moorhouse (2023) 也透過訪談瞭解香港 16 位小學英語教師歷經一段時間的線上教學後，其數位工具的使用情況，發現教師已將數位科技融入日常教學實踐中，幫助他們實現教學目標，並支持學生的課外學習，同時因線上教學時期有感於數位教學資源的效用，使其回到實體教學時，更有能力也更願意使用數位教學資源。此外，Chen 等人 (2023) 在社會科學引文索引 (SSCI) 挑選 53 篇關於 EFL 教育使用電子書的研究，發現 2011~2020 年間只有 1 篇以教師為研究對象，儘管臺灣有 20 篇研究，仍多以國小或學齡前學生為研究對象。更進一步來看，近年國內研究僅約 5 篇碩士論文以國小英語教師為研究對象，且大多探討對電子教科書「系統」的使用態度，唯劉冠妤與陳君瑜 (2023) 研究發現高雄市國小英語教師認為「電子教科書提供情境化的英語評量系統，並結合熱門的應用程式」，方能呼應十二年國教課綱的精神內涵；針對英語教師使用數位平臺僅有楊定瑜等人 (2017) 的研究，探討教師與學生的使用 Cool English 的情形及偏好。綜觀相關研究，Moorhouse (2023) 的研究已進一步探討數位資源對英語教學的助益，國內研究則大多分析教師的使用頻率、使用態度，且僅在單一數位平臺與電子教科書兩者之中擇一做研究，顯見國內目前仍少有學者針對數位教學資源對英語教師教學的助益進行研究，因此本研究進一步探討英語教師綜合使用電子教科書與數位平臺等數位教學資源的現況，分析其對教學的助益，並蒐集教師對數位教學資源的需求，提供出版商持續優化或廠商升級數位教學資源之參考。

參、研究設計與實施

一、研究架構

本研究旨在探討桃園市國小英語教師使用數位教學資源的現況、助益及需求，研究架構如圖 1。教學資源使用情形包含多媒體資源、評量、周邊資源共 3 個構面；數位教學資源對英語教學的助益、使用英語數位教學資源的期待與需求皆包括連結、組織、省思、延伸等 4 個構面。

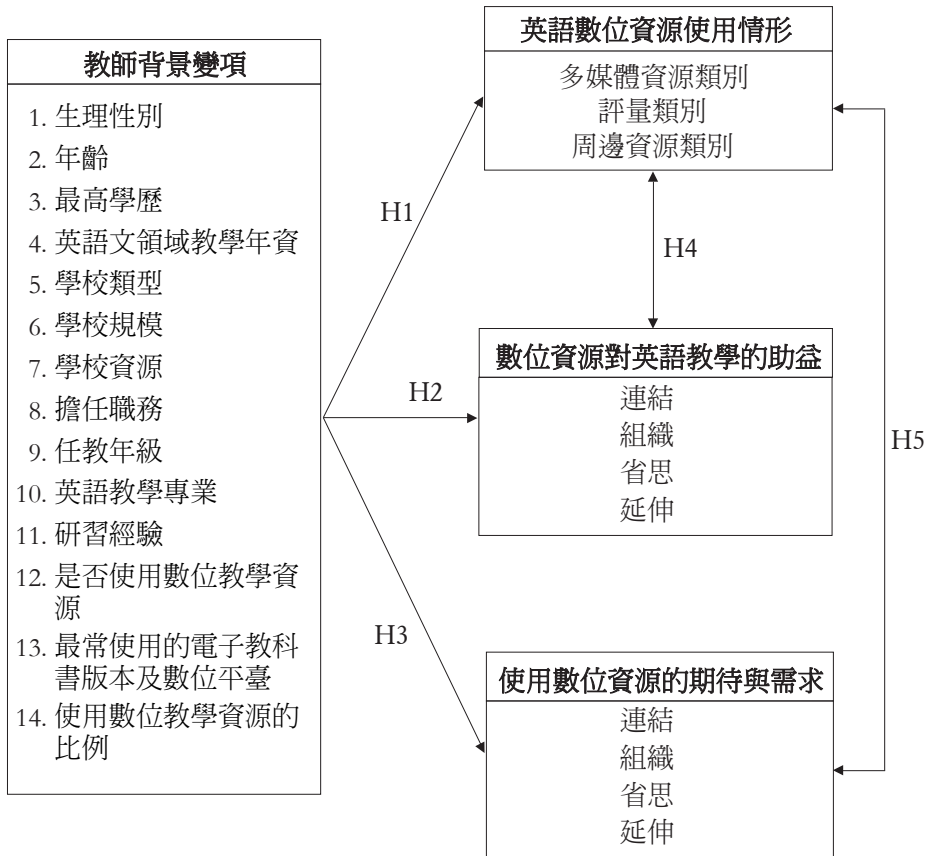


圖 1 研究架構圖

依據上述，本研究的研究問題以及各變項之間的關係架構：（一）桃園市國小英語教師在數位教學資源的「多媒體資源」、「評量」、「周邊資源」3 個構面使用情形為何？（二）桃園市國小英語教師認為數位教學資源「連結」、「組織」、「省思」、「延伸」4 個面向對教學的助益為何？（三）桃園市國小英語教師對數位教學資源「連結」、「組織」、「省思」、「延伸」4 個面向的期待與需求為何？

（四）不同背景變項的桃園市國小英語教師使用數位教學資源的情形、教學助益及需求有何差異？1. H1 表示：分析不同背景變項的教師使用數位教學資源行為的差異情形。2. H2 表示：分析不同背景變項的教師使用數位教學資源對教學的助益之差異情形。3. H3 表示：分析不同背景變項的教師使用數位教學資源的期待與需求之差異情形。

（五）桃園市國小英語教師使用數位教學資源的情形，與教學助益和需求之相關情形為何？1. H4 表示：探討教師使用數位教學資源，其使用行為與對教學的助益之相關情形。2. H5 表示：探討教師使用數位教學資源，其使用行為與需求之相關情形。

二、研究對象

本研究是以桃園市公立國小 1~6 年級的英語教師為主，依據桃園市政府教育局公布之「112 學年度學校名冊」，扣除實驗教育學校及新建學校，桃園市共有 188 所公立國民小學，10,197 位公立國小教師，以全國國小英語教師所占的比例平均約為 5.70% 推估（教育部統計處，無日期），112 學年度桃園市國小英語授課教師約 581 位，包括英語專任教師、兼任行政工作的英語教師、英語代課教師和有教授英語之級任教師。本研究採分層隨機抽樣，顧及學校類型與學校規模，根據謝寶煖（2006）有限母體樣本數之推估公式算出最低取樣樣本數為 232 人。

為達樣本數，本研究依照各學校規模和學校類型發放問卷，分層隨機抽樣情形如表 2。

表 2 桃園市國小英語教師分層隨機抽樣統計表

學校規模	學校類型	學校總數	最低發放問卷數	樣本學校數	抽樣學校樣本數	預估抽樣人數	所占比例
小型學校 (12班以下)	一般	15	8	8	1	8	3.36
	非山非市	26	9	9	1	9	3.78
	偏遠	16	5	5	1	5	2.10
	特偏	8	2	2	1	2	0.84
中型學校 (13~24班)	一般	29	26	13	2	26	10.92
	非山非市	5	4	2	2	4	1.68
中大型學校 (25~48班)	一般	53	86	22	4	88	36.97
大型學校 (49班以上)	一般	36	94	16	6	96	40.34
合計		188所	234份	77所		238人	100%

註：所占比例欄位數據皆經四捨五入處理，合計可能略有誤差，未必精確等於 100%。

三、研究工具

本研究依據研究目的與待答問題，參酌數位資源內容、對教學助益相關文獻，由研究者自編「桃園市國小英語教師使用數位教學資源調查問卷」作為調查工具，並採李克特式（Likert）四點量表。問卷分為 4 個部分一為基本資料；二為「桃園市國小英語教師使用數位教學資源之情形」問卷，調查教師在「多媒體資源」、「評量」、「周邊資源」等面向的使用情形，共 19 題；三為「桃園市國小英語教師使用數位教學資源對教學的助益」，共 30 題；四為「桃園市國小英語教師使用數位教學資源的期待與需求」，共 17 題，分別調查數位資源在「連結」、「組織」、「省思」、「延伸」4 個構面對教學的助益，以及教師的期待與需求。

工具採專家內容效度，邀 6 位專家針對內容適切與否、文句敘述是否清晰、題目是否周延等項目進行審題，歸納意見修正後形成預試問卷。本研究預試問卷以桃園市現職國小英語課程領域教師為對象，用滾雪球抽樣方式，於 2023 年 11 月 13 日發出 12 所學校共 43 份預試問卷，回收 37 份。

回收預試問卷後進行信度分析，計算題目之鑑別度與適切性，以 Cronbach's α 係數大於 .70 作為判斷標準 (George & Mallery, 2003)，如果刪除特定題目後，新的 Cronbach's α 係數明顯高於原始量表的 Cronbach's α 係數，表示該題目與其他題目之間的同質性較差，考慮將其從問卷中移除。本研究工具信度分析如表 3。其中「數位教學資源使用情形」部分 Cronbach's α 值為 .80，「數位教學資源對教學的助益」部分 Cronbach's α 值為 .95，「數位教學資源的期待與需求」部分 Cronbach's α 值為 .89，題目信度皆良好。

四、問卷回收與資料分析

本研究於 2023 年 12 月進行正式問卷調查，共發放 238 份問卷，回收 182 份，問卷回收率總計為 76.5%，有效樣本為 173 份。填答結果採描述性統計、獨立樣本 t 檢定、單因子變異數分析、Pearson 積差相關等統計分析。

表 3 「英語教師使用數位教學資源調查問卷」信度分析摘要表

層面	構面	正式題號	Cronbach's α 值
英語教師使用數位教學資源之情形	多媒體資源	1~7	.57
	評量	8~12	.58
	周邊資源	13~19	.64
	總量表	共 19 題	.80
英語教師使用數位教學資源對教學的助益	連結	1~7	.81
	組織	8~14	.92
	省思	15~20	.91
	延伸	21~30	.94
	總量表	共 30 題	.95
英語教師使用數位教學資源的期待與需求	連結	1~4	.59
	組織	5~8	.70
	省思	9~12	.79
	延伸	13~16	.58
	總量表	共 16 題	.89

肆、研究結果與討論

一、教師數位教學資源使用情形整體趨近經常使用；使用「周邊資源」的頻率最高，使用「評量」的頻率最低

桃園市英語教師（以下簡稱教師）在數位教學資源使用情形，從表4、表5顯示，整體平均數為2.84分，接近「經常如此」3分，標準差為.41分，表示整體使用頻率還算高，且使用情形相對一致。在不同構面，以「周邊資源」的得分最高（3.05分），其次為「多媒體資源」（2.83分），「評量」構面之得分最低（2.55分）。經單因子變異數分析及事後比較，發現「周邊資源」使用顯著高於「多媒體資源」及「評量」，「多媒體資源」使用也高於「評量」。可見教師在使用數位教學資源時主要是運用其周邊資源，如運用電子教科書「連結習作本」，幫助學生掌握習題的內容概念；也會運用「網站連結」，引導學生使用線上繪本、影音資源；或進一步使用「數位教具」，作為編制教材的素材，顯示教學專業能力。不過教師仍未普遍使用數位教學資源的「評量」功能，可能是數位平臺獨有的「詳解」、「IRS」、「歷屆試題」等功能較適合學生自主學習時使用，教師在課堂教學時間有限只能偶爾使用。使用數位教學資源之情形之各題項統計如附錄1。

表4 英語教師使用數位教學資源情形

構面 (N=173)	<i>M</i>	<i>SD</i>
多媒體資源	2.83	.46
評量	2.55	.59
周邊資源	3.05	.48
整體使用情形	2.84	.41

表 5 英語教師使用數位教學資源情形之變異數分析摘要表

<i>SV</i>	<i>SS</i>	<i>df</i>	<i>MS</i>	<i>F</i> 值	事後比較
組間	90.86	172	.53	83.08***	周>多、評 多>評
組內	66.63	346			
組內水準間	21.70	2	10.85		
殘差	44.93	344	.13		
全體	157.49	518	.53		

*** $p < .001$.

二、教師相當贊成使用數位教學資源對教學的助益； 「連結」的助益最大，「省思」的助益最小

教師認為數位教學資源對教學的助益，由表 6、表 7 顯示整體平均數為 3.42 分，達到「贊成」3 分，標準差為 .40 分，表示教師整體相當贊成數位教學資源對教學的助益，且感受也相對一致。在各構面上，以「連結」的得分最高（3.55 分），其次為「延伸」（3.42 分），「組織」（3.36 分）和「省思」之得分稍低（3.34 分）。經單因子變異數分析及事後比較，發現「連結」教學助益顯著高於「延伸」、「組織」及「省思」，「延伸」的教學助益也高於「組織」和「省思」。顯示教師認為數位教學資源在「連結」的教學助益最直接有效，如「連結學生的生活經驗」、「吸引學生的注意力」，可增強其學習動機和理解。此外，在「延伸」構面，數位平臺提供提供豐富的資源和練習機會，如單字遊戲、聽力選擇，也有助於「英語字彙教學」和「英語聽力教學」，可延伸語言運用的能力，促進學習遷移的效果。然而，數位平臺目前提供的自我監控相關功能如「筆記」、「發問」，可能還未充分發揮「引導學生反思英語學習過程」的效用，導致「省思」構面對教學助益略低。使用數位教學資源對教學的助益之各題項統計如附錄 2。

表 6 英語教師認為使用數位教學資源對教學的助益

構面 (N=173)	M	SD
連結	3.55	.45
組織	3.36	.47
省思	3.34	.51
延伸	3.42	.45
整體教學助益	3.42	.40

表 7 英語教師認為使用數位教學資源對教學的助益之變異數分析摘要表

SV	SS	df	MS	F 值	事後比較
組間	111.29	172	.65	20.89***	連>組、省、 延>組、省
組內	44.78	519			
組內水準間	4.85	3	1.62		
殘差	39.93	516	.08		
全體	156.07	691			

*** $p < .001$.

三、教師對於數位教學資源的期待和需求相當高； 「連結」的需求最高，「省思」的需求最低

教師對於數位教學資源的期待和需求，從表 8、表 9 顯示整體平均數為 3.51 分，介於「需要」3 分與「非常需要」4 分之間，標準差為 .44 分，表示教師整體對於數位教學資源的期待和需求相當高，且感受也相對一致。在不同構面，以「連結」的得分最高（3.59 分），其次為「組織」（3.53 分）、「延伸」（3.50 分），而「省思」之得分稍低（3.40 分）。經單因子變異數分析及事後比較，發現「連結」需求顯著高於「延伸」及「省思」，「組織」和「延伸」的需求也顯著高於「省思」。顯示教師對於數位教學資源「連結」構面抱有最高的期待與需求，如期望「定期更新電子教科書的影片資源」、調整「電子教科書的引起動機」和「英語歌謠的取材」，以貼近實際情境；值得注意的是科技資訊發展

日新月異，在「組織」構面，「整合多項英語數位教學資源」成了教師的第一需求，期盼能節省搜尋時間。至於教師在「省思」構面如「增加LMS功能」等需求相對不高，此結果可符應本研究第一部分「使用情形」發現整體教師使用「LMS功能」的頻率較低，可能多數教師安排的學習任務或回家作業仍以紙本形式為主，線上結合線下的情形較少，以避免國小學童家庭環境的資訊落差困難。另外，在「省思」構面如「調整數位平臺的計分方式」需求也不高，可能因為數位平臺陸續推出愈來愈多的作答模式，計分方式也有所不同，從過往比速度、比正確率，到現在教師可視情況選擇相較合適的模式，例如，個人競賽、組隊模式、攻占地盤、蒐集寶物等，已能滿足教師的需求。教師使用數位教學資源的期待與需求之各題項統計如附錄3。

表 8 英語教師使用數位教學資源的期待與需求

構面 (N=173)	M	SD
連結	3.59	.48
組織	3.53	.54
省思	3.40	.53
延伸	3.50	.50
整體需求	3.51	.44

表 9 英語教師使用數位教學資源的期待與需求之變異數分析摘要表

SV	SS	df	MS	F 值	事後比較
組間	133.94	172	.78	12.35***	連>省、延 組、延>省
組內	48.21	519			
組內水準間	3.23	3	1.08		
殘差	44.98	516	.09		
全體	182.15	691			

*** $p < .001$.

四、背景變項在數位教學資源的使用情形、教學助益及需求有顯著差異

背景變項差異分析係採對比 (contrast) 的單組與其餘組之比較方式進行，不同背景變項教師在數位教學資源使用情形的差異考驗結果如表 10，數位教學資源的教學助益差異考驗結果如表 11，對數位教學資源的需求差異考驗結果如表 12。上述表格僅列出於各構面中具有統計上顯著差異之背景變項，未達顯著水準者則不予呈現，以強調研究重點。

表 10 英語教師背景變項在數位教學資源使用情形之差異摘要

教師背景變項	使用情形	多媒體資源	評量	周邊資源	整體使用情形
任教年級			中年級>非中年級 *		中年級>非中年級 *
最常使用的數位平臺		PaGamO > 非 PaGamO** HiTeach > 非 HiTeach**	Wordwall > 非 Wordwall** Blooket >非 Blooket*	Wordwall > 非 Wordwall*	Wordwall > 非 Wordwall* HiTeach > 非 HiTeach*
使用數位教學資源的比例		電子教科書與平臺各占一半>電子教科書占六成以上 *	電子教科書與平臺各占一半>電子教科書占六成以上 **		電子教科書與平臺各占一半>電子教科書占六成以上 **

* $p < .05$. ** $p < .01$.

表 11 英語教師背景變項在數位教學資源的教學助益之差異摘要

教師背景變項	教學助益	連結	組織	省思	延伸	整體教學助益
生理性別		女>男 ***	女>男 *		女>男 **	女>男 **
擔任職務			級任教師>教師兼行政 *		級任教師>教師兼行政 * 級任教師>科任教師 **	級任教師>教師兼行政 * 級任教師>科任教師 *
任教年級		中年級>非中年級 * 非高年級>高年級 **	非高年級>高年級 **	中年級>非中年級 ** 非高年級>高年級 **	中年級>非中年級 * 非高年級>高年級 **	中年級>非中年級 * 非高年級>高年級 **

(續)

表 11 英語教師背景變項在數位教學資源的教學助益之差異摘要 (續)

教師背景變項	教學助益	連結	組織	省思	延伸	整體教學助益
英語教學專業			非畢業於相關科系> 畢業於相關科系 *			
最常使用的電子教科書版本			三大出版社> 其他 **			
最常使用的數位平臺			因材網>非因材網 * YouTube > 非 YouTube* HiTeach >非 HiTeach* Padlet >非 Padlet***	Padlet > 非 Padlet*** 非 Nearpod > Nearpod*		因材網> 非因材網 *

* $p < .05$. ** $p < .01$. *** $p < .001$.

表 12 英語教師背景變項在數位教學資源的需求之差異摘要

教師背景變項	期待與需求	連結	組織	省思	延伸	整體需求
生理性別		女>男 ***		女>男 *	女>男 **	女>男 **
學校類型		一般>偏遠 (含特偏) * 非山非市> 偏遠 (含特偏) *				
擔任職務				級任教師> 教師兼行政 * 級任教師> 科任教師 *	級任教師> 教師兼行政 * 級任教師> 科任教師 *	級任教師> 教師兼行政 * 級任教師> 科任教師 *
任教年級			非高年級> 高年級 **	非高年級> 高年級 *	非高年級> 高年級 *	非高年級> 高年級 *
最常使用的電子教科書版本		非何嘉仁> 何嘉仁 *				
最常使用的數位平臺			Wordwall > 非 Wordwall*	非 Nearpod > Nearpod*		

* $p < .05$. ** $p < .01$. *** $p < .001$.

綜合上述發現：（一）女性教師使用數位教學資源的教學助益及需求，皆普遍高於男性教師，可能因為桃園市國小英語教師將近九成為女性，女性教師相對容易尋得教學夥伴，發展專業社群，共同研討使用數位教學資源的時機與方式。

（二）從職務來看，任教英語的級任教師較教師兼任行政及科任教師更認同整體教學助益，其整體需求也高於教師兼任行政及科任教師。可能是級任教師教英文通常只有任教師班的英語課，在整體上較依賴數位教學資源，尤其應用於拓展教學內容或延伸練習。

（三）從任教年級來看，任教中年級的教師整體使用頻率較高，也比較認同教學助益，而任教高年級的教師則對整體的教學助益及需求都給予較低的分數。可能因中年級學生的能力與課程內容的進度最適合使用數位教學資源，而高年級課程內容多而較少時間深入地使用，因此對其認同程度和需求都不如其他年級教師。

（四）不同英語教學專業的教師僅在教學助益「組織」構面有顯著差異，畢業於英語相關科系的教師認為此構面的教學助益小於非畢業於英語相關科系者，可能是相關科系畢業的教師對於語言學習架構、順序、方法有一定程度的專業和想法，能自行選擇資源彈性使用，因此較少依賴數位教學資源的整理或安排。

（五）使用不同教材版本的教師達到顯著差異的部分，顯示出使用其他版本的教師認為「組織」構面的教學助益低於使用三大出版商教材的教師，可能是其他版本的發展未臻純熟，在組織教學內容上還有進步的空間；使用何嘉仁版本的教師在「連結」構面的需求低於使用非何嘉仁版本的教師，可能因為何嘉仁強調以問題為導向設計課程內容，且影音資源常搭配真人外師和真實情境，所以較能夠與學生的生活經驗產生連結，也較能滿足教師的需求。

（六）使用 Wordwall、HiTeach 的教師整體使用頻率較高，顯示 Wordwall 雖好上手，但在「組織」構面仍有改進空間，HiTeach 的「組織」功能則較受肯定；而使用 Blooket、PaGamO 的教師可能還未充分發

揮數位平臺的特色與教學助益，也可多觀察使用需求。至於使用因材網、YouTube 的教師可能鎖定數位平臺的特定功能使用，或是搭配其他數位教學資源，所以在使用情形雖未見顯著差異，但在教學助益的特定構面顯著高於非使用者；使用 Padlet、Nearpod 雖達顯著，但由於使用此工具的教師人數很少，可能只是小樣本效應或是這幾位教師的主觀感受。

(七) 英語課堂使用數位教學資源比例不同之教師在使用情形有顯著差異，使用電子教科書與平臺比例各占一半的教師在「多媒體資源」構面、「評量」構面及整體的使用頻率皆高於使用電子教科書占六成以上的教師。可能是兼用數位平臺及電子教科書兩者的教師在數位教學資源的整合和應用上表現更靈活，熟悉內容與操作、能快速切換，也能更有效率地將數位教學資源融入教學活動中，導致整體使用頻率比較高。

(八) 不同學校類型的教師僅在數位教學資源的需求「連結」構面有顯著差異，顯示一般類型和非山非市類型學校的教師在「連結」的需求皆高於偏遠（含特偏）類型學校的教師。可能是一般類型和非山非市類型學校的學生相對接觸了更多的科技和資訊，容易追求流行的事物，導致教師需加入學生喜歡的流行音樂和文化，連結學生的生活，以增強其學習動機和理解。

五、教師使用數位教學資源的頻率愈高，對教學的助益就愈大，兩者為中度正相關；在期待及需求則為低度正相關

教師使用數位教學資源的使用情形與教學助益之相關係數，如表 13，依據邱皓政（2021）相關係數絕對值介於 .70~.99，代表高度相關；介於 .40~.69，代表中度相關；介於 .10~.39 代表低度相關。可見整體使用情形與教學助益的整體及延伸構面，呈現很顯著中度正相關，與連結、組織、省思等三個構面呈現很顯著低度正相關，顯示教師使用數位教學資源的頻率增加時，整體的教學助益及延伸效益也會有較大幅度的提升。各構面與整體皆達顯著相關（ $p < .05$ ），代表教師使用數位教學

資源的頻率對教學助益有積極影響。

教師使用數位教學資源的使用情形與期待和需求之相關係數，如表 14，在各構面與整體大多達到顯著相關 ($p < .05$)，其中整體使用情形與期待及需求的整體及各構面，皆呈很顯著低度正相關，表示教師綜合使用數位教學資源的頻率增加時，整體的期待及需求都會隨之提升。

表 13 桃園市國小英語教師使用情形與教學助益之相關情形摘要表

構面		教學助益				
		連結	組織	省思	延伸	整體
使用情形	多媒體資源	.31**	.29**	.24**	.34**	.35**
	評量	.16*	.29**	.29**	.30**	.31**
	周邊資源	.36**	.37**	.35**	.44**	.45**
	整體	.34**	.39**	.36**	.45**	.45**

* $p < .05$. ** $p < .01$.

表 14 桃園市國小英語教師數位教學資源使用情形與期待及需求之相關情形摘要表

構面		期待及需求				
		連結	組織	省思	延伸	整體
使用情形	多媒體資源	.25**	.17*	.21**	.21**	.24**
	評量	.16*	.10	.20**	.07	.16*
	周邊資源	.33**	.37**	.37**	.34**	.41**
	整體	.31**	.27**	.32**	.26**	.33**

* $p < .05$. ** $p < .01$.

六、綜合討論

(一) 教師趨近經常使用數位教學資源，惟數位平臺的新功能運用仍未普及

經調查發現，教師整體使用數位教學資源的頻率還算高，且平時不使用數位教學資源的教師僅占 4.9%，此結果與部分相關研究結果有些不同，可能是教育部從 2017 年起推動「國民中小學校園數位建設」，建置校園智慧網路及智慧學習教室，桃園市也提出「智慧學校數位學堂」計畫，充實大型觸控螢幕、行動載具、互動教學軟體以及 5G 新科技教學等硬體和軟體設備，並辦理教學團隊競賽及成果發表，鼓勵各校推動創新互動教學模式，且歷經 2021 年 5 月全國各級學校停課不停學，不論是軟硬體或教師的資訊能力都被迫升級，導致整體使用數位教學資源的人數比例與使用頻率皆較過去提升。

就各構面而言，「周邊資源」使用顯著高於「多媒體資源」及「評量」，「多媒體資源」使用也高於「評量」。進一步分析可發現教師在「多媒體資源」構面最常使用的是「情境動畫」($M=3.66$)，此研究結果與楊定瑜等人(2017)的研究結果相符。但「AI 語音辨識」的使用頻率僅達偶爾使用($M=2.08$)，與楊定瑜等人(2017)的研究結果相互印證，顯示教師仍較少使用英語口說資源，可能是一般英語課堂教師較少進行個人口說練習。而得分較低的 4 題($M < 2.1$)，分布於「多媒體資源」構面的「LMS」、「AI 語音辨識」、「個人獎勵」，以及與「評量」構面的「歷屆試題」，這幾項都是數位平臺的獨有功能，標準差也都很大，顯示目前在實務現場中，數位平臺的新功能有「用者重度使用、不用者恆不用」的現象，顯示如何鼓勵及協助教師使用較新的數位教學資源仍是值得思考的問題。

(二) 教師相當贊成數位教學資源對教學的助益，惟在省思面向的運用有待加強

本研究發現教師整體相當贊成數位教學資源對教學的助益，此結果和劉冠妤與陳君瑜(2023)的研究呼應，英語教師使用電子教科書的滿意度佳。就四個構面而言，「連結」教學助益顯著高於「組織」、「省思」及「延

伸」，「延伸」的教學助益也高於「組織」和「省思」。顯示教師認為數位教學資源在「連結」的教學助益最直接有效。進一步分析發現得分最高的5題 ($M > 3.6$)，分布於「連結」構面4題與「延伸」構面1題，顯示教師普遍認為連結學生生活經驗、促進師生互動、吸引學生注意力並提升學習動機的教學助益較大。而得分較低的4題 ($M < 3.2$)，分布於「省思」構面2題、「延伸」構面1題與「組織」構面1題，顯示數位教學資源對於促進學生省思的助益略有進步空間，可能反思等後設認知能力需花時間引導和練習，儘管數位平臺提供相關功能，仍取決於教師是否有足夠時間和心力訓練學生練習使用，並持續追蹤學習歷程，因此未來在設計數位教學資源功能時，也須注意教師實際運用的可行性。

(三) 教師期待數位教學資源能有與時俱進的內容、有系統的資源整合，及適性化的實作評量

本研究顯示教師整體對於數位教學資源的期待和需求相當高，就各構面而言，「連結」需求顯著高於「省思」及「延伸」，「組織」和「延伸」的需求也顯著高於「省思」。進一步分析發現，教師對「連結」構面的「定期更新影片資源，讓學生更貼近實際情境」需求最高 ($M=3.65$)，與 Shen 等人 (2015) 的研究結果類似，教師期待看到當前真實的語言；其次為「調整英語歌謠取材」 ($M=3.58$)，顯示在高年級教材融入流行音樂，讓學生琅琅上口，增強學習動機和理解，仍是英語教師的需求。再者，教師對「組織」構面的「整合多項英語數位教學資源，節省搜尋時間」需求最高 ($M=3.66$)，顯示教師不論在使用電子教科書或數位平臺都希望能有系統且有效率地搜尋所需的資源。此外，教師對「省思」構面的「電子教科書的評量需增加題目並避免重複題型」的需求最高 ($M=3.55$)，對「延伸」構面的「增加英語電子教科書的實作評量」需求最高 ($M=3.54$)，此發現結果與劉冠妤 (2023) 調查高雄市國小英語教師使用電子教科書的研究結果相符，顯示現今教師很需要「情境化」和「適性化」的英語評量系統。

(四) 電子教科書與數位平臺靈活搭配運用，更能發揮教學助益

本研究結果顯示使用電子教科書與平臺比例各占一半的教師在「多媒體資源」構面、「評量」構面及整體的使用頻率，皆高於使用電子教科書占六成以上的教師。此發現與陳建男（2018）的研究結果相似，電子教科書的使用比例愈高，對於認知有用性、認知易用性及使用意願愈高。由本研究結果得知，當教師使用電子教科書和數位平臺比例相當，將提高其整體使用頻率，進而提升教學助益。

伍、結論與建議

根據研究發現，綜合數位教學資源使用情形、教學助益、期待和需求等面向的重要發現，提出結論與建議，供國小英語教師、出版商以及教育相關單位參考：

一、教師多數以使用電子教科書為主，且數位平臺的新功能存有「用者重度使用，不用者恆不使用」的現象

研究結果顯示桃園市國小英語教師數位教學資源使用情形趨近經常使用，且有七成的教師使用電子教科書為主。本研究也發現兼用數位平臺及電子教科書兩者的教師在數位教學資源的整合和應用上表現更靈活，導致整體使用頻率比較高，同時，教師使用數位教學資源的頻率愈高，對教學的助益就愈大，兩者為中度正相關。因此，建議教師嘗試改變使用電子教科書為主的習慣，靈活運用不同的數位教學資源，可搭配運用電子教科書各單元已嵌入的數位平臺 IRS，如 Blooket、Kahoot!、Quizlet、Quizizz、Wordwall 等，同時建議教育單位可提供教師所需的付費資源，並舉辦具實用性的工作坊，減輕教師對於數位平臺新功能的極端使用現象。

二、教師認為數位教學資源「連結」構面的教學助益最大且需求也最高；認為「省思」構面的教學助益有限且需求也較低

研究結果顯示在教學助益分量表得分最高的5題，有4題分布於「連結」構面，而得分較低的4題，有2題分布於「省思」構面；在期待與需求分量表得分最高的四題，有3題分布於「連結」構面，而得分較低的3題，有2題分布於「省思」構面。此與使用情形分量表調查結果相呼應，發現教師較常使用英語聽力及閱讀能力功能，較少使用英語口說資源及個人省思功能，由此可見目前教師在進行英語教學時，較傾向於提供視覺、聽覺為主的團體教學，然而現今科技媒體與流行文化發展愈來愈快，定期更新教材需要投入大量人力和財力資源，因此建議出版商積極追蹤教育趨勢和學生興趣，並善用資源共享平臺，提高中央資源庫裡影音資源連結的更新頻率，以反映時下的語言和文化變化。同時，也建議教師善用數位平臺「AI 語音辨識」功能和「LMS」，讓學生進行個人口說練習，並結合線上與線下教學，不僅能培養自主學習與省思的能力，也使學生英語聽說讀寫四項能力均衡發展。

三、教師在「組織」構面的需求高於其對教學助益的認同；在「延伸」構面的教學助益認同高於對其需求

研究結果發現教師對於數位教學資源「組織」的需求略高於教學助益，且對「整合多項英語數位教學資源，節省搜尋時間」的需求為分量表最高分，顯示數位教學資源在「組織」方面提供的資源可能尚有不足，因此建議廠商整合多項英語數位教學資源，如設置單一入口，並提升內容的正確性和適切性，以節省教師的搜尋時間。此外，研究發現教師認為「延伸」的教學助益略大於需求，其中數位教學資源提供的單字及聽力相關之延伸練習，最受教師們認同，英語口說資源則較少使用，因此建議出版商進行跨域合作，結合 AI 技術，降低單次開發成本，以便在電子教科書融入人工智慧聊天機器人程式與 AI 語音辨識功能，加入情

境式實作評量，如生活情境對話、自我介紹等，改變以往英語偏食的現象，更能達到語用的目標。

四、任教英語的級任教師使用數位教學資源的教學助益及需求，皆普遍高於教師兼行政與科任教師

研究結果顯示級任教師使用數位教學資源的教學助益及需求，皆普遍高於教師兼行政與科任教師，可能因為級任教師通常僅教授導師班的英語課，而較依賴數位教學資源的整理與編排，導致其認同度與需求較高。然而，值得注意的是英語科任教師普遍教授的英語課節數較多，卻未見其使用頻率、教學助益、需求顯著高於其他教師，因此建議未來研究可以納入訪談、觀察等質性研究方法深入分析數位教學資源運用的實際狀況；或是可進一步納入結果變項，例如英語教師自我效能，以進行教學助益與教學效能之間的結構性分析。

五、中年級的英語教師使用數位教學資源的頻率、教學助益及需求都明顯較高；任教高年級教師的教學助益及需求則普遍較低

整體而言，任教中年級的教師的使用頻率及需求較高，也較認同教學助益，任教高年級的教師對數位教學資源的認同程度和需求都不如其他年級教師，可能是高年級英語課程內容豐富，上課時數卻未增加的情況下，導致任教高年級的英語教師進度壓力大，難以充分發揮數位教學資源的助益，對其需求也較低。根據本研究相關分析結果，教師的使用頻率會正向影響教學助益及需求，同時開放式問題蒐集結果也顯示教師期望能增加英語課程時數、銜接國中英語教材。因此，建議教育部修改高年級英語課節數，或是建議各校透過校訂課程等方式增加高年級的英語課程時數，可能會提高教師使用數位教學資源的頻率，進而提升整體教學助益。

六、教師使用「周邊資源」的頻率愈高，對教學的助益就愈大，同時對其產生的期待與需求也愈高，兩者皆呈現中度正相關

本研究發現教師的數位教學資源使用情形與教學助益呈現中度正相關，同時，使用情形與需求呈現低度正相關。進一步分析各構面發現，教師使用「周邊資源」的頻率增加時，教學助益及需求皆會隨之提升，呈現中度正相關，因此，欲提升整體教學助益或是滿足教師的整體需求，都可從優化「周邊資源」或協助教師有效使用此功能著手，鼓勵教師發揮專業自主能力、課程發展與設計能力，使用「延伸學習」、「數位教具」等功能編製補充教材，深化學生的理解。

參考文獻

- 十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校——語文領域：英語文（2018）。
- [Curriculum guidelines of 12-year basic education: English domain for elementary, junior high school and upper secondary school education. (2018).]
- 何冠慧（2009）。掀開教科書發展的新篇章——談電子教科書的發展、特色與展望。教科書研究，2（2），126-131。https://doi.org/10.6481/JTR.200912.0111]
- [Ho, K.-H. (2009). Opening a new chapter in textbook development: Discussing the development, features, and prospects of electronic textbooks. *Journal of Textbook Research*, 2(2), 126-131. https://doi.org/10.6481/JTR.200912.0111]
- 余心蓓（2014）。國小教師資訊素養與環境因素對使用教用版電子教科書影響之研究（未出版之碩士論文）。國立交通大學。
- [Yu, H.-P. (2014). *Taiwan elementary school teachers' information literacy and external environmental factors on their experience of using teacher-version electronic textbooks* [Unpublished master's thesis]. National Chiao Tung University.]
- 周淑卿（2008）。豈是「一本」能了？——教科書概念的重建。教科書研究，1（1），29-47。https://doi.org/10.6481/JTR.200806.0029

- [Chou, S.-C. (2008). Is “one book” enough? Reconstruction of the concept of textbooks. *Journal of Textbook Research*, 1(1), 29-47. <https://doi.org/10.6481/JTR.200806.0029>]
- 邱皓政 (2021)。量化研究法 (二)：統計原理與分析技術 (二版)。雙葉書廊。
- [Chiu, H.-C. (2021). *Quantitative research methods (II): Statistical principles and analysis techniques* (2nd ed.). Yeh Yeh.]
- 徐新逸、賴婷鈴 (2013)。國際經驗對臺灣電子教科書發展之啓示。教科書研究, 6 (2), 1-31。 [https://doi.org/10.6481/JTR.201308_6\(2\).01](https://doi.org/10.6481/JTR.201308_6(2).01)
- [Hsu, H.-Y., & Lai, T.-L. (2013). Insights from international experiences for the development of electronic textbooks in Taiwan. *Journal of Textbook Research*, 6(2), 1-31. [https://doi.org/10.6481/JTR.201308_6\(2\).01](https://doi.org/10.6481/JTR.201308_6(2).01)]
- 國家發展委員會、教育部、人事行政總處、考選部、公務人員保障暨培訓委員會 (2021, 9 月)。2030 雙語政策整體推動方案。 <https://reurl.cc/9R4DY?>
- [National Development Council, Ministry of Education, Directorate-General of Personnel Administration, Ministry of Examination, & Civil Service Protection and Training Commission. (2021, September). *Overall promotion plan for the 2030 bilingual policy*. <https://reurl.cc/9R4DY?>]
- 教育部統計處 (無日期)。國小教師數——按性別與任教領域別分。2023 年 9 月 10 日, 取自 <https://stats.moe.gov.tw/files/gender/302-5.xls>
- [Department of Statistics, Ministry of Education. (n.d.). *Number of elementary school teachers by gender and teaching field*. Retrieved September 10, 2023, from <https://stats.moe.gov.tw/files/gender/302-5.xls>]
- 教育部綜合規劃司 (無日期)。教育現況。2023 年 2 月 22 日, 取自 <https://ws.moe.edu.tw/001/Upload/3/refile/8711/79188/c9fd4872-36df-45be-94ce-001ed11fc4d8.pdf>
- [Department of Planning, Ministry of Education, (n. d.). *The current state of education*. Retrieved February 22, 2023, from <https://ws.moe.edu.tw/001/Upload/3/refile/8711/79188/c9fd4872-36df-45be-94ce-001ed11fc4d8.pdf>]
- 陳建男 (2018)。電子教科書使用意願之研究——以兒童補教業英語教師為對象 (未出版之碩士論文)。國立高雄大學。
- [Chen, C.-N. (2018). *A study of the willingness of using electronic textbooks: The case of children's supplementary English teacher* [Unpublished master's thesis]. National Kaohsiung University.]
- 楊定瑜、劉貞好、劉玉涵、郭屹恩、蔡宜庭 (2017)。大型英語教學網站設計及使用者偏好分析。數位學習科技期刊, 9 (4), 81-107。 <https://doi.org/10.3966/2071260X2017100904004>
- [Yang, T.-Y., Liu, C.-Y., Liu, Y.-H., Kuo, Y.-E., & Tsai, Y.-T. (2017). Design of large-

- scale English teaching websites and analysis of user preferences. *Journal of Digital Learning and Technology*, 9(4), 81-107. <https://doi.org/10.3966/2071260X2017100904004>]
- 劉仲成（2023，10月）。桃園市議會第3屆第2次定期會：桃園市政府教育局工作報告。 https://www.tycg.gov.tw/News_Content.aspx?n=95&s=984170]
- [Liu, C.-C. (2023, October). *Work report of the Department of Education, Taoyuan City Government: 3rd session, 2nd regular meeting of the Taoyuan City Council*. https://www.tycg.gov.tw/News_Content.aspx?n=95&s=984170]
- 劉冠妤（2023）。高雄市國小英語教師電子教科書使用滿意度與教學效能之調查研究（未出版之碩士論文）。國立高雄師範大學。
- [Liu, G.-Y. (2023). *The survey research of user satisfaction of electronic textbooks and teaching effectiveness among elementary school English teachers in Kaohsiung City* [Unpublished master's thesis]. National Kaohsiung Normal University.]
- 劉冠妤、陳君瑜（2023，4月）。因應新課綱國小英語教師對電子教科書使用滿意度與需求調查。載於高雄市工業科技教育研究學會、社團法人臺灣工程教育與管理學會、國立高雄師範大學工業科技教育學系聯合舉辦之「第19屆科技教育研究與發展學術研討會、第12屆工程、技術與STEM教育」研討會論文集（頁703-714），高雄市，臺灣。 <https://doi.org/10.29619/STEM.202311.0045>
- [Liu, K.-Y., & Chen, C.-Y. (2023, April). The survey of elementary school English teachers' user satisfaction and demand of the electronic textbooks in response to curriculum guidelines of 12-year basic education. In *Proceedings of Kaohsiung Society for Research in Industrial Technology and Education, Taiwan Society of Engineering Education and Management, & Department of Industrial Technology Education, National Kaohsiung Normal University, the 19th conference of research and development in technology education and the 12th conference of engineering, technology, and STEM education* (pp. 703-714), Kaohsiung, Taiwan. <https://doi.org/10.29619/STEM.202311.0045>]
- 謝寶媛（2006，4月1日）。量化研究與統計分析——抽樣。國立臺灣大學圖書資料學系。 https://www.lis.ntu.edu.tw/~pnhsieh/courses/QStat/6_Sampling.ppt
- [Hsieh, P.-N. (2006, April 1). *Quantitative research and statistical analysis: Sampling*. Department of Library and Information Science, National Taiwan University. https://www.lis.ntu.edu.tw/~pnhsieh/courses/QStat/6_Sampling.ppt]
- Chambliss, J. M., & Calfee, R. C. (1998). *Textbooks for learning: Nurturing children's minds*. Blackwell.
- Chapelle, C. (1998). Multimedia CALL: Lessons to be learned from research on instructed SLA. *Language Learning & Technology*, 2(1), 22-34. <https://doi.org/10.29619/STEM.202311.0045>

org/10.125/10125/25030

- Chen, M.-R. A., Hwang, G.-J., Majumdar, R., Toyokawa, Y., & Ogata, H. (2023). Research trends in the use of E books in English as a foreign language (EFL) education from 2011 to 2020: A bibliometric and content analysis. *Interactive Learning Environments*, 31(4), 2411-2427. <https://doi.org/10.1080/10494820.2021.1888755>
- Chesser, W. D. (2011). The e-textbook revolution. *Library Technology Reports*, 47(8), 28-40. <https://doi.org/10.5860/ltr.47n8>
- Churchill, D. (2017). *Digital resources for learning*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-981-10-3776-4>
- Clark, R. C., & Mayer, R. E. (2023). *E-learning and the science of instruction: Proven guidelines for consumers and designers of multimedia learning* (5th ed.). John Wiley & Sons.
- Davis, F. D. (1993). User acceptance of information technology: System characteristics, user perceptions and behavioral impacts. *International Journal of Man-Machine Studies*, 38(3), 475-487. <https://doi.org/10.1006/imms.1993.1022>
- DeLone, W. H., & McLean, E. R. (1992). Information systems success: The quest for the dependent variable. *Information Systems Research*, 3(1), 60-95. <https://doi.org/10.1287/isre.3.1.60>
- Dillon, A. (2023, February 22). *What are digital learning resources? Overview & examples*. Study.com. <https://study.com/academy/lesson/what-are-digital-learning-resources-overview-examples.html>
- European Commission, Directorate-General for the Information Society and Media. (2013). *Survey of schools: ICT in education: Benchmarking access, use and attitudes to technology in Europe's schools*. EU Publications. <https://doi.org/10.2759/94499>
- George, D., & Mallery, P. (2003). *SPSS for Windows step by step: A simple guide and reference, 11.0 update* (4th ed.). Allyn & Bacon.
- Intelligent Community Forum. (2023). *The top7 intelligent communities of the year*. <https://www.intelligentcommunity.org/top7>
- Krashen, S. (1982). *Principles and practice in second language acquisition*. Pergamon.
- Ministère de l'Éducation, Gouvernement du Québec. (2021). *Best practices guide for the creation of digital educational resources*. https://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/education/Guide_bonnes_pratique_REN-VA.pdf
- Moorhouse, B. L. (2023). Teachers' digital technology use after a period of online teaching. *ELT Journal*, 77(4), 445-457. <https://doi.org/10.1093/elt/ccad029>
- Moorhouse, B. L., & Yan, L. (2023). Use of digital tools by English language schoolteachers. *Education Sciences*, 13(3), 226. <https://doi.org/10.3390/educsci13030226>

- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2009). *Beyond textbooks: Digital learning resources as systemic innovation in the Nordic countries*. <https://doi.org/10.1787/9789264067813-en>
- Peters-Burton, E. (2018). Social equity and STEM education. *School Science and Mathematics*, 118(3-4), 73-74. <https://doi.org/10.1111/ssm.12265>
- Shen, H., Yuan, Y., & Ewing, R. (2015). English learning websites and digital resources from the perspective of Chinese university EFL practitioners. *ReCALL*, 27(2), 156-176. <https://doi.org/10.1017/S0958344014000263>
- Vayndorf-Sysoeva, M., & Grjaznova, T. (2016). Explore the possibility of resources and elements of online teachers training program. In V. Mkrttchian (Ed.), *Handbook of research on estimation and control techniques in e-learning systems* (pp. 111-126). IGI Global. <https://doi.org/10.4018/978-1-5225-0019-3.ch008>
- Weggen, C. C., & Urdan, T. A. (2000). *Corporate e-learning: Exploring a new frontier*. WR Hambrecht.

附錄 1 英語教師使用數位教學資源之情形之各題項平均數與標準差

題目	<i>M</i>	<i>SD</i>	排序
多媒體資源	2.83	.46	第二
1. 我會使用「情境動畫」，幫助學生更容易理解語境和情境。	3.66	.53	1
2. 我會使用「發音朗讀」，幫助學生學習正確的發音，並讓學生跟著模仿和練習。	3.51	.73	2
3. 我會使用「重點提示」，強調重要的知識節點，幫助學生識別重要的關鍵字。	3.30	.82	4
4. 我會使用「歌謠韻文」，讓學生透過音樂輕鬆地學習拼音、單字、句型。	3.35	.81	3
5. 我會使用數位平臺（如 Cool English、學習吧）的「AI 語音辨識」，讓學生練習口說。	2.08	.96	6
6. 我會使用數位平臺（如因材網、PaGamO）的「個人獎勵」，鼓勵學生更積極地參與學習。	2.09	1.01	5
7. 我會使用數位平臺的「學習管理系統（LMS）」，發佈課程資料、分發作業、進行測驗，並追蹤學生的學習進度。	1.85	.93	7
評量	2.55	.59	第三
8. 我會使用「遊戲」，營造互動的學習環境，並幫助學生在輕鬆的氛圍下複習知識概念。	3.47	.76	1
9. 我會使用「答案提示」，提供習題的解答。	2.94	.89	2
10. 我會使用數位平臺的「詳解」，澄清困難點，提供學生深入的解釋。	2.23	.97	3
11. 我會使用數位平臺的「即時反饋系統（IRS）」，即時提供學習反饋，並根據反饋調整教學策略。	2.20	1.05	4
12. 我會使用數位平臺（如因材網、PaGamO）的「歷屆試題」，幫助學生複習及準備考試。	1.90	.97	5
周邊資源	3.05	.48	第一
13. 我會使用「延伸學習」，提供額外的學習資源，深化學生的理解。	2.87	.92	5
14. 我會使用「教師資源」，優化教學計畫，提供更有效的教學。	3.09	.80	4
15. 我會使用「網站連結」，引導學生使用相關的線上資源，如繪本、影音等。	3.37	.73	2
16. 我會使用「數位教具」（單字卡、圖卡、句型條），作為編制教材（如簡報、學習單、評量卷等）的素材。	3.36	.78	3
17. 我會使用「聽力腳本」，幫助學生掌握故事內容細節或聽力試題的答案。	2.84	.90	6
18. 我會使用電子教科書的「連結習作本」，顯示課程對應的習作頁面，幫助學生掌握習題的內容概念。	3.54	.75	1
19. 我會使用數位平臺（如因材網）的「學習扶助」，找到學習困難點，幫助我實施差異化教學。	2.28	.99	7
整體使用情形	2.84	.41	

附錄 2 英語教師使用數位教學資源對教學的助益之各題項平均數與標準差

題目	<i>M</i>	<i>SD</i>	排序
連結	3.55	.44	第一
1. 數位教學資源的「英語情境動畫」功能，有助於教師將英語課程內容與學生的生活經驗相連結。	3.65	.51	1
2. 數位教學資源的多媒體資源（英語情境動畫、英語歌謠、英語發音朗讀）和互動設計（遊戲），有助於促進師生的互動。	3.61	.61	4
3. 數位教學資源的多媒體資源（英語情境動畫、英語歌謠、英語發音朗讀），有助於提升學生的英語學習動機。	3.62	.58	3
4. 數位教學資源的英語教材重點用顏色、圖片等方式突顯，有助於吸引學生的注意力，使其自然地習得英語。	3.64	.56	2
5. 數位教學資源的英語歌謠，有助於引起學生的情感共鳴。	3.21	.77	7
6. 數位教學資源兼具多媒體與網際網路連結的功能，有助於教師即時連結和呈現英語課程的相關知識與文化。	3.60	.55	5
7. 數位教學資源提供遊戲式的英語教學活動，有助於降低學生的學習焦慮、提升學生的學習動機。	3.56	.61	6
組織	3.36	.47	第三
8. 數位教學資源的英語素材依照教學進度和難易度呈現，或依照英語能力（聽、說、讀、寫、字彙、文法）分類，有助教師快速選擇教材。	3.40	.68	3
9. 數位教學資源能將英語的抽象概念具體化呈現，例如以文字加圖像來指導文法或書寫上的學習困難點。	3.49	.61	1
10. 數位教學資源的頁面功能（如發音朗讀、重點提示等）可突顯英語的知識節點，有助於教師掌握課綱中的學習重點，減少備課時間。	3.45	.61	2
11. 數位教學資源提供不同難易度和主題多元的英語素材，有助於教師依據學生的需求（學習風格、語言或技能熟練程度等）進行適性化教學。	3.40	.66	3
12. 數位平臺具備比較完整的英語知識結構，並依據學習難易順序編排，有助於教師提供學生個人化學習路徑。	3.21	.66	6
13. 數位平臺設有英語學習困難點的補充說明選項，可提供學生自主選擇使用，有助於教師適性化教學。	3.17	.70	7
14. 數位平臺將英語動畫製作成一般版、講解版、英語字幕版，有助於教師引導學生自主選擇使用。	3.38	.64	5

(續)

附錄 2 英語教師使用數位教學資源對教學的助益之各題項平均數與標準差（續）

題目	<i>M</i>	<i>SD</i>	排序
省思	3.34	.50	第四
15. 數位教學資源提供立即性的回饋機制，有助於透過即時評量掌握學生的學習表現，發現英語學習迷思。	3.43	.61	3
16. 數位教學資源提供多種評量方式（如測驗、遊戲），有助於教師評估學生的英語學習成果和能力。	3.57	.54	1
17. 數位平臺提供個人化的英語學習歷程紀錄與檢視，有助於教師瞭解學生個別的學習進度與學習困難，並引導學生在評量中審視自己的問題和錯誤。	3.46	.59	2
18. 數位平臺的語音辨識功能與即時回饋系統，有助於教師引導學生修正英語聽力與口說能力的問題。	3.36	.72	4
19. 數位平臺提供自我評估工具（如 PaGamO），包含英語題庫與詳解功能，有助於減輕教師出題與評量的負擔。	3.15	.80	5
20. 數位平臺提供筆記與發問的功能，有助於教師引導學生反思英語學習過程。	3.08	.75	6
延伸	3.42	.45	第二
21. 數位教學資源涵蓋英語課程所需的影音媒體，有助於教師延伸教學環境，營造英語對話情境，減少使用母語。	3.23	.70	9
22. 數位教學資源提供英語學科內容加深加廣及結合跨領域的補充教材，有助於教師實施跨領域教學。	3.38	.59	7
23. 數位教學資源整合多媒體與網路連結，有助於教師提供更多元的英語情境，促進學習遷移。	3.48	.54	6
24. 數位教學資源有助於教師製作英語延伸教材（如簡報或講義），或設計不同的英語學習任務，促進教學專業發展。	3.49	.55	3
25. 數位平臺重視溝通與互動功能，使學習社群虛擬化，有助於教師引導學生進行同步或非同步的協作活動。	3.33	.70	8
26. 數位平臺提供多元的英語素材和豐富的英語練習機會，有助於教師適性化教學及學生精熟學習。	3.49	.59	3
27. 數位平臺的單字遊戲（如配對、拼字），有助於教師進行英語字彙教學。	3.63	.58	1
28. 數位平臺提供不同情境的對話與練習，有助於教師進行英語句型教學。	3.49	.67	3
29. 數位平臺的聽力練習（如選擇、配對），有助於教師進行英語聽力教學。	3.60	.53	2
30. 數位平臺提供的聊天機器人功能，有助於教師引導學生自主使用，進行英語口說能力的練習。	3.14	.77	10
整體教學助益	3.42	.40	

附錄 3 英語教師使用數位教學資源的期待與需求之各題項平均數與標準差

題目	<i>M</i>	<i>SD</i>	排序
連結	3.59	.48	第一
1. 「英語情境動畫」功能的畫面連貫性、人物動作可加強流暢性，以吸引學生的注意力，提高其學習興趣。	3.57	.61	4
2. 「英語歌謠」的取材需要調整，例如在高年級教材融入流行音樂，讓學生琅琅上口，增強學習動機和理解。	3.58	.62	2
3. 英語電子教科書出版商需定期更新影片資源，以反映時下的語言和文化變化，讓學生更貼近實際情境。	3.65	.52	1
4. 英語電子教科書單元首頁或是主題頁的「引起動機」可增加看圖聽英語以外的方式（如「小彩蛋」、「選擇故事情節」等），建立學生與課程主題之間的連結。	3.58	.67	2
組織	3.53	.54	第二
5. 期望能有一個網站或平臺來整合多項英語數位教學資源，以節省教師上網搜尋的時間。	3.66	.59	1
6. 「英語發音朗讀」需要增加例句示範，以利教師展示單字的使用時機與方式，進行有系統的英語單字教學。	3.56	.59	2
7. 「重點提示」的內容需要清晰地標示出符合英語課程目標的重要知識節點，並增加相關的例句和解釋。	3.45	.67	3
8. 英語電子教科書的練習題，期望能新增自行編輯內容與調整題項順序的功能，以符合學生的學習需求。	3.45	.77	3
省思	3.40	.53	第四
9. 英語電子教科書的評量需增加題目並避免重複題型，以引導學生生活用所學。	3.55	.64	1
10. 英語電子教科書要增加學習管理系統（LMS）功能，幫助教師追蹤學生在英語課堂中的個人學習歷程。	3.27	.78	4
11. 數位平臺的計分方式應以答對率為主，需要將速度的得分比例降低，以培養學生謹慎作答的習慣。	3.34	.71	3
12. 數位平臺的「AI 語音辨識」需要增加標示有誤的英語發音細節，使學生明白如何自我更正。	3.46	.68	2
延伸	3.50	.50	第三
13. 數位教學資源提供的「數位教具」期望能增加多樣化的圖卡或對話情境圖，以利教師製作英語延伸教材。	3.54	.68	1
14. 數位教學資源需增加時間提醒與時間規劃的功能，降低對學生健康的影響（危害視力、環境知覺失調、3C 成癮）。	3.43	.72	4
15. 期望英語電子教科書能設計以問題為導向的課程，協助教師進行跨領域教學，培養學生解決問題的能力。	3.51	.59	3
16. 英語電子教科書的評量偏向知識性與記憶性，期望能結合平臺的 AI 語音辨識功能，增加生活情境對話、自我介紹等實作的機會。	3.54	.60	1
整體需求	3.51	.44	

Higher-Order Thinking in English Education: Content Analysis of Taiwan's Senior High School Textbooks by Using L Book as an Example

Chia-Hsuan Li

Critical thinking (CT) is an essential higher-order thinking skill for students. Although numerous Taiwanese studies have focused on the teaching of CT and its association with English, few have investigated its representation in English textbooks. In the present study, content analysis of CT representation in Taiwan's senior high school English textbooks was performed to determine the extent to which secondary school English textbooks support CT teaching. The 593 questions in the reading sections of the L Book series were used for a case study. Drawing on Blooms taxonomy and Taiwan's English curriculum guidelines, the researcher developed a coding scheme comprising four CT categories: analysis, evaluation, synthesis, and creation and analyzed how CT was presented within and across textbook volumes. The results indicated that one-third of the questions in the L Book series could enhance students' CT skills, with analysis and evaluation being the most prevalent categories. Furthermore, a progressive shift from analysis and evaluation to creation was observed across volumes, indicating a cumulative hierarchy in CT development. These findings offer pedagogical insights for senior high school English teachers and textbook publishers regarding the cultivation of CT skills in students and the improvement of English textbook design in Taiwan.

Keywords: critical thinking, critical thinking representation, English textbook, content analysis

Received: January 2, 2024; Revised: July 29, 2024; Accepted: November 5, 2024

英語教材中的高階思考：臺灣高中教科書之內容分析——以 L 版本為例

李佳璇

批判性思考是學生必備的高層次思考能力。臺灣已有許多學者討論如何教學，以及其與英語之相關；但批判性思考在英語教科書是如何呈現卻鮮少被注意。為瞭解中等學校英語教材能否引導批判性思考，本研究以 L 版本的閱讀為例，針對 593 個問句進行內容分析，探究批判性思考在臺灣高中英語教材中的樣貌。研究者延伸 Bloom 等人（1956）的認知分類，並參照臺灣英語文領域課綱設計分析架構，共包含四類能力：分析、評價、綜合、創造，分析批判性思考在單冊與跨冊的呈現。結果顯示，L 版本約有三分之一的問句能促進學生的批判性思考，以分析、評價佔比最多。研究亦發現，批判性思考能力在跨冊間有漸進式轉變，由分析、評價到創造，表示其累積且分層的特性。根據上述，研究者提出培養學生批判思考能力、改善臺灣英語教科書之建議，將對高中英語教師、教科書書商有教學上的啟發。

關鍵字：批判性思考、批判性思考的呈現、英語教科書、內容分析

收件：2024年1月2日；修改：2024年7月29日；接受：2024年11月5日

1. Introduction

Critical thinking (CT) is a must-have higher-order thinking (HOTS) ability for students. In Taiwan, CT has been considered a core competence in the national curriculum guidelines for numerous years. CT debuted in Grade 1-9 Curriculum Guidelines in 2003 as a sub-skill and remained in a crucial place during the educational reformation ten years later, in 2014, as a Core Competency in the new Curriculum Guidelines of 12-Year Basic Education. With its significance, CT has drawn close attention in Taiwan's EFL research field.

The EFL research on CT in Taiwan could be divided into two dimensions. On the one hand, a growing number of Taiwanese researchers have been experimenting with the effectiveness of teaching CT with particular pedagogies, including theme-based instructions (Lin, 2005), debate (Liu et al., 2015), literature circle (Liao, 2009), content-based reading and writing (Liaw, 2007), and case-study (Lai, 2022). On the other hand, another group of researchers has been exploring the relationship between CT and English language skills, such as speaking fluency (Chen, 2021) and persuasive writing (Bauman, 2020). These local papers not only highlighted the instruction of CT but also attested to the close relationship between CT and English abilities. Despite the critical role of CT in Taiwan's national curriculum guidelines and its popularity in the EFL research field, few existing local studies shed light on the definitions and representations of CT in Taiwan's English teaching materials.

In the field of EFL textbook analysis, most local teacher-researchers who have carried out content analysis for Taiwan's officially approved English textbooks emphasized language structures, including text difficulty (Cheng & Chang, 2022), speech acts (Huang & Pai, 2009), and vocabulary (Lee, 2011), or particular issues, such as culture (Li, 2022), gender disparity (Chen, 2019), global competence (Chou et al., 2019), and English as a lingua franca (Luo, 2017). Very few of them examine the representation of CT in English textbooks, namely, how it is defined, presented, and organized within or across volumes. Lacking such knowledge about the

definitions, elements, and patterns of CT, on-site English teachers might have difficulty effectively teaching their students the ability of HOTS through textbooks.

The above literature review shows a noticeable absence of the textbook analysis of CT. Given that CT is one of the core competencies in Taiwan, the present study intended to conduct a content analysis of the representation of CT in the English textbooks for Taiwan's senior high schools, using L Book as an example. The specific aims were twofold: the first one was to investigate the extent to which the English textbooks for secondary schools were conducive to CT instruction, and the second one was to explore any patterns of how CT was presented across different volumes of English textbooks. The following two research questions guided this study:

1. What elements of CT are presented in the English textbooks for Taiwan's senior high schools?
2. What are the patterns of CT representation across volumes of the English textbooks for Taiwan's senior high schools?

It was hoped that this study would discern any problems with CT representation in Taiwan's English textbooks and propose corresponding suggestions. The findings might additionally serve as a guide for English teachers to improve their instruction of CT and as a template for textbook editors to revise their publications.

2. Literature Review

2.1 Critical Thinking

The definitions and categorizations of CT vary remarkably among the theories of philosophical, psychological, and educational domains. Philosophically speaking, "critical thinking is the 'educational cognate' of rationality," and the central task of the cultivation of CT is to foster one's capability of "assess[ing] the probative strength of reasons" (Bailin & Siegel, 2003, p. 182). Ennis (1962) defined CT as "reasonable reflective thinking focused on deciding what to believe or do" (cited in Ennis, 1993, p. 180), whereas Lipman (1988) referred to CT as "thinking that is conducive to judgment" and depends on standards (cited in Paul et al., 1997, p. 4).

For philosophers, CT is the interaction between two sets of dispositions and abilities (Ennis, 1991). Regarding dispositions, a critical thinker must take an inquiring attitude, be independent-minded, stay fair-minded, and respect others (Bailin et al., 1999). They must also (1) understand intended meanings, (2) determine the focus of questions, (3) take an entire situation into consideration, (4) seek and proffer reasons, (5) be well-informed, (6) search for alternatives, (7) quest precision, (8) be reflective on one's beliefs, (9) stay open-minded, (10) withhold judgments without sufficient evidence, (11) take a position, and (12) adopt one's critical thinking abilities (Ennis, 1991). As for abilities, Ennis (1991) created a constitutive list of abilities of ideal critical thinkers, which consists of five abilities related to clarification, two to decision making, three to inference, three to metacognition, and four auxiliary abilities. Clarifying includes: (1) identification of the focus of questions, (2) analysis of arguments, (3) inquiry into and response to challenges, (4) judgment of definitions and handling equivocation, and (5) recognition of underlying assumptions. Deciding involves (6) judgment of source credibility and (7) observation of judgments. Inferencing refers to (8) deductive thinking and judgments of deduction, (9) inductive thinking and judgments of induction, and (10) value judgments. Metacognitive abilities are (11) "suppositional thinking" and (12) integrating the rest of dispositions and abilities to make and defend decisions. The auxiliary abilities are (13) to solve problems, monitor one's thinking, and use a CT checklist, (14) to be sensitive to others' feelings and knowledge level, (15) to adopt "rhetorical strategies," and (16) to be reactive to fallacy.

The psychological tradition of CT differentiates from the philosophical theories in that psychologists emphasize the performances of humans' actual behaviors and disclose our CT processes (Sternberg, 1986). The American Psychological Association (APA, n.d.) defines CT as "a form of directed, problem-focused thinking" with which an individual tests his ideas or solutions to errors. Psychologists often view CT as "a form of problem solving" and are interested in the components or sets of the behaviors of CT (Moon, 2007, p. 37). In Sternberg's (1986, p. 3) "componential" definition, CT consists of "the mental processes, strategies and representations people use to solve problems, make decisions, and learn new concepts." There are three componential skills in CT (Sternberg, 1985; cited in Sternberg, 1986):

metacomponents, performance components, and knowledge-acquisition components. Metacomponents are “higher order executive processes” an individual uses to plan what to do, monitor while doing, and evaluate after things are done. Performance components are “lower order, nonexecutive processes” a person utilizes to implement the metacomponents’ instructions and offer feedback. These components vary across domains of performance, such as inductive and deductive reasoning. Under knowledge-acquisition components are “selective encoding” of (ir)relevant information, “selective combination” of related information in an organized form, and “selective comparison” between background knowledge and new information. They are the processes one applies to learn conceptual knowledge or procedures.

As a mixture of philosophical and psychological theories, the educational approach sheds light on the skills students need in classrooms to solve problems, make decisions, and grasp new concepts (Sternberg, 1986). Such a close tie to observations and experiences in classrooms is its benefits. In educational contexts, the definition of CT is more like a “programmatic definition” that expresses practical educational goals (Scheffler 1960; cited in Hitchcock, 2018). Dewey (1910, p. 6), for instance, coined the term “reflective thought” to describe the “active, persistent and careful consideration” of one’s beliefs, and took such CT as an ultimate goal of education. Likewise, in Bloom’s term, CT is labeled as “intellectual abilities and skills” (Bloom et al., 1956, p. 38) that learners can transfer information and techniques from their past experiences to new problems and situations. Moreover, Bloom et al. (1956) developed a six-level taxonomy of cognitive skills: (1) knowledge, (2) comprehension, (3) application, (4) analysis, (5) synthesis, and (6) evaluation. These skills are sequenced from simple and concrete to complicated and abstract and put in “a cumulative hierarchy” (Krathwohl, 2002, p. 212). That is, the capability of lower skills is the prerequisite for mastering higher skills. Later on, Anderson and Krathwohl (2001), considering that learning objectives and results are what students can do, renamed the six nouns in the form of verbs: from knowledge to “remember,” comprehension to “understand,” application to “apply,” analysis to “analyze,” synthesis to “create,” and evaluation to “evaluate” (Krathwohl, 2002, p. 214). Another change was the replacement of the top two skills, with evaluating listed as the fifth and creating as the sixth.

The revised taxonomy is also presented hierarchically, and under the six categories are 19 subcategories of cognitive processes (Krathwohl, 2002).

Based on Bloom's taxonomy and its revision, several different verb lists have been created for learning assessments. To reach a consensus on the verbs' position in the taxonomy, Newton et al. (2020) and Stanny (2016) revisited all the lists collected from Google Search and counted the frequency of verbs within and across categories. The former researcher identified 104 verbs (Stanny, 2016), while the latter enlisted 61 verbs (Newton et al., 2020). In terms of the ambiguity and overlap of verb categorization, Stanny (2016) explained that many words have multiple meanings and that "context modifies meanings" (p. 8). An example was the verb "recognize' the definition of technical terms" as lower-level thinking but "recognize' professional situations that produce a conflict of interest" as higher-level thinking.

Different as the above three approaches appear, it is worth noticing that the CT skills each proposes strikingly overlap (Sternberg, 1986). Gubbins (1985), collecting several similar CT taxonomies by numerous researchers, developed a list of thinking skills (cited in Sternberg, 1986). His list included six primary skills and multiple subskills: (1) problem-solving, (2) decision-making, (3) inferencing, (4) divergent thinking, (5) evaluative thinking, and (6) reasoning.

2.2 Textbook Analysis of CT

In the existing studies on CT representation in textbooks of various disciplines, researchers have different preferences in using philosophical, psychological, or educational categorizations. Among the three categories, the most frequently used taxonomy is that of the educator Bloom. In his hierarchical taxonomy of cognitive thinking, the first three are lower-order thinking (LOTS), while the last three are HOTS and are often viewed as CT skills (Ennis, 1993).

With the use of Bloom's taxonomy (Bloom et al., 1956) or its revised version by Anderson and Krathwohl (2001), numerous foreign researchers have tried to probe how levels of thinking skills are presented in English textbooks and to what extent these teaching materials could enhance students' HOTS or CT, including Al-Qahtani (2019), Laila and Fitriyah

(2022), Peyró et al. (2020), Qasrawi and BeniAndelrahman (2020), and Tayyeh (2021). Laila and Fitriyah (2022) adapted a checklist table from Pratiwi (2014), while Tayyeh (2021) conducted descriptive content analysis to explain numerical findings, both focusing on reading comprehension questions in the English textbooks respectively for Indonesian and Iraqi twelfth graders. Similarly, Al-Qahtani (2019) and Qasrawi and BeniAndelrahman (2020) analyzed reading and/or writing activities and tasks in the English textbooks respectively for Palestinian and Saudi Arabian college students. The former researchers utilized a category of verbs under the six levels by OPAR (2012), whereas the latter also adopted descriptive analysis. All of their results, nevertheless, showed that very few HOTS were presented in the English teaching materials; in other words, students were not encouraged to think critically. Unlike these four studies, which used Bloom's HOTS, Peyró et al. (2020) adopted the framework of Anderson and Krathwohl's (2001) revised two-dimension classification to examine the actions and knowledge in the CLIL science textbooks for Spanish sixth graders. Their findings also revealed that more than 60% of the materials did not help promote the CT skills required for the CLIL approach.

Most researchers used Bloom's taxonomy and/or its revised version as a research framework; nevertheless, such adoption might not be as convincing as it seemed. Regarding Bloom's taxonomy, the following two aspects might need to be considered. Firstly, according to Ennis (1993, p. 179), Bloom's taxonomy (Bloom et al., 1956) somehow appears problematic. The six cognitive thinking levels are not hierarchical but "interdependent." Ennis (1981) gives an example: while synthesis and evaluation require analysis, analysis also requires these two skills. Hence, marking more than one CT skill for each question or activity might be possible and essential during the content analysis. One question or activity might encourage two or more kinds of CT skills. Secondly, Ennis (1993, p. 179) also warned that the three higher levels, namely the HOTS, seem to be "too vague." This might be because Bloom's taxonomy was initially designed to be a vastly general principle—"a common language"—so that it could be adapted or modified in accordance with different educational needs (Bloom et al., 1956, p. 10; Krathwohl, 2002, p. 212). In light of its generality, what could be and might have to be done is to

expand the HOTS in Bloom's taxonomy (Bloom et al., 1956) or its revision by Anderson and Krathwohl (2001) and make them as relevant as possible to the Taiwan context. By doing so, the research findings could be more convincing and localized to Taiwan's education of CT.

2.3 CT in the Context of Taiwan's Secondary Education

Scholars in Taiwan have also tried to define CT, and most local researchers take a philosophical perspective. According to Wang (2000), CT is a type of judgmental thinking based on the understanding of narratives and questions. More specifically, Yeh (2003) defined CT as "a complicated cognitive process" involving five kinds of thinking skills: "identification of hypotheses, inferences, deductions, explanations, and evaluations" (cited in Kuo et al., 2008, pp. 171, 174). Wen (2012, p. 3) referred to CT as "the process and result of dialectical thinking carried out by autonomous and self-disciplined people, including questioning, introspection, liberation, and reconstruction to pursue a more reasonable life." In addition, Cheng (2012), reviewing both philosophical and psychological approaches, listed six natures of CT: (1) the thorough and in-depth understanding of a problem or question, (2) the transcendence of self-centeredness and personal experiences, (3) the practice of reason, (4) the connection to and display of language quality, (5) the concern about oneself and his life, and (6) the pursuit of meanings.

When it comes to the education of CT, Taiwan's curriculum guidelines adopted a mixture of philosophical, psychological, and educational approaches. In Taiwan's educational history, CT debuted in Grade 1-9 Curriculum Guidelines in 2003 as a sub-skill of the tenth Core Competence, "Independent Thinking and Problem Solving." "Independent Thinking and Problem Solving," consisting of fundamental thinking, CT, and creative thinking (Curriculum and Instruction Resources Network, CIRN, n.d., abstract), refers to one's capability and habit of thinking independently and reflectively, making judgments systematically, and resolving problems effectively. As a sub-ability, CT, analytic and reflective in nature, is defined as being able to (1) examine, relate, and evaluate a context or a problem, (2) put emphasis on the foci of the problem, (3) collect, organize, analyze, and digest information, (4) decide whether solutions are reasonable with

previously learned experiences, and (5) make practical conclusions (CIRN, n.d., definition). These five sets of action verbs in the CT definition correspond to the different concepts of CT. In the statement, verbs 1 and 5 first see CT as both the capability and disposition of “reasonably reflective thinking” that involves value judgment and asks one to “remain relevant to the main point,” which echoes with Ennis’ (1993, p. 180) philosophy. Its second focus on problem-solving (e.g., verb 2) and the decoding, comparison, and combination of information (e.g., verb 3) is a psychological point of view of Sternberg (1986). The third focal point of reflective thinking and the ability to transfer background knowledge to new contexts, namely verb 4, are what Dewey and Bloom propose as ultimate educational goals.

During the educational reformation ten years later, in 2014, CT still held a special place in Taiwan’s curriculum. In the new Curriculum Guidelines of 12-Year Basic Education (2014), CT can be found in A2, one of the nine Core Competencies. A2 “Logical Thinking and Problem Solving” pertains to the systematic thinking of understanding problems, analysis, CT, and metacognition, with all of which one can take action, reflect oneself, and effectively resolve daily-life problems. More specifically, in Curriculum Guidelines of 12-Year Basic Education: English Domain for Elementary, Junior High School and Upper Secondary School Education (2018), the ENG-A2 for higher-level English learners (i.e., senior high students) requires them to adopt various strategies to gain a deeper understanding of texts, to discern the essence of messages, and to distinguish truth from falsity. Furthermore, under Core Competency is Essential Learning Focus, a combination of nine Learner Performances and four categories of Learning Contents. Amid the English learner performances for senior high students, the ninth “Logical Reasoning, Judgement and Creativity” includes eight thinking levels (i.e., 9-V-1 to 9-V-8):¹ (1) compare, classify, and sequence, (2) determine the relationship between information, (3) distinguish facts from opinions, (4) generalize and conclude, (5) transfer acquired knowledge to solve problems, (6) integrate information, (7) evaluate and judge, and (8) formulate plans with creativity. As for the learning content for senior

¹ The first code, “9” means the ninth Learner Performance, whereas “D” represents the fourth Learning Content in the Curriculum Guideline for Subject English. “V” refers to senior high students being in the fifth learner stage. The other number, “1,” is the numbered skills.

high students, the fourth “Cognitive Capability” (i.e., D-V-1 to D-V-8) also contains the same eight thinking levels. The above verbs in the definitions of (ENG-)A2 and the descriptions of learner performances and learning contents are also a mixture of philosophical, psychological, and educational concepts of CT. Philosophically, it calls for logical, systematic, and reflective thinking, as well as truth-telling. Psychologically, the emphasis is further put on problem-solving and Sternberg’s (1986) meta-components, namely planning, monitoring, and evaluating. Educationally, the utmost objective is for students to be able to transfer what they already know to their daily life situations.

The attempts to adopt philosophical, psychological, and educational traditions make the CT definitions and descriptions of its skills more comprehensive. With such comprehensiveness, English teachers and textbook designers might be well persuaded, no matter their stance.

3. Methodology

3.1 Data Sets

The data sets were collected from the English textbooks published by L Book Co., Ltd. L Book Co., Ltd. is a leading publisher of English textbooks for senior high schools, holding about 80% of the market share. The rationale behind its textbook design is to “educate students” instead of merely “proffering knowledge.” Speaking of educating a person, CT is not knowledge but a disposition, representation, and ability that one must possess. Considering its high market share and core value on “education,” L Book was selected as the research subject in the present study. The L Book’s five volumes of English textbooks students used from the fall of 2022 to spring 2023 were analyzed. The first four volumes contain nine units and three reviews, and the fifth has only six units. The reviews were excluded from the data set because of their different designs from other units. Except for the reviews, all units consist of seven sections: “Thinking Aloud,” “Reading Strategy,” “Reading Selection,” “Vocabulary & Phrases,” “Sentence Pattern,” “Language in Use,” and “Listening Strategy.” Only the sections related to reading, the first three, were gathered as data, for reading covers most parts of one unit.

Below is an introduction of each (sub)section under the “pre-, during, and postreading” model (Grabe, 1991, p. 396), a reading process where readers first activate their schemata (Carrell, 1988), adopt reading strategies and acquire linguistic knowledge (Güzel, 2022, p. 30), and demonstrate their comprehension through extended production (Petrosky, 1982, p. 24; cited in Zamel, 1992, p. 468). Every unit in L Book starts with two sections for pre-reading. One is “Thinking Ahead (TA),” where an activity and a question serve as a warm-up to increase students’ learning motivations. The other, “Reading Strategy (RS),” containing two subparts, reading strategy (RS-RS) and reading comprehension (RS-RC), introduces one reading strategy and includes a short passage and two to three activities or questions for students to practice. The topic of the short passage is closely related to the topic of the main reading text for the next stage, while-reading, which includes one main part and four subparts. “Reading Selection (R)” involves a reading text with activities and questions presented in the subsections of “Language Highlight (R-LH),” “Reading Strategy (R-RS),” “Note the details (R-ND),” and “Reading Comprehension (R-RC).” R-LH focuses on linguistic knowledge, such as transition words and grammatical sentence patterns. R-RS is a similar practice of particular reading strategy to that in the previous section RS-RS. R-ND targets the details of the main reading text and invites students to find out detailed information. R-RC is literacy-based and scenario-situated, as in its design. Behind the reading text, for post-reading, are three other subparts: “Graphic Organizer (R-GO)” with an activity to visualize the text, another “Comprehension Practice (R-RC)” with three questions to check students’ understanding of the text, and “Think and Reflect (TR)” with two to four questions to encourage students’ critical and reflective thinking about the themes or issues arising from the texts.

The unit of analysis is question. By question, it referred to the statements ending with a question mark and/or starting with wh-words, such as “what” and “how,” or auxiliary verbs, like “do” or “would.” Each question mark or keyword was marked as one piece of data. The rationale behind the focused selection of questions was twofold. On the one hand, questions help probe CT, for “thinking is question driven” (Paul & Elder, 2002, 2007; cited in Rashid & Qaisar, 2016, p. 155) and is displayed “in the form of questions” (Santoso et al., 2018, p. 1).

On the other hand, most learning activities in L Book's English textbooks are phrased in the form of or followed with questions, and those that end only with a period are rare cases. If the statements involve both a question mark and a period, they would still be considered questions. Based on the criteria, 135 questions were gathered from Volume one, 141 from Volume two, 125 from Volume three, 123 from Volume four, and 69 from five. In total, 593 questions were collected from the selected (sub)sections (see Table 1). The whole data set could be divided into three reading stages and four sections: TA as a warm-up and RS and its subsections (i.e., RS-RS and RS-RC) as a pre-learning for reading strategies in pre-reading, R and its subsections (i.e., R-LH, R-RS, R-ND, and R-RC) as the main part in while-reading, and TR as an extension in post-reading.² Considering space limit, sample questions of each (sub)part are presented with coding examples in 3.2 Coding Scheme. Other thinking-related tasks, namely R-GO, were excluded from the data set, not only because they are not question-type but also because graphic organizer is another independent research topic that requests further and separate attention.

Table 1. Data Sets

Stages	Sections	V1	V2	V3	V4	V5	Total
Pre-Reading	TA	20	19	13	17	12	81
	RS						
	RS-RS	5	6	0	0	0	11
	RS-RC	9	9	9	6	0	33
While-Reading	R						
	R-LH	6	7	8	4	0	25
	R-RS	6	6	3	4	0	19
	R-ND	27	28	31	27	20	133
	R-RC ^a	34	35	35	35	22	161
Post-Reading	TR	28	31	26	30	15	130
Total		135	141	125	123	69	593

^a Reading Comprehension (R-RC) and Comprehension Practice (CP) have identical features, and thus were combined together as Reading Comprehension (R-RC).

² "Think and Reflect" is renamed as "Thinking and Reflecting" for parallel presentation.

3.2 Coding Scheme

In the present study, CT's educational approach was adopted. The philosophical perspective was excluded because philosophers focus more on logical systems and reasoning, whereas psychologists pay much closer attention to the mental processes of problem-solving. Contrastively, the educational tradition of CT, as a mixture of the two theories (Sternberg, 1986), is more comprehensive and has played the role of the Bible, guiding textbook design and lesson design. Hence, frameworks from the educators, Bloom's taxonomy (Bloom et al., 1956), and its revised version by Anderson and Krathwohl (2001) were modified to create the localized coding scheme for the content analysis of the representation of CT in Taiwan's English textbooks. The categories of the coding scheme included only "Analyzing," "Evaluating," and "Synthesizing" from Bloom's framework, for according to Ennis (1993), the last three are HOTS and are often viewed as CT skills. Synthesizing was still added to the coding scheme, as Taiwan's English test in the college entrance exam, the General Scholastic Ability Test (GSAT), is now prone to add such a synthesis nature in its test design. Another category was Creating from Anderson and Krathwohl's revised version. Creating and Synthesizing both existed in the coding scheme because they differed in the learning outcome learners were required to perform. For Synthesizing, students need to draw multiple elements from different sources and integrate all available information into new constructions. The synthesized production involved both the original contents of the sources and parts of learners' ideas. As for Creating, students typically need to formulate a plan or complete a project from scratch. The created production thus requests more originality of learners' ideas, imagination, and creativity.

Extended from Wang's (2000) definition of CT (see Section 2.3), in the present study, CT was operationally defined as "a type of thinking that puts forward rational value judgments and creative idea generation after in-depth analysis and comprehensive synthesis of the narrative texts and problems." Based on the operational definition, a localized coding scheme was created. The steps were as follows. The researcher first gathered all the contents related to HOTS, namely the above four categories of CT from the Curriculum Guidelines of 12-Year Basic Education: English Domain for Elementary, Junior High School and Upper Secondary School Education

(2018, pp. 17, 24-25, 32-33), which included the lists of the third and the ninth Learner Performance “Language Proficiency in Reading” and “Logical Reasoning, Judgement and Creativity” as well as the fourth Learning Content “Cognitive Capability.” Among all the skills on the lists, 9-V-5, “Can apply acquired knowledge to new situations and solve problems,” was excluded because it was considered at the level of applying. Then, extracted statements of CT were separated into multiple pieces by verbs since each original statement in the curriculum guideline covered more than one HOTS. To exemplify, the statement of skill 9-V-8, “Can integrate various information, formulate a reasonable plan and accomplish a task with creativity,” was chunked into three separate subskills, S-3, C-1, and C-2. 3-V-15, “Can analyze and critique an article and understand the author’s perspective, stance and writing purpose,” was also split into two, A-7 and E-2; the former was about the objective analysis of the author’s writing purpose, while the latter was leveled at evaluation for the subjectivity natures in “critique,” “perspective,” and “stance.” Lastly, the researcher divided those skills into four HOTS —“Analyzing,” “Evaluating,” “Synthesizing,” and “Creating” (see Table 2). The four categories of HOTS were hierarchical and interdependent, meaning that higher-level thinking skills include lower-level ones as prerequisites. Their corresponding CT skills were also leveled, as they originally were in the curriculum guideline. For instance, A-4 (9-V-2, D-V-2) is above A-1, A-2, and A-3 (9-V-1, D-V-1), the necessary CT skills to master A-4.

During the content analysis, the researcher, considering contexts (Newton et al., 2020; Stanny, 2016), first identified the required thinking skills in each question, such as differentiating and comparing. Then, the marked thinking skills, or action verbs, were categorized according to the present coding scheme and the verb lists of Bloom’s taxonomy by Newton et al. (2020) and Stanny (2016). Moreover, based on the abovementioned assumptions of CT skills, instead of marking only one code for each piece of data, the researcher would identify which categories and CT skills a question invites students to perform and label one or more codes. Also, to present the results of CT representations more comprehensively, each identified code would be counted in proportion, regardless of their hierarchy. To exemplify, if a question required A-4 and A-1, both codes would be marked

Table 2. Coding Scheme

Category	CT Skills
Creating	C-1 Can formulate a reasonable plan. ^a (9-V-8, D-V-8) C-2 Can accomplish a task with creativity. (9-V-8, D-V-8)
Synthesizing	S-1 Can generalize multiple pieces of information and arrive at a conclusion. (9-V-4, D-V-4) S-2 Can integrate all the information available to predict potential development. (9-V-6, D-V-6) S-3 Can integrate various information and reconstruct an original text to produce a new interpretation. (9-V-8, D-V-8)
Evaluating	E-1 Can evaluate various pieces of information and make reasonable judgment or suggestions. (9-V-7, D-V-7) E-2 Can critique an article and understand the author's perspective and stance. (3-V-15)
Analyzing	A-1 Can compare multiple pieces of information. (9-V-1, D-V-1) A-2 Can classify multiple pieces of information. (9-V-1, D-V-1) A-3 Can sequence multiple pieces of information. (9-V-1, D-V-1) A-4 Can determine the relationship between two pieces of information based on the context. (9-V-2, D-V-2) A-5 Can distinguish objective facts from subjective opinions based on the context and textual clues. (9-V-3, D-V-3) A-6 Can analyze multiple pieces of information and identify the similarities. (9-V-4, D-V-4) A-7 Can analyze an article and understand the author's writing purpose. (3-V-15)

^a The codes in the brackets were the original codes from Curriculum Guidelines of 12-Year Basic Education: English Domain for Elementary, Junior High School and Upper Secondary School Education (2018), added to exemplify how the coding scheme was adapted.

and counted. For the calculation of CT proportion, the total counts of CT skills identified in L Book would be the denominator, and the amount of each CT (sub)skill was the numerator (i.e., CT proportion = N of CT (sub) skill / Total of identified CT skills). Both of the portions within and across the five volumes were calculated. In contrast, if any cognitive thinking skills required in the questions were not closely related to HOTS, such as locating information or demonstrating comprehension, they would not be coded into any categories or skills but marked as not applicable (NA). The portion of

NA was calculated separately by dividing the non-applicable questions by the sum of collected data (i.e., NA proportion = N of NA / Total of the data set).

To exemplify the coding procedure, Volume two unit four (V2U4) “Malala: Stronger Than Violence” was used as a demonstration. In the pre-reading stage, the TA question asked students to look at pictures of teenagers and ponder “What can teenagers do to make our world a better place?” This question was coded as S-2 because students had to integrate what they viewed in the pictures and make possible predictions about what teenagers could do for a better world. For another RS-RC question, students had to read a news article and check their understanding of the features of the texts by answering the question, “According to the text, which of the following statements is true?” Such questions only tested their linguistic knowledge and thus were labeled as NA.

In the while-reading stage, firstly, the R-LH question, “What does the phrase ‘a few’ in Paragraph 1 refer to?” assessed if learners understood what certain words or phrases in the reading text indicated. The question only required students to demonstrate their understanding of the pronoun “a few” by making references within the reading text, and therefore, was marked as NA. Secondly, the R-RS question, “...which kind of article is this passage?” asked students to identify the features of the reading text and determine whether it was a news report or a feature article. The question was also an NA, for it merely checked students’ application of the linguistic knowledge of text genres. Thirdly, two of the three R-ND questions: “When the Taliban ruled her hometown, what did Malala’s father encourage her to do?” and “Why did the Pakistani government launch a new policy ensuring gender equality in education?” were also labeled as NA in that they only requested students to locate specific information in the reading text. In contrast, to answer the other R-ND question, “Why did the Pakistani government launch a new policy ensuring gender equality in education?” learners had to identify the cause-and-effect relationship for the new policy launched by the Pakistani government mentioned in the reading text. This question was thus marked A-4. Fourthly, among the three R-RC questions, the first one, “What’s the main idea of the passage?” only confirmed students’ comprehension, considered an NA. The second one, “Why did Malala fight for girls’ educational rights?” was also labeled NA, even though

there seemed to be a causal relationship in the question. This was because the text relation had been pointed out so clearly with a discourse marker that learners only needed to locate information——“Malala believed that no one could take away others’ right to education. She thus became an advocate of equal rights for female students” (L Book, 2022, p. 83). The last one, “What is the author’s main purpose in writing this passage?” where students were asked to analyze the author’s purpose of writing the article was coded as A-7.

In the post-reading stage, TR included three questions. The first, “What kind of girl do you think Malala is?” was labeled as both E-1 and S-3, for learners not only had to make reasonable judgments with their own criteria to appraise Malala but also generalize what she has done in her life to conclude her personality or beliefs. The second, “Do you agree that education is the most powerful weapon we can use to change the world?” merely invited learners to share their opinions on whether education is a powerful tool; therefore, it was marked as NA. However, if followed up with the third question, “Why or why not?” the combination of the two would be labeled as E-1, for it required students to evaluate the role of education. A summary of the coding example is displayed in Table 3.

3.3 Inter-Rater Reliability

To carry out the coding more objectively and reach more convincing results, another researcher was invited to conduct the coding of content analysis together with the present researcher. The partner researcher was one of the researcher’s classmates in graduate school, and both of whose master’s thesis were instructed by the same professor. The partner researcher agreed that the HOTS (i.e., Analyzing, Evaluating, Synthesizing, and Creating) are CT skills. She also considered the categorization to be much more meaningful because it corresponds to the teaching site, where the textbook design should fulfill the expectations of the curriculum guideline.

Table 3. A Coding Example of V2U4

Stages	Sections	Questions	CT skills
Pre-reading	TA	Look at the pictures and discuss the following question with your partner. What can teenagers do to make our world a better place?	S-2 (make possible prediction)
	RS-RC	According to the text, which of the following statements is true? (A) The text provides a complete analysis of the event. (B) The text covers the author's opinion about this attack. (C) The text includes the most essential information in the first paragraph.	NA (acquire linguistic knowledge)
While-reading	R-LH	What does the phrase 'a few' in Paragraph 1 refer to?	NA (understand text contents)
	R-RS	According to the statements you checked, which kind of article is this passage? <input type="checkbox"/> News report. <input type="checkbox"/> Feature article.	NA (acquire linguistic knowledge)
	R-ND	1. When the Taliban ruled her hometown, what did Malala's father encourage her to do? 2. Why did the Pakistani government launch a new policy ensuring gender equality in education? 3. What message did Malala send to the world in her UN speech?	1. NA (locate information) 2. A-4 (identify cause-and-effect) 3. NA (locate information)
	R-RC	1. What's the main idea of the passage? 2. Why did Malala fight for girls' educational rights? 3. What is the author's main purpose in writing this passage?	1. NA (understand text contents) 2. NA (locate information) 3. A-7 (analyze the author's purpose)
Post-reading	TR	1. What kind of girl do you think Malala is? 2. Do you agree that education is the most powerful weapon we can use to change the world? Why or why not?	1. E-1 (make reasonable judgment), S-1 (generalize, conclude) 2. (1) NA (personal opinion); (2) E-1 (make reasonable judgment)

The co-coding steps were as follows. First, the researcher introduced the coding scheme to the partner rater and trained her on how to analyze questions. V2U4 was used as an example to check her understanding. Once ready, we conducted the coding separately and dealt with the five randomly selected units: V1U5, V2U6, V3U3, V4U2, and V5U1. Following the individual coding was an online discussion to identify the problems and reach a consensus if there were disagreements between the two raters. After the analysis, the (in)consistency between the two rates on each item was marked as 1 for agreement and 0 for disagreement. Next, the researcher calculated the percentage of consensus, drawing a matrix where the columns were different raters, and the rows represented the variables collected from the data. This is the traditional measurement of inter-rater reliability named “percent agreement,” calculated by dividing the scores of agreements by the total scores (McHugh, 2012, p. 277). This study used such a method because its calculation is simple and allows analyzers to discern any problematic variables. In the present study, the percentage of agreement between the researcher and the partner was about 84%, which meant the inter-rater reliability was well-established.

4. Results

4.1 CT Representation Within Volumes

Table 4 shows the sum of NA questions found in each volume of L Book. About two-thirds (69.3%, 411 out of 593) of questions seemed not conducive to developing learners’ HOTS. In contrast, of the remaining 182 CT-provocative questions, the CT skills were counted 214 times, as some of the questions required more than one skill. The proportion of CT skills in the five volumes is presented in Table 5. In an overview, the four categories of CT skills all appeared in the different units of the different volumes of English textbooks. Of all the identified data (i.e., 214 counts), Analyzing (41.6%) was the most dominant CT skill, with 17.8% of A-4 and 12.6% of A-7. Evaluating (28.5%) was the second dominant CT skill, with E-1 (25.7%) accounting for the most. On the other hand, Synthesizing (19.2%) and Creating (10.7%) appeared rather less frequently, respectively including 11.2% of S-1 and 7.5% of S-2, and 4.7% of C-1 and 6% of C-2.

Table 4. Proportion of NA in L Book

	N of NA Questions	Proportion of NA (%)
V1	89	64.0
V2	103	70.1
V3	91	72.8
V4	81	61.8
V5	47	63.5
Total	411	69.3

Table 5. Proportion of CT in L Book

	N of CT	Proportion of CT (%)
CT		
Creating	23	10.7
C-1	11	4.7
C-2	13	6.0
Synthesizing	41	19.2
S-1	24	11.2
S-2	16	7.5
S-3	1	0.5
Evaluating	61	28.5
E-1	55	25.7
E-2	6	2.8
Analyzing	89	41.6
A-1	10	4.7
A-2	2	0.9
A-3	4	1.9
A-4	38	17.8
A-5	0	0
A-6	8	3.7
A-7	27	12.6
Total	214	100

More specifically, Table 6 points out the portion of the NA question in each (sub)section. On the other hand, for the identified CT-provocative questions, Table 7 shows the proportion of each CT skill in the different (sub)sections of L Book. The detailed findings of each (sub)section are presented below in three stages: pre-reading (i.e., TA, R-RS, R-RC), while-reading (i.e., R-LH, R-RS, R-ND, R-RC), and post-reading (i.e., TR).

Table 6. Proportion of NA in Each Section of L Book

	N of NA Questions	Proportion of NA (%)
Pre-Reading (TA, RS)	100	80.0
While-Reading (R)	251	74.3
Post-Reading (TA)	60	46.2
Total	411	69.3

Table 7. Proportion of CT within Volumes (%)

	Pre-Reading (TA, RS)	While-Reading (R)	Post-Reading (TR)
CT			
Creating	3.3	0	25.9
C-1	0	0	11.8
C-2	3.3	0	14.1
Synthesizing	40.1	22.2	8.2
S-1	3.3	20.2	3.5
S-2	36.7	2.0	3.5
S-3	0	0	1.2
Evaluating	23.3	6.1	56.5
E-1	23.3	0	56.5
E-2	0	6.1	0
Analyzing	33.3	71.7	9.4
A-1	10.0	5.1	2.4
A-2	0	2.0	0
A-3	0	4.0	0
A-4	10.0	35.4	0
A-5	0	0	0
A-6	10	3.0	2.4
A-7	3.3	22.2	4.7
Total	100	100	100

4.1.1 Pre-Reading

In the first two sections, TA and RS, most questions (80%) seemed unable to engage students in CT but targeted their background knowledge or personal experiences (see Table 6). Only one-fifth of the questions focused on HOTs, with 33.3% of Analyzing, 23.3% of Evaluating, 40.1% of Synthesizing, and 3.3% of Creating (see Table 7). More specifically, only four Analyzing skills, A-1 (10%), A-4 (10%), A-6 (10%), and A-7 (3.3%), were found. For Evaluating, none of E-2 (0%) could be found but mostly E-1 (23.3%). As for Synthesizing, the relatively dominant CT skill here, 3.3% of S-1 and 36.7% of S-2 were identified. Below is an example of S2, where students needed to integrate the information in the picture and make predictions. By sharp comparison, Creating merely accounted for a small portion (3.3% of C-2).

V5U6 (see Figure 1): Look at the picture. Who are these people, and what are they doing? Why are some of the people chained up, and what will happen to them?³ (L Book, 2022, p. 147, TA) (both S-2, make possible prediction)

V1U9: Does the graffiti on the wall make the city ugly or beautiful? Why? (L Book, 2022, p. 193, TA) (E-1, make reasonable judgment)

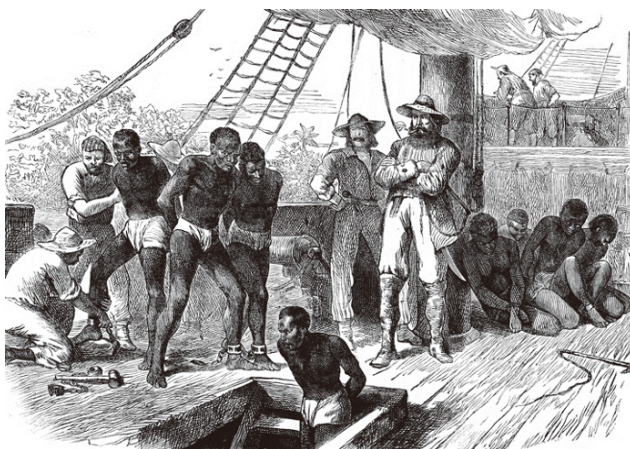


Figure 1. Example of S-2 from V5U6

Source: L Book (2022, p. 147).

³ CT-provocative questions were underlined to differentiate them from other descriptions in the examples. This explanation is consistently applied to all underlined elements that follow.

4.1.2 While-Reading

In the third section, R, a significant number of the questions (74.3%) in its subsections were lower-level thinking (see Table 6). Among the scarce CT skills, Analyzing was primarily required in while-reading, taking up 71.7%. All of its six subskills, except for A-5, were found, with A-4 (35.4%) and A-7 (22.2%) appearing the most. The rest identified CT skills were 6.1 % of Evaluating (E-2) and 22.2% of Synthesizing (20.2% of S-1 and 2% of S-2) (see Table 7).

Below are four examples of Analyzing from V4U6, V5U5, V5U1, and V3U5. In the first example from V4U6, an introduction to Mumbai's unique food delivery system, Dabbawalas, its R-RC question asked learners to categorize the features of and identify the similarities between Mumbai's Dabbawalas and Taiwan's Foodpanda and Uber Eats. The second example, V5U5, introduced the threats and reasons for the rising water level in Venice, Italy. After reading the text, learners were invited to analyze how the author organized the essay by reordering the ideas in the question. For V5U1, it was a summary and an analysis of the British writer Rudyard Kipling's poem "If -." The reading text explained the qualities of a successful life mentioned in the poem, one of which is willpower. During their reading process, learners had to ponder why willpower was important. The cause-and-effect relationship was not clearly presented in the text; hence, the ability to analyze the text critically was a must. In the last example from V3U5, students were asked to read each sentence carefully in the first paragraph of the main reading text to analyze how different sentences supported one idea. Students had to pay attention to transition words, such as "In spring...", "In summer...", "... in autumn...", and "Then, when winter comes...", and multiple adjectives, both of which were used by the textbook author to delineate how Kyoto looked "throughout the year." Through such analysis, students would learn that the writer aimed to describe something logically and visually.

V4U6: Dabbawalas play an important role in the lives of many Mumbai residents, and so do food delivery services such as Foodpanda and Uber Eats in that of many Taiwanese. According to the passage, which of the following is the proper content for the intersection? (L Book, 2022, p. 141, R-RC) (A-1 compare; A-2, classify; A-6, identify dis/similarities)

V5U5: How does the author organize the passage? Put the following ideas in the correct order... (L Book, 2022, p. 125, R-RC) (A-3, sequence)

V5U1: Why is willpower an important ability that one needs to have? (L Book, 2022, p. 6, R-ND) (A-4, identify cause-and-effect)

V3U5: Circle the keywords that signal the development of Paragraph 1. How is the idea “throughout the year” supported? (L Book, 2022, p. 106, R-LH) (A-7, analyze the author’s writing purpose)

Examples of Synthesizing were from V1U2, V1U5, and V2U3. V1U2 was a break-up letter a teenage girl wrote to say goodbye to her cellphone. In the reading text, the pros and cons of smartphones were mentioned. Its R-RC question required students to generalize what had been mentioned in different paragraphs to summarize the reason for writing this letter. Another similar example was V1U5, which told the life story of a plastic bag with personification. In V1U5, its R-RC asked students to take a concluding stance on plastic bags to respond to other personified marine animals’ concerns. V2U3 was adapted from American writer O. Henry’s short story *Mammon and the Archer*. In the narration, different characters hold different opinions on true love and money, as indicated in different paragraphs. To answer the R-RC question, learners also needed to generalize the descriptions and plots to make conclusions about the characters’ perspectives.

V1U2: Why does Sally want to leave John? (A) John cheats on her. (B) Sally’s friends dislike him. (C) She has changed for the worse. (D) John seldom pays attention to her. (L Book, 2022, p. 33, R-RC) (S-1, generalize, conclude)

V1U5 (see Figure 2): According to the passage, which of the following is most likely the plastic bag’s response? (A) We never meant to hurt anyone. I think it’s fair to say we plastic bags are also victims. (B) It’s all your fault! Your friends should have seen it clearly before swallowing a plastic bag. (C) It’s unfair to blame us. According to a study, less than half of all sea turtles have eaten plastic. (D) Since we were created to

make humans' lives easier, some negative effects are unavoidable. (L Book, 2022, p. 107) (S-1, generalize, conclude)

V2U3 (see Figure 3): Based on the passage, which of the following statements best describes Old Anthony Rockwall's concept of money? (L Book, 2022, p. 53, R-RC) (S-1, generalize, conclude)



Figure 2. Example of S-1 from V1U5

Source: L Book (2022, p. 107).





- (A)  It's important that we pay attention to our everyday expenses because a small leak may eventually sink a great ship.
- (B)  A wise man should have money in his head, not in his pocket. Knowledge and experiences are more important than bills and coins.
- (C)  No matter how rich you are, you can't buy what's truly precious. In my opinion, others' respect and trust are not for sale.
- (D)  From my viewpoint, the richer you are, the easier it is for you to find love—in family, among friends, and everywhere.

Figure 3. Example of S-1 from V2U3

Source: L Book (2022, p. 53).

4.1.3 Post-Reading

In the final section, TR, more than half of the questions targeted students' higher-level skills (see Table 6). TR involved all of the four categories of CT, including 9.4% of Analyzing (A-1, A-6, A-7), 56.5% of Evaluating (E-1), 8.2% of Synthesizing (S-1, S-2, S-3), and 25.9% of Creating (C-1, C-2) (see Table 7). Below are some instances from different units and volumes. Synthesizing could be found in V4U4 and V4U9. S-2 existed in V4U4, where the Tao people's culture of flying fish season on Orchid Island, Taiwan, was described. The article involved several aspects of flying fish, such as origin, traditional ceremonies, and restricted rules. To answer the TR question, students had to generalize all the information mentioned in the text and summarize what they could learn from the Tao people. S-3 and C-2 were in V4U9, the rewritten version of the novel *To Kill a Mockingbird*. Since it was a story with a sad ending, its TR question invited learners to synthesize what they had read from the narration and then come up with a new and different ending for the story on their own. Two other instances of Creating could be seen in V3U6 and V2U9. V4U7 was a history of Iceland's road to gender equality. Extended from the description, its TR question encouraged students to think of their experiences of being treated unfairly and then formulate feasible solutions to deal with the discrimination they had faced. As in V2U9, after reading about examples of eponyms, learners were asked to come up with more examples and the reasons behind them on their own.

V4U4: What can we learn from the Tao people's attitude toward the flying fish season? (L Book, 2022, p. 91, TR) (S-1, generalize, conclude)

V4U9: The author ends the story with Tom Robinson's death and Atticus Finch's comforts. If you could change the story, how would you end it? (L Book, 2022, p. 227, TR) (S-3, reconstruct; C-2, be creative)

V4U7: Have you been treated unfairly because of your gender? For example, are you expected to do more household chores at home or perform better in certain school subjects? If you are faced with such discrimination, how will you deal with it? (L Book, 2022, p. 175, TR) (C-1, formulate plans)

V2U9: Think of a popular brand name. What do you think this name would mean if it were turned into an eponym? Try to make a sentence as an example. (L Book, 2022, p. 207, TR) (C-2, be creative)

4.2 Patterns of CT Representation across Volumes

Table 8 displays the CT representation separately in each volume. The overall findings showed that all four categories of CT skills had a similar proportion in each volume, with Analyzing (40.5% on average) and Evaluating (28.9% on average) being the most dominant two skills and Synthesizing (19% on average) and Creating (11.4% on average) the least. If viewed carefully, evidence of the features of CT in each (sub)section and the enhancement of CT skills could be found. Such patterns across volumes are discussed below by the pre-while-post reading model.

Table 8. Proportion of CT in Each Volume (%)

	V1	V2	V3	V4	V5
CT					
Creating	7.7	8.8	10.8	11.5	18.5
C-1	1.9	4.4	5.4	3.8	11.1
C-2	5.8	4.4	5.4	7.7	7.4
Synthesizing	23.1	13.0	27.1	17.3	14.8
S-1	15.4	8.7	19.0	9.6	0
S-2	7.7	4.3	8.1	5.8	14.8
S-3	0	0	0	1.9	0
Evaluating	26.9	21.7	37.8	28.8	29.6
E-1	26.9	21.7	32.4	25.0	22.2
E-2	0	0	5.4	3.8	7.4
Analyzing	42.3	56.5	24.3	42.4	37.0
A-1	3.9	8.7	2.7	3.9	3.7
A-2	0	2.2	0	1.9	0
A-3	1.9	2.2	0	1.9	3.7
A-4	26.9	13.0	5.4	23.1	14.8
A-5	0	0	0	0	0
A-6	1.9	6.5	2.7	3.9	3.7
A-7	7.7	23.9	13.5	7.7	11.1
Total	100	100	100	100	100

4.2.1 Patterns of CT Representation in Pre-Reading

In Pre-Reading, particularly the TA section, as displayed in Figure 4, there were two nuances of the four categories of CT skills across volumes. On the one hand, every volume started its units with Synthesizing and Analyzing, especially S-2 making predictions and A-1 comparing. Learners were invited to observe pictures or watch videos and make general guesses about the upcoming topic. On the other hand, almost each of the five volumes motivated students to perform Evaluating at the beginning of each unit, except for V2. Most of V2's pre-reading questions involved few CT skills but invited learners to share their personal experiences, which might serve as a connection to the coming topic of the main reading text since V2 tried to convey messages about personal growth.

4.2.2 Patterns of CT Representation in While-Reading

In the (sub)sections of while-reading, three patterns could be found. To begin with, Analyzing was the most frequently required CT (sub)skill, particularly A-4 determining text relationship (16.6% on average) and A-7 analyzing the author's purposes (12.7% on average). The proportion of this CT skill was an up-and-down flow – the ups in V1, V2, and V4 and the downs in V3 and V5 (see Figure 5). Possible reasons might be the composition of sentences in the main reading text. Even though almost

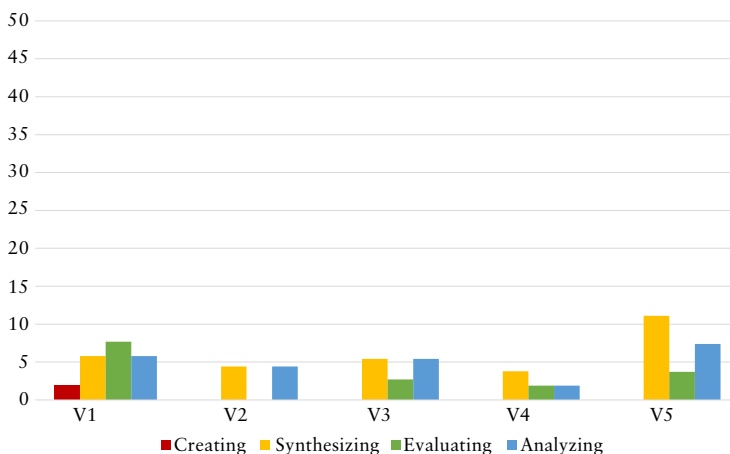


Figure 4. Patterns of CT Representation in Pre-Reading

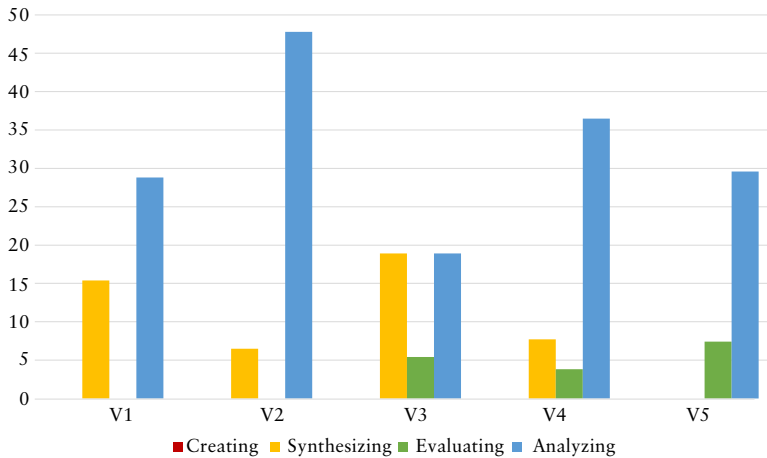


Figure 5. Patterns of CT Representation in While-Reading

every unit in each volume inquired students about the relationship between pieces of information, especially cause-and-effect, some answers were clearly presented in the main reading text with discourse markers, such as “because,” “so,” “thus,” or “therefore.” In such cases, the CT skill A-4 was unnecessary because students only had to locate the discourse markers. In addition, there was much more Analyzing in V2, especially A-7. The potential reason might be that the units in V2 tried to convey various vital messages about personal growth to senior high students. By analyzing the writer’s purpose, students could understand the topic or central message of a passage and why it was essential to target readers. That is to say, given the chance to perform A-7, students could uncover the hidden messages in V2 units. Take U4 and U5 for example. V2U4 described Malala’s life story and aimed to inspire learners that “teenagers can make a difference in society” as long as they firmly stuck to their beliefs. V2U5 was about Walt Disney’s career history and Disney animations. Its reading text motivated students to overcome difficulties and pursue their dreams. Lastly, Evaluating, specifically E-2 criticizing the author’s perspectives, started to appear from V3 onward, though with a slight portion (5.4%) (see Table 8). The R-RC questions in V3, V4, and V5 focused more on E-2 because the target students were second- and third-graders preparing for the English writing test in Taiwan’s college entrance exam, the GSAT. Analyzing the author’s

attitudes and perspectives benefited their English writing ability. Through Evaluating, students could not only realize that English writings were not entirely neutral but also learn how to express their opinions in their essays.

4.2.3 Patterns of CT Representation in Post-Reading

In TR, three main patterns of the four categories of CT skills could be seen (see Figure 6). Firstly, almost each of the five volumes motivated senior high students to perform Evaluating at the end of each unit. The proportion of Evaluating was much more significant than the other three CT skills, and E-1—making reasonable judgment or suggestion—was the most dominant CT skill in TR (56.5%) (see Table 7). Secondly, less and less Analyzing could be found from V1 to V5. In V1 and V2, most questions requested students to analyze the author's purpose (i.e., A-7). The reason might be that learners who read V1 and V2 were freshmen; therefore, the training of CT skills might have to start with easier ones, namely Analyzing. Thirdly, the portion of Creating gradually increased from V1 to V5. The percentage of Creating was once one-third as much as that of Evaluating in V1, V2, and V3, from which Creating grew from half as much to nearly equivalent to the other CT skill. This might indicate a change from the CT skills of Analyzing and Evaluating to Creating. It was also likely that L Book attempted to motivate students to be more creative.

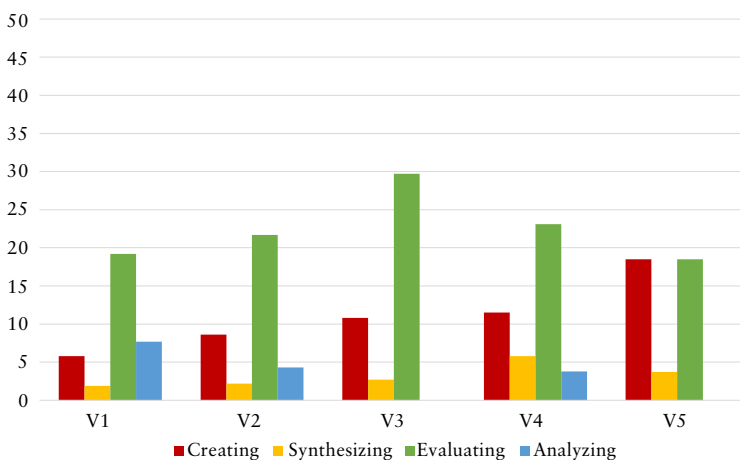


Figure 6. Patterns of CT Representation in Post-Reading

5. Discussion

5.1 CT Representation Within Volumes

5.1.1 The W-Shaped Flow of Cognitive Level

To better understand the CT representations within volumes, the researcher visualized and conceptualized the cognitive flows respectively in pre-while-post reading stages (see Figure 7). The conceptual diagram showed that the required CT skills varied according to the different purposes of the (sub) sections. In each (sub)sections, the unique features of CT skills formed a W-shaped flow of cognitive level within the five volumes of L Book’s English textbooks—from “Evaluating” and “Synthesizing,” to “Analyzing” and “Synthesizing,” and to “Evaluating” and “Creating”. The essential CT skills in each section of the reading parts in L Book’s English textbooks—E-1 and S-2 in pre-reading (i.e., TA, RS), A-4, A-7, and S-1 in while-reading (i.e., R), E-1, C-1, and C2 in post-reading (i.e., TR) —demonstrated ups and downs among the four hierarchical categories of CT skills in the coding scheme (see Section 3.2), with creating being the highest one. This result was similar to Qasrawi and BeniAndelrahman’s (2020) study. In their calculation of the frequency of HOTS in each unit of the English textbooks, though not specified directly, it could be found that their textbooks also started with [Evaluation] in the warm-up videos (motivating students to make predictions), continued with Analysis and Synthesis in the reading (asking learners to make inferences and summarize), and ended with

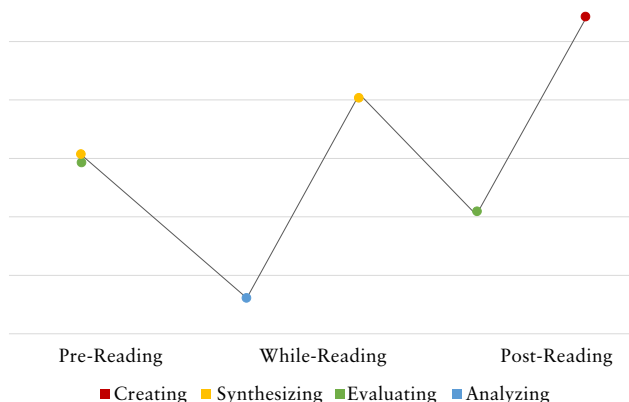


Figure 7. W-Shaped Flow of Cognitive Level

Note. The figure is a conceptual diagram, not created using the aforementioned quantitative data.

Evaluation in CT (encouraging students to evaluate) and Synthesis [Creating] in writing (inviting learners to make plans and compose writing).

The pre-while-post model for reading might explain the rationale behind the W-shaped flow of cognition. According to Grabe (1991), reading lessons should be divided into the three-stage framework of “pre-, during, and postreading” (p. 396). In the first stage, pre-reading aims to activate learners’ schemata, namely their background knowledge and personal experiences, of a topic to motivate them to read and prepare them for reading. In schema theory, pre-reading is of utmost significance, for the lack of “schema activation” may lead to reading difficulties for language learners (Carrell, 1988; cited in Grabe, 1991, p. 390). In the case of L Book, TA was a warm-up in pre-reading. Its questions invited students to perform Evaluating (i.e., E-1, evaluating an issue) and Synthesizing (i.e., S-2, integrating information to make predictions). Both subskills required their schemata. In the next stage, while-reading targets both learners’ reading strategies (Grabe, 1991) and linguistic knowledge (Güzel, 2022). During the reading process, students not only need to decode texts and understand text relationships (i.e., A-4) but also have to analyze pieces of information (i.e., A-1, A-2, A-3, A-6, A-7) and synthesize (i.e., S-1, S-3) them as a whole conclusion. In L Book, R and its subsections were where students perform these Analyzing and Synthesizing skills. In the final stage, post-reading engages learners in both comprehension check and deeper analysis of texts. From the viewpoints of reading theorists, “the only way to demonstrate comprehension is through extended discourse where readers become writers” (Petrosky, 1982, p. 24; cited in Zamel, 1992, p. 468). This means learners can express their understanding of texts and connections to the topics and reconstruct their own meanings. As an extension of reading, the TR of L Book was a suitable place for students to discuss critical questions or issues, share their values, and make judgments (i.e., E-1). Through the performance of Evaluating, learners become connected to what they have acquired and will reach an advanced level—being capable of “taking a critical stance,” one of the goals of English learning (Hedge, 2003; cited in Alyousef, 2006, p. 67). Also, TR questions challenged students to construct problem-solving plans with creativity (i.e., C-1, C-2). Through the performance of Creating, they rebuild what they’ve read in the texts with their thoughts to create new meanings.

5.1.2 The Most Frequently Required CT Skills

In particular, four CT skills were apparently of high proportion in the questions of the reading parts in L Book's English textbooks (see Table 5): A-4 and A-7 from Analyzing, E-1 from Evaluating, and S-1 from Synthesizing. A-4 and A-7 appeared frequently. The rationale behind the high numbers of A-4 and A-7 might be related to the design of Taiwan's curriculum guidelines for English learning. According to the Curriculum Guidelines of 12-Year Basic Education: English Domain for Elementary, Junior High School and Upper Secondary School Education (2018), the deep analysis of text contents (e.g., A-7) and the clarification of crucial information (i.e., A-4) are two essential capabilities of systematic thinking that Taiwan's senior high students must have, clearly mentioned in the A2 core competency. Another reason might concern the washback effect. The design of Taiwan's English tests in the college entrance exam GSAT also promotes the CT skills of A-4 and A-7. In the latest *GSAT English Test Preparation Guide* provided by the College Entrance Examination Center (CEEC, 2019), one of the test objectives is to evaluate students' ability to extract important information in a reading text to further analyze, compare, and infer the information. Analysis includes understanding the author's writing purpose (i.e., A-7), whereas inference requires clarifying pieces of information (i.e., A-4). Examples could be found in the archive of test papers on the CEEC website (e.g., analysis of writer's purpose in the year 2022; inference in the year 2023).

E-1 was also a high-portion CT skill in L Book. It is a must-have characteristic of a critical thinker. According to philosophers, critical thinkers must be well-informed, open-minded, independent-minded, and judgmental (Bailin et al., 1999). Nonetheless, the higher percentage of E-1 seemed to subordinate other CT skills and lower their proportions, such as S-1, S-3, C-1, and C-2. This might, in turn, make the CT representation in the questions of L Book's reading parts, especially those in TR, somehow homogenous rather than diverse. In pursuit of the diversity of the CT skills, L Book might need to make some changes to the TR questions to engage learners in multiple kinds of CT skills. More Creating could be added by asking students to solve the issues mentioned in the reading texts. For

instance, in V1U5, whose topic is environmental issues, its TR questions may motivate students to devise plans to reduce plastic products. Also, more Synthesizing and Creating could be involved by inviting learners to reconstruct the ending or beginning of texts, as such creation also required a synthesized understanding of the origin text. V2U6, adapted from American author R. J. Palacio's novel *Wonder*, or V3U3, the Greek mythology of Prometheus, could be good sources. By doing so, Taiwan's senior high students might have more opportunities to perform different CT skills in English learning. Other possible training for S-3 might include questions asking students to compose a short summary for a passage or fill in the blanks of a synthesized summary.

S-1 was the other most frequently required CT skill. It appeared almost in every unit of the R-RC—some accompanied graphic organizers, while others offered contextualized scenarios—to check students' overall understanding of a reading text and evaluate if they could transfer their knowledge in different contexts. The synthesized and contextualized design of this might be a product under Taiwan's curriculum guidelines for English learning. According to the Curriculum Guidelines of 12-Year Basic Education: English Domain for Elementary, Junior High School and Upper Secondary School Education (2018), one of the principles for the edition of English teaching materials is to provide “examples of real-life situations and [diverse] communicative exercises that are related to the topic of the unit” (p. 51). To provide real-life situations, most questions in textbooks were contextualized. Dialogues were also added in the R-RC to engage learners in diverse linguistic exercises. Examples could be found in the RC of V1U5, V2U3, and V3U4 (see Section 4.1.2). Another reason might concern the washback effect. The design of Taiwan's English tests in the college entrance exam GSAT also encourages S-1 and the diversity of questions. In the latest *GSAT English Test Preparation Guide* provided by the CEEC(2019), one of the test objectives is to evaluate students' ability to understand text contents and extract critical messages (i.e., S-1) (CEEC, 2019). The latest mixed item type is devised specifically to evaluate such a HOTS skill. The forms of questions in the mixed item type include multiple choices, short-answer questions, fill-in-the-blanks, etc.

5.1.3 The Missing CT Skills

In contrast to the most frequently required CT skills, four CT skills were found scarce or missing in the questions of the reading parts in L Book's English textbooks: A-2, A-3, and A-5 from Analyzing, and S-3 from Synthesizing.

A-2 and A-3 were two similar CT skills that were of low frequency. A-2 and A-3 seldom appeared alone in the questions of the reading parts in L Book but mostly along with other CT skills. For example, A-2 was required together with A-1 and A-6 in the R-RC questions of V4U6. The reason for the scarcity of A-2 and A-3 might be the limited unit analysis of questions in the present study. That is to say, A-2 and A-3 might not appear in the form of questions but, in fact, might exist in other forms and in other subsections, such as Graphic Organizer (R-GO), which encourages learners to outline a graphic for each reading text systematically. In R-GO activities, students need to categorize pieces of information from the main reading text or sequence them into a logical order.

A-5 was the only CT skill that did not exist. The capability of A-5 is a new trend in literacy-oriented test design, as shown in the example test items on CIRN (n.d.). A-5 is also a critical reading subskill, for it involves an evaluative process (Schell, 1967). According to Gubbins (1985), "distinguishing between facts and opinions" is one of the subskills of "Evaluative Thinking Skills" in his Matrix of [six] Thinking Skills (cited in Sternberg, 1986, p. 34). Significant as it is, A-5 was somehow missing in the questions of the reading parts in L Book's English textbooks. This might be because about half of the units in each volume are expository essays, a genre that contains primarily facts. To engage students in A-5, maybe L Book could extract essays whose contents refute the public's ideas. In this way, both subjective opinions and objective facts could be presented simultaneously, and learners would have chances to discern the differences between the two.

S-3 was another least frequently required CT skill that only appeared once in V4U9's TR (see Section 4.1.3). As a HOTS skill, Synthesizing helps learners build an in-depth understanding of the information in the texts (Cooper, 2006). To synthesize a text, students have to draw elements from different sources and put them into new and clearer structures. According

to Bloom et al. (1956, p. 162), Synthesizing will require “all of the previous categories to some extent.” As stated, the scarcity of S-3 was probably due to its prerequisite of idea originality and the coverage of other CT skills. It might be difficult for textbook publishers to design S-3 relevant tasks, for English teachers to instruct S-3, and for students to perform such a CT skill. Hence, it is suggested that L Book could add more questions similar to the one in V4U9 to develop learners’ S-3. Also, English teachers should guide their students in practicing writing synthesized summaries of the main reading text in the classroom to improve their S-3.

5.1.4 The Causes of NAs

In addition to the scarce or missing CT skills, another issue was the high proportion of NAs. About two-thirds of the questions in the reading-related (sub)sections of L Book’s English textbooks were NAs, suggesting that the textbook had more LOTS, lower-level thinking, than HOTS, higher-level thinking or CT. Such results correspond to the prior literature that about 60% to 80% of the questions in the reading parts of their English textbooks could not promote students’ HOTs (Laila & Fitriyah, 2022; Peyró et al., 2020; Tayyeh, 2021). The low proportion of CT skills in the questions of reading-related parts in L Book’s English textbooks can be explained by exploring the nature of each (sub)section.

In the reading parts of L Book, a significant number of NAs were marked in RS-RS, RS-RC, R-LH, R-RS, and R-ND. Most of the questions from these subsections were lower-level thinking. The cause of their lack of CT skills might be their original design and their teaching and learning purposes. RS-RS, RS-RC, and R-RS, were devised to instruct students in specific reading strategies and provide opportunities for them to apply what they have learned. R-LH focused mainly on the knowledge of the English language, such as grammatical knowledge and the reference of pronouns. R-ND was designed to assist learners in comprehending the texts with several guided detail-oriented questions, such as those inquiring about what, where, or when. To answer R-ND questions, students had to scan for certain information throughout the text or skim for the main idea. Most of the above questions either requested students to recall or understand linguistic knowledge or required them to adopt reading strategies. In other

words, these subsections were both linguistic and meta-cognitive oriented in their nature and thus were only at the Remembering, Understanding, and Applying levels.

LOTS as the questions might be, their existence in English textbooks is indispensable for EFL learners. They play an essential role in drawing students' close attention to what they need to know to understand the reading texts and instructing them how to practice different reading strategies in their reading process. Still, the high percentage of the LOTS needed to be taken into consideration. Other than the LOTS, English textbooks might add one or two more questions at Analyzing or Synthesizing levels to these subsections to train students in both lower- and higher-level thinking.

5.2 Patterns of CT Representation Across Volumes

5.2.1 Patterns of CT Representation in While-Reading

In while-reading, especially the subsection of R-RC, there existed a movement from Analyzing to Evaluating, or from A-7 to E-2. The transition from analyzing the author's purpose to evaluating the author's attitudes indicated an enhancement of CT skills from V1 to V5. Given the slight difference between the two CT skills, both A-7 and E-2 are beneficial to learners not only in their English reading but also in English writing. Through A-7 and E-2, senior high students could grasp how good writers compose their English essays to convey meaningful messages and express personal opinions. Gradually, they would be more capable of writing English essays, which is a needed language ability for GSAT. The rationale behind such training seems similar to the first part of Halliday's systematic functional theory of language development. In his theory, there are three teaching and learning cycles of English writing: modeling of texts, joint construction of texts, and independent composition of texts (cited in Firkins et al., 2007). In the case of L Book, the reading texts in the English textbooks play the role of writing models, and CT skills A-7 and E-2 serve as guidance for students in analyzing and evaluating the model texts. For imitating writing, L Book also provides students with handbooks, including guided writing instructions to help students compose essays similar to the model texts. As for the other two stages, it is English teachers' responsibility

to use L Book's teaching materials well to design lessons inviting students to compose English essays collaboratively and individually.

Compared with Analysis, Evaluating took up a relatively slight portion, only with E-2. However, E-1, criticizing information and making reasonable judgments, was missing in while-reading. Evaluative reading is critical reading, defined as "the judgment of veracity, validity, of worth of the ideas read" (Robinson, 1966; cited in Smith, 1972, p. 164). Such judgment and evaluation are based on the criteria readers developed with their previous experiences. It is a crucial skill, particularly in the modern world full of false information. To help learners develop their critical reading ability, various reading materials are essential, and attention needs to be given in the classroom (Smith, 1972). Therefore, it is suggested that textbook publishers and English teachers could provide students with extended reading materials where they would have the opportunity to read information from multiple perspectives and discuss or comment on matters with their own standards. Take V1U9 for instance. The reading text of V1U9 was arguments for and against graffiti. To engage learners in evaluative reading, further reading texts about opinions from different individuals, such as artists, cleaners, or residents, would be helpful.

5.2.2 Patterns of CT Representation in Post-Reading

In post-reading, or the section of TR, there was a move from Analyzing and Evaluating to Synthesizing and Creating, which proved the following two concepts. First, the level of thinking skills is a "cumulative hierarchy" (Krathwohl, 2002, p. 212), meaning the mastery of the previous CT skills is the prerequisite for the mastery of the next CT skills. Learners would need to learn how to analyze and evaluate before they move on to synthesize and create. The questions in the reading parts of L Book's English textbooks first assisted students in becoming proficient in the CT skills of Analyzing and Evaluating in the first three volumes. Then, they challenged learners to perform the CT skills of Synthesizing and Creating. Second, Creating is one of the ultimate educational goals of English learning in Taiwan. According to Taiwan's Curriculum Guidelines of 12-Year Basic Education: English Domain for Elementary, Junior High School and Upper Secondary School Education (2018, p. 2), to cultivate Taiwanese students' core competency in

English learning, our English lessons should “foster learners’... creativity”. Under such an essential setting, L Book’s English textbooks could be viewed as a helpful and well-designed tool for English teachers to reach the final educational goal of developing students’ creativity.

6. Conclusion

This study explored the elements of CT in the English textbooks for Taiwan’s senior high schools and the patterns of CT representation across volumes with a coding scheme of CT skills, including Analyzing, Evaluating, Synthesizing, and Creating. The questions collected from reading-related (sub)sections in L Book’s English textbooks were examined by content analysis. The findings showed that about one-third of the questions are conducive to developing students’ CT skills and revealed that patterns of CT representation existed within and across volumes in each (sub)section.

6.1 Pedagogical Implications

6.1.1 For Textbook Publishers

Undoubtedly, L Book’s English textbooks could cultivate students’ different kinds of CT skills, and the existing patterns across volumes boost its training. Nevertheless, the findings also disclosed three issues in the questions of reading-related sections that might need corresponding adjustments from the English textbooks’ publisher and English teachers. Firstly, E-1 seemed more dominant in post-reading (i.e., TR) but missing in while-reading (i.e., R). L Book is suggested to diversify the TR questions so that Taiwan’s senior high students may have more opportunities to perform multiple kinds of CT skills. Providing various extended reading materials to present numerous perspectives for learners to integrate and criticize information is also advised. Secondly, A-5 was missing in the questions of reading-related sections. To fill the gap, L Book is recommended to involve both opinions and facts in reading texts to allow students to distinguish the differences between the two. Thirdly, S-3 was found scarce in pre-, while-,

and post-reading stages. To engage learners in integrating and reconstructing texts, L Book is advised to add more questions similar to the one in V4U9.

6.1.2 For English Teachers

Not only English textbook publishers but also Taiwan's senior high school English teachers are responsible for the abovementioned issues. What English teachers could do is to modify their pedagogies in their classrooms. Firstly, to evenly engage students in different CT skills, English teachers are suggested to add various HOTS questions in different reading stages. For pre- and while-reading, English teachers could adopt the Directed Reading Thinking Activity (DRTA), which involves three steps: predicting, reading, and proving (Stauffer, 1969). Before reading, students make assumptions about the texts with their schemata. Then, learners, reading the texts carefully, look for reasonable proofs to validate their predictions and generate conclusions (Chang, 2004). During the reading process, English teachers could also help students read meaningfully and critically by instructing them in the following techniques: determining text relationships (e.g., chronological and causal), making inferences from contexts, making conclusions, explaining their understandings (Rosenshine, 1980; cited in Chang, 2004). It is also effective to jot down personal notes in the margin, which could be further used for extended discussion and evaluation in post-reading. English teachers could invite students to share if they (dis)agree with the reading texts and why. Secondly, to engage students in E-1, English teachers could create opportunities for them to lead a discussion or leave comments on certain issues by offering extended materials involving diverse perspectives. Thirdly, in response to the missing A-5, before changes are made to the English textbooks, English teachers are recommended to design supplementary reading materials that can help develop students' A-5 and to add A-5 as a test item type to tests and exams. By doing so, English teachers could train and assess their students' A-5. Fourthly, faced with the scarcity of S-3 in English textbooks, English teachers are advised to devise related lesson plans. For instance, English teachers could guide their students to practice writing a synthesized summary of the main reading text to habitually and gradually cultivate their S-3.

6.2 Limitations and Suggestions for Future Research

The limitations of the present study are twofold. First, the collected data was limited to the questions. If the learning tasks were not in the form of questions, there was no data for analysis and discussion, which might, in turn, affect the overall results of the CT representation. Therefore, future researchers are suggested to involve both questions and activities in their studies. Second, data collection was limited only to the content analysis of English textbooks. However, how English teachers teach and use textbooks might influence the target CT skills. Hence, future researchers are recommended to conduct class observations further to justify whether English teachers engage their students in the target CT skills.

Last but not least, it is of the utmost significance that English teachers, textbook publishers, and future researchers understand that CT is not one single thinking skill but involves different kinds of HOTS such as Analyzing, Evaluating, Synthesizing, and Creating, just as Bailin and Siegel (Bailin & Siegel, 2003, p. 188) stated, “Critical thinking does not describe one type of thinking among others, but is an umbrella term that refers to the quality of thinking, whatever the context or activity.” Only when educators and researchers are aware of the diversity of CT could they cultivate their students’ CT skills with a comprehensive focus and provide them with multiple contexts to practice their thinking skills.

Acknowledgement

This paper is the author’s unpublished MA thesis at National Chengchi University. The author is grateful to Professor Yi-Ping Huang for her constructive instruction and two anonymous reviewers for their insightful and invaluable comments and suggestions.

References

- Al-Qahtani, E. M. (2019). Critical thinking pedagogy: Using textbooks evaluation and content analysis techniques for Saudi university students. *International Journal of Linguistics, Literature and Translation*, 2(5), 239-244. <https://doi.org/10.32996/ijllt.2019.2.5.26>
- Alyousef, H. S. (2006). Teaching reading comprehension to ESL/EFL learners. *Journal of Language and Learning*, 5(1), 63-73.
- American Psychological Association. (n.d.). Critical thinking. In *APA dictionary of psychology*. Retrieved August 17, 2022, from <https://dictionary.apa.org/critical-thinking>
- Anderson, L. W., & Krathwohl, D. R. (Eds.). (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives* (Complete ed.). Longman.
- Bailin, S., & Siegel, H. (2003). Critical thinking. In N. Blake, P. Smeyers, R. Smith, & P. Standish (Eds.), *The Blackwell guide to the philosophy of education* (pp. 181-193). Blackwell.
- Bailin, S., Case, R., Coombs, J. R., & Daniels, L. B. (1999). Conceptualizing critical thinking. *Journal of Curriculum Studies*, 31(3), 285-302.
- Bauman, C. (2020). *Writing acts as a vehicle for the development of critical thinking in an adolescent L2 environment: An exploratory study* [Unpublished master's thesis]. Wenzao Ursuline University.
- Bloom, B. S., Engelhart, M. D., Furst, E. J., Hill, W. H., & Krathwohl, D. R. (1956). *Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals. Handbook I: Cognitive domain*. Longmans.
- Carrell, P. L. (1988). Some causes of text-boundedness and schema-interference in ESL reading. In P. Carrell, J. Devine, & D. Eskey (Eds.), *Interactive approaches to second language reading* (pp. 101-113). Cambridge University Press.
- Chang, Y.-Y. (2004). Critical thinking on language instruction. *Curriculum & Instruction Quarterly*, 7(2), 41-55. <https://doi.org/10.6384/CIQ.200404.0041>
- Chen, T.-P. (2019). Gender representation in English textbooks of senior high school: A content analysis. *Journal of National Taichung University: Humanities & Arts*, 33(2), 25-44.
- Chen, Y.-J. (2021). *The influence of critical thinking skill trainings on English fluency*

- and coherence* [Unpublished master's thesis]. National Taipei University of Education.
- Cheng, W.-M. (2012). The analysis of the essence of critical thinking and its implications of teaching. *Journal of Education & Psychology*, 35(3), 95-113.
- Cheng, Y.-S., & Chang, S.-C. (2022). Do senior high school English textbooks sufficiently prepare students for the high-stakes college entrance examinations? A corpus-based analysis of text difficulty. *Journal of Textbook Research*, 15(1), 43-80. [https://doi.org/10.6481/JTR.202204_15\(1\).02](https://doi.org/10.6481/JTR.202204_15(1).02)
- Chou, P.-I., Wang, Y.-T., & Wu, S.-T. (2019). Content analysis of core concepts of global competence in junior high school English textbooks in Taiwan: Taking the content domains of the cognitive tests in the PISA 2018 global competence assessment as a framework. *Journal of Textbook Research*, 12(1), 1-38. [https://doi.org/10.6481/JTR.201904_12\(1\).01](https://doi.org/10.6481/JTR.201904_12(1).01)
- College Entrance Examination Center. (2019, September). *111 GSAT English test: Preparation guide*. <https://reurl.cc/qNOL33>
- Cooper, J. (2006). *Literacy: Helping children construct meaning* (6th ed.). Houghton Mifflin.
- Curriculum and Instruction Resources Network. (n.d.). *Grade 1-9 curriculum guidelines core competence: Independent thinking and problem solving*. <https://cirn.moe.edu.tw/WebContent/index.aspx?sid=9&mid=221>
- Curriculum guidelines of 12-year basic education*. (2014).
- Curriculum guidelines of 12-year basic education: English domain for elementary, junior high school and upper secondary school education*. (2018).
- Dewey, J. (1910). *How we think*. D. C. Heath.
- Ennis, R. H. (1991). Critical thinking: A streamlined conception. *Teaching Philosophy*, 14(1), 5-24.
- Ennis, R. H. (1981). Eight fallacies in Bloom's taxonomy. In C. J. B. Macmillan (Ed.), *Philosophy of education 1980* (pp. 269-273). Philosophy of Education Society.
- Ennis, R. H. (1993). Critical thinking assessment. *Theory into Practice*, 32(3), 179-186.
- Firkins, A., Forey, G., & Sengupta, S. (2007). Teaching writing to low proficiency EFL students. *ELT Journal*, 61(4), 341-352. <https://doi.org/10.1093/elt/ccm043>
- Grabe, W. (1991). Current developments in second language reading research. *TESOL Quarterly*, 25(3), 375-406. <https://doi.org/10.2307/3586977>

- Güzel, S. (2022). The importance of reading activities in reading comprehension. *Disiplinlerarası Yenilik Araştırmaları Dergisi*, 2(1), 29-34.
- Hitchcock, D. (2018). Critical thinking. In E. N. Zalta (Ed.), *The Stanford encyclopedia of philosophy* (Fall 2018 ed.). Stanford University. <https://plato.stanford.edu/entries/critical-thinking/>
- Huang, M.-C., & Pai, I.-F. (2009). Speech acts in elementary school English instruction: Textbook analysis and teacher perceptions. *SPECTRUM: NCUE Studies in Language, Literature, Translation*, 5, 117-140. <https://doi.org/10.29601/YYWYLL.200907.0007>
- Krathwohl, D. R. (2002). A revision of Bloom's taxonomy: An overview. *Theory into Practice*, 41(4), 212-218.
- Kuo, J., Lee, J.-P., & Yu, C.-J. (2008). Validity and revising for Cornell critical thinking test level I. *Journal of Educational Research and Development*, 4(4), 169-200.
- Lai, H.-Y. (2022). Integrating case teaching into business English to enhance students' critical thinking and English presentation skills: A case study of a department of applied foreign languages in northern Taiwan. *Journal of National Taipei University of Business*, 40, 1-22.
- Laila, I., & Fitriyah, I. (2022). An analysis of reading comprehension questions in English textbook based on revised Bloom's taxonomy. *Journal of English Teaching*, 8(1), 71-83. <https://doi.org/10.33541/jet.v8i1.3394>
- Lee, M. Y.-F. (2011). How words inform Taiwanese junior high school students: A textbook corpus analysis. *English Teaching and Culture*, 7, 113-122. <https://doi.org/10.29721/ETC.201106.0010>
- Li, L. (2022). Analysis on Chinese culture in junior middle school English textbooks: Take PEP as an example. *International Journal of Social Science and Education Research*, 5(8), 715-723. [https://doi.org/10.6918/IJOSSER.202208_5\(8\).0102](https://doi.org/10.6918/IJOSSER.202208_5(8).0102)
- Liao, M.-H. (2009). Cultivating critical thinking through literature circles in EFL context. *SPECTRUM: NCUE Studies in Language, Literature, Translation*, 5, 89-115. <https://doi.org/10.29601/YYWYLL.200907.0006>
- Liaw, M.-L. (2007). Content-based reading and writing for critical thinking skills in an EFL context. *English Teaching & Learning*, 31(2), 45-87. <https://doi.org/10.6330/ETL.2007.31.2.02>
- Lin, C.-Y. (2005). Incorporating critical thinking into English language teaching in

- the film-based classroom. *Journal of Education and Foreign Language and Literature*, 2, 53-69. <https://doi.org/10.6372/JEFLL.200512.0053>
- Liu, E. P.-H., Wu, V. W.-C., & Shieh, R.-S. (2015). Enhancing EFL students' critical thinking and writing: An asynchronous debate instructional design. *English Teaching & Learning*, 39(3), 33-59. <https://doi.org/10.6330/ETL.2015.39.3.02>
- Luo, W.-H. (2017). A study of internationally-published English textbooks from the perspective of English as a lingua franca concerning content and pedagogy. *Journal of Textbook Research*, 10(2), 133-159. [https://doi.org/10.6481/JTR.201708_10\(2\).05](https://doi.org/10.6481/JTR.201708_10(2).05)
- McHugh, M. L. (2012). Interrater reliability: The kappa statistic. *Biochemia Medica*, 22(3), 276-282.
- Moon, J. (2007). *Critical thinking: An exploration of theory and practice*. Routledge.
- Newton, P. M., Da Silva, A., & Peters, L. G. (2020). A pragmatic master list of action verbs for Bloom's taxonomy. *Frontiers in Education*, 5, Article 107. <https://doi.org/10.3389/feduc.2020.00107>
- Paul, R. W., Elder, L., & Bartell, T. (1997). *California teacher preparation for instruction in critical thinking: Research findings and policy recommendations*. California Commission on Teacher Credentialing.
- Paul, R., & Elder, L. (2002). *Critical thinking: Tools for taking charge of your professional and personal life* (2nd ed.). Sage.
- Paul, R., & Elder, L. (2007). Critical thinking: The art of Socratic questioning. *Journal of Developmental Education*, 31(1), 36.
- Peyró, M. C. R., Herrero, E. C., & Llamas, E. (2020). Thinking skills in primary education: An analysis of CLIL textbooks in Spain. *Porta Linguarum*, 33, 183-200. <https://doi.org/10.30827/portalin.vi33.26647>
- Pratiwi, N. (2014). *Higher order thinking skill in reading exercise (An analysis of reading exercises in pathway to English textbook for the eleventh grade of senior high school students)* [Bachelor's thesis, The Syarif Hidayatullah State Islamic University]. Institutional Repository UIN Syarif Hidayatullah Jakarta. <https://repository.uinjkt.ac.id/dspace/handle/123456789/25375>
- Qasrawi, R., & BeniAndelrahman, A. (2020). The higher and lower-order thinking skills (HOTS and LOTS) in unlock English textbooks (1st and 2nd editions) based on Bloom's taxonomy: An analysis study. *International Online Journal of Education and Teaching*, 7(3), 744-758.

- OPAR. (2012). *Bloom's taxonomy 1956*. <https://humanities.utm.my/languageacademy/wp-content/uploads/sites/7/2016/10/Bloom-Taxonomy.pdf>
- Rashid, S., & Qaisar, S. (2016). Developing critical thinking through questioning strategy among fourth grade students. *Bulletin of Education and Research*, 38(2), 153-168.
- Santoso, T., Yuanita, L., & Erman, E. (2018). The role of student's critical asking question in developing student's critical thinking skills. *Journal of Physics: Conference Series*, 953, Article 012180. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/953/1/012180>
- Schell, L. M. (1967). Distinguishing fact from opinion. *Journal of Reading*, 11(1), 5-9.
- Smith, H. K. (1972). Critical reading. In R. Karlin (Ed.), *Reading for all* (pp. 163-172). International Reading Association.
- Stanny, C. J. (2016). Reevaluating Bloom's taxonomy: What measurable verbs can and cannot say about student learning. *Education Sciences*, 6(4), Article 37. <https://doi.org/10.3390/educsci6040037>
- Stauffer, R. G. (1969). *Directing reading maturity as a cognitive process*. Harper & Row.
- Sternberg, R. J. (1986). *Critical thinking: Its nature, measurement, and improvement*. National Institute of Education. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED272882.pdf>
- Tayyeh, M. N. (2021). An analysis of reading comprehension questions in English textbook "English for Iraq" according to revised Bloom's taxonomy. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 12(7), 2868-2874.
- Wang, K.-H. (2000). Critical thinking. In *National Academy for Educational Research web of words*. Retrieved March 27, 2024, from <https://terms.naer.edu.tw/detail/df1e290c456e8e62a9609216d068aaa8/>
- Wen, M.-L. (2012). Critical thinking and its pedagogy: Dialogue, emancipation and reconstruction. *Taiwan Education Review*, 675, 2-8. <https://doi.org/10.6395/TER.201206.0002>
- Zamel, V. (1992). Writing one's way into reading. *TESOL Quarterly*, 26(3), 463-485. <https://doi.org/10.2307/3587174>

語類結構視角下的華語教材前言分析

張金蘭

教材前言，又被稱為編輯要旨、引言或主編的話，是教材前的說明文字。通常由教材編輯者或其他人撰寫，用於說明編輯背景、目的、過程、體例或內容等，華語教材的前言也遵循這一模式。然而，撰寫前言時往往難以下筆，且很少有可供參考的前言寫作模式。雖然已有豐富的華語教材相關研究成果，但對於前言的研究卻相對較少。本研究採用比較教育研究法和內容分析法，從語類結構的角度分析臺灣、中國大陸和美國華語教材前言的異同。研究結果發現三地華語教材前言包含引言、本文和結語等三個主語步和22個次語步。前言的主要語步相同，但次語步組成有差異，位置不固定。主要意義在於：一是可作為華語教學者和學習者閱讀前言和選擇華語教材時的參考；二是有助於教材編輯者撰寫更完整的前言。

關鍵詞：華語教材、前言、語類結構、語步分析

收件：2023年8月2日；修改：2023年10月11日；接受：2023年11月6日

A Genre Structure Analysis of Prefaces in Chinese Teaching Materials

Ching-Lan Chang

The preface, or editorial summary, is a crucial explanatory text at the start of teaching materials, typically written by the editor. It provides essential background on editing objectives, processes, style, and content, holding true for Chinese language teaching materials. As a researcher and editor of Chinese language teaching materials, I recognize the preface's significance. Despite scarce models, it serves as a vital reference for understanding material content, posing challenges in its composition. Extensive research exists on Chinese language teaching materials, but prefaces are understudied, impacting material selection for educators and learners. This study underscores investigating prefaces in Chinese language teaching materials, focusing on genre structure and linguistic features across Taiwan, China, and the United States. Three main steps - introduction, main text, and conclusion - with 22 sub-steps were identified. While main steps are consistent, variations in sub-step composition and positioning highlight considerable flexibility in preface writing. The research aims to provide empirical evidence for comparative preface analysis, offering insights for material selection and preface writing. It significantly contributes to aiding Chinese language educators and learners in material reading and selection while assisting editors in crafting more comprehensive prefaces.

Keywords: Chinese teaching materials, preface, genre structure, move analysis

Received: August 2, 2023; Revised: October 11, 2023; Accepted: November 6, 2023

壹、前言

教材的前言或稱為編輯要旨、引言、主編的話等，為教材前的說明文字，多為教材編輯者或他人所撰寫，用來說明教材的編輯背景、編輯目的、編輯過程、編輯體例或教材內容等，華語教材的前言也是如此。

研究者曾經編輯華語教材並負責前言的撰寫，在過程中瞭解到前言的重要性，如可作為瞭解教材內容的重要參考；也意識到撰寫前言時下筆不易，卻又少見可參考的前言寫作模式。在學術研究方面，前人對於華語教材本身的相關研究成果豐碩，有從課程標準、課程目標出發者，有從教材編寫著眼者，抑或有針對教材內容進行分析或不同教材之比較研究者，但較少見到針對前言進行研究者。再加上，教材的前言為教學者、學習者選擇教材時的參考之一，故前言對於華語教材來說有其重要性。綜上所述，研究者認為華語教材前言的研究是個重要的課題。

每一種語類都有其特徵，為瞭解華語教材前言的特徵與寫作模式，本研究將從語類結構的視角出發，採取語步分析的方法來分析臺灣、中國大陸、美國華語教材的前言，並比較三者的異同，以提供教材選擇或前言撰寫作為參考。主要研究問題有二：一是華語教材前言的語類結構為何？包括哪些語步？二是不同地區華語教材前言的相同點與相異點為何？

為解決以上問題，本研究採取比較教育研究法與內容分析法，從語類結構的視角來分析臺灣、中國大陸與美國的華語教材前言的異同。主要並非比較孰優孰劣，而是希望能透過比較來呈現不同地區華語教材前言的寫作模式，亦即探究其語類結構與語步組成，最後回饋到臺灣華語教材的前言寫作。

貳、文獻探討

首先說明本研究的理論基礎——語類結構與語步分析，其次爬梳教材前言相關研究，最後則探討本文研究對象——臺灣、中國大陸、美國華語教材使用情況。

一、理論基礎：語類結構與語步分析

語類 (genre) 的概念最早是由 Tarone 等人 (1981) 所提出，他們認為語言形式與語言功能是一致的，語類的概念強調的是語言表達、溝通功能與內在資訊三者的關係。Paltridge (2006)、Swales (1990) 認為語類指的是一組有著相似特徵、具有相同溝通目的的語言類型。Swales (1990) 在描述語類時提出語步 (move) 和步驟 (step) 兩個重要概念，語步是用來實現語篇溝通目的的單位，步驟則是語步的具體實施，認為每個語步都帶有特定的目的，而語步中的步驟也都是為了達到這個目的。

在語類結構方面，Swales (1990) 分析學術論文前言的語類結構，並提出 CARS (Create a Research Space) 模型，發現大部分的學術論文都有界定研究範圍 (establishing a territory)、建立研究利基 (establishing a niche) 與占據研究利基 (occupying a niche) 等三個語步；Anthony (1999) 分析軟體工程領域論文的前言，發現某些語步未出現在 CARS 模式中。足見 CARS 模型雖為學術研究前言的大致寫作模式，但也有未出現於其中的語步。

Halliday 與 Hasan (1985) 提出語類結構潛勢 (Generic Structure Potential, GSP)，是對於某種語類結構所做的整體描述，乃是從許多語篇歸納出來的具有規律性的模式，如哪些成分必須出現、哪些成分可能出現、這些成分必須在哪裡出現、這些成分可能在哪裡出現，以及這些成分出現的次數等，亦即用來預測該語類必須出現的語步、次數與比例等，為後續的語類結構研究奠定了重要的基礎。Swales (1990, 2004)

認為每個語步都可能有助於達到溝通目的，但並非所有的語步都是必要的。Amnuai 與 Wannaruk (2013)、Kanoksilapatham (2005) 依據出現比例將語步分為三類：出現比例在 100% 者為必要性語步 (obligatory move)，出現比例在 60~99% 者為常規性語步 (conventional move)，出現比例不到 60% 者為選擇性語步 (optional move)。必要性語步與常規性語步可視為語類的主要特徵，具有普遍性；而選擇性語步則是作者依據需求可選或不選的語步，有其特殊性。

關於語步分析，Connor 等人 (2007, p. 34) 提出了 10 個具體步驟：

1. 確定語類的修辭目的。
2. 確定文本中每個段落在上下文的修辭功能。
3. 將功能或語義主題分組。
4. 進行初步編碼以測試和微調移動目的的定義。
5. 開發編碼定義，包含步驟的清晰定義和示例。
6. 對所有文本編碼、交叉評估與可靠性檢查。
7. 在文本中清楚理解步驟。
8. 增加可能出現的其他步驟。
9. 修訂編碼協議，以解決交叉評估可靠性檢查或新發現的步驟所顯示的差異，並將有問題處重新編碼。
10. 進行特徵分析。

綜上所述，語類結構的研究已有相當成果，語步分析也有具體的步驟，可提供本研究華語教材前言語步分析的參考。

二、前言與教材前言相關研究

在定義方面，「前言」是寫在圖書或著作正文最前面，具有提示作用的重要文字，也稱之為「引言」。一般用來說明寫作目的、過程並介紹全書內容或是對於此書出版做過貢獻的人表達感謝等（中華民

國教育部，2021；周何，2004；羅竹鳳，1997）。英文為“preface”或“foreword”，前者是書籍開頭的介紹，解釋其目的，感謝幫助作者的人等；後者是書籍開頭的一小段文字，有時是由名人或非作者的人所寫的讚美（Cambridge University Press & Assessment, 2023）。羅竹鳳（1997）並認為前言是整部著作相當重要的部分，可以建立起作者與讀者之間的聯繫，也就是說前言是作者與讀者間的橋梁。

教材的前言位於教材的起始位置，作為教材編輯、文本與讀者的窗口與重要橋梁，也是編輯者為讀者所畫出的第一幅導覽圖。前言可由編輯者或他人撰寫，用來說明教材編輯背景與目的、編輯過程、編輯體例等，或說明教材內容等（楊林秀，2007；戴紅，2009）。綜上所述，一般國內外教材的前言包含寫作背景與目的、寫作過程、教材內容與特色等，和前述的「前言」、「引言」、「preface」、「foreword」的作用大致相同。

在前言的相關研究方面，楊林秀（2007）將英漢學術著作前言的成分區分為：主題介紹、寫作經過、寫作目的與動機、著作特點分析及評價、合作者介紹、感謝、承擔責任與題獻等 8 個項目。李明一與周紅紅（2011）則認為英語學習型詞典前言的寫作目的在介紹主旨、創作過程或評價，主要是由主編、專家或出版社來撰寫，可以協助讀者判斷該詞典是否適合自己，但是一般讀者所關注的多是釋義、體例等微觀結構，反而較少關注編輯者用心撰寫的前言。錢亦斐（2016，頁 30）並提出英語學習型詞典前言的成分包括以下 12 項：

1. 撰寫者的開場白
2. 詞典學的相關研究
3. 版本發行情況回顧與出版公司概况
4. 英語學習型詞典介紹、與其他詞典的區別
5. 編纂歷史
6. 編纂目的、動機和服務對象

7. 收詞規模及語料來源
8. 主要特色
9. 致謝
10. 總結
11. 與讀者的互動信息
12. 編纂者、參編人員、發行公司稱謂或落款、前言撰寫日期等

綜上所述，教材的前言是用來說明編輯目的、編輯過程、教材內容等；而學術著作或詞典的前言大致可包括引言、本文、結語等三大部分。本研究將以此為基礎來探討華語教材前言的語類結構。

三、華語教材使用情況

蔡蓉芝與舒兆民（2017）提到好的教材是影響學習成效與教學品質的重要因素，且介紹了臺灣、中國大陸，以及海外出版的華語教材出版與編寫概況，包括兒童與成人華語教材，其中談到兒少華語教材數量較少，成人華語教材數量較多，且列出常用華語教材。以下分述臺灣、中國大陸、美國華語教材的使用現況。

關於臺灣華語教材使用情況，臺灣華語教育資源中心列出參考教材清單共計 66 套（／冊），¹ 分別寫明作者、出版社、出版日、ISBN 與簡介，使華語教學者與學習者能從此清單中選擇適合的教材。國家華語測驗推動工作委員會（無日期）針對華語文能力測驗（Test of Chinese as a Foreign Language, TOCFL）與兒童華語文能力測驗（Children's Chinese Competency Certification, CCCC）列出教材推薦清單共計 20 套，其中 TOCFL 的綜合性教材有 17 套（／冊），如《新版實用視聽華語》、《時代華語》、《遠東生活華語》與《學華語向前走》等；CCCC 的綜合性教材有 3 套（／冊），如《華語情境圖畫詞典》、《Hello，

¹ 此處所列教材有成套出版者，也有成冊出版者，故以「套（／冊）」呈現。

華語》、《學華語向前走》等。劉德馨（2018）寫到臺灣最常使用的華語教材為《新版實用視聽華語》、《遠東生活華語》、《實用中文讀寫》、《今日臺灣：中級漢語課程》、《迷你廣播劇》與《當代中文課程》等。蔡蓉芝與舒兆民（2017）列出臺灣常用的華語教材，以兒少為對象者如《全新版華語》、《學華語向前走》等；以成人為對象者如《新版實用視聽華語》、《遠東生活華語》、《實用中文讀寫》、《迷你廣播劇》等。上述學者所提及的華語教材均收錄於臺灣華語教育資源中心（無日期）參考教材清單中，其中的兒童華語教材（除詞典）僅有《Hello, 華語》、《學華語向前走》2套。

關於中國大陸華語教材使用情況，劉雨欣（2021）談到國際漢語教材的出版情況有四：一是數量增加、種類多樣，二是通行多國，三是出版量迅速增加，四是國家重視教材研發。蔡蓉芝與舒兆民（2017）提到《新實用漢語課本》（劉珣，2011）在大學裡使用最廣泛，《漢語教程》銷售最佳，《發展漢語》規模最大等。姜麗萍（2018）將中國大陸漢語教材的發展分為4個階段，第一是結構、句型階段（1950年代），第二是結構、功能相結合階段（1970年代），第三是結構、功能、文化相結合階段（1990年代），第四是任務為主、多種教學理念並存的階段，1990年代之後出版的教材如《新實用漢語課本》、《體驗漢語》、《漢語教程》、《當代中文》等。姜麗萍（2018）也提到此時期的漢語教材有兩個特色，一是一版多本，如在英語版本的基礎上進行其他語言的教材，並充分考慮不同語言的國情與文化，如《體驗漢語》；二是一綱多本，即以某教學大綱為主進行教材編寫，如針對漢語水平考試（Hànyǔ Shuǐpíng Kǎoshì, HSK）出版的考教合一教材——《HSK 標準教程》。

關於美國華語教材使用情況，羅春英與張燕軍（2012）提到美國中文教材的編寫者有2大類，一是在美教師編寫，二是由中國大陸人編寫。教材特點包括：一為溝通法、任務法取代聽說法，如《中文聽說讀寫》、《中文入門》、《樂在溝通》等；二是根據實際需求設定背景，如《大學語文》、《樂在溝通》等；三是繁簡並用，如《中文聽說讀寫》；

四是增加文化內容，並且有「試用——出版——修訂」的過程。Li 等人（2014）調查北美地區大學中文語言項目使用的華語教材發現，初、中級程度使用率較高的教材有《中文聽說讀寫》、《新實用漢語課本》、《中文天地》等，高級程度使用率較高的教材有《事事關心》、《新實用漢語課本》、《文化縱橫觀》、《變化中的中國大陸》等。羅春英（2010）提出年級愈低，教材種類愈少，年級愈高，教材種類愈多，是因為大學 1、2 年級注重語言學習，有共同教材，而 3、4 年級則因為學習目標不同，採用不同的教材。張靜靜與牛端（2012）特別針對美國中小學中文教學進行相關研究，提出中小學中文教材的特點有二：一是自編教材占了極大比例；二是初、高中的教材基本相同，如《美洲華語》、《你好》、《遠東少年中文》、《中文聽說讀寫》等。其中，《美洲華語》為兒童華語教材。

綜上所述，無論是臺灣、中國大陸、美國的華語教材都有使用率較高的共同教材。其中兒童華語教材有臺灣的《Hello，華語》、《學華語向前走》，美國的《美洲華語》為兒童華語教材，且多為綜合性教材。

根據文獻探討結果發現，語類結構或語步分析可以用來瞭解某一語類的特徵與溝通目的，在學術研究上大多集中於學術論文、摘要與專業著作等。教材的前言是作者與讀者的重要橋梁，但目前對於華語教材前言的分析則較為少見，故本研究將收集臺灣、中國大陸與美國較具代表性的華語教材，針對前言進行分析與比較，以瞭解其語類結構的特徵與異同。

參、研究設計

本研究採取比較教育研究法與內容分析法，從語類結構的角度分別針對臺灣、中國大陸與美國的華語教材前言進行量化與質性分析，並討論其異同。以下分別說明研究流程、研究對象、分析與編碼，以及研究信度。

一、研究流程

研究流程如圖 1 所示。第一個研究方法是比較教育研究法，包括區域研究（area studies）與比較研究（comparative studies）2 階段（Bereday, 1964）。區域研究主要是描述（description）與解釋（interpretation）單一國家、地區的教育，本研究在此階段將針對研究對象進行資料蒐集，亦即分別描述與解釋臺灣、中國大陸、美國華語教材前言的語類結構與語步組成。比較研究是並排（juxtaposition）與比較（comparison）不同國家的教育，本研究將尋找相同點與相異點，亦即比較臺灣、中國大陸、美國華語教材前言的語類結構、語步組成，最後再提出結論與建議。

第二個研究方法是內容分析法，將分析華語教材前言的語類結構與語步組成。內容分析法是以量化與質性分析針對文字資料進行客觀且系統性的分析，用來推論文字資料的背景與意義，近年常用於分析教科書（歐用生，1991）。首先，在量化方法上，將華語教材前言依據分析單

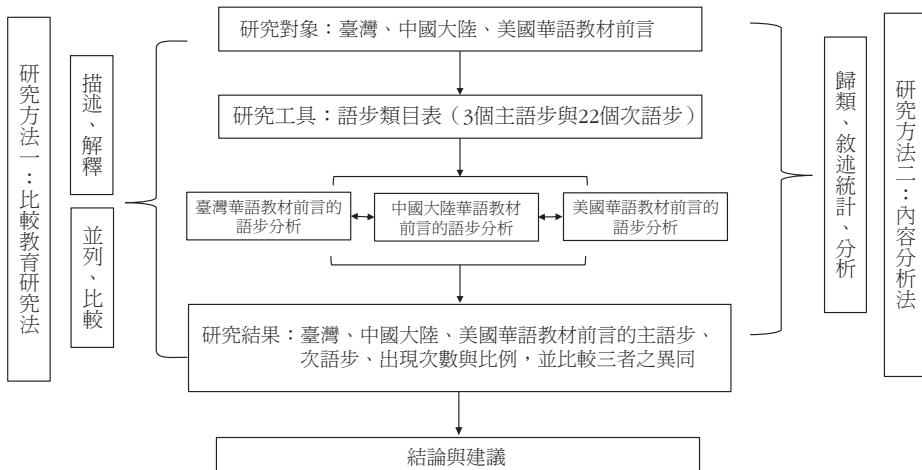


圖 1 研究流程

位、分析類目與編碼加以歸類，對其出現次數與比例進行敘述統計，並分析哪些是必要性語步、常規性語步、選擇性語步；在質性方法上，針對量化分析結果輔以華語教材前言的文字進行闡述。希望能透過質量並重的方式來全面探討華語教材前言的語類結構與語步組成，最後提供教材選擇與前言撰寫時作為參考。

二、研究對象

本研究根據文獻探討結果，進行交叉比對後，從臺灣、中國大陸、美國華語教材中各選擇 10 套（／冊）較具代表性、較常用的綜合型教材作為研究對象，以下（表 1、表 2、表 3）列出研究對象相關資訊。

表 1 臺灣華語教材相關資訊

編號	教材名稱	作者／主編（出版年） ^a	套／冊	前言名稱
T1	新版實用視聽華語	謝佳玲（2017）	1 套 5 冊	再版編輯要旨
T2	當代中文課程	鄧守信（2021）	1 套 6 冊	序
T3	時代華語	時代華語審議委員會（2019）	1 套 7 冊	編輯要旨
T4	迷你廣播劇	國立臺灣師範大學國語教學中心（2020）	1 冊	編輯大意
T5	遠東生活華語	葉德明（2001）	1 套 4 冊	前言
T6	實用中文讀寫	國立臺灣師範大學國語教學中心（2016）	1 套 2 冊	編者的話
T7	今日臺灣	鄧守信與孫珞（2011）	1 冊	（分項標題） ^b
T8	全新版華語	蘇月瑛（2010）	1 套 12 冊	編輯要旨
T9	Hello, 華語	蔡雅薰與朱文字（2013）	1 套 6 冊	編輯要旨
T10	學華語向前走	中華民國僑務委員會（2018）	1 套 12 冊	序言

^a 若是一冊的教材，列的是最新版本；若是一套的教材，列的是最新版第一冊的出版年。均不包含教師手冊、作業等。

^b 《今日臺灣》未以「前言」作為標題，乃分別以“Acknowledgments”、“Introduction”、“Level of Students”、“Main Narrative”、“Grammar”、“Exercises”、“Supplementary Materials”、“Video Materials”等作為分項標題。

表 2 中國大陸華語教材相關資訊

編號	教材名稱	作者／主編（出版年）	套／冊	前言名稱
C1	新實用漢語課本	劉珣（2011）	1 套 6 冊	前言
C2	漢語教程	楊寄洲（2016）	1 套 3 冊	前言
C3	HSK 標準教程	姜麗萍（2014）	1 套 6 冊	前言
C4	發展漢語	榮繼華（2011）	1 套 6 冊	編寫說明
C5	體驗漢語	姜麗萍（2010）	1 套 2 冊	前言
C6	今日漢語	王曉澎等人（2013）	1 套 3 冊	再版說明
C7	輕鬆學漢語	馬亞敏與李欣穎（2014）	1 套 5 冊	（分項標題） ^a
C8	環球漢語	任友梅與孟德儒（2019）	1 套 4 冊	前言
C9	當代中文	吳中偉（2015）	1 套 4 冊	編寫說明
C10	博雅漢語	李曉琪（2013）	1 套 9 冊	前言

^a 《輕鬆學漢語》未以「前言」作為標題，分別以“Introduction”、“Course Design”、“Course Length”、“How to Use This Book”作為分項標題。

表 3 美國華語教材相關資訊

編號	教材名稱	作者／主編（出版年）	套／冊	前言名稱
A1	中文聽說讀寫 <i>Integrated Chinese</i>	Liu 等人（2017）	1 套 4 冊	Preface
A2	美洲華語 <i>Mei Zhou Chinese</i>	許笑濃（2011）	1 套 12 冊	編輯要旨及使用說明
A3	文化縱橫觀 <i>The Routledge Advanced Chinese Multimedia Course: Crossing Cultural Boundaries</i>	Lee 等人（2006）	1 冊	Preface
A4	馬立平中文 <i>Heritage Chinese</i> ^a	Ma（1994）	1 套 30 冊 ^b	編輯說明
A5	中國大陸社會文化寫實 <i>An Advanced Chinese Multimedia Course</i>	Jin 與 Xu（2000）	1 冊	前言／Preface ^c
A6	樂在溝通 <i>Beyond the Basics</i>	Bai 等人（2009）	1 冊	Introduction／前言
A7	歡迎：中學漢語課本 <i>Huanying: An Invitation to Chinses</i>	Howard 與 Xu（2009）	1 套 4 冊	Preface
A8	變化中的中國大陸 <i>Reading into a New China: Integrated Skills for Advanced Chinese</i>	Li 與 Liu（2010）	1 冊	Preface
A9	中文天地 <i>Chinese Link</i>	Wu（2007）	1 冊	前言／Preface
A10	中文入門 <i>Chinese Primer</i>	Chen 等人（2007）	1 冊	Introduction

^a 《馬立平中文》為自行出版的系列教材，並無委託的出版社。相關資訊可見 <https://www.heritagechinese.com/website/page/jiegou/>

^b 本研究採用的《馬立平中文》為簡體版，提供 1~10 年級小學學童使用，每年 3 冊，共計 30 冊。

^c 本研究前言名稱依據教材忠實呈現，如此處的「前言／Preface」則同時兩種語言版本的前言，且有 2 個標題。

三、資料分析與編碼

由於本研究採取內容分析法來分析華語教材的前言，故需訂定分析類目。

首先，從文獻探討中發現，學術著作或辭典的前言包括引言、本文、結語等 3 個語步，故據此形成本研究的主語步。本研究的分析單位以意義為出發，當句子或段落可明顯呈現溝通目的時，或句子與句子之間、段落與段落之間可發現溝通目的的轉變，即可視為不同語步（Connor et al., 2007）。語步和步驟是學術文章語類分析的基礎，一個語步可能由多個步驟所構成（Tarone et al., 1981），但研究者認為使用「步驟」一詞容易產生有先後順序的想法，故本研究採用「次語步」一詞，表示為主語步的次分類，較不會產生誤解。

其次，研究者針對 30 篇前言進行反覆多次由上而下、由下而上的語步檢視與分析，歸納出引言、本文、結語三個主語步，以及 22 個次語步，建構出語步分析類目表（見表 4），以作為 30 套華語教材前言的分析標準。

表 4 語步分析類目表

主語步	次語步	說明	舉例
1 引言	1-1 背景	說明教材編寫的背景。	如：本中心因應外在環境變遷、教學法及教學媒體的創新與進步，籌畫編寫《當代中文課程》6 冊，以符合海內外華語教學的需求，並強化臺灣華語文教材之品質。（T2）
	1-2 團隊	說明教材編寫的人員。	如：由國立臺灣師範大學編輯委員會針對母語非華語人士所編纂。（T1）
	1-3 依據	說明教材編寫的依據。	如：依據美國外語教學協會（ACTFL）制定的外語教育五大準則調整內容。（T1）
2 本文	2-1 目標	說明教材編寫的目標。	如：為了讓理論與實務結合，並落實發揚華語文教學的精神與理念。（T2）
	2-2 對象	說明教材適用對象。	如：本教程的適用對象是零起點的漢語初學者。（C2）

（續）

表 4 語步分析類目表 (續)

主語步	次語步	說明	舉例
2 本文	2-3 冊數	說明整套教材包含的冊數。	如：整個系列是一個兩級課程，第一級是第一、二和三冊；第二級是第四和第五冊。(C7) ^b
	2-4 課數	說明教材包含的課數。	如：22 課的內容(第 1 部分包含第 1~11 課，第 2 部分包含第 12-22 課)。(A9)
	2-5 時數	說明適當的教學時數。	如：每個《歡迎》教材都是一個完整的學年計畫，假設每年有 180 個課時或每天一個小時的中文課程。(A7)
	2-6 配套	說明與教材相配合的相關材料。	如：每冊包括課本、學生作業本(第一冊加編習字本)、教師手冊、CD、光碟等附件。(T5)
	2-7 體例	說明各單元的結構。	如：每課包括詞語表、課文、注釋、語法點、文化點。(C9)
	2-8 主題	說明教材各單元所呈現的主題。	如：本書的第一個主題是流行文化，其中包括網上交友、名牌熱河從電視連續劇看流行文化三個話題。(A3)
	2-9 生詞	說明教材的生詞選擇或數量。	如：本教材涵蓋生詞約 500 個。(C5)
	2-10 語法	說明教材的語法選擇或數量。	如：在語法點的選擇方面，亦採取循序漸進的方式，由淺入深，由易而難。(T3)
	2-11 方法	說明教材編寫時或教學可採用的教學方法。	如：本系列的獨特特點是教授中文作為外語時採用了交際法。(C7)
3 結語	3-1 致謝	感謝在教材編寫提供協助的各界人士。	如：本人代表編寫組對以上機構和各位參與者表示衷心的感謝。(C3)
	3-2 回饋	說明使用者的回饋意見。	如：編者聽取了不少專家和教師的意見和建議。(C2)
	3-3 審查	說明參與審查的各界人士。	如：本教材曾經語言學家鄧守信教授、李英哲教授費神審閱。(T7)
	3-4 期望	說明未來的展望。	如：希冀各界不吝指正，提供具體教學建議，使本教材能夠日臻完善，順利將臺灣優質華語文教育推向國際市場。(T3)
	3-5 署名	寫出前言的撰寫者。	如：編者。(C10)

^a 數字的呈現僅為編碼需要，並非固定的出現順序。

^b 此處的「第一級」、「第二級」為學習者程度，可歸類為「2-2 對象」；「第一冊」為冊數，故可歸於「2-3 冊數」。兩個次語步各計算一筆。

語步分析類目建立後的分析步驟有三：首先，依據分析單位、分析類目及編碼針對研究對象進行人工標記；其次，計算出主語步與次語步出現的次數與比例；最後，針對統計結果加以分析，用以比較華語教材前言的異同。

在統計過程中，無論該語步在同一篇前言中出現幾次，均以一次計（Tessuto, 2015; Ye, 2019）。依據語步的出現比例可分為：必要性語步（出現比例為 100%）、常規性語步（出現頻率為 60~99%）、選擇性語步（出現比例不到 60%）。本研究將前兩者，即出現頻率大於 60% 的語步視為具有普遍性的語類結構特徵，可以用來建構華語教材前言的語類結構與語步組成。

四、研究信度

爲了確保語步分析時的準確性，本研究在過程中將分析結果進行相互同意度、編碼信度考驗。本研究共有兩名編碼員參與語步分析，第一位編碼員即研究者本人，爲華語文教學博士，具備 20 多年華語教學、華語教材編寫與華語師資培育相關經驗；第二位編碼員亦爲華語文教學博士，具備 10 多年華語教學、華語教材編寫與華語師資培育相關經驗。首先，研究者向第二位編碼員說明研究目的、研究工具、分析單位與編碼，以及分析原則。其次，邀請第二位編碼員針對研究者的編碼結果加以檢視。最後編碼完畢進行相互同意度與編碼信度考驗，相關計算公式如下（許禎元，2003，頁 10）：

（一）相互同意度（R）

$$R = \frac{2M}{N_1 + N_2}$$

（二）內容分析信度（CR）

$$CR = \frac{N}{1 + (n-1)P}$$

M 是完全同意之數目， N_1 是第一位編碼員編碼數目， N_2 是第二位編碼員編碼數目， n 則為編碼員人數。本研究 M 為 621 次， N_1 、 N_2 均為 660 次，相互同意度為 .94，內容分析信度為 .97，均大於 .90，顯示本研究之統計結果具有可信度。至於 2 位編碼員分析結果不同者則相互討論以確定最後的歸類。

肆、研究結果

本文採取比較教育研究法與內容分析法，從語類結構的視角來探討華語教材前言的異同。研究對象為臺灣、中國大陸與美國的華語教材各 10 套，亦即前言各 10 篇，共計 30 篇。以下分別說明華語教材前言的語步分析結果並比較其異同。

一、華語教材前言之主語步分析

根據研究結果發現，臺灣、中國大陸與美國華語教材前言基本上符合三語步模式，按照「引言——本文——結語」的結構與順序展開，說明臺灣、中國大陸、美國華語教材前言的寫作模式大致相同。主語步出現次數與比例統計結果如表 5。

表 5 教材前言之主語步分析

主語步	臺灣 (N=10)		中國大陸 (N=10)		美國 (N=10)	
	次數 ^a	比例 ^b (類) ^c	次數	比例 (類)	次數	比例 (類)
1 引言	9	90% (常)	5	50% (選)	9	90% (常)
2 本文	10	100% (必)	10	100% (必)	10	100% (必)
3 結語	10	100% (必)	10	100% (必)	8	80% (常)

^a此處的「次數」指的是語步出現的教材數。

^b比例指的是該語步在前言中出現的比例，如在 10 篇臺灣華語教材前言中有 9 篇出現「1 引言」，故比例為 90%。以下類推。

^c此處的「類」指的是語步類型，根據 Amnuai 與 Wannaruk (2013)、Kanoksilapatham (2005) 將語步類型分為：「必」為必要性語步 (100%)、「常」為常規性語步 (60~99%)、「選」則為選擇性語步 (不到 60%)。

由上表 5 可知，「1 引言」主語步在臺灣與美國華語教材前言的比例較高，均為 90%，為常規性語步；在中國大陸則僅有 50%，屬於選擇性語步，顯示中國大陸有一半的前言缺少「1 引言」語步。

「2 本文」主語步在三者中的比例均為 100%，為必要性語步，顯示「2 本文」在前言的重要性，為前言重要的組成部分。「3 結語」主語步在臺灣與中國大陸比例均為 100%，為必要性語步；在美國則為 80%，為常規性語步，顯示有些華語教材前言缺少結語部分。

根據以上統計結果發現，三個主語步除了「1 引言」在中國大陸為選擇性語步外，其餘均為具有普遍性的語類結構特徵（比例在 60% 以上者，包括必要性語步與常規性語步），可看出華語教材前言的語類結構較為一致。此研究結果和李明一與周紅紅（2011）、錢亦斐（2016）等研究結果大致相符。值得一提的是，在中國大陸的華語教材中有 5 套（／冊）教材缺乏「1 引言」直接進入「2 本文」，比例較高，如 C2 直接說明對象、冊數與課數，C6 直接說明級別、配套與課數，C7 直接說明冊數、方法，C9 直接說明對象與目標，C10 則直接說明課數與目標。

二、華語教材前言之次語步分析

以下分就「1 引言」、「2 本文」、「3 結語」三個主語步所包含之次語步分析結果加以說明。

（一）「1 引言」之次語步分析

「1 引言」此一語步多出現在前言第一部分，次語步包括「1-1 背景」、「1-2 團隊」及「1-3 依據」三個次語步。由表 6 可看出「1 引言」之次語步出現次數與比例。

表 6 「1 引言」次語步出現次數與比例

主語步	次語步	臺灣 (N=10)		中國大陸 (N=10)		美國 (N=10)	
		次數	比例 (類)	次數	比例 (類)	次數	比例 (類)
1 引言	1-1 背景	4	40% (選)	5	50% (選)	5	50% (選)
	1-2 團隊	6	60% (常)	3	30% (選)	2	20% (選)
	1-3 依據	6	60% (常)	2	20% (選)	7	70% (常)
	其他 ^a	2	20%	2	20%	1	10%
具備普遍性語類結構特徵比例 ^b			66.67%		0.00%		33.33%

^a 這個語步的設置用於處理意義較為不明確的部分，或是無法歸類的內容，在語料分析中仍然占有一定的比例，此處僅顯示數據，不歸類。

^b 前文討論到必要性語步與常規性語步可視為語類的主要特徵，具有普遍性。此處「具語類結構特徵」計算必要性語步與常規性語步所占比例，如臺灣華語教材前言的「1 引言」的三個次語步中，有兩個具普遍性語類特徵，一個不具普遍性語類特徵，故「具語類結構特徵比例」為三分之二，亦即 66.67%，「其他」則不列入計算。

在臺灣華語教材前言中，「1 引言」的常規性語步有 2 個，包括「1-2 團隊」（60%）與「1-3 依據」（60%）；選擇性語步有 1 個，為「1-1 背景」（40%）。在中國大陸華語教材前言中，「1 引言」的三個次語步均為選擇性語步，包括「1-1 背景」（50%）、「1-2 團隊」（30%）與「1-3 依據」（20%）。在美國華語教材前言中，「1 引言」的常規性語步有 1 個，即為「1-3 依據」（70%）；選擇性語步有 2 個，包括「1-1 背景」（50%）與「1-2 團隊」（20%）。

根據以上研究結果發現，「1-1 背景」在三者中均屬於選擇性語步，如：

自 2009 年國家辦推出了新漢語水準考試 (HSK) 以來，HSK 考生急劇增多。2012 年全球 HSK 考生人數達到 31 萬人，2013 年第一季度已達 7 萬人左右。……編寫一套以 HSK 大綱為綱，體現「考教結合」、「以考促教」、「以考促學」特點的新型漢語系列教材應當可以滿足這一需求。(C3)

寫出因應 HSK 考試需要而編寫教材的背景。又如：

近年來，海外的中文學校發展迅速，其教材多來自國內。可是，由於海外的生活環境和國內不同，海外學生的文化背景、學習方式、學習條件也和國內不同，在國內編寫的教材，往往不敷他們實際的需要。在此，我們把這套在美國研發、經 15 年來多輪教學實驗磨礪後定稿的海外本土化中文教材獻給大家。（A4）

則是針對美國華裔學生的教材編寫背景。雖然「1-1 背景」為選擇性語步，但是在具有特殊時空背景的教材前言中仍會清楚說明該教材編寫的原因。其餘並未見到三者皆有的必要性語步或常規性語步。

整體而言，在「1 引言」的三個次語步中，臺灣有兩個具備普遍性語類結構特徵（比例在 60% 以上），占 66.67%，包括「1-2 團隊」與「1-3 依據」，「1-2 團隊」如：

為將臺灣優質華語文教育推向國際市場，淡江大學華語中心發起並聯合輔仁大學、文藻外語大學、慈濟大學、國立臺北教育大學、中國大陸文化大學及逢甲大學等華語文中心共頭籌劃，組成《時代華語》審議委員會，期望編寫出一套符合當前華語文教學趨勢，並發揮課程、教材與教學之創新化、數位化及多元化優勢的華語文教材（T3）。

清楚說明教材研發與編寫團隊包括七所大學華語中心；「1-3 依據」如「參考美國加州世界語規準各段主題及美國外語教學協會（ACTFL）訂定之語言學習標準，研討教材課綱」（T10）。美國則只有一個具備普遍性語類結構特徵的次語步，占 33.33%，為「1-3 依據」，如：

In developing this latest edition of IC, we have consulted the American Council on the Teaching of Foreign Languages (ACTFL) 21st Century Skills Map for World Languages. (A1)

在此清楚說明教材編寫的參考依據。而中國大陸撰寫較為自由，未有任何一個次語步具備普遍性語類結構特徵，占 0.00%，顯示其「1 引言」的撰寫較為自由。

(二) 「2 本文」之次語步分析

「2 本文」此一語步多出現在前言第二部分，次語步包括「2-1 目標」、「2-2 對象」、「2-3 冊數」、「2-4 課數」、「2-5 時數」、「2-6 配套」、「2-7 體例」、「2-8 主題」、「2-9 生詞」、「2-10 語法」、「2-11 方法」等 11 個次語步。由表 7 可看出「2 本文」次語步出現次數與比例。

表 7 「2 本文」次語步出現次數與比例

		臺灣 (N=10)		中國大陸 (N=10)		美國 (N=10)	
主語步	次語步	次數	比例 (類)	次數	比例 (類)	次數	比例 (類)
2 本文	2-1 目標	7	70% (常)	7	70% (常)	5	50% (選)
	2-2 對象	7	70% (常)	5	50% (選)	10	100% (必)
	2-3 冊數	6	60% (常)	7	70% (常)	4	40% (選)
	2-4 課數	5	50% (選)	9	90% (常)	4	40% (選)
	2-5 時數	2	20% (選)	6	60% (常)	4	40% (選)
	2-6 配套	6	60% (常)	6	60% (常)	6	60% (常)
	2-7 體例	7	70% (常)	8	80% (常)	7	70% (常)
	2-8 主題	9	90% (常)	6	60% (常)	7	70% (常)
	2-9 生詞	9	90% (常)	6	60% (常)	8	80% (常)
	2-10 語法	7	70% (常)	3	30% (選)	5	50% (選)
	2-11 方法	4	40% (選)	6	60% (常)	9	90% (常)
	其他	6	60%	7	70%	9	90%
具備普遍性 語類結構特徵比例			72.73%		81.82%		54.55%

在臺灣華語教材前言中，「2 本文」的常規性語步有 8 個，包括「2-1 目標」（70%）、「2-2 對象」（70%）、「2-3 冊數」（60%）、「2-6 配套」（60%）、「2-7 體例」（70%）、「2-8 主題」（90%）、「2-9 生詞」（90%）與「2-10 語法」（70%）；選擇性語步有 3 個，包括「2-4 課數」（50%）、「2-5 時數」（20%）與「2-11 方法」（40%）。

在中國大陸華語教材前言中，「2 本文」的常規性語步有 9 個，包括「2-1 目標」（70%）、「2-3 冊數」（70%）、「2-4 課數」（90%）、「2-5 時數」（60%）、「2-6 配套」（60%）、「2-7 體例」（80%）、「2-8 主題」（60%）、「2-9 生詞」（60%）與「2-11 方法」（60%）；選擇性語步有 2 個，包括「2-2 對象」（50%）與「2-10 語法」（30%）。

在美國華語教材前言中，「2 本文」的必要性語步有 1 個，包括「2-2 對象」（100%）；常規性語步有 5 個，包括「2-6 配套」（60%）、「2-7 體例」（70%）、「2-8 主題」（70%）、「2-9 生詞」（80%）與「2-11 方法」（90%）；選擇性語步有 5 個，包括「2-1 目標」（50%）、「2-3 冊數」（40%）、「2-4 課數」（40%）、「2-5 時數」（40%）與「2-10 語法」（50%）。

根據以上研究結果發現，「2-6 配套」、「2-7 體例」、「2-8 主題」、「2-9 生詞」在三者中均屬於常規性語步。「2-6 配套」如「全教材 1 套 3 冊，每冊包括課本、學生作業本（第一冊另加編習字本）、教師手冊、CD、光碟等附件」（T5）；「2-7 體例」如「《今日漢語》學生用書每課由課文、生詞、注釋、語言點、綜合練習以及文化點 6 個板塊組成」（C6）；「2-8 主題」如：

The readings of this book have been carefully chosen to include a variety of viewpoints on current issues of population, education, family, gender, environment, business, and technology in the rapidly changing China. (A8)

明確表示教材主題包括人口、教育、家庭、性別、環境、商業和科技等當今中國大陸快速變化等主題的各種觀點。「2-9 生詞」如：

全書生字約 707 個左右，生詞 628 個。並由上述生字組成常用詞彙（例詞）達 1000 個左右。全書生字、生詞皆加註注音、拼音，第七課以後為增強學生認字能力，取消例句注音、拼音。（T6）

說明生詞數量、來源、標音符號等。較特別的是「2-2 對象」在美國屬於必要性語步，也是本研究中唯一的必要性語步，如：

The book is suitable for students who have reached the Advanced-Low or Advanced-Mid levels of competence (typically, as early as fifth semester—beginning of third year, when it would be a bit more challenging, or as late as the eighth semester—middle of the fourth year, when students would be able to concentrate more on discussion than reading). (A3)

說明教學對象為高級初或高級中程度的學生，也說明其學習時數。在本研究中，美國華語教材前言均包含此一次語步，顯示其對於明確指出教學對象是相當重視的。

整體而言，在「2 引言」的 11 個次語步中，臺灣有 8 個具備普遍性語類結構特徵（比例在 60% 以上），占 72.73%；中國大陸有 9 個，占 81.82%；而美國則有 6 個具備普遍性語類結構特徵，占 54.55%。相較之下，美國華語教材前言「2 引言」具備普遍性語類結構特徵的次語步比例在三者中最低。

值得一提的是，中國大陸華語教材「2-2 對象」、「2-10 語法」，兩者均為選擇性語步，此為客觀分析結果。就研究者作為教材編輯者與華語教學者的觀點來看，此兩者相當重要，前者為教學對象，後者為教學內容。經深究後有兩點發現，首先是雖然缺乏「2-2 語法」次語步的

教材共計 5 套（／冊），但 C1《新實用漢語課本》、C3《HSK 標準教程》、C6《今日漢語》、C7《輕鬆學漢語》及 C10《漢語教程》（楊寄洲，2016）均是成套教材、分級分冊明確，或出版多種語言版本，因此教學對象很清楚。其次是雖然缺乏「2-10 語法」次語步共計 7 套（／冊）教材，但或為「中國國家對外漢語教學領導小組辦公室」所主持的重點項目（C1），或直接寫出依據 HSK 考試大綱所編寫，如「編寫 1 套以 HSK 大綱為綱，體現考教結合、以考促教、以考促學特點的新型漢語系列教材應可滿足這一需求（C3）」。研究者認為由於以上具體寫出所依據的標準或大綱，語法也已清楚地列於標準或大綱中，故無需重複列於前言。

（三）「3 結語」之次語步分析

「3 結語」此一語步多出現在前言的最後，次語步包括「3-1 致謝」、「3-2 回饋」、「3-3 審查」、「3-4 期望」及「3-5 署名」5 個次語步。由表 8 可看出「3 結語」次語步出現次數與比例。

表 8 「3 結語」次語步出現次數與比例

		臺灣 (N=10)		中國大陸 (N=10)		美國 (N=10)	
主語步	次語步	次數	比例 (類)	次數	比例 (類)	次數	比例 (類)
3 結語	3-1 致謝	5	50% (選)	7	70% (常)	6	60% (常)
	3-2 回饋	2	20% (選)	1	10% (選)	2	20% (選)
	3-3 審查	4	40% (選)	4	40% (選)	1	10% (選)
	3-4 期望	4	40% (選)	6	60% (常)	1	10% (選)
	3-5 署名	8	80% (常)	8	80% (常)	4	40% (選)
	其他	6	60%	4	40%	2	20%
具語類結構特徵比例		20.00%		60.00%		20.00%	

在臺灣華語教材前言中，「3 結語」的常規性語步有 1 個，為「3-5 署名」（80%）；選擇性語步有 4 個，包括「3-1 致謝」（50%）、「3-2 回饋」（20%）、「3-3 審查」（40%）與「3-4 期望」（40%）。在中國大陸華語教材前言中，「3 結語」的常規性語步有 3 個，包括「3-1 致謝」（70%）、「3-4 期望」（60%）與「3-5 署名」（0%）；選擇性語步有 2 個，包括「3-2 回饋」（10%）與「3-3 審查」（40%）。在美國華語教材前言中，「3 結語」的常規性語步有 1 個，即為「3-1 致謝」（60%）；選擇性語步有 4 個，包括「3-2 回饋」（20%）、「3-3 審查」（10%）、「3-4 期望」（10%）與「3-5 署名」（40%）。

根據研究結果發現，「3-2 回饋」與「3-3 審查」在三者中皆屬於選擇性語步，其餘未見到三者皆有的必要性語步或常規性語步。整體而言，在「3 結語」的 5 個次語步中，中國大陸具備普遍性語類結構特徵的次語步比例較臺灣與美國高。臺灣有一個具備普遍性語類結構特徵（比例在 60% 以上），占 20.00%，為「3-5 署名」，如「編者謹識於師大國語教學中心」（T4）、「僑務委員會」（T10）；中國大陸有 3 個，占 60.00%，包括「3-1 致謝」、「3-4 期望」、「3-5 署名」，其中「3-1 致謝」如：

感謝國家教育部將《發展漢語》（第二版）列入國家級規劃教材，為我們教材編寫增添了動力和責任感。感謝編寫委員會、編輯委員會和所有編者高度的敬業精神；精益求精的編寫態度，以及所有投入的熱情和精力、付出的心血與智慧。（C4）

「3-4 期望」如「我們希望《環球漢語》能在充滿愉快和成就感的學習旅程中助您一臂之力，並祝您擁有一段學習奇妙的漢語和中國大陸文化的美好歷程」（C8），「3-5 署名」如「姜麗萍 2013 年 11 月」（C3）；美國則有一個，占 20.00%，為「3-1 致謝」，如：

First of all, we would like to thank Ron and Ken for their support and understanding when we spend more time with Huanying than with them. Without them, Huanying would be impossible..... . (A7)

直接寫出感謝對象的姓名——Ron 與 Ken。「3-1 致謝」在中國大陸與美國華語教材前言中均屬於常規性語步，具備語類特徵，相較之下，中國大陸主要感謝國家、機構或單位，美國則直接寫出名字對於個人表示感謝。「3-5 署名」在臺灣與中國大陸華語教材前言中均屬於常規性語步，具備語類特徵，教材編寫單位或主編姓名，美國則不一定會署名。

綜上所述，臺灣、中國大陸、美國華語教材前言相同點為均包括「1 引言」、「2 本文」及「3 引言」三個主語步，且「2 本文」在三者中均為 100% 出現的必要性語步。在「1 引言」的次語步中，具普遍語類特徵者以臺灣最高（66.67%），美國次之（33.33%），中國大陸最低（0.00%）；在「2 本文」的次語步中，具普遍語類特徵者以中國大陸最高（81.82%），臺灣次之（72.73%），美國最低（54.44%）；在「3 引言」的次語步中，具普遍語類特徵者以中國大陸最高（60%），臺灣與美國次之（均為 20%）。

伍、結論與建議

本研究從語類結構的角度出發，探討臺灣、中國大陸、美國華語教材前言的特點與異同，所得結論與建議如下。

一、結論

本研究從語類結構的視角出發，分析並歸納出臺灣、中國大陸與美國華語教材前言有相同的「引言——本體——結語」3 階段的結構模式，即包含「1 引言」、「2 本文」、「3 引言」三個主語步，以及 22 個次語步（見前文表 4），後根據研究問題一一加以說明。

(一) 建立華語教材前言之語類結構

圖 2 呈現的是臺灣、中國大陸、美國華語教材前言的主語步，以及具備普遍性語類特徵的次語步，即屬於必要性語步（100%）與常規性語步（60~99%）者。最大圈、最深色者為三者皆有的具備語類特徵的次語步，次大圈、次深色者為在任兩者中出現的次語步，最小圈、最淺色者為僅在其中一者中出現的次語步。以下分別說明臺灣、中國大陸、美國華語教材前言之語類結構與語步組成。

臺灣華語教材前言在「1 引言」主語步中，具普遍性語類特徵的次語步包括「1-2 團隊」與「1-3 依據」等兩個次語步；在「2 本文」主語步中，具普遍性語類特徵的次語步包括「2-1 目標」、「2-2 對象」、「2-3 冊數」、「2-6 配套」、「2-7 體例」、「2-8 主題」、「2-9 生詞」與「2-10 語法」等 8 個次語步；在「3 結語」主語步中，具普遍性語類特徵的次語步只有「3-5 署名」一個次語步。

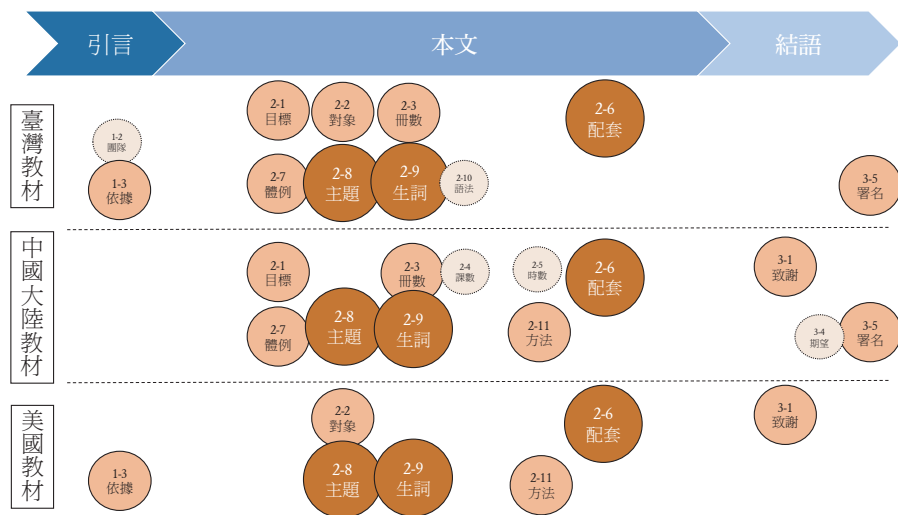


圖 2 華語教材前言之語類結構與語步組成圖

中國大陸華語教材前言在「1 引言」主語步中，未出現具普遍性語類特徵的次語步；在「2 本文」主語步中，具普遍性語類特徵的次語步包括「2-1 目標」、「2-3 冊數」、「2-4 課數」、「2-5 時數」、「2-6 配套」、「2-7 體例」、「2-8 主題」、「2-9 生詞」與「2-11 方法」等 9 個次語步；在「3 結語」主語步中，具普遍性語類特徵的次語步包括「3-1 致謝」、「3-4 期望」與「3-5 署名」等 3 個次語步。

美國華語教材前言在「1 引言」主語步中，具普遍性語類特徵的次語步包括只有「1-3 依據」一個次語步；在「2 本文」主語步中，具普遍性語類特徵的次語步包括「2-2 對象」、「2-6 配套」、「2-8 主題」、「2-9 生詞」與「2-11 方法」等 5 個次語步；在「3 結語」主語步中，具普遍性語類特徵的次語步只有「3-1 致謝」一個次語步。

（二）華語教材前言語類結構主語步相同、次語步組成有異

以下說明華語教材前言語類結構之異同。

在臺灣、中國大陸、美國華語教材前言三者皆出現者有：「2 本文」中的「2-6 配套」、「2-8 主題」與「2-9 生詞」等三個次語步。

在其中兩者中出現的有：「1 引言」中的「1-3 依據」一個次語步；「2 本文」中的「2-1 目標」、「2-2 對象」、「2-3 冊數」、「2-7 體例」與「2-11 方法」等 5 個次語步；「3 結語」中的「3-1 致謝」與「3-5 署名」兩個次語步。

至於僅其中一者出現的有：「1 引言」中的「1-2 團隊」一個次語步；「2 本文」中的「2-4 課數」、「2-5 時數」與「2-10 語法」等 3 個次語步；「3 結語」中的「3-4 期望」一個次語步。

根據研究結果發現無論是臺灣、中國大陸或美國華語教材的前言，雖然在語類結構中 3 個主語步是相同的，但次語步的組成則有所差異，出現的順序也不固定，顯示前言的寫作有大致相同的結構也具有相當的自由。

整體來說，前述研究結果為在三個主語步中，「2 本文」的次語步數量最多，共有 11 個，顯示臺灣、中國大陸、美國華語教材的前言都

相當重視「2 本文」，且在其中均能夠具體看出教材的「2-6 配套」、「2-8 主題」與「2-9 生詞」。就研究者作為教材編輯者與華語教學者的觀點來看，在選擇教材時不僅是教材本身而已，若有教師手冊提供教學指引，有學生作業本作為學習者練習之用，並能清楚呈現該教材的主題與生詞都是相當好的選擇依據。

二、建議

本文研究對象包括臺灣、中國大陸與美國華語教材共計 30 套（／冊），前言共計 30 篇，雖已選擇具代表性的華語教材，但教材數量較少、研究規模較小為本文研究限制。未來建議可擴大語料收集與分析，可從深度與廣度兩方面來擴大，亦即分析更多華語教材前言。在深度方面，本研究僅針對臺灣、中國大陸與美國各 10 套華語教材前言，未來可收集更多數量的華語教材，並進行歷時性與共時性的比較，前者如探討同一地區華語教材前言語類結構的改變，後者如不同地區華語教材前言語類結構之異同；在廣度方面，可延伸至更多國家出版的華語教材，如法國、日本等，以瞭解不同國家華語教材前言的異同。

本文研究主要的意義有二：一是可作為華語教學者與學習者閱讀前言與選擇華語教材的參考，如華語教師在選用華語教材前可以先詳細閱讀前言，對於教材能有較為全面的認識；二是有了前言語類結構與語步分析結果，將有助於教材編輯者撰寫更完整的前言。期望研究結果能為華語教材前言之對比分析提供實證，並可作為教材選擇與前言撰寫時的參考。

教科書參考書目

- 中華民國僑務委員會（2018）。學華語向前走（第四版）。
[Overseas Chinese Affairs Committee of the Republic of China. (2018). *Let's learn Chinese* (4nd ed.).]
- 王曉澎、張惠芬、孔繁清（2013）。今日漢語（第二版）。外語教學與研究。

- [Wang, X.-P., Zhang, H.-F., & Kong, F.-Q. (2013). *Chinese today* (2nd ed.). Foreign Language Teaching and Research.]
- 任友梅、孟德儒（2019）。環球漢語：漢語和中國文化。華語教學。
- [Ren, Y.-M., & Meng, D.-R. (2019). *Encounters: Chinese language and culture*. Chinese Teaching.]
- 吳中偉（主編）（2015）。當代中文（修訂版）。華語教學。
- [Wu, Z.-W. (Ed.). (2015). *Contemporary Chinese* (Rev. ed.). Chinese Teaching.]
- 李曉琪（主編）（2013）。博雅漢語（第二版）。北京大學。
- [Li, X.-Q. (Ed.). (2005). *Boya Chinese* (2nd ed.). Beijing University.]
- 姜麗萍（主編）（2010）。體驗漢語。高等教育。
- [Jiang, L.-P. (Ed.). (2010). *Experience Chinese*. Higher Education.]
- 姜麗萍（主編）（2014）。HSK 標準教程。北京語言大學。
- [Jiang, L.-P. (Ed.). (2014). *HSK standard course*. Beijing Language and Culture University.]
- 時代華語審議委員會（2019）。時代華語。正中。
- [Times Chinese Review Committee. (2019). *Modern Chinese*. Cheng Chung.]
- 馬亞敏、李欣穎（2015）。輕鬆學漢語（第二版）。三聯。
- [Ma, Y.-M., & Li, X.-Y. (2014). *Chinese made easy* (2nd ed.). Joint.]
- 國立臺灣師範大學國語教學中心（2016）。實用中文讀寫。國立臺灣師範大學出版中心。
- [National Taiwan Normal University Mandarin Teaching Center. (2016). *Practical Chinese reading and writing*. National Taiwan Normal University Publishing Center.]
- 國立臺灣師範大學國語教學中心（2020）。迷你廣播劇（第三版）。正中。
- [National Taiwan Normal University Mandarin Teaching Center. (2020). *Mini radio plays* (3rd ed.). Cheng Chung.]
- 許笑濃（2011）。美洲華語。北京大學。
- [Xu, X.-N. (2011). *Mei Zhou Chinese*. Beijing University.]
- 楊寄洲（主編）（2016）。漢語教程（第三版）。北京語言大學電子音像。
- [Yang, J.-Z. (Ed.). (2016). *Hanyu jiaocheng* (3rd ed.). Beijing Language and Culture University Electronic Audio-Visual.]
- 葉德明（主編）（2001）。遠東生活華語。遠東。
- [Ye, D.-M. (Ed.). (2001). *Far east everyday Chinese*. Far East.]
- 榮繼華（2011）。發展漢語（第二版）。北京語言大學。
- [Rong, J.-H. (2019). *Developing Chinese* (2nd ed.). Beijing Language and Culture University.]
- 劉珣（主編）（2011）。新實用漢語課本。北京語言大學。
- [Liu, X. (Ed.). (2011). *New practical Chinese reader*. Beijing Language and Culture University.]
- 蔡雅薰、朱文字（2013）。Hello, 華語（第二版）。康軒。

- [Cai, Y.-X., & Zhu, W.-Y. (2013). *Hello, Chinese* (2nd ed.). Kang Xuan.]
 鄧守信 (主編) (2021)。當代中文課程 (第二版)。聯經。
- [Deng, S.-X. (Ed.). (2021). *A course in contemporary Chinese* (2nd ed.). Linking.]
 鄧守信、孫珞 (2011)。今日臺灣：中級漢語課程 (第三版)。師大書苑。
- [Deng, S.-X., & Sun, L. (2011). *Taiwan today: An intermediate course* (3rd ed.). Lucky.]
 謝佳玲 (主編) (2017)。新版實用視聽華語 (第三版)。正中。
- [Xie, J.-L. (Ed.). (2017). *Practical audio-visual Chinese* (3rd ed.). Cheng Chung.]
 蘇月瑛 (主編) (2010)。全新版華語。正中。
- [Su, Y.-Y. (Ed.). (2010). *The new version of Chinese*. Cheng Chung.]
- Bai, J.-H., Sung, J.-J., & Xing, Z.-Q. (2009). *Beyond the basics: Communicative Chinese for intermediate: Advanced learners*. Cheng & Tsui.
- Chen, T.-T., Link, P., Tai, Y.-J., & Tang, H.-T. (2007). *Chinese primer* (2nd ed.). Princeton University.
- Howard, J.-Y., & Xu, L.-T. (2009). *Huanying: An invitation to Chinese*. Cheng & Tsui.
- Jin, H.-G., & Xu, D.-B. (2000). *An advanced Chinese multimedia course*. Cheng & Tsui.
- Lee, K.-S., Liang, H.-H., Jiao, L.-W., & Wheatley, J. K. (2006). *The Routledge advanced Chinese multimedia course: Crossing cultural boundaries*. Routledge.
- Li, D.-D., & Liu, I. (2010). *Reading into a new China: Integrated skills for advanced Chinese*. Cheng & Tsui.
- Liu, Y.-H., Yao, D.-Z., Bi, N.-P., Ge, L.-Y., & Shi, Y.-H. (2017). *Integrated Chinese* (4th ed.). Cheng & Tsui.
- Ma, L.-P. (1994). *Heritage Chinese*. June 6, 2023, Retrieved from <https://www.heritagechinese.com/website/page/jiegou/>
- Wu, S.-M. (2007). *Chinese link: Beginning Chinese* (2nd ed.). Pearson.

參考文獻

- 中華民國教育部 (編) (2021)。前言。載於重編國語辭典修訂本。2023年6月6日，取自 <https://dict.revised.moe.edu.tw/dictView.jsp?ID=100966>
- [Ministry of Education of the Republic of China. (Ed.). (2021). Qianyan. In *A revised version of the re-edited Mandarin dictionary*. Retrieved June 6, 2023, from <https://dict.revised.moe.edu.tw/dictView.jsp?ID=100966>]
- 李明一、周紅紅 (2011)。雙語辭典編纂導論。上海外語教育。
- [Li, M.-Y., & Zhou, H.-H. (2011). *An introduction to bilingual lexicography*. Shanghai Foreign Language Education.]
- 周何 (主編) (2004)。國語活用辭典 (第三版)。五南。

- [Zhou, H. (Ed.). (2004). *A dictionary of Mandarin Chinese* (3rd ed.). Wu Nan.]
- 姜麗萍 (2018)。漢語教材編寫的繼承、發展與創新。《華文教學與研究》，4，12-18。https://doi.org/10.16131/j.cnki.cn44-1669/g4.2018.04.002
- [Jiang, L.-P. (2018). Inheritance, development and innovation of Chinese teaching materials compilation. *Chinese Language Teaching and Research*, 4, 12-18. https://doi.org/10.16131/j.cnki.cn44-1669/g4.2018.04.002]
- 國家華語測驗推動工作委員會 (無日期)。教材推薦。2023年6月6日，取自 https://tocfl.edu.tw/index.php/exam/materials
- [National Chinese Test Promotion Working Committee. (n.d.). *Teaching materials recommendation*. Retrieved June 6, 2023, from https://tocfl.edu.tw/index.php/exam/materials]
- 張靜靜、牛端 (2012)。美國中、小學教學的現狀、問題及發展趨勢。《外國中小學教育》，230，56-60。
- [Zhang, J.-J., & Niu, D. (2012). Current situation, problem and developmental tendency of Chinese teaching in American schools. *Elementary & Secondary Schooling Abroad*, 230, 56-60.]
- 許禎元 (2003)。內容分析法的研究步驟與在政治學領域的應用。《師大政治論叢》，1，1-29。
- [Xu, Z.-Y. (2003). The research process of content analysis method and its application for political study. *Journal of N.T.N.U. Political Science*, 1, 1-29.]
- 楊林秀 (2007)。英漢學術著作前言的語類結構對比研究。《甘肅聯合大學學報》，23 (3)，88-92。
- [Yang, L.-X. (2007). A contrastive study of GSP of prefaces in English and Chinese academic works. *Journal of Gansu Union University*, 23(3), 88-92.]
- 臺灣華語教育資源中心 (無日期)。參考教材清單。2023年10月6日，取自 https://lmit.edu.tw/sc/reference
- [Taiwan Mandarin Education Resources Center. (n.d.). *Reference teaching materials list*. Retrieved October 6, 2023, from https://lmit.edu.tw/sc/reference]
- 劉雨欣 (2021)。基於語言與文化傳播的國際漢語教材出版研究。《吉林省教育學院學報》，37 (11)，65-68。https://doi.org/10.16083/j.cnki.1671-1580.2021.11.016
- [Liu, Y.-X. (2021). Research on the publication of international Chinese teaching materials based on language and cultural communication. *Journal of Educational Institute of Jilin Province*, 37(11), 65-68. https://doi.org/10.16083/j.cnki.1671-1580.2021.11.016]
- 劉德馨 (2018)。兩岸華語教材收錄成語比較。《華文世界》，121，27-43。
- [Liu, D.-X. (2018). A comparison of idioms collected in Chinese teaching materials

- across the Taiwan Strait. *Chinese World*, 121, 27-43.]
- 歐用生 (1991)。質的研究。師大書苑。
- [Ou, Y.-S. (1991). *Qualitative research*. Lucky.]
- 蔡蓉芝、舒兆民 (2017)。華語文教材編寫實務。新學林。
- [Cai, R.-Z., & Shu, Z.-M. (2017). *The practice of compiling Chinese language teaching materials*. Sharing.]
- 錢亦斐 (2016)。英語學習型詞典前言的語類結構潛勢研究。《外語教學》，37 (2)，29-34。
- [Qian, Y.-F. (2016). Generic structure potential study on prefaces of English learner's dictionaries. *Foreign Language Education*, 37(2), 29-34.]
- 戴紅 (2009)。美國經典教材：《數據挖掘教程》前言的分析及思考。《中國大陸科教創新導刊》，8，50-51。https://doi.org/10.3969/10.3969/j.issn.1673-9795.2009.08.037
- [Dai, H. (2009). American classic teaching material: Analysis and thinking of the preface of "Data mining tutorial." *China Education Innovation Herald*, 8, 50-51. https://doi.org/10.3969/10.3969/j.issn.1673-9795.2009.08.037]
- 羅竹鳳 (主編) (1997)。漢語大詞典。漢語大詞典。
- [Luo, Z.-F. (Ed.). (1997). *Chinese dictionary*. Chinese Dictionary.]
- 羅春英 (2010)。美國漢語教材現狀綜述。《江西科技師範學院學報》，5，71-77。https://doi.org/10.3969/j.issn.1007-3558.2010.05.013
- [Luo, C.-Y. (2010). A review of the current situation of Chinese teaching materials in the United States. *Journal of Jiangxi Science & Technology Normal University*, 5, 71-77. https://doi.org/10.3969/j.issn.1007-3558.2010.05.013]
- 羅春英、張燕軍 (2012)。美國本土大學漢語教材的特點及其啓示。《浙江外國語學院學報》，4，75-79。https://doi.org/10.3969/j.issn.2095-2074.2012.04.014
- [Luo, C.-Y., & Zhang, Y.-J. (2012). The characteristics and enlightenment of Chinese teaching materials in American universities. *Journal of Zhejiang International Studies University*, 4, 75-79. https://doi.org/10.3969/j.issn.2095-2074.2012.04.014]
- Amnuai, W., & Wannaruk, A. (2013). Investigating move structure of English applied linguistics research article discussions published in international and Thai Journals. *English Language Teaching*, 6(2), 1-13. https://doi.org/10.5539/elt.v6n2p1
- Anthony, L. (1999). Writing research article introductions in software engineering: How accurate is a standard model. *IEEE Transactions on Professional Communication*, 42, 38-46. https://doi.org/10.1109/47.749366
- Bereday, G. Z. F. (1964). *Comparative method in education*. Holt, Rinehart, and Winston.
- Cambridge University Press & Assessment. (2023). Preface. In *Cambridge dictionary*. Retrieved October 5, 2023, from https://dictionary.cambridge.org/zht/詞典/英語-漢語-繁體/preface

- Connor, U., Upton, T. A., & Kanoksilapatham, B. (2007). Introduction to move analysis. In D. Biber, U. Connor, & T. A. Upton (Eds.), *Discourse on the move: Using corpus analysis to describe discourse structure* (pp. 23-41). John Benjamins.
- Halliday, M. A. K., & Hasan, R. (1985). *Language, context, and text: Aspects of language in a social-semiotic perspective*. Deakin University.
- Kanoksilapatham, B. (2005). Rhetorical structure of biochemistry research articles. *English for Specific Purposes*, 24(3), 269-292. <https://doi.org/10.1016/j.esp.2004.08.003>
- Li, Y., Wen, X. H., & Xie, T. W. (2014). CLTA 2012 survey of college-level Chinese language programs in North America. *Journal of the Chinese Language Teachers Association*, 49(1), 1-49.
- Paltridge, B. (2006). *Discourse analysis: An introduction*. Continuum.
- Swales, J. M. (1990). *Genre analysis: English in academic and research settings*. Cambridge University.
- Swales, J. M. (2004). *Research genres: Exploration and applications*. Cambridge University. <https://doi.org/10.1017/CBO9781139524827>
- Tarone, E., Dwyer, S., Gillette, S., & Icke, V. (1981). On the use of the passive in two astrophysics journal papers. *English for Specific Purposes*, 1(2), 123-140. [https://doi.org/10.1016/0272-2380\(81\)900044](https://doi.org/10.1016/0272-2380(81)900044)
- Tessuto, G. (2015). Generic structure and rhetorical moves in English-language empirical law research articles: Sites of interdisciplinary and interdiscursive cross-over. *English for Specific Purposes*, 37, 13-26. <https://doi.org/10.1016/j.esp.2014.06.002>
- Ye, Y. P. (2019). Macrostructures and rhetorical moves in energy engineering research articles written by Chinese expert writers. *Journal of English for Academic Purposes*, 38, 48-61. <https://doi.org/10.1016/j.jeap.2019.01.007>

論壇

臺灣數學課程綱要的定位與發展

時間	2025 年 6 月 13 日 (星期五) 上午 10 時
地點	國家教育研究院 (臺北院區) 607 會議室
主持人	許慧玉 國立清華大學數理教育研究所教授 王立心 國家教育研究院教科書研究中心主任
與談人	李華介 國立臺灣師範大學數學系特聘教授 林碧珍 國立清華大學數理教育研究所榮譽教授 林福來 國立臺灣師範大學數學系名譽教授 潘成衍 國立清華大學數學系特聘教授

前言

許慧玉：《十二年國民基本教育課程綱要》（以下簡稱《十二年國教課綱》）自 108 學年度落地實施以來，至今已 6 個年頭。就數學領域而言，數學素養從理念到課綱、教科書及教學，已有完整的實踐經驗。此期間，社會與科技的變革亦一日千里，比如突飛猛進的生成式人工智慧技術，正在改變慣常的學校生態與學習模式。因此，除了回顧現行課綱數學素養共識形成及轉化歷程，也須觀察與思辯課綱實施的成效與得失，同時，前瞻臺灣下一代人才培育需求，以形塑下一波數學課綱的樣貌。基於以上的問題意識與關心，特辦理「臺灣數學課程綱要的定位與發展」論壇，邀請學者專家共同討論與對話，期盼發現問題、尋求對策，並回應國際趨勢，以提供數學課綱在設計與實施上的具體策略建議，為下一波數學課綱研發提前整備。

AI 時代下臺灣的數學課程發展

林碧珍：未來 AI 就像我們生活中的用電一樣，非常普遍，所以今天要討論的主題是定位在 AI 時代下臺灣數學課程的發展。

AI 時代需要的人才，可能要從 T 型變成 π 型，T 型是著重在單一領域的專業， π 型是要有雙領域專長，這是未來的趨勢，會涉及專才和通才的培養。專才培養提供的課程是結構式的，通才培養是非結構式的學習。目前在大學的高等教育，很多大學部都已經在培養雙專長，或者是跨領域的專長。如國立清華大學的竹師教育學院學士班，在 2018 年已經開始實施 π 型人才的培育，教學目標是培育未來社會自主學習，具有批判性及團隊合作的人才。如果高等教育是要培育 π 型人才，那麼小學教育否需要開始為高等教育建立基礎？若是，要怎麼做？因為我們本身都是數學背景，如果要把某些數學內容刪除不學，或是把它解構，可能反抗聲音會很大。我用學習烹煮的例子來譬喻思考，未來在 AI 時代下的數學課本內容，深度或廣度會是如何。

在 1970 年代，媽媽都告訴女兒，小時候就要開始學做菜，以後才能嫁人，所以小時候被要求進廚房觀察媽媽怎麼做菜，當媽媽的小幫手，幫忙拿盆子或碗盤等。接下來，就是要親自下廚。到了我女兒小時候的 1990 年代，當我煮飯的時候，她不進廚房來觀摩，我也沒要求她，當時我很擔心她結婚後能下廚做菜嗎？我很訝異的是去年感恩節我到美國她家時，她卻能做出一桌色香味俱全的好菜。她先上網找 YouTube 料理的方法，她的備料時間約是 5、6 個小時，她在小白板上記錄著菜單，哪些食物需要烘烤？火雞、龍蝦要烤多少度？幾分鐘？然後再安排烘烤食物的順序。現今社會中，她利用 YouTube 學烹煮的 SOP，烹煮的原料、順序、時間控制，她小時候雖然沒有跟著我進廚房學做菜，卻能烹煮出色香味俱全且營養價值很高的一桌菜，因為她可以現學現用。

現代烹煮的學習，不只是學習烹調的技巧，且需具備其他能力。諸如，要會使用 YouTube，要有資訊素養，要去探究、分析、事前規劃、

組織整理資料，解決問題。還要考量經費預算、營養價值、美感及家庭需求，要考慮小孩需要的營養價值、喜歡吃什麼，以及美感與色香味。從傳統學習烹飪，到現代學習烹飪，是爲了說明不要用 20 年以前學習的知識讓孩子適應 20 年以後的社會。同樣的，爲了順應 AI 社會，臺灣未來的數學課程是否也需要和烹煮學習一樣，需要改變思維重新盤點數學課程內容呢？

從臺灣數學教育課程發展的趨勢來看，現在重視數學素養的培養，比較關注在社會文化脈絡的數學問題解決，主要核心是情意面的全人學習，對象也已由精英轉向全民。全民是指提供均等的教育機會，重視個別的差異，就是齊頭式的平等，提供資源讓每一個人都獲得公平的機會來發展他的數學，這是十二年國教課綱的數學課程目標。

在 AI 時代之下，臺灣的數學課程的發展會是如何？重視數學素養的培養是國際的趨勢，AI 素養的培養，是要融入課程？還是怎麼做？「全民」在過去雖然是目標，可是要全民的數學都提升上來是有難度的，因爲一個班級那麼多人，教室中的全民大概只能照顧到中上。在 AI 時代，有 AI 學習平臺，它具有個別化或個性化的功能，是可以做到拔尖，又扶弱；所以在 AI 時代的數學課程目標，或許可以達成全民數學的課程目標。AI 時代下全人學習的情意面向，可能還需要同理心，也要考慮到同伴及他人的需求是什麼。此外 AI 也須關注倫理的議題，AI 本身是有偏見的，也涉及到隱私權的部分，這些可能都是未來在我們數學課程或是數學教學需要關注的議題。

有關國小數學課程的發展，1968 年九年國民義務教育開始實施，2014 年時頒布了十二年國民基本教育，是兩個主要分水嶺。九年國民義務教育經歷多次的數學課程改革、頒布及修訂，在 1975 年早期是數學知識導向，是透過教具來幫助孩子學習數學；到了 1993 年，重視以學生爲本位的心理結構學習；在 1990 年代開始數學課綱是以能力指標呈現，不僅是著重數學知識，更培養帶得走的能力。到了當代《十二年國教課綱》強調的是數學素養，而在 AI 時代下的數學素養，我們還要加

什麼？除了融入 AI 之外，更需要的是孩子提問題的能力，因為使用 AI 如 ChatGPT，要能夠下對指令，才能得到想要的答案。所以，在國小階段的數學課程目標，除了當代課程已重視的數學思考能力之外，還需要發展提問問題的能力。

近半世紀的數學課程改革，受到社會環境教育改革的需求跟學習觀點的轉移，在過去是以單一特定的主題到多元，包括學習表現、學習策略和學習觀點，或是情境解題歷程；AI 的時代，數學素養可以客製化，以孩子為中心，讓孩子盡量表達他的情緒跟心情。未來 AI 時代，每一個人都有一個可用的 AI 家教。

小學不需要過度強調 AI 技術的學習，而是要學習如何應用，如何融入數學課程，這個議題可以在第二輪的時候我再來補充。我在此提出四個有關 AI 時代下臺灣數學課程的定位與發展做為第一輪的討論議題。第一是 π 型人才的培育，需要從小學階段開始培養嗎？AI 時代下的下一波數學課程如何解構或重構？第二是在 AI 時代的數學課程目標，是極有可能發展全民的數學教育。我們要如何善用 AI，除了扶弱，如何做好拔尖。第三是《十二年國教課綱》的五觀六標，我們有五個觀點、六個目標，還可強化的目標是什麼？AI 素養如何巧妙地融入到數學課程？第四是 AI 時代，需要重新去詮釋學習、教學、評量的意義，需要重新調整教師的角色，教師之前都花許多時間在備課，批改作業、行政事務，未來這些繁雜的事務 AI 可以取代，教師可以將更多的時間放在孩子的學習或心理輔導上，真正達到以孩子為中心。

課綱定位是執行問題，不是目標問題

林福來：我想今天要談的是數學領域課綱的定位。一直以來，臺灣都是把課綱視為全民教育的主要依據，這個基本定位一直都在，但重點在於怎麼做。我自己參與過三代課綱的發展，雖然都是部分參與，未必非常深刻。1970 年代那一代的課綱，我參與的是高中課綱，也曾當過一年

召集人。當時的組織方式比較特別，是國立臺灣師範大學、國立清華大學、國立臺灣大學數學系一群有興趣編寫教材的教授及資深高中教師組成，大家輪流當召集人。我進去第二年就被推為召集人。這個角色其實改變了我的整個學術生涯，因為召集人需要討論哪些數學單元該增、該刪、該簡化，而這些討論都在「電腦剛開始使用」的背景下進行，某種程度上就像今天我們面對 AI 的情境。

那個時候，我在美國兼任講師時曾開過一門叫「有限數學」的課，是為因應電腦才發展出來的，後來就演變為「離散數學」。有限數學的一些單元，我提出來看能不能納入高中課綱。結果後來真的有一些內容被接受，如轉移矩陣（stochastic matrix），到現在還留在高中課程裡。統計也是那個時候被強調、引進的重要內容。不過在這個過程裡，我深刻感覺到，我們做的決定會影響全民，所以背後需要有更強的理論架構，才能判斷方向對不對。因此我後來申請到國外去念數學教育，這個轉折，就是從參與課綱實務中體會到必須要有教育理論的支撐。

當時的工作主要在於單元的選擇與調整。例如，圓錐曲線就是一個很有爭議的例子。高中教師非常喜歡它完整而漂亮的系統，不願意刪減，但課綱討論卻認為應該簡化。那個時代還有人提出「統整數學」的想法，比如黃武雄基於編寫實驗教材的經驗，我去拜訪他，向他請益時，他建議高中數學應該留空間從高觀點來統整高中所學，因而有選修的「數學統合」課的設計。當時我負責撰寫「函數」的部分，試著用函數的圖形表徵觀點，把基本函數的知識串起來，展現統整的思路。在教材編寫後，我們也做了教學實驗。因為高中聯考壓力，不可能在普通高中推廣，所以就找了陸軍士官學校來進行。雖然這只是一種有限的測試，但至少能讓我們知道這些教材對學生來說是否可行。當時的教育思潮也受到國際影響。那個年代，算盤被認為對思考幫助不大，所以小學階段就被丟掉了。另一方面，皮亞傑的教育理論透過板橋教師研習會引進臺灣，美國學者 Robert G. Underhill 常來臺指導，帶來教具和實驗的理念。結果教育經費大量投入教具，但教師不習慣用、不知何時用，只能繼續

用傳統講述方式教學，造成落差。這也引發後來小學數學的建構主義取向，因缺乏普遍性的研習，跟一線教師溝通就推廣，而被臺灣教育界的批判，但高中和國中端沒有被建構思潮影響。

到了九年一貫時期，氛圍則是在「教改」的大背景下進行。當時李遠哲主持的教改諮詢委員會提出「鬆綁與彈性」，課綱設計也延續了這種精神。數學領域大致是由曹亮吉主導，他用簡單的數學結構來規劃：學生要理解數學物件、物件之間的關係，並能推導出性質。然後再依此分段布置內容，形成九年一貫課綱。這些內容設計後來基本上也做為《十二年國教課綱》的底稿，並進行修訂。九年一貫時期有一個重要特色，是把數學與認知學習更緊密結合。這在1970年代雖然有想法，但沒有真正落實；到了九年一貫，因為有更多數學教育研究者的專業參與，才逐步實踐出來。

至於《十二年國教課綱》，最明顯的特色就是走向「素養教育」。臺灣在這方面相對幸運，因為早在1990年代，數學教育界就和荷蘭建立了雙邊合作關係，吸收了「現實數學教育」的理念：從真實問題發展概念，瞭解之後再應用來解決真實情境問題。這和後來由荷蘭主導的PISA思潮一脈相承。PISA在2000年開始施測，也進一步推動了臺灣的素養取向。另外，工具的定位在不同時期也有變化。1970年代拋棄了算盤；九年一貫記憶中，不特別強調工具使用。到了十二年國教則特別強調計算機等工具的引進。然而，臺灣教育的另一個現實就是「考試與學習的連結」。考試不考不用的東西很難推動，計算工具進入教室現場就碰到此狀況，推動課綱時必須面對的考試導向的現實。

最後，我要強調兩點。第一，課綱如果是面向全民，就必須重視「宣導」。很多理念如果教師沒聽懂、沒吸收，就會斷裂，比如「建構式學習」，真正懂的教師可能不到千分之一，結果就走樣了。第二，課綱發展必須有「評鑑」，而且需要證據，而不是僅憑直覺。因為這是影響全民的教育政策，做決策需要更紮實的依據。

《十二年國教課綱》的一些問題

潘戎衍：剛剛兩位教授提到的是比較廣泛的數學教育觀點，我接下來想聚焦在比較實際的：關於高中數學課綱的部分。雖然我們的目標是希望瞭解臺灣數學課綱未來的定位與發展，但我想還是得先從目前《十二年國教課綱》的現況談起。《十二年國教課綱》如果稍微看一下，一開始讓人納悶的是：當初制定時的人員組成非常少。特別是大學端的教師，已知的課綱總召是張鎮華教授，高中課綱召集人是單維彰教授，另外還有劉柏宏教授。實際上，大學教師的委員只有這三位。我也知道當初統計的部分曾向黃文璋教授徵詢，但他似乎不是正式委員。就背景來看，張鎮華教授是作業研究出身、離散數學專長；單維彰教授是應用數學；劉柏宏教授是數學教育。也就是說，整個高中課綱團隊裡缺少純理論數學的專長。因此，一開始在一些核心理念上就稍偏向實務應用、或強調把東西「算出來」的取向，對理論面的重視相對不足。我認為未來應該納入更多人、更多不同背景的專家參與。雖然大家都學過高中數學，似乎誰都能談，但事實上，訂課綱需要的遠比「會數學內容」更多。結果就是，《十二年國教課綱》在主要內容的陳述上，出現了某些數學用詞與概念上的錯誤，這其實是不太理想的。

再來談銜接，高中課綱理論上要承接國中、銜接大學，應該要有更好的「垂直整合」。我和國中課綱委員聊過，他們也承認因為時間等因素，垂直整合做得不夠理想。原本期待能做一張統整表：哪些概念國中應學到、哪些放到高中。但這張表最後沒有完成，導致有些概念高中以為國中教了、國中又以為高中會教，結果兩邊都沒教到，這部分未來應該避免，和大學端的整合也有問題。回顧傳統更早以前：高一大家學一樣，高二、高三分自然／社會。到了 99 課綱，高一、高二學一樣，高三才分數甲、數乙。《十二年國教課綱》則是高一學一樣，高二分數 A、B，高三再分數甲、乙。重點是，《十二年國教課綱》的分流設計和傳統「自然／社會」不同：它的精神是「數 B 給未來用到較少數學的科系」，

所以高二修數 B 的學生，高三理論上可以不必再修數學，改修較素養或欣賞性的課程；而修數 A 的學生，到了高三再分數甲與數乙，數甲對應主要理工，數乙對應中度數學需求（如：社會科學、管理、經濟等），這是原先的理想設計。但現實上，學生會轉組。有人高二修數 B，高三卻想修數乙。於是《十二年國教課綱》遷就現實，軌道變得混亂。特別是今年開始考數乙，高二部分到底考什麼曾有爭議，有人主張考數 B、有人主張考數 A，也有人主張考 A / B 的交集。最後彼此妥協，但事情就變得相當複雜。我們要記得，修數 A 的學生不論最後選數乙或數甲，大學之後多半要修微積分，且很大比例會修機率／統計，甚至一些線性代數。也就是說，高中課綱對數 A 的學生，是否能提供足夠的知識與能力，讓他們銜接下一階段，這點非常關鍵。我同意林碧珍教授所說：高中數學教育從菁英走向全民，這是對的。但「全民」不是一塊整體，而是廣泛的分布。有些人高中畢業後就不再需要新的數學；有些人會繼續念大學，需要更多數學。好的課綱要能照顧不同面向：不需要太多數學的，學到剛好足夠；需要更多數學的，也要培養足夠能力去應付下一階段，這正是目前課綱不容易之處。

另外，《十二年國教課綱》有個延續自 99 課綱的問題：為避免學生學到「太難」的東西，課綱不只規定「該教什麼」，還多了「哪些不能教」。這點爭議很大。我們可以同意全國用同一套課綱，但不同高中應該能選深淺程度不同的課本。課綱是骨架，課本是在骨架上加實質內容。現在雖然有多個版本的課本，但因為「地板限制」加上「天花限制」，不同版本差異其實不大，和「一綱多本」的理念不太相符。理想上，不同出版社面向不同客群；高中程度落差很大，學校應能挑適合的版本：有的可寫深一點、難一點；有的可寫淺一些。必學內容當然要列清楚，但「可多學」的部分，應交由出版社與學校判斷。我也贊同高二區分數 A、數 B，但認為目前數 B 與數 A 的差距還可以再拉大。我們不該過度遷就少數可能轉組的學生；轉組者不足的知識，可以靠自學或補救教學補上。這樣升學管道更清楚：數 B 可以更素養化、內容稍少，但和生活連結更強；數 A 則要兼顧未來在大學學習的需求。

最後談計算機，《十二年國教課綱》非常重視計算機的使用。但相對電腦，計算機先天限制多，輸入輸出多以小數呈現。我的觀察是：在「計算機難以處理」之處，《十二年國教課綱》相對弱化了，如分數計算、不等式推演。就我在大學的教學經驗，學生在這兩類能力上是明顯變弱的。不是要把內容愈塞愈多，而是這些重要的內容不應僅因「計算機考量」而被弱化。這點是我覺得比較遺憾、也希望未來能改善的地方。

課綱應注意與大學進階課程的銜接， 以及新世代人才培育

李華介：我要談三件事，跟大家討論的議題，但我想可能談不了那麼多。先講一下我提綱上提到：最近在《遠見》雜誌（彭杏珠，2025）看到課綱及大學考招、高教經費等問題，我不知道在座教授有沒有看到或知道這個訊息。因為林碧珍教授剛才談到要實證、「弱化」這個事情。我要說的是，常常聽到「一代不如一代」這種說法，我也常聽到。有時候是因為看到一些表現不好的學生，就覺得愈來愈差，可是很可能並沒有「愈來愈差」這件事發生。但是《遠見》談的是臺大，我看到是微積分平均分數的下降之類的。再加上我這幾年在考中心幫忙閱卷，我們能夠親自體會到，是真的有「愈來愈怎麼樣」的情況。我舉一個例子，我們以前改一份卷子，某題配分可能 0、2、4、6 分（6 分最好），可以預期 0 分是最多，但大家可能不知道「第二多」是 6 分。數學很奇怪，東西再怎麼簡單，總有一群人就是不會；但難的問題調降一點，就有另一群不錯的學生會往上衝、可以掌握了。如 2020 年學測就有這個現象，題目我們覺得很好，每題的答對率分布也都不錯，可是有一群在學校已經不錯的學生，整體就拉上去，數學科的滿級分比國文科還多，好像有好幾萬人，是從來沒有的現象。可是在《十二年國教課綱》以後，我們看到的是 2 分變最多，6 分甚至可能最少，空白卷可能一樣多。我們覺得確實是下滑的甚至是前段的學生，這個趨勢真的感受得到。再舉一個

例子，在閱卷時，出現一些以前沒體驗過的作答情況（我不是講單一個案，是普遍看見）。以前看到矩陣乘法擺錯很常見，但現在會看到你從來沒想過的，比如2022年有一題問「角度幾度」，結果很多學生寫「0」。他們不是寫0度，是寫「 $\cos 90^\circ=0$ 」。也就是說，我們問「幾度」，他其實知道「幾度」，可在他的觀念裡，這些數學符號全搞混了。同樣地，叫他寫極座標，理應寫一個長度再寫一個 θ ；他們寫一個長度，然後寫出它的餘弦值。我認為在受訓時，教師在教內積可能會說「你知道餘弦值就可以知道角度」之類的，他們就把它混淆了。問角度，很多人回答餘弦值（不是全部，但很多）。今年更奇怪。後來有人解釋，可能因為國中開始接受《十二年國教課綱》，前三年國中端還是舊綱。我們發現一題：你知道點在哪裡就可以做什麼事，(1,1)這個點，有人把它點在別的象限。他知道要點(1,1)，但不知道位置在哪裡。有的把水平線劃成斜的，明明白白自己寫「這條線跟x軸平行」，方程式卻寫成 $x=1$ 。這些在幾何位置上的認知問題，以前幾乎沒看過。當然我們是從作答看出來的，因為題目沒直接問，但他們在處理過程中的錯誤呈現了這些現象。

我和潘教授也看了課綱，剛才提到一些負面的地方。關於我剛講的現象，我們當然要想為什麼會發生。課綱字面上來看，那些內容表面上看起來都OK，高中生應該知道、銜接大學也OK。但仔細看，它都「停在一點」。例如絕對值不等式，只寫 $|x-a| < \dots$ 就停了，不用講 $|ax-b| \leq \dots$ 。只是差一個很小的係數調整，他們也不希望大家談下去。又比如二元一次聯立方程組，就不准談「沒有解」的情況。定位上，大家覺得課綱是「全民的數學要到那個地方」，但是寫課綱的用意卻是「不要談太深入，懂那個點就好」。這樣造成的問題，是沒有考慮到「大學銜接」。至於為什麼要考試？因為要上大學，當然需要銜接。但如果只為了讓一些人不覺得數學太難而在那個點停住，銜接上的問題就出現了。現在大學端有幾個很具體的情況出來了。以前大家只是在談「程度下降」；現在是具體「我在教線性代數，要做特徵多項式、找特徵值，

學生『不會分解』，甚至二次也不會」。爲什麼？因爲高中要求分解只要是0、1、-1就好，解有分數就掌握不了。你說「不是學過公式解嗎？」他們以爲那只是判斷「有解／沒解」而已。三次就更不用說了。還有，講微積分或線代，總是要談聯立方程組，有些同學很訝異爲什麼會有「無解」，因爲數B的學生只學到那裡。理由也很奇怪：說「因爲沒有教克拉瑪，所以不用談無解」。課綱寫這句話，我很疑惑：克拉瑪也不一定能判斷有無解啊。其實很多可以用幾何解釋，平行線就無解。這在我們看來很簡單，但小組可能覺得又扯到幾何太困難，就停在「會解出來就好」，覺得「生活上的問題也不會有無解」。可是上大學，未必只碰生活問題。所以我後來有點瞭解（今天看林碧珍教授寫的也更證實），大家可能是想幫助「能力還不足的人」，希望課綱照顧這群人。可是一旦「負面表列」下來，就像我剛才說的，東西簡單一點，很多人都「會了」。但「會了」的定義，真的要釐清。

我這次是幫大考中心（因數學學科中心希望大考中心讓高中教師知道命題要注意什麼），看了幾位高中教師的題目——不知是否刻意——標題寫「學測數學」，仍有計算機題。看到一題log函數，問值是多少。這題若不用計算機，其實很好。兩個點是很明顯的對數值，目標點用log的遞增性就能判別選項對錯，但用計算機，學生按一下就好了。我就問教師：「這題爲什麼要計算機？」教師回答：「他們用計算機就會這題。」我很訝異，因爲用計算機只是輸入數字看到答案，學生真的就「會」log的遞增性嗎？會不會其實只是「猜到」答案？我就不知道他「會」這題。所以我覺得高中教師端（也如林福來教授所說），在訓練上，對「學生會不會」的判準，應該要商榷。這也連到我後面本來要講的「考試與數學學習」的問題。我們現在比較多是口號式的，比如說強調「數學素養」。我覺得用「重視」較好，不要講「強調」，而且「重視」不是全部。可是現在教師關心的是「素養題」，擔心今年出的素養題都不會。這有點走偏。我的理解裡，素養比較像「成熟度」，你成熟度夠，自然能操作工具。我從來沒有去學怎麼按計算機，但我知道它背

後的數學是什麼很容易就會了。很多數學軟體我們也不會去補習班學，而是因為成熟度夠，就能自己掌握。

林福來教授提到《十二年國教課綱》談計算機，我和潘教授看了，其實在 95 暫綱就談到計算機了，99 課綱也有，而且還不錯。談函數時強調用「程式」去理解函數圖形，我覺得比《十二年國教課綱》更好。《十二年國教課綱》強調「按幾個點把圖畫出來」，這不可能，尤其極限，你不可能靠幾個點看出趨勢，極限值也不一定是整數。《十二年國教課綱》確實有較多「計算機」的條目，但主要是把以前課綱的「螺旋式教學」拆成更多條目，差別在教師有沒有跟著課綱在教學上落實。說實話，我看過幾位高中教師的教學情況，現在他們反而不太用計算機了。除了潘教授提到的小數問題之外，輸入也很複雜（我們一直強調，用計算機要把整個式子一次輸入，不然一段一段算，誤差會比較大，學生好像有這個概念）。但輸入複雜（除、加、減交錯），反而在網路上很多程式「看什麼就輸入什麼」，平方、加減都沒問題。

所以我要說的是，計算機可能會像算盤一樣。是不是還要「跟著別人」？其實我覺得我們不是要跟，而是要走在前面。很多國家可能真的如林碧珍教授說的，現在重點是 AI、AI 幫助教學。那到底要不要這麼強調計算機，它的必要性好像沒有那麼高。可能 5 年以後，計算機真的像算盤一樣。

AI 時代下的數學課綱藍圖

許慧玉：其實從數學教育的觀點來看，剛剛幾位教授提出了許多值得深思的觀點。比如，林碧珍教授提到 AI；林福來教授提醒，在 3 次數學課程改革的脈絡下，有一些重要的面向需要持續關注；潘戎衍教授則是從大學端的角度指出，目前《十二年國教課綱》在高中階段可能面臨的隱憂與挑戰；李華介教授也從大考中心的評量觀點，以及從大學數學往下延伸的視角，談到現行課程在素養與能力培養上仍有不足之處。

我想大家應該都同意，雖然現行課綱中提到的核心概念是「計算機」，但若從未來世代的需求來看，計算機可能只是其中一個小小的部分。那麼，數學課綱中對人工智慧與科技的定位究竟是什麼？相關的數位工具應該如何被運用？教師是否具備運用這些工具的能力？這些問題其實都可以作為很好的切入點，也正是這次論壇希望能夠蒐集意見並加以回應的核心議題。

接下來我們需要思考的是，下一代的數學課綱，是否仍要將焦點放在「計算機」上？或是應該更前瞻地，從人才培育的角度出發，來定位屬於 AI 世代的數學課綱？進一步地說，我們不僅要把 AI 視為一項工具，更要思考，在 AI 世代，我們要培養的是能夠與 AI 共處、互動、甚至競爭的國家人才。那麼，十二年國民基礎教育中所學的數學，是否能成為學生銜接大學專業素養的重要基礎？是否能幫助他們未來在各專業領域中運用以數學為核心的跨領域知識？這些，都是我們當前急需要討論與思考的方向。

AI 時代下數學課程發展需要關注的議題

林碧珍：我們在未來的這一波的課程改革，目前是繼續沿用，《十二年國教課綱》都朝向世界潮流趨勢，如正確使用工具的素養。在國中、高中比較強調計算機，可是對於在小學，雖然可以在教室使用計算機，可是教師們都還是強調讓學生瞭解計算過程的意義。所以，未來的課程可能不是只有使用計算機，而且要使用 AI，比如說剛剛教授們提到有比較難的一些數學的內容，如數學課程 A 或 B，對於有一些學生學不來，未來在 AI、網路都可以找到學習的資源。學習資源不一定是影片形式，也可以是和 AI 對話。我看過一支影片，是在介紹一個國中生如何透過 AI 協助學習畢氏定理的直角三角形，國中生就跟 AI 實際對話，就如同家教一樣。所以剛剛談到有些比較難的課程內容，如果在 AI 時代，學生可以依據自己的程度，去找適合的學習資源。《十二年國教課綱》的

六標，在過去 6 年中，國民教育中央輔導團或是現場教師其實都著墨很多，提供適性學習的機會在 AI 時代一定會很普遍。過去教育部提倡在家自學，在 AI 時代確實能做到。只是我們關注的是與人互動的情意和合作學習，又是 AI 時代下另外需要關注的議題。未來 AI 時代，學生要能主動去解決問題，那就要對這個世界存有好奇心，基於此，在未來的數學課裡面，如何培養孩子的好奇心，就是一個重要的課題。

我前面談的未來學生需要培養提問問題的能力，如果對周遭的世界抱持好奇心，又或教師提供主題式或以計畫為本（project-based）的學習內容，比較能提供機會讓學生提問問題，有疑問時學生就會主動去找答案，在數學課養成習慣，學生在使用 AI 時候，就比較會下正確的指令。有關數學內容，高中數學或是國中，即使是小學，有一些內容是可以刪減，有些比如說 3 年級處理三位數除以除數是一位數、4 年級處理除數是兩位數或三位數，過去非 AI 時代，雖然我主張需要瞭解算式背後的意義，而且從解題過程中培養學生的數學溝通和推理等思考能力。可是當 AI 時代來臨時，學生知道算則位值的意義以後，還需要切得這麼細，需要分散在兩年的時間來學習多位數的除法算則嗎？我們是否可以考慮刪除一些繁瑣類似的數學內容？不管是在小學、中學或是高中階段，孩子學習的廣度愈廣或是深度愈深，當然是愈好，可是在有限的教學時間之內，我們是不是可以盤點一下，哪些內容是我們可以刪除，讓 AI 來協助。

課綱的學習工具

林福來：AI 今天是主角，也會是未來課程裡真正的主角。在這裡，我想接著談一下。最近 10 幾年，我主要的著力點都在國中這一塊，陪著教師們一起學習、成長。現在有一個很簡單的觀點：數學學習，不管是從教師的角度還是學生的角度來看，第一步一定是「瞭解」。瞭解的過程有很多層次，很多人認為「瞭解」就是計算。很多學習也確實依賴計

算進行瞭解，但我們不能只停留在計算，一定要把「計算」引導到「推理」，再進一步進入「思考技能」，才能發展素養。這大概就是我們現在感覺，小學到高中的數學學習，要帶給學生的整體學習發展歷程。而素養教育要面對的，基本上就是各種不同情境下的問題。所以一個基本的學習方式，就是 PBL (problem-based learning)。當 PBL 遇上 AI，就變成「PBL × AI」——也就是人機協力解決問題。這可能會是未來最基本的學習方式，可以從小學很早開始推動。在人機協力的過程裡，「提問」很重要。你要先會提問，才有辦法得到 AI 的幫助。你要知道該餵什麼資料，再問什麼問題，才可能得到好的回應。換句話說，AI 是一個有點智慧、能陪伴我們學習的工具，可以是伴學的助教，不再像過去的工具那樣只是被動使用。這確實值得我們重視。

剛才潘教授談到，如果過度強調計算機，它確實在分數計算、不等式推理上會有問題。但計算機也可以用來發展概念。比如我們拍過一些教學影片，當學生摸索瞭解計算機上根號鍵的運算意義後，國中生主動用計算機在根號運算下被其接受的數字（即非負的數），發現「不管輸入什麼，連續按根號鍵，最後都會趨近於 1」，學生馬上就察覺了一個相關的規律。這其實展現了計算機在「概念發展、規律發現」上的功能，而不是只用來做技術性的計算而已。這一點功能，可能需要更多的凸顯研發相關學習活動。當然，我也同意李教授剛才的觀察，他在改考卷時能直接感受到學生程度的變化，甚至從錯誤的類型就能看出一般學生的學習問題。這是很重要的質性經驗。但我想，我們還是要更寬廣來看學生的學習表現，教育政策不能只看單一面向，就下決定。

以我個人來說，《十二年國教課綱》的高中課綱部分我沒有直接參與當規劃者，只是擔任外部的發展或諮詢委員，提供一些建議。比如說，我當時建議，國中的幾何內容，可以根據證明推理的發展路徑，國一學直觀的幾何，國二可以進到計算推理幾何，國三再進入演繹證明的幾何，這樣可以有清楚的進階層次。計算證明通常比演繹證明簡單、具象、容易學習，如此規劃讓學生學習會比較順利。

素養教育思潮的數學定位

假設我們未來要推 AI 課綱，就要想清楚整個進階路徑。我聽說韓國只花了 2 年，就已經出版並推廣 AI 數學教科書，這很厲害。臺灣現在也有一些獨立教案在做，但如果真的要全面推動，就必須設計人機協力的學習模式：學生要會提問、會餵資料、會批判思考，最後才能得到有意義的回應。AI 的進步很快。原先 AI 解錯的問題，過一陣子再試，可能就會、就正確了。這就顯示改變的速度非常快，我們也要會跟上。因此，課綱的定位就變得更重要。數學在教育裡的地位是什麼？我們很幸運，數學一向是主考科目，但假如有一天不再是主考科，那它的定位又是什麼？在國民教育階段，我們到底要讓數學帶給學生什麼？我們現在把它統稱為「素養」。素養之下，經濟合作暨發展組織（Organisation for Economic Co-operation and Development, OECD）提出「思考技能」的結構，教育上就要進一步設計教學與學習方式，讓這些技能能夠落實。這不只是數學，其他領域也可以發展相同的思考技能。現在社會科學領域也在往這個方向推動，我最近就要去審查他們的計畫。所以數學課綱不只是數學本身的事情，它也關係到一個人在國民教育階段、在終身學習上的基礎。素養是總稱，底下可以具體落實為「思考技能」。數學既能支持自身發展，也能提供跨領域的發展機會。從這個高度再來討論，要刪什麼、要加什麼才會比較合理。當然，這是一個龐大而繁重的工程，要改變教師的教學習慣很不容易，所以必須要有足夠強的說服過程。

以函數、坐標空間、機率決策為軸心的螺旋式教學

潘戎衍：傳統上來講，教育學者會覺得，數學學者在談課綱的時候總是希望放很多東西進來，學生學得愈多愈好，但是其實也未必是這樣子。其實雖然我個人覺得《十二年國教課綱》有些東西應該談，或是做一些限制，但也不代表《十二年國教課綱》裡面的東西都一定需要。其實裡

面有一些內容，不見得需要放。有一個很明顯的例子，就是插值多項式。這個其實從 99 課綱就開始有了，當時由臺大數學系陳宜良教授主導。我印象中，他要把插值多項式加進來的時候，不少人持保留態度，但陳教授還是把它放進課綱裡面。因為插值多項式，就我們來看，其實只是某些特定的技巧，並不是基本的數學原理。因為大致來說，傳統處理的方法，用聯立方程組就可以解決，不一定需要用到插值多項式。後來 99 課綱基本上是拿掉了插值多項式，但又不敢完全拿掉，就在備註裡面提到，學聯立方程組時可以用插值多項式來補充。我個人覺得，連這樣都不需要，高中其實沒有必要談插值多項式。也就是說，從數學教授的觀點來看，《十二年國教課綱》還是有一些內容不一定需要存在，比如積分的一些技巧，也不見得必要。

另外，《十二年國教課綱》所強調的「螺旋式教學」。我個人是非常贊同螺旋式教學的。螺旋式教學的概念，就像一條螺旋線，有一個軸的方向，大家圍繞這個軸，一直往上環繞，最終有一個主要目標。這表示一個題材會一再出現，不會說學一次就結束，之後 3 年都不再碰。這個理念我很贊同。但是我覺得《十二年國教課綱》裡螺旋式教學的使用並不算成功。原因是它把高中數學一些比較大的題材切成幾塊，高一學一塊，高二學一塊，高三再學一塊。第一個問題就是「分塊」並不是螺旋式教學的本質。螺旋的重點應該是「有一個主軸方向」。分塊的問題，如「指數對數」，高一學一點點，稍微介紹對數的概念，連結一下指數，然後就停了，對數律則要到高二才教。對數如果只停在定義，沒有對數律，學生對這個函數的感覺就不完整。等到高二要學對數律時，教師還得再從對數的定義重新教起。所以有些高中教師就抱怨，這樣教學時間花得太多，因為要花很多時間複習。所以我覺得像指數函數、對數函數，並不一定要一次教完，但也沒有必要切割成高一、高二、高三。三角函數也有類似的情況，機率也是一樣。結果就是，課綱設計者對「螺旋式」的分段有點過度執著，導致題材切得太細。當然，螺旋式教學並不是容易的事。但我認為未來應該更清楚地對應到學生需求。以數 A 的學生為

例，他們在大學幾乎一定會學微積分，也很大機率會學機率統計，甚至基本的線性代數。這3門課基本上界定了「中度或高度數學需求」學生的能力需求。即使在AI時代，我們也不能因為AI的存在就覺得可以學更少。也許有些細節可以不必學，但某些內容反而要學得更多，才能理解AI，或有效使用AI。

以微積分來說，最重要的概念就是「函數」。整門課不論微分還是積分，都在處理函數。從最簡單的單變數實數值函數，到單變數的極限值函數，再到多變數實數值函數、多變數的極限值函數，核心還是「函數」。但《十二年國教課綱》的安排是高一介紹一次函數、二次函數，高二有一點三角函數，到高三才正式介紹抽象的函數概念。問題是，高三的學習情境往往很困難，學生其實很難好好掌握。結果學生對函數概念普遍偏弱，高一只知道一次函數的形式，高二學到一些三角函數，但整個「函數」的抽象概念不足。其實函數概念應該是螺旋式教學中最重要的一個主軸。另一個主軸是「座標空間與向量空間」的概念。高一學平面直線或圓，高二學三度空間，然後再談直線、平面。這一部分，我要肯定《十二年國教課綱》，它比之前更重視向量空間的觀點，也就是線性代數的基礎。未來可以更強化，從二維到三維，從單純解方程式，提升到空間結構的理解。

最後是「機率與決策」。日常生活中，我們常常要做判斷與決策。數學上，極大值極小值，就是一種幫助決策的方式。當牽涉到隨機現象時，決策往往依賴事件發生的機率大小，或期望值的高低。統計就是幫助蒐集資訊，支持我們做出判斷。這樣的主軸，也能成為螺旋式教學的一部分，讓數學與現實需求更貼近。所以說，螺旋式教學不應該是把主題分割得很細，而是應該抓住核心主軸，不斷回扣、深化。我覺得未來在這方面還有很多可以改進的空間。

數學能提升國力，就應重視中堅分子整體能力； 而不是將數學普及化

李華介：我想回應林碧珍教授的說法，就是我們並沒有說數學要變難。我剛才也提到，其實《十二年國教課綱》潘教授已經講很多了，我只是想說內容基本上是可以的，但是有一些細節被限制了。我比較希望看到的是「整體國力的提升」。現在給我的感覺並不是這樣，反而讓大家覺得課綱的想法就是「數學沒有那麼難，你們也能學數學」，有點這樣的感覺。但我本身是希望它能夠銜接到大學的課程。簡單來講，我比較希望課綱能支持人才培養，而不是只是降低標準。因為我們國家的人才培養，可能沒有辦法只聚焦在最頂尖、最天才型的學生，畢竟人口數比不過其他國家。但我認為，我們從以前到現在，數學學習的整體價值與內容，其實是足以支撐我們的國力提升，而不是透過削減或限制。問題是，課綱常常在某些主題上「只停在這裡」，再深入一點就不行了。可是數學的學習過程，往往是你在進一步學下一個東西時，才會真正理解前一個東西，而不是突然停在一個位置。就像潘教授說的，學 \log 卻不知道對數律、指數律的性質，那我們學對數幹嘛？對數的精神就是把複雜的乘法簡化為加法。如果只介紹符號，學生就無法真正理解。所以我覺得課綱不應該有這麼多限制。當然這不是否定「平等」的意義，但所謂的平等，不應該是壓低標準，甚至讓本來可以發展的學生變得不平等。尤其在談「多元」的現在，我們更應該幫學生想一想。因為他們有太多訊息要接收，他們很可能就是「教師教什麼，我會了就好」，不會再多想。如果再加上課綱的限制，就會出現一些問題。比如說，以前在大考中心，考完後會找高中教師談當年學測題。以前聽到的意見，大多是「題目太難」，而且通常來自一些社區型的高中或補習班教師，但現在卻不同了。今年我們聽到的，連前面志願學校的教師都說題目太難，這對我來說很奇怪。《十二年國教課綱》後，本來以為不會再有這種抱怨，結

果事實上還是一樣，甚至有「超綱」的說法。有前面志願高中教師提到一件事，他說《十二年國教課綱》不談「除法分離係數」，結果建國中學的教師發現，學生操作多項式的效率變差了。他說自己出了一些多項式的題目，其他教師問他「會不會太簡單」，結果學生做得很慢，甚至沒做完。他只好回報給大考中心說「學生程度變差了，不要出太難」。這在以前的建中幾乎不可能出現，因為以前這些學校總是希望題目難一點，學生都能展現實力。這次我也聽到前面志願學校的教師提到，《十二年國教課綱》給的印象是「只要大致知道函數長什麼樣子就好」，所以現在為什麼還要確實知道它的形狀？但事實上課綱從來沒有寫過這句話。為什麼他們會有這種印象？很可能是課綱相關教師在外面說了一些課綱以外的話，讓教師們誤解了。我的意思是，現在教師們好像能接受學生程度下降的事實，甚至也會說「國中沒有銜接上來，高中就不要出那麼難好不好？」這種狀況讓我更擔憂。因為教師們不是在想「怎麼提升」，而是在要求「不要太難」。

接下來我想談的是，我們是不是有太多口號？比如「多元」、「素養」、「同理心」等。當然這些很重要，但學生本來就已經有很多多元的資訊，為什麼我們還要加更多？數學的思維和其他領域不同，數學的特點就是要簡單、要專注，在一個問題上好好解決。太多口號、太多資訊，反而干擾了數學的本質。就像考招制度。高三學生要準備學測，同時還要學比較深的數學內容（如微積分）。我自己回想起當學生時，覺得根本不可能同時掌握這兩件事。考試是最重要的，我一定會專注在考試，所以高三的學習常常被犧牲。我在審查申請師大數學系學生資料時也發現，高一、高二的數學成績可以有 80、90 分，但高三就一大堆不及格。因為他們把心力放在學測準備上。所以問題是，我們有沒有真正設身處地想過：學生在考試的同時，還能不能繼續學新東西？如果考招制度不改變，那課綱是不是也要注意這一塊？能不能讓高三的學習更有效？就像潘教授說的，如果能更整合，高三在學習新東西的同時，也能把高一、高二的內容複習回來，這樣可能會比較好。

人才培育導向的數學課程綱要

許慧玉：每位教授都提出了非常關鍵且具有啟發性的意見。從數學教育與大學入學考試的雙重觀點來看，這些意見其實都指向同一個核心——也就是「以人才培育為導向」的數學課程綱要。剛才李華介教授也提到，「齊頭式平等」並不是數學教育應該追求的目標。數學教育真正希望達成的，是在人才培育的脈絡下，能根據不同學生的需求，提供多元且適切的支持。

在這樣的基礎上，接下來的第三輪討論可能還會有更多回應與延伸。我想，目前數學教育界已經提出了許多值得深思的方向：例如，林福來教授談到如何借鏡 OECD 的理念，協助學生更全面地建構能力；林碧珍教授則提出，在 AI 世代下，我們應重新思考 AI 在數學教育中的定位；而潘戎衍教授與李華介教授則從學生的角度出發，思考高中階段應如何讓學生的數學學習更紮實、更具系統性。

因此，若各位教授在這些議題上還有進一步的想法，我們會在第三輪討論中，提供更多的發言時間與交流空間。

AI 時代的數學教育是變得更個性化、互動化和全球化

林碧珍：剛剛討論的，不管是在學習內容，或者是學生能力的培養，未來數學課程的發展，如果以小學教育，是要培養小學生去適應未來 20 年後的社會。在這樣的情況下，今天我談論的立場是定位在 AI 時代下的數學課程發展。不管在科技或者是工具的革新，AI 時代對我們數學教育的理念、方法還有目標，都可能會產生很大的影響，需做轉型與改變。以課程目標而言，最重要的是要培養學生去面對複雜的現實社會，需具有批判性思維，比如說 AI 產生的數學解答，可能是錯誤的，學生要有能力去偵錯，就需要批判性思維、創新以及跨學科能力。如果我們在小學階

段有這樣的跨學科、跨文化的合作能力，未來在國高中，學生就能往 π 型人才發展。以學習的觀點，學生不只是知識的接收者，需要是積極的探索者及提問者。我今天特別強調提問能力，用 AI 就是要下對指令。許多數學問題或生活問題，AI 都可以幫我們解決，在 AI 時代，解決問題的重要性，似乎不如提問問題的那麼重要。另外 AI 和科技的輔助，數學教育變得是個性化、互動化且全球化，幫助學生適應未來社會的需求。

課綱領域的時數分配爭議

林福來：我想就我在提綱的部分，已談了一些每一次課綱在制定時比較有爭議性的議題，現在簡單回應一下。第一個大概就是大家在爭取的上課時數問題，3 個時期的情況其實很不一樣。1970 年代的時候，一點問題都沒有，你訂多少就是多少，它很重要就很重要。到了九年一貫的時候，曹亮吉參與各個學科領域的上位委員會，所以他在互動底下就認為數學的時數確實可以稍微降低，所以那時候的數學時數有減少了一點。到了《十二年國教課綱》時則是大幅下降，尤其在高中階段。因為他們希望抓出一些額外的時間做跨領域學習。做法是，自原來課綱的必修時數只保留四分之三，另外的四分之一做為跨領域學習。問題是數學科，我們原本的分流都是「必選」，也就是雖然高三分流，但數學甲或數學乙一定要選一種，所以每一位高三學生都要學數學，必修數學；但是課綱文件上卻寫成「選修」。這樣一來，在計算總時數時，這些就被視為選修而刪掉了。我們怎麼爭取都沒有用。我甚至還碰過一個課發委員跟我說：「不然你告訴我，一般學生學習三角函數有什麼用？」這樣的問題讓我非常震驚。因為在臺灣，你若是以學科角度去爭取時數，往往會被其他人數較多的領域擋下來。後來的時數分配只好拿其他國家來比：小學、國中數學各國有多少。像德國，小學每天都有數學課，一週 5 小時，因為他們把數學定位為生活與社會最基礎的工具；臺灣就不是這樣，我們沒有最核心目標的學習定位，科目規劃發散掉了。

金融數學該入綱嗎？

第二個爭議是數學單元的增刪與簡化。這裡我也呼應一下潘教授剛才的說法，他提到高中階段應該有 3 條主線：一是以函數為核心的微積分，一是以向量空間為核心的線性代數，還有一條是「機率決策」。我覺得這三條線非常重要。我自己一直強調，機率決策特別符合素養教育的精神。舉例來說，我國曾被邀請參加國際的金融數學評比，但我想我們臺灣不敢參加，因為我們根本沒有這樣的課程。金融數學在高中幾乎不存在，頂多在公民課裡隨便提一下。所以如果能把金融數學納入機率決策這條主線，學生會更有感。再來談「螺旋式教學」。螺旋式的重點應該是「連續性」，而不是區塊切割。但《十二年國教課綱》在切割大題材時，往往變成「分塊」而不是「螺旋」。這樣的分割反而打斷了學習銜接。其實螺旋課程也跟高中教師的教學習慣相反。高中教師的習慣是「一個單元教到底」，所有相關問題都集中在該單元處理完。所以課綱制定時，如何協調教師的教學習慣，也就是關鍵的問題。

課綱再修訂的注意事項

基本的學習方式，我剛剛提過，PBL × AI 可能會是未來的重要方向。也就是把學習定位為「人機協力解決問題」的過程。工具的強化確實很重要，但不應只看成計算技術的輔助，而是要看到它在概念建構、規律發現等方面的功能。另外，大家也都提到「考試領導教學」的平衡。課綱在寫的時候，常常會有「負面表列」，這其實是一種折衷。因為過去有些教師在單元裡出很多「刁鑽題」，讓學生吃不消，家長、社會反應大，所以課綱才被迫加上「哪些不教」。這樣的負面表列當然不好，因為全民課綱應該讓教師有深入發展的空間，而不是卡死在技術細節上，這部分未來應該要調整。

最後，我想強調，教師才是實踐課綱最重要的人。但現在臺灣的教

科書市場，其實比較難寄望多元，因為市場導向是「教師最容易教的版本」。結果大家都集中到單一化，而不是根據不同學生需求有不同取材方向。也因此，我認為課綱發展應該和教師培訓同步進行，而不是等課綱推出後才倉促宣導。否則最後可能只有極少數教師真正理解，大部分教師依舊沒有參與，這對教材與教學的發展都不利。

因應 AI 時代，期望新課綱盡速啓動

潘戎衍：現在很強調的 AI 和數學教育的結合，回應一下，高中數學課綱，有哪些內容可以和 AI 建立一些關聯。上次于靖教授也有提到，其實在電腦科學裡，雖然高中數學內容不可能大幅改變，但某些部分確實和電腦科學比較有關，特別是「演算法」。我稍微看了一下，高中數學裡比較相關的題材，第一個就是「數學歸納法」。這個以前在高中課綱裡有，後來被拿掉放到附錄。原因大概是因為教學現場太過注重形式，教師常常要求學生把格式背下來，照樣寫。但如果能好好教，數學歸納法的精神其實很重要，它基本上就是演算法背後的核心架構：從這一步推到下一步。怎麼教、怎麼實踐當然不容易，但這或許是值得思考的。另外是「輾轉相除法」，以前也在課綱裡，但後來被拿掉。因為 99 課綱和《十二年國教課綱》的主導教授多偏向應用數學，所以跟數論相關的部分大多被弱化。某些弱化我能理解，但輾轉相除法的重要性其實不是算出最大公因數，而是它提供了一個電腦可以執行的演算法架構。這個未來是不是能考慮納入，也值得討論。還有「牛頓切割法」，這在現行課綱裡其實還在，這個方法也跟演算法相關，是可以延伸思考的題材。我覺得數學教學裡很困難的地方是「估計、估算能力」。目前高中數學太強調精確答案，總是要算到正確數值。但「估計」其實很難教。《十二年國教課綱》其實有注意到，比如在講三次函數圖形時，提到「圖形的大域（global）特徵由最高次項決定，而局部（local）則近似一條直線」，

這其實是估算的概念。不過課綱的表述不是很理想，語詞有些問題。但我仍覺得「估算」應該被納入，只是要找到好的教法。

最後要談「分析」與「計算」。我覺得《十二年國教課綱》對「計算」的理解太狹隘，侷限在「按計算機算出一個正確數字」。但廣義的「計算」應該包含演算法、步驟推演，乃至數學推理的整個架構。如何強化學生的「分析能力」，而不是只要精確答案，這是我認為應該努力的方向。這也連結到「離散數學」或「組合數學」。過去這部分在高中教得很差，通常只是大量公式、題型套公式。雖然最近情況有改善，比如「分類討論」、「樹狀圖」，這些其實是比較好的分析與思考方式。也就是說，計算一個東西時，透過分類、分情況處理，再去計算，這樣的方式才符合我們期待的方向，而不是背公式、套公式。最後，目前《十二年國教課綱》看起來因為教育政策的關係，暫時停滯在那裡。但我認為它的確存在不少問題，希望未來新課綱可以是一個「重新啟動、重新思考」的機會。

素養真能考得出來？太多口號限縮了學習導向 反而與素養、多元相違背且忽略了核心內容

李華介：我補充一下林福來教授剛才提到的部分，因為他講話有時候比較含蓄，所以我想再展開說明。這裡談到幾個課綱爭議性的地方，其中一個就是「單元的設計」。以前很多人會覺得，課綱的總召或主要負責人是誰，他就會特別重視自己研究的主題。可是我覺得這應該要摒除了，不要因為顧慮到某個領域的平衡，就硬是要塞進一些內容。因為現在學生的訊息量已經太大了，他們沒有辦法再承受太多額外的東西，注重核心就好。我舉一個例子，我很清楚記得，那時候我到國立編譯館幫忙審書，應該是 95 課綱，但我忘了是哪一個版本。當時有一個單元，是陳宏教授提議的「統計上的抽樣調查」。現在其實很常見，如信賴區

間、民調數據等，他的想法其實很好，因為讓學生認識這些名詞，確實能呼應社會實際需求。可是問題出在「考試」，一旦進到考試場域，就和原本的教學目標完全不同了。因為抽樣調查背後牽涉的數學很多，一旦出題就很難處理。我記得有一年考出來的題目，答案選項裡居然沒有人有把握哪個是正確答案。最後只好請陳宏教授出來解釋，因為他最熟，他怎麼說大家就只能接受，結果反而造成了困擾，讓陳宏教授最後決定下一次課綱把這個單元刪掉。理由是：他覺得反而造成學習上的困擾，那乾脆不要放。

其實《十二年國教課綱》有很多素養有關的內容，談到「數學之美」，舉例去介紹單點透視法。昨天我剛好碰到一位美術教師，我就跟他說：「單點透視法其實跟數學有關喔！」他馬上回我：「哪有？」因為他們學透視法就是靠經驗，知道怎麼畫，線條拉一拉，整個透視圖就出來了。他覺得這有什麼數學？我就笑著說：「要是真的用數學的方法，你大概就不會了。」這讓我想到音樂的例子。我自己很喜歡音樂，但不是從小就學。我是到高中才開始喜歡大提琴，後來才去學。雖然我自認拉得還不錯，但讀譜能力一直比不上那些從小學音樂的同學。因為我看五線譜時，其實是靠數學在幫我轉譯。比如說，五線譜有很多位置，我會去數它的高度；再加上有八度音階，我常常是用數字的方式去推。遇到幾分音符、一拍、四分之一拍，我也會用分數去計算它代表的長度。對我來說，讀譜其實是靠數學換算出來的。可是那些從小學音樂的同學完全不需要數學，他們自然而然就能理解。

所以有時候，當你太依靠數學去處理藝術，反而就不美了。像在幾次大考裡，學生考得最差的題目，往往就是單點透視法。這也讓我不太相信，學生會因為這些考試而覺得「數學很美」。相反地，他們可能因此覺得一輩子「數學不美」。所以我想強調的是：課綱在這部分，如果我們談「素養」，素養應該更多來自於教學現場。讓學生在有了一定的成熟度之後，再去體會所謂的美。否則，一旦把這些題材硬放進考試裡，結果可能就背離了我們原來的美意。

結語

許慧玉：今天的論壇可說是圓滿而成功地落幕。首先，四位教授從「數學教育」及「數學學科本質」兩個面向，深入檢視了現行十二年國教數學課程綱要。除了會將今天的討論成果整理成專刊報導外，與會學者也共同呼籲，臺灣的數學課程綱要應啟動「微調」機制，針對目前在數學教育現場觀察到的各種現象，提出具體而可行的調整策略。其次，四位教授也形成了一項共識——那就是「數學教育與數位教育整合」已成爲不可逆轉的趨勢。同時，我們也意識到，在 AI 世代的背景下，整體的人才培育思維必須要隨之轉變。AI 的出現，不僅推動了數位教育的思維革新，也促使我們重新檢視數學教育的核心價值。正如潘戎衍教授所提到的，未來 AI 人才的培育，是否更應強調演算法、函數，甚至微積分等核心概念？這些內容如何在課程中被更清楚地銜接與整合，形成連貫的學習脈絡，以促進人才的長期發展，的確是值得我們持續深思的議題。

林福來教授剛才也爲我們摘述了幾個重點，這些內容未來將成爲專刊中整體討論的主要架構，面對充滿挑戰的 AI 世代，我們其實正一步步朝這個方向前進。就像剛剛提到的，韓國已率先推出 AI 導向的數位教科書，顯示這的確是國際趨勢。雖然臺灣在政策推動上仍有多方考量，但從學界的角度出發，我們以清楚勾勒出臺灣數學課程綱要的重要發展方向，而這也正是本次論壇所希望達成的目標。

參考文獻

彭杏珠 (2025, 4月)。產學界吶喊高教隱憂！喊出臺灣高科技危機。遠見雜誌，466，142-157。

[Peng, X.-Z. (2025, April). Academia, industry warn: Higher education woes threaten Taiwan's high-tech future. *Global Views Monthly*, 466, 142-157.]

論壇

數學素養的理論與教學實踐

| 張鎮華

壹、重視核心素養的十二年國教課程綱要

這一輪中小學教學推動的是素養導向的課程綱要。2014 年《十二年國民基本教育課程綱要總綱》(以下簡稱《總綱》)為落實十二年國民教育課程的理念與目標,倡導以「核心素養」為課程發展的主軸。根據其解釋,核心素養指的是一個人為適應現在生活及未來挑戰,所應具備的知識、能力與態度;它承續過去課程綱要的「基本能力」、「核心能力」與「學科知識」,但涵蓋更寬廣和豐富的教育內涵,不再以學科知識作為學習的唯一範疇,而是關照學習者可將所學整合運用於「生活情境」,強調其在生活中能夠實踐力行的特質。《總綱》論述的核心素養分為三大面向,再細分為九大項目,作為各領域的引導。數學領域依此指引,分別在國小、國中、高中 3 個學習階段,寫出數學領域的核心素養,共有 27 條具體內涵(十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校——數學領域【十二年國教數學課綱】(2018))。

在研修《總綱》之前,2013 年曾志朗院士主持「國民素養」研究計畫,其中數學領域的部分由李國偉主持,李國偉等人(2014,頁 5)對數學素養的定義是:

個人的數學能力與態度，使其在學習、生活與職業生涯的情境脈絡中面臨問題時，能辨識問題與數學的關聯，從而根據數學知識、運用數學技能、並藉由適當工具與資訊，去描述、模擬、解釋與預測各種現象，發揮數學思維方式的特長，做出理性反思與判斷，並在解決問題的歷程中，能有效與他人溝通觀點。

這個解釋把數學素養分為四個重點：學科知識，應用於學習、生活與職業生涯，正確使用工具，有效與他人溝通。這個說法與《總綱》不謀而合。

早在 1968 年，水心就提到：「由於數學知識本身之急遽增加，因而對於現代公民應有的素養，提出了比以前更大的要求」（引自單維彰，2018，頁 5）。素養指的是數學知識，這是在回應當時社會轉變的需求。1983 年《高級中學課程標準》昭示，高中數學課程有三方面的目標：素養方面、訓練方面、應用方面，其中素養被解釋為「瞭解數學的一般內容、方法與意義」，重點還是數學學科知識；這種說法和美國的數學課程綱要（Common Core State Standards for Mathematics）類似，但是後者不談素養這個字眼，他們重視觀念（concept）、技能（skill）、應用（application），只有觀念紮實、技能流暢之下，才談得上應用。

《總綱》對素養的解釋與 PISA 強調應用的說法類似，所以許多人都用 PISA 的說法詮釋數學素養（一些數學教科書所標示的素養題其實是有情境的應用題），導致過度強調應用，常常忽略應用之前要有紮實的數學觀念與流暢的技能。事實上，根據個人這十年來參與課綱研修與宣導的經驗，過去臺灣數學教學的困難，常常是因為考試，教導過多數學知識內容（其中有些是不重要的或是太高級而困難的），訓練太多複雜的計算，導致學生普遍害怕數學。教師們應該思考的是，如何教導學生紮實的基礎概念，訓練流暢的操作技能，以解決問題，並培養他們正確使用工具的素養，以減輕複雜計算的負擔。

貳、重視基礎核心的數學學科知識

根據個人對於臺灣中小學教學現場的瞭解，教師傳授的數學知識分為三類。第一類是基礎核心的部分（可以稱為素養），這是學習時應該確實掌握的內容。第二類是延伸出來的知識，它們也可能是有用或有趣的，對學習能力夠的人，讓他們多學這些也很好。第三類是過度延伸出來的知識，也許是非常少數做專題研究的人才需要去探究的，也有一些是因為大考試題引發出來的題型，這些是大部分人不需要花功夫去學習的部分；過去讓學生過度負荷的原因之一，就是出現太多這一類的學習內容。下面以一些（非全部）高中數學內容為例，說明如何避免過度延伸的內容。

一、坐標平面上的直線方程式

不管是 2013 年修正《普通高級中學課程綱要》之必修科目「數學」課程綱要（以下簡稱普通高中數學課綱）或是十二年國教數學課綱，都主張：

直線的型式主要談點斜式，其他型式如斜截式、兩點式等不需另立名稱，可在應用時推導。不要讓學生背太多公式，而是要讓他們多練習推演，在反覆推演的練習中，自然會熟悉斜截式與兩點式。（普通高中數學課綱，2013，頁 25）

G-10-2 直線方程式：斜率，其絕對值的意義，點斜式，點與直線之平移，平行線、垂直線的方程式。點到直線的距離，平行線的距離、二元一次不等式。（十二年國教數學課綱，2018，頁 45）

傳統的教學方式，不但教導直線的點斜式，還教導兩點式、斜截式、截距式等。表面上看起來，更多的公式似乎用起來更方便，但仔細分析，這些公式基本上是一樣的精神，只要會了點斜式，其他式子就沒有實際

的需要，因為他們並未提供比點斜式更方便的效果。而多學習這些公式的代價卻是，消耗太多不必要的精力去記憶它們。

學習數學之道在於以簡馭繁，切忌化簡為繁。研究直線方程式，更簡單的做法也許根本不需要記任何公式，重點只是「直線有唯一斜率」。如果知道直線上一點 (a, b) 及直線斜率 m ，則直線上一點 (x, y) 與已知點 (a, b) 寫出斜率 $(y-b)/(x-a)$ ，這個斜率應該是 m ，就得到直線方程式 $(y-b)/(x-a)=m$ ，也可整理為 $y=m(x-a)+b$ 。

回應第一節的論述，在學習主要的基本概念之後，要訓學生練流暢操作符號運算的能力，這樣才能看出原理與變形之間的關係，避免強記許多變形公式的浪費。

二、學習對數只需充分瞭解常用對數

普通高中數學課綱（頁 16）、十二年國教數學課綱（N-10-4、A-11A-4、F-11A-4、F-11B-2）主張「換底公式以換成 10 為底的對數為主，不宜牽涉太過技巧性與不實用的問題」、「純人工化指對數方程式與指對數不等式問題則不宜過度延伸」、「對數定律僅介紹 $\log(xy)=\log x+\log y$ ， $\log(x/y)=\log x-\log y$ ， $\log(x^\alpha)=\alpha \log x$ ，不要列出太多的延伸公式」。傳統的教學涉及的對數公式可以多到十多條，許多教科書／講義，不但是教材的內容，就連評量的題目都出現各種底的對數，增加學生許多不必要的負擔，但對於學習目標卻幫忙不大。

學數學應當瞭解數學史。數學史顯示，對數的主要用途是要把大數化小以利計算，在這樣的目標下，只需要學習以 10 為底的常用對數，這是 Henry Briggs（引自 Merzbach & Boyer, 2011）改進 John Napier 的想法提出來的。Pierre-Simon Laplace 在《天體力學》（*Mécanique Céleste*）中讚美說：「對數，可以縮短計算時間，在實效上等於把天文學家的壽命延長了許多倍。」考慮各種底的指數和對數始於 Euler，他在處理指數／對數的微分時，推導出指數函數 a^x 的微分是 $c_a a^x$ ，其中 c_a

是一個和 a 有關的常數，特別是 $c_e=1$ ，而以 e 為底的自然對數 $\ln x$ 的微分就等於 $1/x$ 。

爲了利用微積分處理問題，只需要考慮自然指數／對數。而不涉及微積分的應用時，就只需要考慮以 10 爲底的常用對數就夠了。太多各種底的對數公式的學習，以及由此衍伸出來的各種考題都是不必要的。

三、學習排列組合的重點在組合數

高中排列組合的定位是爲處理生活中常見的計數問題，並作爲學習古典機率的基礎。十二年國教數學課綱（2018，頁 47，D-10-3）旨在學習基礎的「加法原理、乘法原理、直線排列與組合」，正是針對這種需求而設計。

反觀歷年數學課程標準／綱要，在這一主題的學習內容都只簡單的列出排列、組合，唯獨普通高中數學課綱特別加註，細項包含直線排類、重複排列、組合、重複組合，但不包含環狀排列。早期的課綱雖然只簡單列出排列、組合，但是後續的教學卻包山包海地講授重複排列、重複組合、環狀排列，以及許多刁鑽古怪的難題，有些題型的情境不合常理，有些則是用到太多觀念，都不是基礎素養所需。這樣的學習內容，讓大部分的學生視爲畏途，普通高中數學課綱雖然刻意排除環狀排列，但還是未做到根本的定位。

不只是在日常生活中，縱使是在大學時期、甚至研究階段，排列組合真正需要的核心內容也都只有 D-10-3 的內容。高中時期的學習應以此爲度，避免過度學習。

四、三角比的學習應盡量減少公式的記憶

三角比的學習過去包含 \sin 、 \cos 、 \tan 、 \cot 、 \sec 、 \csc 六個比，相關的公式多如牛毛，學習起來十分辛苦。其實 \cot 、 \sec 、 \csc 只是 \tan 、 \cos 、 \sin 的倒數，不必刻意學習。而許多公式也都可以在使用時，直接由少數的幾個公式取代，避免繁重的公式記憶。在衆多公式裡面，比較需要記住的有複角公式、正弦定理、餘弦定理。

至於像半角公式這樣的式子，縱使不記得，也可以利用複角公式解題。例如，要由 $\cos 30^\circ$ 求 $\sin 15^\circ$ ，如果不記得半角公式，只要利用複角公式，就有

$$\sqrt{3}/2 = \cos 30^\circ = \cos(2 \times 15^\circ) = \cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ = 1 - 2 \sin^2 15^\circ,$$

移項後開方就解出 $\sin 15^\circ$ 。其實，半角公式的需求大部分是分析證明上的需要，真正要求某個三角比的值，只要按一下計算機就可以得到，並不需要化為兩倍角的表示。

事實上，大部分的題目，只要真正瞭解其真意，都可以用最基本的概念來解答。舉例說明：「求滿足 $\overline{AB}:\overline{AC}=2:3$ 及 $\overline{BC}=10$ 的三角形 ABC 最大可能面積。」早期常見的一種解法是利用海龍公式，設 $\overline{AB}=4x$ 、 $\overline{AC}=6x$ ，則由海龍公式就能得到面積是 $5\sqrt{-x^4+26x^2-25}$ ，利用 $(y=x^2)$ 二次式的極值就可得到答案。如果不會海龍公式，也可以用餘弦定理加上面積公式，得到完全一樣的式子，這是因為海龍公式是由餘弦定理加上面積公式推導出來。進一步說，如果你還是國中生，並不會三角比，那也沒關係，利用畢氏定理就可以推出完全一樣的式子，這是因為餘弦定理是由畢氏定理推導出來的。

總結來說，瞭解問題的本質，就可以用最基本的方法完美解題。再度回歸到觀念紮實、技能流暢，勝過強記許多公式。

參、數學教學應培養學生正確使用工具的素養

林福來教授領銜的「數學領域綱要之前導研究」（林福來等人，2013）指出，各國的課程綱要均強調運算的概念性瞭解。這是因為程序性知識的規則時常變來變去，對學生而言沒有感覺，也容易背錯或錯用。若數學強調概念性的瞭解，學生可整合這些程序性知識，瞭解其由來，將使其變得更有意義。最後他們建議：「四則運算的概念性理解，應該利用較小位數運算，在一步驟問題中進行。較大位數的運算，可以允許使用計算機來計算，並能進行合理性的判斷」。

其實，計算機融入教學的建議，由 1993 年《國民小學數學課程標準》起，各版本國、高中數學課程綱要的實施要點裡，也都有使用計算機的建議。但是，20 幾年下來，計算機教學在我國的中小學只有極少數零星執行。究其原因，教科書和教師無暇思考執行細節，再加上全國性大考禁止學生使用計算機，更大大削弱了師生嘗試計算機融入教學的念頭。有鑑於此，十二年國教數學課綱在學習內容的條文中，明列教導計算機按鍵；在實施要點也加強說明教師、學生、教科書、評量使用計算機的注意事項。

計算工具並不侷限在計算機，一開始提倡只是因為其價錢是所有學生負擔得起，而對於數學課程綱要所要求的大部分計算都已經夠用。當學生逐漸習慣使用計算機之後，教師可適時引入更高階的計算工具，如電腦的各種計算軟體 Excel、Desmos、GeoGbra。

一、數學為主、計算工具為輔

使用工具是人類異於其他生物的重要能力。配合數學理論使用計算工具，讓數學發揮更強大的功能。工具不分貴賤，只有正確使用才能達到效用。在數學工具的教學裡，有如下二個根本的理念，是使用工具的正確態度。（一）解題時，只有用盡數學推理，剩下繁雜的計算時，才是計算機進場的時機。（二）計算機的計算結果有一定的誤差，宜用理論推導，減少計算次數，減低誤差的累積。

舉例來說，要計算 $1+2+3+\cdots+496$ 的值，不是拿了計算機就從 1 開始，一個一個加，加了 495 次之後才把答案算出來；正確的方法還是要學會等差級數求和的公式，知道答案是 $496(496+1)/2$ ，接著若有需要再用計算機協助求解。

再以計算梅森質數 2^n-1 為例。對於比較小的 $2^{31}-1$ ，計算機可以直接算出 2147483647。如果要算略大的 $2^{127}-1$ ，計算機可以得到近似值 1.7014118×10^{38} 。但如果要算特別大的 $2^{82589933}-1$ ，按計算機按鍵會得到錯誤訊息，因為這個數已經超過計算機的最大容量 10^{100} ；這時候，數學

就要進場。利用 $2=10\log^2$ 及指數律，得知

$$2^{82589933} - 1 \approx (10^{\log 2})^{82589933} = 10^{82589933 \log 2} \approx 10^{24862047.17} = 10^{0.17} \times 10^{24862047},$$

再用計算機算出 $10^{0.17} \approx 1.5$ 。指數律在此扮演重要的步驟。

再舉一個例子。芮氏規模 M 的地震所釋放出來的能量 $E=10^{11.8+1.5M}$ 。要計算規模為 9.1 的日本大地震所釋放的能量 E_1 ，是規模為 7.3 的集集大地震所釋放的能量 E_2 的幾倍。如果先用公式分別求出 E_1 和 E_2 ，再求其比，不但增加計算量，也因為多次計算累積較多的誤差。比較好的方法還是先利用指數律，將比值化簡到最後才計算其值：

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{10^{11.8+1.5 \times 9.1}}{10^{11.8+1.5 \times 7.3}} = 10^{(11.8+1.5 \times 9.1) - (11.8+1.5 \times 7.3)} = 10^{1.5 \times (9.1-7.3)} = 10^{1.5 \times 1.8} \approx 501。$$

在數學教學中，數學理論永遠優先於工具。要注意的是「數學老師的本業是教導數學理論，不可被工具喧賓奪主。」

二、教學宜隨計算工具做適當調整

最後討論有計算工具可用之後，教學要隨之適當調整。

以計算三角比時轉換象限的公式為例。早期的學習包含許多公式，把 $\sin(\pm\theta)$, $\sin(90^\circ \pm \theta)$, $\sin(180^\circ \pm \theta)$, $\sin(270^\circ \pm \theta)$, $\cos(\pm\theta)$, $\cos(90^\circ \pm \theta)$, $\cos(180^\circ \pm \theta)$, $\cos(270^\circ \pm \theta)$ 等轉換為 $\pm\sin\theta$, $\pm\cos\theta$ 。仔細觀察，其中只有少數幾條公式以後真正常用到，其他的大部分用不到。問題是，為何以前需要學習這許多轉換公式？一個可能的原因是，早期求一般三角比時是靠三角函數值表，而一般的表都只有第一象限角的三角函數值，因此將非第一象限的三角比轉以第一象限的三角比表示，確實有利於查表來求值。可是如今利用計算機，不管是哪一種角度，計算機都能快速地呈現其三角比值，於是大大減低了這些轉換公式的需要，因此我們應該將這方面的教學減到最低。

其他如實務應用的教學時，可以採用真實的數據；數據分析的教學時，可以採用更大量的數據；函數圖形的教學時，可以用 Desmos 等軟體協助觀察圖形長相。計算工具是用來協助數學的，兩者適當結合，帶給人類最有用的幫忙。這是學生們要學到的理念。

參考文獻

十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校——數學領域
(2018)。

[*Curriculum guidelines of 12-year basic education: Mathematics domain for elementary, junior high school and upper secondary school education.* (2018).]

十二年國民基本教育課程綱要總綱 (2014)。

[*Curriculum guidelines of 12-year basic education: General guidelines.* (2014).]

李國偉、黃文璋、楊德清、劉柏宏 (2014)。教育部提升國民素養實施方案——
數學素養研究計畫：數學素養向度建議文。教育部。https://tame.tw/old/
forum.php?mod=attachment&aid=MzQzfDFhMGVINDQ2fDE3NTMwODM0MzN8MHwxNzY%3D

[Lee, K.-W., Huang, W.-C., Yang, T.-C., & Liu, B.-H. (2014). *Recommended dimensions of mathematical literacy: A research report under the Ministry of Education's program for enhancing national literacy.* Ministry of Education. https://tame.tw/old/forum.php?mod=attachment&aid=MzQzfDFhMGVINDQ2fDE3NTMwODM0MzN8MHwxNzY%3D]

林福來、單維彰、李源順、鄭章華 (2013)。十二年國民基本教育數學領域綱
要內容之前導研究報告 (計畫編號：NAER-102-06-A-1-02-03-1-12)。國家教
育研究院。

[Lin, F.-L., Shan, W.-C., Lee, Y.-S., & Cheng, C.-H. (2013). *Preliminary study report on the mathematics curriculum content in the 12-year basic education program* (Project No. NAER-102-06-A-1-02-03-1-12). National Academy for Educational Research.]

高級中學課程標準 (1983)。

[*Curriculum standards in senior high schools.* (1983).]

國民小學課程標準 (1993)。

[*Curriculum standards in elementary schools.* (1993).]

單維彰 (2018)。中學數學教育的半世紀回顧及其啓示。教育研究月刊，294，
4-18。

[Shan, W.-C. (2018). A reflection on the secondary math education for the last half-century. *Journal of Educational Research Monthly*, 294, 4-18.]

普通高級中學課程綱要 (2013)。

[*Curriculum guidelines in senior high schools.* (2013).]

Merzbach, U. C., & Boyer, C. B. (2011). *A history of mathematics* (3rd ed.). John Wiley & Sons.

論壇

對數學素養與十二年國教高中數學課綱的思考與展望*

| 李華介、潘戎衍

壹、前言

以素養為導向的《十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校——數學領域》（十二年國教數學課綱，2018）啓動先導研究計畫已經超過 10 年，正式實施也進入第 6 年，但除了課綱小組持續爭取大考數學考試使用計算機外，外界對數學課綱的意見與檢討似乎並不多見。兩位在大學數學系任教的作者，除了教授大學 1 年級的微積分課程，也長期參與大考中心閱卷相關工作，對於目前全國高中畢業學生數學表現的變化有相對清楚與真實的體驗。在這裡以自身的經驗分享對十二年國教數學課綱與數學素養的一些看法，特別是期望能藉由外部的不同意見，拋磚引玉，激發更多的反思。雖然下一波課綱目前動向未明，但我們期待對十二年國教數學課綱的反思之外，也能對未來課綱的發展提供一些可能的展望。當然作者的學思與能力有限，初步的看法未必成熟，歡迎各種不同意見與指教。

李華介，國立臺灣師範大學數學系特聘教授

潘戎衍，國立清華大學數學系特聘教授，E-mail: sypan@math.nthu.edu.tw

* 本文部分章節改寫自作者之一於 2024 年 11 月 2 日教育部國民及學前教育署高中資訊科技學科中心舉辦之「2024 年高中數學教師教學研討會」的演講內容。

貳、數學素養與課綱

一、數學素養與 PISA 測驗

對於何謂數學素養？大家的認知皆有差異，甚至連一個題目是否為素養題，每個人的觀點也不盡相同。記得在 2017 年學測結束後，大考中心舉辦一場討論數學素養題型的會議。當時中心主任特別提及該年數學試題中關於近期新發現的可鑲嵌平面的凸五邊形的題目。與會一位教授立即提出質疑，認為該題不是素養題，因為考生不必看題目敘述，就可直接作答。確實在考試當下考生不一定需要瞭解何謂五邊形鑲嵌，不過在以後的教學現場，每當老師與學生探討這個題目時，便可探討五邊形鑲嵌這個有關藝術涵養與美感素養的核心素養項目。這不符合 Steen（1990）所提 5 類的數學素養中的休閒素養（numeracy for leisure）與文化素養（cultural numeracy）嗎？也就是說，這個問題一方面關聯到社會大眾在休閒娛樂（如拼圖、遊戲策略、運動賭注等）中所需要的數學素養，另一方面也提供了社會大眾在圖形鑲嵌歷史層面所體會到數學的實用與美感。所以不論該題是否符合大家對素養題目的標準，但從教育的層面來看，它確實能達到核心素養的目的。整體來看，素養指的是多年來累積的個人內涵，實在很難用特定的形式去評量。我們不必太拘泥於哪些是素養題型、哪些不是，而是著重於如何達到培育具有數學素養國民的目的，也就是要如何將合適的數學問題，在教學中轉化成培育數學素養的問題。

關於數學素養，國內的文獻上大多採用經濟合作發展組織（Organisation for Economic Co-operation and Development, OECD）所推動的《國際學生評量計畫》（Programme for International Student Assessment, PISA），用“mathematical literacy”來表達。這裡的定義，只能說是 PISA 認為幫助學生（15 歲）成為 21 世紀公民在數學方面所需達到的能力指標。為了方便起見也避免翻譯所造成詮釋上的偏失，以下

列出其原文定義：

Mathematical literacy is an individual's capacity to reason mathematically and to formulate, employ, and interpret mathematics to solve problems in a variety of real-world contexts. It includes concepts, procedures, facts, and tools to describe, explain, and predict phenomena. It assists individuals to know the role that mathematics plays in the world and to make the well-founded judgments and decisions needed by constructive, engaged and reflective 21st century citizens. (OECD, 2018, p.7)

PISA 既然強調用能解決真實情境下的數學問題，評量的問題自然大多與生活情境有關。因為十二年國教數學課綱與大眾對此測驗的重視，現在國內有許多素養情境導向的試題研發計畫與相關的研討會，有些學校老師也會特別教導學生處理數學情境的問題，甚至於補習班也開設專注於處理生活情境有關問題的課程。事實上提升學生數學素養，應該著重於教材教法，這類試題應該只是教材的一部分。過度著重於學生處理這類問題的訓練，和過去大家詬病學生做太多沒必要的數學訓練又有何異？從吳昭容等人（2014）所做的調查顯示，事實上也有一些學者對於 PISA 這類的評量有不同的看法。例如，題目即使貼近生活但大多經過設計，充其量僅能評量該情境下的知識與技能，未必能顯現學生在真實世界的知能，而且有些題目與數學課程並無直接關聯，反而比較像是智力測驗等等。試想，既然要讓學生瞭解數學與日常生活的關係，題目不宜經過太多的設計，而照著這些設計過的題目教學或測驗，有時可能反而限制了學生思考的多樣性。或許老師們以這些題目為引導，找出日常生活經驗中的例子，讓學生可以討論辨識出與哪些學習的數學內容相關，才是正確之道。Kosko 與 Wilkins（2011）認為這類的評量中開放性的問題，卻大多用制式的標準來評分，無法顯現素養中以數學方式溝通、表達想法的能力。事實上，作者之一在參考這類的開放性問題時

發現，有的問題反而要從思考出題者欲評量什麼的角度作答，才能得到好的分數。對於這類開放性的問題，老師應該讓學生在課堂上充分表達自己的看法，瞭解他們思考、溝通的能力，並即時與學生探討觀念上的偏差，不應該只讓學生在紙上練習作答而已。

PISA 的評量計畫，主要希望從不同國家間的比較，瞭解一些文化背景、經濟環境以及教育方針等，對 15 歲學生學習的影響。政府有關單位應該以較開放的心態看待這些教育成效評鑑資訊，作為制定教育政策的參考，而不是將這些評比視為國力展現的依據，過度強調 PISA 素養評量，卻忽視了素養的培養所應著重的教學與學習方式。

二、數學素養與十二年國教數學課綱

我們必須瞭解，數學素養並不僅是處理真實生活上的數學問題，不應該因為 PISA 的評量方式而過度強調學生處理情境化的數學問題。素養談的應該是累積的數學知識能否用之於應付將來各方面所面對的問題。在評量上需要關注累積的數學的知識內容，如果過度強調生活化的情境問題，那麼學生未來遇到不同的情境，是否有能力處理呢？也就是說，數學知識的普遍性與情境問題的特殊性需要取得平衡，不可偏廢。在李國偉等人（2013，頁 5）中將數學素養內涵闡述為：

數學素養指個人的數學能力與態度，使其在學習、生活、社會、與職業生涯的情境脈絡中面臨問題時，能辨識問題與數學的關聯，從而根據數學知識、運用數學技能、並藉由適當工具與資訊，去描述、模擬、解釋與預測各種現象，發揮數學思維方式的特長，做出理性反思與判斷，並在解決問題的歷程中，能有效地與他人溝通觀點。

這個關於數學素養的闡述，應該比較符合大家共識。要有足夠的數學能力與態度，才有可能在學習、生活、社會、與職業生涯中利用數學

思維方式處理問題。這裡的能力與態度，並不是指片面的數學知識、也不是指精熟深奧的數學理論，而是要有足夠的數學成熟度。什麼是數學的成熟度？這裡不是要拿一個新的名詞來解釋另一個名詞，而是希望「成熟度」這個名詞較能讓大家體會其意義。舉例來說：一本探討數學之美或數學多有趣的科普書籍作者未必是數學家，但其對要探討的內容一定有相當的熟悉與投入（即前述的能力與態度），才能看到一般人沒有注意的特質，吸引讀者的興趣。同樣的，讀者對於該書所要探討的內容也要有一定程度的認識與興趣（即前述的能力與態度），才能領略作者觀點產生共鳴，這就是數學成熟度的展現。

素養的培育在不同的學習階段應該有不同的方法與目標。對於國小、國中階段，著重於利用生活化的問題，讓學生瞭解數學的重要性以及實用性，這樣的教學方式應該對於達到讓學生接納數學，甚至喜歡數學的目標相當有幫助。到了高中階段，學生大多有了既定的興趣與生涯規劃，再加上學習的內容已超脫日常生活的問題，此時數學素養的培育方式與目標應該朝著前述所謂成熟度來發展。

如何在具普遍性與抽象性的數學理論與具特殊性與具體性的素養題材之間取得平衡並不容易，特別是在高中數學數 B 的部分。因為預設修習數 B 的學生，對數學需求較少，未來也不見得會繼續修習數學相關的課程，如何引起這些學生對課程內容的興趣，並且能提供足夠的數學能力以應付生活所需，在在考驗課綱制定者與教科書編寫者的能力與智慧。十二年國教數學課綱在 11 年級數 B 的課綱加入以下數 A 所沒有的內容：「S-11B-1 利用長方體的展開圖討論表面上的兩點距離，認識球面上的經線與緯線」、「S-11B-2 圓錐曲線：由平面與圓錐截痕，視覺性地認識圓錐曲線，及其在自然中的呈現」、「G-11B-3 平面上的比例：生活情境與平面幾何的比例問題（在設計和透視上）」。

其中球面的經緯線與圓錐截痕背後的數學理論並不簡單，即使在數 A 也未將其納入課綱當中。我們認為這些題材都是很好的數學素養題材，非常適合老師在教導相關的主要學習內容與學生一起探索。但這些

素養相關的題材既然放進課綱裡面，自然也就成爲考試命題的範圍，但就大考中心的統計資料來看，學生作答情況有點像是猜謎遊戲，並不十分理想。數學在其他領域的關聯與運用非常多，數學素養的培育應在於能自發或經由別人的闡述，體驗或理解其中數學的元素，而不是要求大家刻意的學習其中數學的元素再來體驗或理解。將這些接近素養的題材列入課綱成爲大家都需要學習的目標，甚至變成考試題目，會不會反而產生反效果？如何以更合適的方式呈現這些素養題材，值得大家一起思考。

三、數學素養與教學

數學素養應該講究的是教材與教法。就如十二年國教數學課綱（2018，頁3）課程目標的第一點所述：「提供學生適性學習的機會，培育學生探索數學的信心與正向態度」，只要這一點能達到，後面幾點自然能成。這裡所指的「探索數學」與十二年國教課綱高中社會、自然領域的「探究與實作」相呼應。有別於過去學生只被教授知識這樣的「被動式」的學習方式，探索或探究的精神在於「主動學習」。簡單來說，就是老師講解完一個新的概念或知識後，以探索的方式引導學生發現問題、解決問題。探究的內容不應設限，可依據學生的程度探索能更瞭解該知識的問題、糾正觀念的問題，甚至探討條件變更所引發的問題或是與生活相關的問題。過去被動的學習方式，學生缺乏參與思考的過程，以致於認爲背誦是最快速的學習方式。若能經由探索的方式的學習過程，瞭解到思考、理解是學習數學的有效方法，學校的學習體驗應該會優於補習班，那些公式化與處理大量艱澀問題的學習方式自然會被摒除。十二年國教數學課綱所擔憂而設限的問題也就可以迎刃而解。探索數學這樣的教學方式，不管是引導的方式或由學生自行提出問題，都符合總綱核心素養中自主行動這個面向。而在提出問題，學生共同討論、解決問題的過程，也與核心素養中溝通互動這個面向相吻合。

參、對十二年國教高中數學課綱的幾點思考

一、交錯的三軌學習路徑

「高中 2、3 年級分軌學習」是十二年國教數學課綱與之前課綱的一個主要不同之處（張鎮華，2024）。十二年國教數學課綱在 11 年級分為「數 A」與「數 B」，12 年級分為「數甲」與「數乙」，並在學習路徑上建議高數學需求的學生 11 年級修數 A 且 12 年級修數甲；低數學需求的學生 11 年級修數 B 且 12 年級自行選修或不選。以上部分我們認為並沒有問題，然而對於不同面向需求的學生，十二年國教數學課綱的學習路徑一開始認為不管 11 年級修習數 A 或數 B，到 12 年級都適合修習數乙（十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校——數學領域（草案），2016），但是後來可能發現數 B 作為數乙的預備知識，內容會有所不足，於是又做了一點修正，改為修數 B 的學生可藉由補足部分數 A 的內容，繼續修習數乙（十二年國教數學課綱，2018）。這樣交錯且不夠明確的學習路徑讓後來大考中心在制定數乙分科考試的內容時產生相當大的爭論，有人認為數乙考科在 11 年級應該考數 A 的內容，有人則認為應該考數 B 的內容，甚至有人認為只能考數 A 與數 B 的交集，也就是兩者皆有提及的內容。這一個學習路徑不明確的問題，不管在教學或試務上都造成相當大的困擾。

我們可以理解交錯學習路徑的目的是為了保持學生轉組的彈性，但是我們認為少數可能轉組的學生（主要是 11 年級修習數 B，而 12 年級想修習數乙）應該自行透過補救教學來補足數 A 的內容。課綱不應該為了遷就無法預知的少數學生，反而造成學習路徑與制度上的更多的混亂。

二、十二年國教數學課綱螺旋式教學的問題

十二年國教數學課綱另一個被提及的特點就是「螺旋式教學」，也就是說一個主題被拆成幾個部分，分別在不同的年級教授，讓學生

能一再複習同一個主題，不會學過一次之後就不再接觸。例如，「機率」這個主題，分別在 10 年級教授「古典機率與期望值」(D-10-4)，11 年級數 A 教授「主觀機率與客觀機率」(D-11A-1)、「條件機率」(D-11A-2)與「貝氏定理」(D-11A-3)，12 年級數甲教授「離散型隨機變數」(D-12 甲 -1)、「二項分布與幾何分布」(D-12 甲 -2)。又例如在指數與對數方面，10 年級教授「指數：非負實數之小數或分數次方的意義」(N-10-3)與「常用對數 \log 的意義，不談其他底的對數」(D-10-4)，11 年級教授「對數律：從 10^x 及指數律認識 \log 的對數律，認識一般底的對數」(A-11A-4)與「指數與對數函數：指數函數及其圖形，按比例成長或衰退的數學模型，常用對數函數的圖形」(F-11A-4)，12 年級數甲教授「數列的極限：從連續複利認識常數 e ，認識常數 e 之後，可介紹標準指數函數及自然對數函數」(N-12 甲 -1)。

螺旋式的學習本來是一個合理的學習方式，但是十二年國教數學課綱在制定上似乎有點過分遷就螺旋式學習而將主題分割過細，以至於一個主題可能剛提到重點就暫停了，也因此可能因為學習中斷而不容易引起學生的學習興趣。另一方面，我們也聽聞不少高中教師第 2 年或第 3 年再回到同一個主題時，可能需要額外的時間複習前一年教授的內容，產生授課時時數不足以涵蓋所有內容的問題。另外螺旋式教學，顧名思義，在學習過程中有一個主軸，隨著不同題材所累積的知識與經驗漸進學得更進一步的概念與知識，伴隨著核心概念而成長。我們認為十二年國教數學課綱在這方面的處理並不是非常理想，雖然有題材的切割卻看不出主軸的概念。如何達成螺旋式學習的理想卻又避免主題分割太細的問題值得深思，我們在本文的後半提供一個思考方向，希望對處理這個問題能有所幫助。

三、十二年國教數學課綱的負面表列

原本課綱的目的是制定課程的主要內容，以作為教科書編著的依據。而在上一版的《普通高級中學課程綱要》(99 課綱)首次在課綱的

條目出現負面表列，也就是規範某些題材不能被寫進教科書裡面。當時作者之一參加其中一場說明會時，課綱召集人明確指出其目的就是要讓這些內容考試不能考，只要考試不考，老師就不會教。我們認為若以當時召集人的想法，考試領導教學，那就不必制定課綱，直接制定考綱即可。以這樣的限制性思維來訂定課綱的做法，我們一開始就無法認同。

十二年國教數學課綱不只增加更多的負面表列，也在一些內容標示「※」與「★」，分別表示為「進階教材建議不納入全國性考試的範圍」以及「不列為評量的直接命題對象」。而這些被十二年國教數學課綱禁止或限制的題材，有些讓人非常不解，例如，「N-10-2 絕對值不等式只談 $|x-a| > b$ 和 $|x-a| < b$ 為原則」。但是以上不等式的形式與 $|ax-b| > c$ 或 $|ax-b| < c$ 的形式在處理上並沒有什麼太大的差別，而且7年級的課綱提到「一元一次不等式的解與應用」也沒有限制 x 的係數不能是1以外的常數，結果造成7年級學過的知識反而在10年級不能教這種荒謬的事情。再一個例子：「引進實數的區間符號，可包括區間的聯集以及 $\pm\infty$ 符號，僅限表達不等式的解區間，不做區間的集合運算」（N-10-2）。

其中「不做區間的集合運算」這句話在課綱3個不同地方出現，可見課綱小組非常在意這件事情。而國家教育研究院（2024，頁511）提到「可設計聯立的絕對值不等式，但僅以兩個不等式為限」。也就是說，如可以求 $|x-3| \leq 1$ 且 $|x-2| \leq 1$ 聯立的解集合，但不能操作 $[2,4] \cap [1,3]=[2,3]$ ？這樣的限制不是很奇怪嗎？另外一個例子：「S-11B-1 認識球面上的經線與緯線」、「S-11B-1 認識兩面角，但除了直角以外，不必以幾何方式處理一般的兩面角」。問題是地球表面上的經線就是透過一般的兩面角來定義的，可以介紹經線卻要求不能以幾何方式處理一般的兩面角，這樣的限制並不合理。以上十二年國教數學課綱負面表列的例子讓人無所適從，我們完全無法理解為什麼需要做這樣的限制？

或許課綱小組希望透過課綱的負面表列來限制大考試題的取材，但是大考因為大學入學鑑別的需求，無可避免要維持一定的難度與鑑別度，不可能皆大歡喜，讓大家都考高分。由於課綱對考試題材的限縮，

可能迫使考題的難度往比較片面或細節的方向發展，反而和當初設限的目的相左，這應該也不是大家所樂見的。

十二年國教數學課綱負面表列所造成的影響，讓教科書的作者綁手綁腳，過去希望推行的一綱多本，演變成了「一綱一本」，反而違背了因材施教的基本教育原則。這樣對內容設限的負面表列並不符合總綱核心素養中「自我精進」的意涵，也違背數學領域核心素養具體內涵所述：「學習數學的正向態度以及能持續地探索與解決數學問題」。

十二年國教數學課綱的設限，僅因為認定一些學生學習上可能的困難，就齊平式地只允許大家在教室裡學習較淺層的部分。我們認為課綱核心素養雖然強調學習的公平性，但現在為顧及一些學生學習的困難，剝奪了其他學生學習更深入內容的機會。反而可能更不公平，也違背了課綱適性揚才的宗旨。

四、十二年國教數學課綱對教學的限制

十二年國教數學課綱不僅對內容處處設限，甚至在教學或評量方式上也到處下指導棋，如：「A-10-2 綜合除法之除式僅作 $x-a$ 即可，不必推廣到 $ax-b$ 。不涉及使用分離係數法」，以及：

G-10-7 盡量一致以「斜角」作為角的概念心像。銜接國中的長方體經驗，在長方體的截面上示範三角測量，在三角比的脈絡中，延展國中的空間概念，並可延伸至正角錐體。三角測量不設獨立單元，以示範三角之基本性質為主，融入教學脈絡之中，多舉出歷史上的重要應用範例。（十二年國教數學課綱，2018，頁46）

作者之一在教授積分的部分分式方法時，需用到多項式的長除法。而一位學生在做長除法時不會分離係數。問了學生才知道，他的高中老師說分離係數容易出錯，叫他們不能使用。另一位學生用分離係數法很快就解決同樣的問題，這位學生說是補習班教的，覺得很好用。其實分離係數只是簡化符號，並沒有什麼理論困難的地方，沒有必要因為部分

學生可能容易出錯就要求所有的學生不能學習。大家所熟悉十進位的表示法，其實就是一種分離係數的表示法，另外用增廣矩陣來解聯立方程組也是一種分離係數法。為什麼解聯立方程組可以使用分離係數法，但多項式的長除法卻不可以呢？我們認為就算不將長除法的分離係數法列入課綱的內容，也沒有必要將其列為不能教授的題材，而應該是將教授與否的決定權留給教師與教科書作者。

另一個關於「斜角」的指導棋也很奇怪，因為很多遇到的夾角可能是水平夾角，我們不懂水平的夾角要如何看成「斜角」？為什麼一定要「盡量一致以『斜角』作為角的概念心像」？為什麼三角測量需要在長方體的截面上示範？明明三角測量提供很好的數學素養題材，為什麼不能成為獨立單元？這和我們前面提到的概念一樣，學生應該要有機會能依其能力學習各種合適的方法，而不是因為課綱而處處受到限制。

五、計算機與課堂教學

計算機融入教學不是十二年國教數學課綱才開始，《普通高級中學課程暫行綱要》（95暫綱，稱為「電算器」）、99課綱（稱為「計算器」）都在指對數以及三角函數部分提及使用計算機。至於統計與極限部分，雖然95暫綱涵蓋內容較少並未提及計算機，但99課綱在這部分，特別是極限部分，反倒比十二年國教數學課綱更進一步以圖形及電腦輔助說明。十二年國教數學課綱在計算機方面比較明顯的改變，可能就是計算機的誤差問題以及不涉及查表。有人羅列了十二年國教數學課綱許多條目來說明其比以往更強調計算機，但這只是因為十二年國教數學課綱採用螺旋教學的方式，原主題必需細分更多條目所造成的結果。

不過十二年國教數學課綱的課程手冊（國家教育研究院，2024）對於計算機確實著墨不少。但是課程手冊對於計算機的內容，卻讓人容易有「只要計算機算得出來的就不必教的誤解」。數學評量並不是只要算出問題的答案就可以，更重要的評量目的常常是觀念理解與應用，數學式的思考與推理。十二年國教數學課綱的課程手冊在教學輔助工具方

面，也讓人有過度依賴計算機的疑慮。例如，在方格紙上利用計算機描點繪製三角函數、指對數函數圖形就顯得很不切實際。在課堂上等著學生一個個按壓數個數值來繪圖所花費的時間，是否與繁瑣的計算一樣沒有必要呢？描點繪圖確實能讓學生感受到函數的變化，但按壓計算機這樣重複的動作對於理解函數卻難有助益。反倒是三角函數表、對數表能一次看到多個數值，更適合用來描點繪圖。課綱本身未論及查表，但課程手冊卻爲了計算機使用而明文否定查表，這種操作讓人不解。查表有其歷史背景，從列表中能看到相關函數的成長趨勢以及驗證相關的性質，從素養的角度來說也是一個值得探索的課題，不應該被否定。另外利用動畫以單位圓上的動點與 x 軸的位置關係，馬上就可以視覺展現正弦函數的圖形。這樣的動畫從廣義角的正弦定義、正弦遞增遞減的速率，凹向性與週期性等性質都一覽無遺，更能讓學生印象深刻。讓學生搜尋相關函數圖形的電腦動畫，然後在課堂上展現這些動畫，也比按計算機更有趣也更有參與感。

數列、函數的極限問題，也不是用計算機按壓幾個數值就能體會其真實意義，因爲計算機有限性，有時在愈接近時，由於誤差的關係，反而更遠離極限值。僅用計算機讓學生瞭解極限的概念，未必是一個好的方法。或許按壓幾個數值能讓學生瞭解可能愈來愈接近一個數值，但這對極限的瞭解幫助有限。這個數值很可能是無理數，或是非有限小數的有理數，用計算機僅能知道它大概趨近於某個有限小數，但這完全失去極限是可以任意逼近的概念，甚至更難讓學生理解極限的唯一性。而電腦的計算程式不止能一次提供大量的數據，有更好的精確度降低誤差造成誤判的情況，若再加上圖形程式的輔助，在求極限點任意拉近，更能彰顯極限的定義。

99 課綱就已提及電腦的輔助，十二年國教數學課綱卻反而特別強調計算機的使用。近代電腦與網路快速的發展，我們可以很容易取得比計算機更有效率的協助。使用工具的素養，並不是只會使用單一的工具，而是學生學習的數學素養可以讓他們自行學習使用工具。網路上許

多資源以及一些程式或軟體的使用說明，功能展示都更符合數學的邏輯思維。只要數學成熟度夠了，應能很快學會使用這些工具。從核心素養要求善用工具的角度來看，十二年國教數學課綱過度強調計算機，反而是一種倒退。

關於學校教學使用計算機對學生計算能力的影響，大家的意見可能更爲分歧。一方認爲過度使用計算機，容易造成基礎運算能力缺乏，將不利於進階數學概念的學習。另一方則認爲計算機能做的事，爲何要浪費時間用人腦（或紙筆）計算？不過至少兩方都能接受的是，不要過度依賴計算機，且避免繁瑣無謂的計算。

這幾年因爲十二年國教數學課綱以及電腦科技的普遍，課堂上一些需要計算的場合，學生也會很自然地拿起手機幫忙驗算。令人欣慰的是，到目前爲止學生對計算機的依賴並不大。雖然作者有些考試同意學生使用計算機，但因爲試題並不需使用計算機也能作答，真正拿出計算機操作的並不多。不過以下是作者之一親身經歷的上課情景，值得分享：

在微積分課介紹數列的極限。因爲是生科等數學需求度不高的科系，所以沒有使用 δ - ϵ 的定義，而直接舉了 $1/n$ 的例子說明在 0 附近選一個誤差範圍例如 $(-0.01, 0.01)$ 這個區間，我們都可以找到某一項（如第 100 項）之後的每一項都會落在這個範圍內。馬上有學生舉手問我爲什麼？我有一點訝異，問他 $1/100$ 和 $1/101$ 哪一個比較小？更讓我訝異的是他說要算一下，然後拿出計算機按了起來。他按的時間比我預期的久，感覺全班都安靜了下來等他的答案。結果他說 $1/101$ 比較大！我問他確定嗎？按出的結果是多少？他說 0.04 幾。我很肯定地告訴他按錯了。他再重複按了幾次，向我說對不起他按錯了，不過 $1/101$ 還是比較大。再次詢問他結果，他告訴我 0.0099 多。我將兩個數字寫在黑板上，再次問他哪一個比較大，他才再次抱歉說他看錯位數了， $1/100$ 比較大。

下課和學生談了才知道他是來自國外的新生，習慣依賴計算機來做計算。十二年國教數學課綱（2018，頁2）在使用工具的素養這一段，開門見山就說：「我國即使在最基本的計算機教學，都遠遠落後於世界各先進國家」。是不是真的遠遠落後有待檢證，但是我們希望不會看到未來臺灣修習微積分的大一學生，要靠計算機才能判斷 $1/100$ 與 $1/101$ 的大小。

六、計算機與大學入學考試

我們之前提到，計算機協助教學並非十二年國教數學課綱所特有，但的確是十二年國教課綱小組與全國教師工會總聯合會的幹部極力倡議大學入學考試數學考科使用計算機（但奇妙的是，同樣需要計算的自然考科卻完全無此倡議）。爭取在大考使用計算機最主要的理由就是「大考不考，老師就不教」這種考試領導教學的預設立場，也就是說，倡議者認為大考不准使用計算機，老師為了訓練學生計算能力，課堂上就不會要求學生用計算機。倡議者認為課堂上不使用計算機使得數學教學花最多的時間在計算上，無法好好教導觀念與理論，學生也因此考試時耗費大量時間作機械性的計算而無暇好好做論證與推理。

不過以上的說法與我們對目前教學現場的瞭解並不相符。我們所接觸高中數學教師的說法都相當一致：要教的內容太多了，哪有時間花在計算上？若演示的內容有比較複雜的計算，也是直接給數值讓學生另外自行驗算，也不會讓學生當場使用計算機驗算，因為等學生按計算機同樣太花時間了。許多教師都希望能好好教導觀念與理論，而不會花太多時間處理計算的內容（不管是筆算還是按計算機）。至於學生是否做作業時會使用計算機呢？高中教師的回答也幾乎都是：有需要時會使用（不過大部分是用手機的計算工具，而非手持的計算機）。從這些回應顯示，目前高中生對計算機的依賴性還不算高，高中數學教學也並未花費太多時間在紙筆的計算上面。不過如果大考開放計算機使用，會不會反而造成計算機使用的過度訓練與學生的過度依賴呢？

有些老師支持考試使用計算機，是認為計算機能降低考試壓力，讓考生有足夠的安全感。不過使用計算機，必需視線在試卷與按鍵視窗中頻繁互換，其實出錯的機會並不小。除了擔心輸入錯誤與反覆檢查的問題外，許多學生也認為若考試使用計算機，尤其是大考等重要的考試，很可能為了保險起見，甚至連平時不需計算機簡單的計算，都會用計算機驗算。目前大學入學考試考題數字的设计，大多會讓以正確觀念或方法處理時計算相對簡單，繁複的計算不是考試評量的重點。所以當考生處理問題時，若數字愈來愈繁複，通常會警覺是否走錯方向，進而重新修正。倡議大考使用計算機者主張，考試使用計算機可以使用較真實的數據，不需要另外簡化設計。問題是，真實的數據需要學生大量按壓計算機，這樣會讓學生花費更多的時間在處理計算的問題，而非觀念的思考與推理，反而更遠離他們所倡議的目標。

大考使用計算機的倡議者認為考生花了大量時間計算，沒有時間思考推理，其實和我們多年來協助大考中心處理閱卷事宜的經驗完全不符。大考题目的设计大多一開始是簡單的概念，僅涉及簡單的計算。大部分在這第1階段出錯的考生，很明顯的都是概念錯誤。至於第2階段，需要進一步推導，相當部分的考生在這個階段無法繼續。第3階段的歸納整理部分，或多或少需要計算，但能成功進入這個階段的考生，這些計算的操作對他們不會造成太大的困擾。簡單來說，絕大部分的考生是在第2階段分析推理的階段，無法正確作答。學生成績不理想，計算通常不是主要的因素。不過近年來閱卷發現簡單計算出錯的情況逐漸增加，不少閱卷委員推測可能是因為學生對計算機的過度依賴。

計算機的使用對於評量目標的影響也值得注意。評量的目的是檢視學習的成果，而不是不論方法能得到答案即可。而我國的大學入學相關考試，主要是著重於概念與邏輯推導。因此只要大考中心依據這個原則不涉及複雜的計算，大考應該就沒有使用計算機的必要。我們認為大考一旦開放使用計算機，所造成的影響或混亂可能會遠超過十二年國教課綱小組的預期。同樣地，我們也認為十二年國教課綱小組關於計算機對教學與測驗的影響也未能提供足以說服大家的分析與評估。

七、十二年國教課綱弱化的分數與不等式

將計算機融入教學或納入大考必然會對數學學習產生相當大的影響，一個可以預見的情況是計算機會讓學生更容易以小數表示來取代分數表示。雖然小數在某些情況下有其方便之處，但在大部分的情況下小數比分數更難以處理乘法與除法的運算。以作者參與幾年前數甲非選擇題閱卷為例，題目需要計算 0 與 1 的中點，大部分學生可以寫出 $1/2$ ，然後接下來需要整理這個二次式 $(t-1/2)^2+t^2+(-1)^2$ 並且配方，有相當比例的學生可以完成題目的要求。另外有小部分的學生會以 0.5 來表示 0 與 1 的中點，這當然是正確的，但是到下一步需要整理並且配方 $(t-0.5)^2+t^2+(-1)^2$ 這個帶有小數係數的二次式，選擇這條路的學生幾乎無人可以完成這個步驟。當時的考生仍是使用 99 課綱，可以預見在十二年國教數學課綱強調計算機使用的情況下，會有更高比例的學生傾向於小數表示，也因此可能有更多的學生會在類似的問題上遇到困難。雖然十二年國教課綱小組一直強調計算機的正确使用時機，並且強調計算機使用可以幫助學習成效較差的學生不再畏懼計算，有助於數學學習。但是作者不敢如此樂觀，我們反而認為學習成效較差的學生會過度使用且過度依賴計算機，並且可能因此對數學學習造成更不利的影響。

十二年國教數學課綱（特別是課程手冊）過度強調計算機的使用，也因此有意無意地在題材的選擇上產生了一些偏差，特別是弱化了不等式與分數等不適合使用計算機的題材。例如，「N-10-2 絕對值不等式只談 $|x-a| > b$ 和 $|x-a| < b$ 為原則」、「A-10-2 綜合除法之除式僅作 $x-a$ 即可，不必推廣到 $ax-b$ 」。

我們之前已經提過，這樣的限制看不出有任何數學上的合理性，唯一能想到的解釋就是計算機比較不合適於處理不等式與分數相關的問題，因此這些題材就被弱化了。另外十二年國教數學課綱也完全沒有提到二元一次聯立不等式，特別是數甲的課綱沒有提到線性規劃，因此除非教師自行補充，否則修習數甲的學生很可能沒有機會學習到二元一次聯立不等式。但是不等式與分數（或有理式）都是非常基本且重要的題材，筆者在大學微積分的教學現場也感受到使用十二年國教數學課綱的

學生在這兩方面的能力有所不足。

八、十二年國教課綱延遲引進函數核心概念

十二年國教數學課綱提到：「F-10-1 在課程脈絡中，認識 $f(x)$ 之函數符號的必要性與合理性」、「F-12 甲 -1 函數：對應關係，圖形的對稱關係（奇偶性），凹凸性的意義，反函數之數式演算與圖形對稱關係，合成函數」。

也就是說，十二年國教數學課綱雖然在 10 年級就會提到特定函數的例子，如一次函數、二次函數等等，但要到 12 年級數甲才會正式介紹函數的抽象概念與基本性質。這樣會產生的問題是在 10 年級或 11 年級介紹多項式函數、三角函數、指對數函數時不見得會特別強調函數的定義域、值域、對稱性等基本概念，而到 12 年級介紹這些概念時，通常也不會再特別去回顧三角函數或指對數函數的相關性質。另一方面，學生一直經由特定的例子來理解函數，容易讓學生覺得函數就只是用特定數學公式表示的式子，而不太容易習慣抽象的對應關係。例如，當我們用一個函數的不定積分來定義它的一個反導函數時，學生可能就比較不容易理解這種沒有明確數學式的函數構造方式。

雖然十二年國教數學課綱到 12 年級數甲才介紹反函數的概念，卻又在 10 年級的課綱提到：「G-10-7 用計算機的正弦、反餘弦、反正切鍵計算斜角或兩相交直線的夾角」。為瞭解釋這種前後不一的矛盾，課綱小組只好在課程手冊（國家教育研究院，2024，頁 526）特別強調：「反正弦、反餘弦、反正切僅用於三角比到廣義角的『反查』，並非反函數概念，此條目不涉及函數觀念。」但是在 $y=f(x)$ 的函數表中從 y 去找 x 才是「反查」，在 $y=f^{-1}(x)$ 的函數表中從 x 去找 y 就是「反函數」。把按「反正弦、反餘弦、反正切」的按鍵稱為「反查」其實只是蓄意規避（反）函數的說詞，無法消除課綱在函數這個主題次序編排合理性所受到的質疑。

因為目前入學制度的關係，12 年級課程的內容不包含在學測考試的範圍裡面，很多學生常常很難完整地學習，所以實務上很可能有不少

學生沒有真的學到函數的概念。筆者在大學的微積分課堂上就遇到好幾位學生表示完全沒學過函數蓋射的概念，對理解反函數也有困難。這當然非常不利於微積分的學習，因為整個微積分的基礎就是建立在實數值函數這個基本概念之上。最近幾年，我們一直聽到大學同事抱怨許多學生修習微積分遇到不少困難，我們推測這可能與十二年國教數學課綱延遲引進函數概念有密切的關聯。

肆、對未來高中數學課綱的展望

一、明確的學習路徑

原則上我們認同十二年國教數學課綱在 11 年級區分數 A、數 B，12 年級區分數甲、數乙的結構，但我們希望未來能有以下 3 條明確的學習路徑：（一）10 年級數學、11 年級數 B、12 年級選修或不選；（二）10 年級數學、11 年級數 A、12 年級數乙；（三）10 年級數學、11 年級數 A、12 年級數甲。

這樣才能真正制定出數乙合適的學習與考試內容，並且避免目前在教科書編寫與考科內容制定上的混亂。而少數因為志趣改變，11 年級修習數 B 但 12 年級想要修習數乙（甚至數甲）的學生，應該藉由學校的補救教學或課程輔導來補足數 A 的內容。

而 11 年級的數學既然區分為數 A、數 B，就應該因應不同類型的學習目標，而有更多內容與深度上的差異。對數 B 的學生來說，未來需要的數學知識與技能不多，因此可以進一步考慮降低數 B 的抽象化程度與減輕學生的學習壓力，讓數 B 的內容更具探索性且更素養化。加深數學與生活的連結，但不需要太多抽象的數學知識。

另一方面，修習數 A 的學生，不管 12 年級修習數甲或數乙，將來進入大學之後會有相當大的比例修習微積分、線性代數、機率或統計，甚至更進階的數學課程。那麼課綱的制定應該要能讓這些學生具備修習

這些進階課程的能力，而不是讓這些學生需要再透過補救教學才能銜接大學的課程。因此我們期待未來的高中數學課綱能與大學端有更好的溝通，並做好高中數學與大學相關課程的銜接工作。

二、課綱應注重核心而非細節

課程綱要顧名思義是訂定核心的教授內容，無需在意太多細微末節。主要內容確定之後，提升素養的教材教法就讓教科書及教師端好好發揮。核心的內容，應審慎客觀，提供學生未來更進階學習所需要的必要知識背景。內容的增加與刪除，應參酌各方意見（包括非數學領域專家），且應該避免個人的成見。過去幾次的課綱修訂，有時添加或強化過去並不熟悉的內容，老師與學生都花了許多精神處理該內容相關的問題，以面對大考可能出現的題型。幾年過後，大家都熟悉這個課題，新的課綱又將之移除或弱化，而加入了另一個新的內容，如此循環下去。作者之一曾經針對這個問題詢問課綱召集人為何加入某個主題，得到的回答是因為有些國家的課綱有提及該主題；又詢問那為何刪除了某個主題時，得到的回答竟然也是因為有些國家的課綱沒有提及該主題，讓人有點啼笑皆非。這其中，「插值多項式」就是一個明顯的例子。99 課綱在許多人質疑的情況下，依然將插值多項式納入課綱，到十二年國教數學課綱，插值多項式就差不多等於消失了（雖然還留著「A-11A-2（三元一次聯立方程式）連結插值多項式，作為產生三元一次聯立方程式的範例之一」這樣數學上不太合理的描述）。我們認為插值多項式比較接近特殊的技巧而非核心概念，沒有必要放進課綱，不過如果授課老師認為需要，可以在介紹多項式函數、線性組合等主題加入當成探索的課題。

當然我們不是說課綱內容不應更動，事實上隨著時代科技的進步，對於數學需求確實也跟著改變。例如線性代數在現今數位科技，需要處理大量資訊的年代就顯得比以往更重要。只是我們期待課綱的內容更動是朝著大方向改進，而不是在一些較枝節的部分。要討論出符合當前科技與文化趨勢的數學課綱並不容易，各方的見解不同，甚至有些見解是

相對立的。例如丘成桐院士多次談論他的數學學習經驗，強調平面幾何仍應在中學數學課程裡占重要的位置，因為他認為平面幾何提供了在中學期間的邏輯訓練以及欣賞數學美的機會。然而大學數學相關課程這些平面幾何理論幾乎派不上用場，即使這些訓練對於學生學習更進階的數學絕對有好處，但是否需要在中學期間花這麼多時間學習這項課題，大家意見就有很大的差異。另外對高中生基本計算能力的要求，大家的看法也不一致。例如，十二年國教數學課綱召集人單維彰（2019）曾在其學校個人網頁為文表達：

我個人認為分數計算的數學意義「不是」全體國民的學習目標，亦即不必堅持每個國民都理解分數的數學意義，只要能夠（搭配工具）操作及計算即可（如今很多計算機都具備分數運算的功能鍵）。

我們不贊成單教授對分數計算的看法，也相信這樣的看法很難得到多數數學或數學教育學者的認同。

不同的看法需要透過討論或會議盡可能尋得最大的共識。雖然過去課綱修訂也會召開各種會議，但如果缺乏尋求共識的包容心態，會議最後也只是流於形式，你說你的，我做我的。我們深切期待未來數學課綱的修訂，能避免這樣的情況。

三、課綱、課本、教學、大考的相互尊重

數學課綱是關乎全國學子下一階段學習應具備的數學素養，我們期許它的內容能培育足夠的數學素養（即成熟度）來學習新的知識。我們在前面提到 99 課綱與十二年國教數學課綱負面表列的種種問題，我們再次強調，目前課綱的負面表列造成各版本的教科書除了順序編排外，內容差異很小，反而違背了因材施教的基本教育原則。十二年國教數學課綱對內容的設限的做法，不符合核心素養中「自我精進」的意涵，也違背了「學習數學的正向態度以及能持續地探索與解決數學問題」的期待。因此我們期望未來課綱能夠誠實且誠懇地面對學生與學校的差異，

避免限制性的負面表列。課綱不應該限制學生進一步探索與發展的可能性，我們認為只有課綱去除負面表列才能成就真正的「一綱多本」。

課綱內容、教科書編寫與審查、教學現場、大考命題與閱卷各有其專業，也由不同的團隊負責，彼此應該互相尊重，避免由其中一群人主導或者意圖主導一切。我們期許未來的數學課綱制定，只要共同討論出核心的內容即可，採取比較開放的方式，不要對太多的細節設限，甚至下指導棋。讓撰寫教科書的作者們能發揮所長編寫出合適的數學教材。而教科書的審查也應尊重作者的看法，僅對錯誤或不夠詳盡的部分建議修改，不應該要求教科書完全按照審查者自己的想法編寫。課綱不可能取代教科書，也不應該成為彰顯個人數學理念的工具。課綱的制定應該謙卑與自我克制，尊重教科書作者與教師的專業，讓出版社找到自己的定位與客群，也讓教師有發揮的空間。這樣才能符合「一綱多本」的精神，讓高中數學學習更為多元。

四、計算機是工具不是目的

以素養為導向的十二年國教數學課綱一直非常強調工具素養，我們支持計算機作為幫助學習的工具。但計算機不是學習的目的，計算機也不是唯一的協助工具。我們期待未來的課綱能與資訊等相近領域有更密切地整合，並鼓勵在教科書中提供更多需使用計算機或其他工具的類真實的情境應用供老師參考與學生學習。當然也希望能教授學生正確的計算機使用方法以及計算機的限制。

綜觀各國的考試，在數學教育背景、考試評量方式與目標不同的情況下，可否使用計算機應試，各國的考量也不同。到目前為止，以臺灣目前大考的方式與測驗目的來說，我們看不出大考需要使用計算機的合理性與必要性，當然我們也期待大考的計算量能持續地維持在一個合理的範圍。不過我們支持並鼓勵科學與工程相關的科系在申請入學第2階段篩選時，將工具素養列為一個重要的參考指標。

五、以函數、向量空間、機率決策為主軸的螺旋式教學

在本文的最後，我們希望能更進一步描繪我們期待的課綱內容與架構。首先我們稍微介紹美國全美州長協會最佳實務中心與各州教育官員委員會（National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers, 2010）所規劃制定的各州共同核心數學標準（Common Core State Standards for Mathematics）在高中數學部分包含 6 大類別：¹（一）數與量（number and quantity）、（二）代數（algebra）、（三）函數（functions）、（四）幾何（geometry）、（五）統計與機率（statistics and probability），以及（六）數學建模（modeling）。

十二年國教數學課綱也有前 5 項相對應的主題類別，但是並沒有對應到最後一項“modeling”（數學建模）。其實“modeling”跟其他類別不同，本身並沒有特定的數學題材，而是與其他類別的整合、連結與應用，或許也可以看成培養數學素養的展現，因此我們認為課綱的設計上可以考慮納進數學建模的主題類別。

前面曾經提過，我們認同螺旋式教學的精神，但應該能避免過細的主題分割，因此我們認為應該建構以「函數」、「向量空間」、「機率決策」等基本概念為主軸的螺旋式學習方式。也就是說，螺旋式的學習應該是環繞以上的幾個核心概念，而不是個別的數學主題（如：「指對數函數」或「三角函數」）。就作者比較熟悉的「函數」與「向量空間」這兩個核心概念，我們嘗試提出以下分年的規劃：

（一）大學的微積分課程主要是建立在「函數」的概念之上。如果沒有理解函數的概念，整個微積分課程可能只剩下缺乏意義的微分與積分的計算。因此，我們認為應該提早介紹函數的基本概念：

¹ 美國高中學制為 9 年級到 12 年級，共 4 個學年。

1. 函數基本概念、一次二次函數、多項式函數、指數函數、三角函數（直角三角形）。
2. 三角函數（廣義角）、有理函數、對數函數、合成函數、反函數。
3. 微積分、數學建模（更多實際的函數建構）。

雖然函數概念對部分學生來說可能有些抽象，但是逃避或延後，不見得是正確面對困難的態度，而是應該透過更多的解釋與實例說明，克服學習上的困難。對比於十二年國教數學課綱與美國的 CCSSM，我們會發現後者在函數方面學習的內容比十二年國教數學課綱多更多。從這邊也可以看出 CCSSM 對函數概念的重視。對我們來說，「多項式函數」、「指數函數」、「三角函數」等不應該視為沒有關聯的數學題材，反而應該看成「函數」這個核心概念不同面向的呈現。

（二）「向量空間」（或者說坐標系統）是線性代數的基礎概念，而在目前網際網路與人工智慧的時代，線性代數扮演著愈來愈重要的角色。我們期待課綱在這部分的規劃如下：

1. 數線、平面坐標、直線、函數圖形、不等式、圓。
2. 聯立方程組、矩陣、聯立不等式、平面向量、空間向量、空間中的直線與平面、球。
3. 複數系、數學建模（更多的實例，更多的探索）。

從一維、二維到三維的維度增加，讓學生逐漸理解熟習向量空間的概念。跟函數部分的想法一樣，在 12 年級除了介紹複數系之外，並沒有增加新的數學內容，但是藉由數學建模來整合、連結過去所學習過的數學主題。

我們知道因為入學制度的關係，現在 12 年級（特別是下學期）教學的完整性常常很難達成，我們希望未來課綱的設計能夠考慮到這樣的困難，也期望以上的想法能將一些入學制度對 12 年級教學不利的影響降到最低。

參考文獻

十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校——數學領域（草案）（2016）。

[*Curriculum guidelines of 12-year basic education: Mathematics domain for elementary, junior high school and upper secondary school education (draft)*. (2016).]

十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校——數學領域（2018）。

[*Curriculum guidelines of 12-year basic education: Mathematics domain for elementary, junior high school and upper secondary school education*. (2018).]

吳昭容、鄭鈴華、陳柏熹、許志農（2014）。數學素養調查的實施現況與國際借鏡。教育人力與專業發展，31（6），5-20。

[Wu, C.-J., Cheng, C.-H., Chen, B.-H., & Hsu, C.-N. (2014). Current implementation and international comparison of mathematical literacy surveys. *Journal of Educational Human Resources and Professional Development*, 31(6), 5-20.]

李國偉、黃文璋、楊德清、劉柏宏（2013）。教育部提升國民素養實施方案——數學素養研究計畫結案報告。教育部。

[Lee, K.-W., Huang, W.-C., Yang, T.-C., & Liu, B.-H. (2013). *Final report on the Ministry of Education's program for enhancing citizens' literacy: Mathematics literacy research project*. Ministry of Education.]

國家教育研究院（主編）（2024）。十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校——數學領域課程手冊（2024年3月更新版）。

[National Academy for Educational Research. (Ed.). (2024). *Curriculum guidelines of 12-year basic education: Mathematics domain curriculum manual for elementary, junior high school and upper secondary school education* (March 2024 Rev. ed.).]

張鎮華（2024，1月15日）。關於108數學課程綱要及教科書之我見（00緣起）。高中數學學科中心電子報，191。https://ghresource.k12ea.gov.tw/uploads/1706058374813J0aVAg0J.pdf

[Chang, C.-H. (2024, January 15). Thoughts on the 2019 mathematics curriculum guidelines and textbooks (part 0: The beginning). *High School Mathematics Subject Center E-Newsletter*, 191. https://ghresource.k12ea.gov.tw/uploads/1706058374813J0aVAg0J.pdf]

單維彰（2019，6月10日）。數學教育不為訓練計算能力。https://shann.idv.tw/edu/190610.html

[Shan, W.-C. (2019, June 10). *Mathematics education is not for training computational ability*. https://shann.idv.tw/edu/190610.html]

- Kosko, K. W., & Wilkins, J. L. M. (2011). Communicating quantitative literacy: An examination of open-ended assessment items in TIMSS, NALS, IALS, and PISA. *Numeracy*, 4(2), Article 3. <https://doi.org/10.5038/1936-4660.4.2.3>
- National Governors Association Center for Best Practices, & Council of Chief State School Officers. (2010). *Common core state standards for mathematics*. https://corestandards.org/wp-content/uploads/2023/09/Math_Standards1.pdf
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2018, November). *PISA 2022 mathematics framework (draft)*. <https://pisa2022-maths.oecd.org/ca/index.html>
- Steen, L. A. (1990). Numeracy. *Literacy in America*, 119(2), 211-231.

評論

由 PISA 2022 評量架構反思臺灣十二年國教 數學領域課程綱要之學習表現

| 謝豐瑞、王婷瑩、吳嵐婷

壹、序言

國際經濟合作暨發展組織（Organisation for Economic Co-operation and Development, OECD）主辦的國際學生能力評量計畫（Programme for International Student Assessment, PISA）於 2022 年以數學為主題進行國際評比測驗，此評比獲得國際的認可，參與國數目逐年增長，至 PISA 2022 已超過 85 國參與。大量參與國研究團隊的參與及規劃使其評量精神與內涵代表著國際的趨勢，也刻畫出前瞻的數學素養評量願景。時值臺灣《十二年國民基本教育課程綱要》施行至今已達 5 年以上，透過代表前瞻視角的 PISA 2022 數學評量觀點反思臺灣《十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校——數學領域》（2018）（以下簡稱十二年國教數學領綱）的前瞻性，將可做為臺灣數學領域課程綱要發展的參考。

PISA 2022 在其評量架構中將數學素養（mathematical literacy）界定為：

謝豐瑞，國立臺灣師範大學數學系教授

王婷瑩，國立臺灣師範大學數學系副教授，E-mail: tywang@gapps.ntnu.edu.tw

吳嵐婷，國立臺灣師範大學數學系博士候選人

個體在各種真實世界情境脈絡中，進行數學推理及形成、應用、詮釋數學以解決問題的能力。這種素養包含運用數學概念、程序、事實與工具來描述、解釋和預測現象。數學素養促進個體瞭解數學在世界中所扮演的角色，並促使個體作出有根據的判斷與決策，此乃成為具建設性、投入性與反思力的 21 世紀公民所需。（謝豐瑞等人，2025，頁 13）

此簡短的數學素養界定所延伸的議題卻頗為寬廣。PISA 認為 21 世紀公民所在的社會面臨兩大挑戰，一為各個領域皆開始或已經進入數位化，另一為諸多環境社會的變遷，如政府債務、人口增長、全球性傳染病、經濟全球化以及氣候變遷等（OECD, 2023a）。面對這兩大挑戰，數學素養的內涵與其在現代社會中的重要性已發生深刻變革，廣泛應用數據做決策已經是數學素養中不可或缺的技能，而進行或理解大量量化分析之技能更是思辨或因應環境社會變遷的關鍵能力。數據與量化分析的基本配備，無可避免的是科技工具，然而從我國根據十二年國教數學領綱的全國性數學考試（如國中教育會考、學科能力測驗）來看，即便是最基礎的計算機也無立身之地，更遑論其他先進適於大量數據分析的科技工具。由此可見，PISA 2022 評量所著重的觀點與臺灣十二年國教數學領綱所著重的觀點必有所差異。

本文旨在從代表前瞻性的 PISA 2022 評量觀點反思臺灣十二年國教數學領綱。在選取反思課綱的構面上，鑒於篇幅限制，本文欲聚焦於少數重要構面，不考慮拓展到與評量無關的課程面向（如：師資要求，見 Gouëdard et al., 2020），是以，反思構面將參考 Alkin（1973）與 Johnson（1973）針對分析國家課程與教育改革脈絡所提出的理論架構。這兩位學者的分析架構涵蓋 3 個重要構面，他們認為課程最重要的構面是預先設定的課程價值觀（value），此價值觀直接反映在或影響到教育目標（educational goals）或學習成果（learning outcomes）的設定；其次是達成教學目標或學習成果的教學相關構面，此部分包含兩大構面，

其一為教學操作中的互動形式（interactions which will form the total instructional operation）；另一則為教學材料的特徵（characteristics of the materials）。教學操作中的互動形式牽涉到師、生、教材之間的互動，然而 PISA 2022 評量不牽涉教師的部分，故僅以學生與數學的互動形式進行反思；而在教學材料的特徵之構面上，如數學題材深廣度或表徵形式等，都不如課程對數學題材選擇或著重面向的側重來得關鍵，而 PISA 2022 在數學題材的著重上有其專有論點，故以此面向進行反思可提供值得參考的資訊。是以，本文第二部分將從三個面向，透過 PISA 2022 反思臺灣十二年國教數學領綱：一、數學知識存在價值面向；二、學生與數學互動方式面向；三、數學題材著重面向。

貳、三面向由 PISA 2022 反思臺灣 十二年國教數學領綱

一、數學知識存在價值面向

（一）兩個對比面向的數學課程價值觀

數學作為一門知識，我們可以從 3 個角度來思考其存在的型式（Ernest, 1991）。

1. 本體論（ontology）的角度

這個角度關注的是數學其本體是什麼？其真實本質是什麼？什麼是可以被知道的？數學（其物元、根本）是以何種型態存在？是一種真實的存在（being and existence）嗎？

2. 知識論（epistemology）的角度

這個角度關注的是從數學的起源來看，人和數學的關係為何？人如何認識、核證數學（其物元、根本）的？

3. 方法論 (methodology) 的角度

發現或發明數學的方法為何？學習數學的方法為何？其方法的規律性、邏輯性或是系統、規則為何？

當在課程中安排一門知識，一個重要的問題是：這門知識存在於課程中的價值。本文作者提出下列 2 種極端對比的價值觀作為分析數學課程價值的架構：

1. 客觀知態價值

從本體論來看，數學可視為有一實體獨立於學生（認知主體）外，是存在於客觀世界中，從知識論來看，數學的型態是由可分割的事實知識所組成，與作為認識主體的學生是可以分離的。學生學習的價值就是學習存在於學生之外的「客觀」數學內容，而學習的方法以透過邏輯性、系統性的認識知識為主。

2. 主觀經驗價值

從本體論來看，數學是在現象界及社會活動中蘊含的根本、物件、元件，從知識論來看，數學是透過人類溝通活動、辯證得出，其中最前膽的觀點是由 Lakatos (1976) 所提出數學知識演變觀，其所提演變的方式乃提出猜想、反例、修改猜想、形成（部分）定義，透過這樣的反覆過程，直到定義找到公開認可的證明。學生學習數學的價值就是認識現象界及社會活動中的數學內容，而學習的方法以觀察、猜想、反駁或驗證猜想來探索現象界或社會活動規律為主。

（二）PISA 2022 與十二年國教數學領綱之數學學習價值的對比

十二年國教數學領綱在基本理念、課程目標、核心素養、學習重點各部分的描述與 PISA 2022 的研究架構時有相呼應之處，其中在公民培養的終極目的上，十二年國教數學領綱（2018，頁 5）強調「成為理性反思與道德實踐的公民」，此訴求乃為 PISA 2022 所提倡「成為具建設性、投入性與反思力的 21 世紀公民」的子集（謝豐瑞等人，2025，頁

13)。綜觀十二年國教數學領綱，我們可以發現其所涵蓋的數學教育思維非常廣泛，然而當我們聚焦於實際執行面時，整個十二年國教數學領綱僅存學習表現與學習內容主導其發展與實踐；這個情形的產生可視為是必然的結果，因為高位的課程精神、理念、目標，往往僅能以抽象的、概括性的描述呈現，這樣的呈現方式，在教科書審查上或實際教學執行上，並無法以較為具體的指標加以檢視，因而這些高位的課程議題在實際執行面上僅會被束之高閣，無法落實。

上述情形並非僅限於十二年國教數學領綱的施行，本文作者之一從 1993 年版的數學綱要開始即接觸數學教科書審查相關業務，教科書僅著重於學習內容或／且學習表現的狀況從未間斷過。十二年國教數學領綱的學習表現寫法是以對學生在各學習內容上應有的表現來撰寫，故已涵蓋數學內容及所欲表現。是以，由十二年國教數學領綱中的學習表現來對比 PISA 的評量架構，將可一窺其間之差異。

本文統計了十二年國教數學領綱中學習表現針對「表現」的動詞，以及 PISA 2022 評量架構中針對形成、應用、詮釋三數學過程中評量表現的動詞，所有動詞出現率達 1% 的百分比如表 1 所示。

由下表可看出來，十二年國教數學領綱學習表現與 PISA 2022 架構評量表現動詞（部分乃以名詞的方式呈現所要求的動作）可以完全配對的有 6 大項：理解、應用、認識、計算、操作、推論。十二年國教數學領綱有高達 43.75% 的學習表現是落在理解與認識上，而這 2 個動詞又約 100% 都以數學內容為受體；相對來看，PISA 2022 評量表現對理解與認識的重視遠不及十二年國教數學領綱，而其受體除數學內容外，又遍及對模型的限制與假設、真實情境如何影響數學程序、數學推廣等不同範疇。在應用這個項目上，十二年國教數學領綱頗為重視，不過實際上僅有 5.68% 是將數學應用於日常生活中，其他 11.36% 則是應用數學解數學問題。若將這些動詞的受體侷限在數學，則認識、理解、應用、計算、操作（其中五分之三為做數學）、推理數學內容的比例高達 75%，此顯示數學存在於課程中的價值，有極大一部分是為了學數學而學數學的客觀知態價值，學生認識、理解存在於個體之外的客觀數學內容，這些內容不須大量鑲嵌於其他載體上。

表 1 十二年國教數學領綱學習表現與 PISA 2022 數學過程評量表現動詞

十二年國教數學領綱	百分比	PISA 2022	百分比
理解	30.11	理解	9.59
應用／運用	17.05	應用	5.48
認識	13.64	認識類	8.22
計算	8.81	計算	1.37
操作	7.10	操作類	9.59
推論／推理	6.82	推論類	5.48
溝通	4.83	評判類	19.18
欣賞	2.84	詮釋類	10.96
描述／表述	2.56	表示類	6.85
觀察／察覺	1.42	調整類	6.85
判斷	1.14	建構類	5.48
		組織類	5.48
		猜測類	2.74
		比較	1.37
		測試	1.37

註：上述有加「類」一詞者，乃因 PISA 在同義動詞使用上並未嚴守單一用詞，而是搭配受詞順暢度使用，故以「類」稱之。舉例來說，「認識類」包含下列用詞：認識、識別、找出、擷取（數學資訊）等。

反觀 PISA 2022 最高的兩項為評判類與詮釋類，而其受體多元，例如，評估模式與規律的意義、批判模型、選擇模型或工具、解釋情境中的數學意義、詮釋圖表或真實世界等等，處處展現出數學與現象界或社會活動彼此相嵌的情形。除此，PISA 2022 評量表現中要求的調整模型、建構情境、摘要或組織情境等等也都顯示出其視數學嵌於現象界與社會活動中的主張。作者實際檢視 PISA 2022 的評量試題，可將全部試題分為 3 類，第一類具有現象界或社會活動情境且情境承載了數學，第二類為擬情境，即情境中的數學並非該社會活動或現象界所必要或自然承載的數學（如：某人依規律畫了數排紅藍相間的三角形圖案，要算有藍色三角形所占比率或判斷其所占比率是否恆低於 50%），第三類則無情境僅數學內容。PISA 2022 第三類無情境的題目僅占全部題目的 2.14%，而若將第二類擬情境也納入計算，則這兩類共占 3.85%，如此低的比例

充分顯示 PISA 2022 評量除了對於現象界及社會活動中承載數學的立場分明外，也標示其認為學生、數學、情境三者共互動的觀點，學生學習數學的價值偏向主觀經驗價值。

在我國傳統上，數學課程發展與實踐特別著重學習內容，即使是關於學生表現或能力的設定，絕大多數也在於認識、理解、應用哪些數學內容這類反映客觀知態價值的項目。舉例來說，在十二年國教數學領綱（2018，頁 10）中關於二次方根有一項學習內容為：「二次方根：二次方根的意義；根式的化簡及四則運算」，而其對應的學習表現則為：「理解二次方根的意義、符號與根式的四則運算，並能運用到日常生活的情境解決問題」。雖然提到日常生活的情境，但實際上即文字題或應用題，學生所接觸到的也多是書面呈現，經過「特殊」數值安排擬真（或可說失真）的日常生活情境。在解題的過程中，不易或不需感知數學如何真實鑲嵌在情境中，也不需做模擬、實驗、探索等個人解題活動，僅需找出情境中數量關係解出答案即可。當學生在做模擬、實驗、探索等等活動時，其在過程中所有經歷，將成為其自我經驗，並形塑其對數學知識的認知、體會、情感、連結（與現象界、社會活動的）。

如果我國十二年國教數學領綱的發展有意圖更加重視國際數學評量所採用的主觀經驗價值，那麼在課綱的發展與撰寫上即需展現出相應的價值觀，其中在以表現為主的學習表現設定上，應反映出學生的數學學習需包含透過觀察、猜想、反駁或驗證猜想等來探索（如模擬、實驗）現象界或社會活動規律中的數學現象。如前所舉的二次方根之例，課綱可以明定學生需能在現象界或社會活動中透過觀察、猜想、探索找出物體與環境交互作用中顯現的二次方根，又或者甚至能製作出含二次方根數值的物件。又例如，可以明定學生需能透過觀察、猜想、反駁或驗證猜想等來探索多種暫時性或永久性的關係或變化，以適當的一次或二次函數（含自變量在現象界或社會活動中的適當範疇）來描述關係與變化，並能詮釋該關係或變化隨著哪些實際現象中的變量（如時間、長度、重量等其他物體的變化）產生變化以及變量對關係之影響（如離散的、

連續的、永久的、暫時的)。這樣的學習表現項目若落實在評量上，則評測的項目就會包含找出現象界或社會活動中的數學變量、猜想與驗證變量的關係、探索變量對變化與關係的影響，以函數描述該關係，以變量解釋現象界或社會活動中數量的變化與規律等項目。當浮現如此樣貌的學習表現項目時，可預見學生與數學的互動有機會跳脫現有透過教師傳遞或紙筆認識、理解、應用數學知識為主的學習模式。

二、學生與數學互動的方式面向

(一) 數學思維、運算思維、科技工具的交織

PISA 2022 認為數學素養乃是在各種真實世界情境脈絡中體現的 (OECD, 2023a)，而此界定中個體所處的「真實世界」乃是「由新科技驅動而快速變動的世界」，而公民身處這樣的世界中，應透過數學的幫助，成為具有建設性、積極參與，且善於反思的個體，並能為自己及所處的世界做出有充分依據的判斷與決策。事實上，科技工具在現今世界中扮演重要角色，以及數學教育中地位愈發重要等觀點由來已久，早在 30 年前，Winkelmann (1994) 強調科技已然改變個體與數學互動的方式，他認為透過科技，個體得以進行各種數據分析、模擬，從而提升可處理的數學複雜度，而這些方法也同時顯示進行數學實驗的可行性；Noss 與 Hoyles (1996) 則更深入指出電腦或其他科技產品影響了知識的本質與結構：

聚焦於科技會將我們的注意力帶到認識論上：新科技——所有的科技——不可避免地改變知識如何結構起來，以及知識對每個人的意義。從這個角度來看，電腦和筆無異，只是在我們這個時代，電腦迫使我们更直接地面對這一變革。(頁 106)

幾十年來，科技融入數學教學與評量之推廣與探究在全球許多國家蓬勃發展。然而，PISA 2022 所提出的觀點並非只是科技工具與數學的結合，而是進一步提出運算思維（computational thinking）的角色，指出數學素養中數學思維、運算思維、科技工具交織關係：

數學素養的長期發展應含有數學思維與運算思維之間的協同與互補運作……，這樣的思維運作被視為在形成、思構問題，以及設計解決方案時必要的思維過程，而此過程可以由電腦、人類，或兩者結合來執行。（OECD, 2023a, p.22）

換言之，從 PISA 2022 的角度來看，公民所被期待具備的數學素養包含了數學思維、運算思維的結合，以及人類與科技工具的協作。唯有以此為目標來培養學生的數學素養，才能給予他們更真實的視角，使他們理解數學在專業領域世界及真實世界中的實踐，這也反映了 PISA 2022 所採納的「主觀經驗價值」取向。

PISA 2022 認為在數學教育中，科技工具可以如何為學生提供協作機會，來讓他們經歷數學思維、運算思維、科技工具三者的交織呢？圖 1 為本文改編自 PISA 2022 的題目（該題並非 PISA 2022 的正式試題，但能呈現類似的思維與工具交織情況與過程）。

此題目提供互動式的估算器，用以預測兒童成年後的身高，學生可以選定孩子的性別、目前年齡、身高、體重、母親身高、父親身高等變數的數值，其中性別、目前年齡以下拉式選單點選，其餘 4 個變數可直接輸入數值，或是點選上下按鈕來調整，每次點擊可增減 1 公分或 1 公斤。當學生設定好六個變數的數值後，點擊「計算身高」按鈕，估算器將根據設定之數值計算預測的成年身高，並將設定的數值與結果顯示於下方的表格中。表格最多可記錄 6 筆資料，學生可刪除舊資料並新增新資料。題目請學生判斷父親身高、母親身高兩個變數中，哪個對兒童成年後身高影響較大，也請學生選擇 4 筆資料來支持其判斷。

估算兒童成年身高

以下估算器根據孩子現在的身高、體重，以及孩子父母的身高，預測孩子成年時的高度

兒童成年身高估算器

性別：
男 女

年齡：
 歲

身高：
 公分

體重：
 公斤

母親身高：
 公分

父親身高：
 公分

性別	年齡	身高	體重	母親身高	父親身高	成年身高	✓

根據右邊的說明，你可以使用兒童身高估算器，來幫助你回答以下問題。點選一個答案，然後選擇表格中橫列的數據來支持你的答案。

哪個變數對孩子成年時的身高影響較大？

母親身高

父親身高

✓ 請在表格中選擇 4 筆資料來支持你的判斷

圖 1 PISA 2022 試題之改編範例

本題的答案與父母身高的改變單位如何界定有關，若改變單位選擇固定的值（如 5 公分），則父母身高的影響是一樣的，若改變單位選擇固定的百分比（如 10%），則父母中身高較高者影響較大。對許多學生而言，這樣的問題情境是全新的，他們未必能直接以有條理的方式操作估算器並判斷答案。然而，因為估算器所具有的可互動性，促使學生動手操作，進而啟動腦中思考，而每一次的設定輸入與估算器的回饋輸出，又提供學生下次調整的根據，學生因此而有了與情境中數學互動的機會。透過操作估算器、觀察分析表格紀錄，學生有機會形成想法，發展一套可重複執行的程序（如如何改變變數、如何系統性測試不同變數數值），經歷制定演算法、自動化程序等數學思維、運算思維交織的思考過程，並與估算器協作來執行。學生也可能有更一般化的猜想，例如，他們可能猜測採用另一種改變單位的方式是否影響結論，而估算器提供學生快速嘗試多個例子並立即得到回饋的機會，使得驗證或反駁想法變得可行。

PISA 2022 新發展的數學試題中，約有 2 成題組需要學生在解題時與科技工具協作，而協作的模式皆非單純的計算。底下介紹 2 類 PISA 2022 試題中常見著重學生數學思維、運算思維與科技工具交織的學生——科技協作模式。若欲更深入瞭解相關題目，可參閱謝豐瑞等人（2025）及 OECD（2018）中的試題示例。

1. 「輸入——輸出」操作中的思維與科技交織

在 PISA 2022 的試題中，有不少像圖 1 這類學生自己輸入數值、科技工具輸出相應之回饋結果以產生實驗數據，進而透過學生——科技協作來解決的問題。這類問題在反映數學與真實世界相嵌的情況下，往往輸入或輸出的變數不只一個。齒輪題組是輸入多個變數，而這些變數共同影響一個輸出結果的例子（見本文 p. 222）。另外，在一噴水池題組中，則是輸入投射角度單一變數，該變數同步影響噴射水柱之水平距離、垂直距離兩個應變數的結果。在這些「輸入——輸出」的學生——科技協作過程中，學生分析比較多筆資料、實驗調整數據、識別拆解或抽象出關係與模式、設計解法程序、作出有據判斷。

2. 「大量數據運算與排序」操作中的思維與科技交織

另一類 PISA 2022 常見的學生——科技協作來解決的問題反映的是現今社會常見的資料呈現，也就是以工作表來呈現多個樣本的多維度資料，圖 2 為其中一例。學生需要透過與科技協作，才能快速處理大量數據，透過對所有樣本同步作運算或排序來解決問題。在這些「大量數據運算與排序」的過程中，學生需要制定一系列的解題步驟，包含每步驟要運作的對象、要進行的運作，以及步驟之間的順序。

無論是「輸入——輸出」或是「大量數據運算與排序」模式，這類要求學生——科技協作之試題，除了前述提到的制定演算法、自動化程序等思考，學生也往往會經歷 PISA 2022 評量架構中強調的 21 世紀技能：研究探究、批判思考、系統思考、反思、溝通、創造思考等。

PISA 2022

森林面積

問題 3 / 4

如何使用試算表

根據右邊「森林面積」的說明，使用該試算表來幫助你回答以下問題。從下拉式選單中選擇答案來回答本題。

考慮兩個時段：2005 年至 2010 年，以及 2010 年至 2015 年。

就百分比而言，哪兩個國家的森林面積百分比從一個時段到另一個時段出現最大的變化？

答案： [選擇] 及 [選擇]

森林面積

下面的試算表顯示這組數據中的 15 個國家，每個國家的森林面積佔土地總面積的百分比，有 2005 年、2010 年和 2015 年的數據。

國家	2005	2010	2015	欄E	欄F	欄G
巴拿馬	64.33	63.21	62.11	X	X	X
印度	22.77	23.47	23.77			
希臘	29.11	30.28	31.45			
亞美尼亞	11.77	11.74	11.77			
阿爾及利亞	0.64	0.81	0.82			
萊魏	64.42	64.08	63.69			
哈薩克斯坦	1.24	1.23	1.23			
美國	33.26	33.7	33.85			
哥倫比亞	64.26	62.85	62.73			
泰國	31.51	31.81	32.1			
秘魯	59.01	58.45	57.79			
塞內加爾	45.05	44.01	42.97			
葡萄牙	36.52	35.89	35.25			
德國	32.66	32.73	32.76			
黎巴嫩	13.34	13.38	13.42			

計算

欄 [選擇] 運算 [選擇] 欄 [選擇] 執行

平均值 欄 [選擇] 執行 全部清除

圖 2 PISA 2022 試題「森林面積」

資料來源：謝豐瑞等人（2025）；引自 OECD（2023b）。

相較於 PISA 2022 關於科技工具使用的前瞻觀點，臺灣十二年國教數學領綱（2018，頁 2）明白指出臺灣「即使在最基本的計算機教學，都遠遠落後於世界各先進國家」，因此，十二年國教數學領綱（2018，頁 2）在其基本理念中提出「數學教學應培養學生正確使用工具的素養」，而計算機、電腦、網路、多媒體、行動工具等包含在其所指的工具中，然而在其學習表現中僅要求使用計算機，顯示數學領綱的規劃應欲從計算機的使用起步，期許能逐步引導學生使用更高階科技工具。然而，從十二年國教數學領綱（2018，頁 12，14）中具體的學習表現條目來看，僅有 3 項提及計算機，分別為：「n-IV-6 提及應用計算機計算、驗證與估算二次方根估計值」；「n-IV-9 提及以計算機計算值，如比值、四則運算等」；「n-V-2 提及判斷使用計算機的時機」。從中可看出數學領綱條目中非計算功能的科技工具使用僅有「驗證」以及「判斷使用計算機的時機」。反觀 PISA 2022 針對科技的觀點，認為數學思維、運

算思維、科技工具三者交織是問題解決的核心過程，也是學生在當今與未來科技日益重要的世界中取得成功所需之關鍵技能，兩者相去甚遠。

（二）解決問題與學習的融合

傳統東亞數學教育強調「兩項基礎」（two basics），重視「扎實的概念基礎」與「應用技能」（Zhang et al., 2004）。然而，PISA 2022 卻提出：

每位學生都應學習（並給予機會學習）如何數學化地思考，透過數學推理（包括演繹與歸納推理），結合一小部分支撐此推理的基本數學概念來進行學習，而這些概念本身未必會被直接教授，而是在學生的學習歷程中逐步清晰並被強化。（OECD, 2023a, p. 20）

這是否意味著 PISA 2022 認為數學概念的學習不再重要？

事實上，PISA 2022 的觀點是，透過科技工具能夠創造有效的學習環境，讓學生在數學思維、運算思維與科技工具的交織運作下，探索數學學科中的關鍵概念、深化數學內容的學習、具體化抽象概念，並能以新的方式表達想法且與數學概念互動。以圖 1 的例子來說，其牽涉的數學模型是 $Y = a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3 + a_4 X_4 + a_5 X_5 + a_6 X_6$ ，學生面對的是一個從未接觸過的新情境及新數學模型，學生所經歷的不只是解題活動，同時也是學習活動；試想，若直接讓學生操弄此複雜又抽象的數學模型，可想而知學生將束手無策。然而，透過與科技工具協作，學生在逐步解決問題的過程中，不需直接處理形式化的數學模型，而是能以「對應」、「變化」等函數中的基礎想法作為起點，並在解題過程中自然經歷如多個自變數對應單一應變數的新數學知識。此例的精神在 PISA 2022 試題中處處可見，其所重視的並非抽象、形式化的知識概念，而是真實世界情境中承載的重要數學想法，透過與科技工具協作來與這些數學想法互動，在解決問題的過程中，建構更深層的數學理解。

在 PISA 2022 中，就「輸入——輸出」或「大量數據運算與排序」

這兩類關於學生——科技協作的問題來看，學生需要的數學知識僅涉及 9 年級以下，且皆為最基本的內容，然而，這兩類問題的平均答對率分別是 62% 與 49%。此結果顯示，問題解決的困難點或許並非取決於學生是否具備相應的數學概念，而可能來自於前述各種思考技能的不足，而臺灣參與的 OECD Future of Education and Skills 2030 Project 之研究結果也呼應此現象。該計畫對依據臺灣十二年國教數學領綱所編寫的數學教材進行分析後發現，八年級數學課本與習作的所有題目中，僅有 2.34% 涉及 21 世紀公民所需的關鍵思考技能（包括溝通、創造思考、批判思考、資訊運用、反思、自主堅持與系統思考），而其中僅 0.26% 的題目布於真實世界情境之中（Schmidt et al., 2022）。

如果我國十二年國教數學領綱的發展有意圖更加重視國際數學評量所強調的數學思維、運算思維、科技工具之交織，那麼可包含一個區塊，明定如「使用科技工具支持數學探究」、「與科技工具協作制定解題程序並解決問題」等內涵，並在這個區塊中明定應／可包含的數學內容或學生學習表現條目，使之成為欲實踐的具體項目，並可在課綱輔助文件中，提供如 PISA 呈現的具體評量示例，幫助教學現場設計與執行結合運算思維、21 世紀技能的教學與評量活動。

三、數學題材著重面向

（一）PISA 與國中課綱在數學內容與比例上的差異

PISA 2022 評量核心強調學生在解決問題時所展現的歸納（inductive）與演繹（deductive）推理能力。在命題時重視從真實世界情境中引發數學思考，讓學生自己先產出多個數據或例子，再進一步觀察數據、辨識規律，逐步發展出概念或關係，最後進行判斷或決策。這樣的設計不僅體現了由具體經驗中歸納出原理原則，再運用原理原則進行演繹的歷程，也反映了 PISA 對數學素養的立場；相對來看，由臺灣十二年國教數學領綱強調認識、理解、應用的強度以及教學現場實踐的

狀況來看，教學與評量通常直接進入以演繹推導與公式應用為主的取向，或是先以事先設定好的例子說明再快速進入演繹推導與公式應用。這兩種取向不同的主因之一乃來自於對 21 世紀學生需要之素養看法不同，如序言所述，PISA 認為數位化的世紀重視量化分析與數量推理，這種立場也顯現在其評量數學題材的選取上。

從數學內容的類別分布來看，PISA 2022 試題數學內容的占比依高至低分別為，「數量」占 32%、「不確定性與資料分析」占 26%、「變化與關係」占 24%、「空間與形狀」占 18%（如圖 3）。相較之下，臺灣十二年國教數學領綱執行之國中階段各個數學內容所占教學節數的比例（根據教科書教師手冊之建議）來看，在國中階段，依上述數學內容次序分別為 25%、6%、35%、33%；若再加上 10 年級的內容，比例則為 25%、12%、40%、23%。這樣的結果顯示十二年國教數學領綱在 PISA 2022 占比最重的「數量」及「不確定性與資料分析」上占比明顯偏低，尤其是後者，最高僅占 12%，還未達 PISA 2022 所占 26% 的一半。除此 PISA 2022 占比最低的「空間與形狀」在臺灣國中階段的占比卻異常的高，即使加上 10 年級的內容，占比仍高於國際的設定。

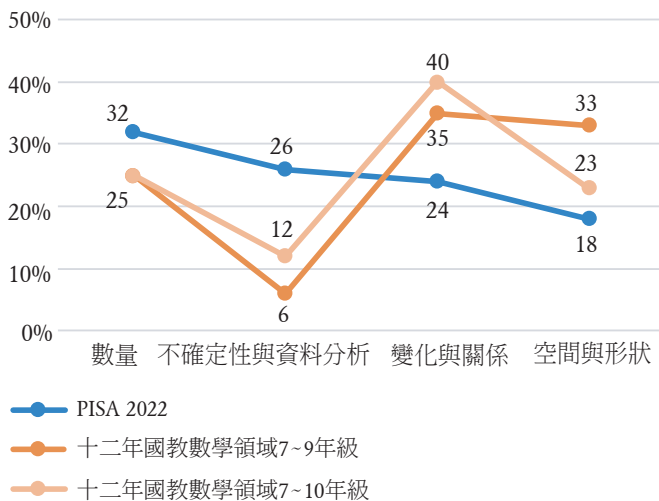


圖 3 PISA 2022 與臺灣十二年國教數學領綱數學內容占比

（二）PISA 對四大新興數學主題的重點論述

PISA 素養評量架構中的數學內容知識並不是依數學內容邏輯之單元架構劃分，而是根據各種真實生活情境中承載的數學現象組成的，這些真實生活情境涵蓋個人、職業相關、社會與科學現象。這樣的優勢在於，更容易幫助學生理解數學如何存在於各種現象中，而非僅學習分散的數學概念。舉例來說，用模式、變化或是關係等來組織數學內容，相較於依傳統數學單元分類，前者更能使數學概念靈活地在不同情境中建立關聯。另一優勢則是避免數學內容過於細分影響試題選取，使無法展現數學在真實世界問題中的樣貌，如此將使得評量未能針對學生生活在 21 世紀所需數學素養取材。

PISA 2022 考量 21 世紀新興經濟領域（如高科技製造等）及現代社會變遷的情況，特別關注下列 4 個數學主題，這些主題並非全新的數學概念，而是現有四大數學內容類別中值得特別強調的主題，此四主題分別為：

1. 增長現象（變化與關係）

在「變化與關係」中，PISA 強調數學是描述與解析萬物變化與關係的工具。物體會與環境產生交互作用，其變化可能受到時間或其他因素的影響。數學則透過函數、方程式、圖形與統計等方法，來描述與表徵這些變化關係。

PISA 2022 在此數學內容中特別強調增長現象（growth phenomena），並公開一個關於「利息與儲蓄」（OECD, 2018）的範例試題當作說明：透過電腦模擬，學生可以同時控制 4 個變數（存款期長、每月存款、年利率、本利和），來模擬三種計算模型（計算本利和、計算每月存款、計算存款期長），每次模擬產生的結果皆以表格呈現，幫助學生直觀理解變數之間的關係，然後回答關於變數之間的增長關係，並給出解釋。

PISA 認為許多現象的理解（如疫情流行、細菌感染、氣候變遷、經濟增長），僅考慮線性關係是不夠的，往往需要考慮非線性模型，如

二次增長或指數增長。然而，PISA 雖關注，卻不要求學生學過指數函數，而是希望學生能認識非線性增長的存在，理解其對現實社會的影響，並能直觀理解指數增長的特性（極快速的變化）。在十二年國教數學領綱（2018，頁 59）中，也有涉及增長與衰退的條文，例如在 f-V-4 中指出：「認識以指數函數為數學模型的成長或衰退現象，並能用以溝通和解決問題」，然此處的學習是從函數結構的角度出發，進一步應用於如儲蓄等具體問題的分析上，與 PISA 強調的直觀認識與現象理解略有不同。

2. 幾何逼近（空間與形狀）

PISA 在此類別涵蓋各種視覺與實體現象的理解與操作能力，以幾何為基礎，融合空間視覺化、測量與代數等元素，已超越傳統幾何範疇，重視距離計算與空間推理能力，以及在需要使用工具（科技）的情境中，有效辨識、操作與解釋各種形狀與其表徵方式。

在現代社會中，不規則形狀日益普遍，傳統幾何公式有時難以應對這類情境。對此，PISA 2022 特別強調「幾何逼近」（geometric approximation）的重要性，認為學生應能靈活運用空間與形狀概念，估算不規則物體的面積或體積，而非僅依賴公式的直接套用或強調計算技巧。例如，當房間形狀出現銳角或曲線時，其計算方式將不同於傳統長方形房間，須採取不同的幾何逼近方法。十二年國教數學領綱雖未明確使用幾何逼近一詞，但在國小階段可找到類似概念的教學實踐。例如，S-6-3 條文說明「利用活動說明一般不規則區域的面積要如何理解和估計」（十二年國教數學領綱，2018，頁 34），對應教材有方格估算法與切割估計圓周長，已初步展現幾何逼近精神。然而進入國中後，重點轉向公式運用、圖形性質與坐標幾何，教材或試題中與幾何逼近相關的題目較不常見，多為幾何切割，已較少涵蓋逼近或類似概念。

3. 電腦模擬（數量）

PISA 在數量這一類別所涵蓋的數學內容，無論是在量化與量的基本認識、數感與合理性評估、或是趨勢與模式的辨識與理解、表徵與推理的運用，在數學領綱皆有相對應的學習表現。

PISA 2022 中特別強調的「電腦模擬」（computer simulations），是指在面對龐大數據或複雜多變的情境中，透過電腦進行模擬計算，而人的角色則在於操控變數、規劃情境、預測結果並作出決策，藉由模擬結果進行問題解決與判斷，例如，前述儲蓄與利息的示例。而數學領綱雖有提及電腦的使用，但其應用範圍主要著重於數值計算、繪製統計圖表，或將方程式與函數轉換為圖形表徵。例如，十二年國教數學領綱（2018，頁 57）中指出：「可適當使用電腦輔助教學範例，例如，以電腦協助講授函數圖形、立體幾何、解方程式和統計課程等」。然而，這與 PISA 2022 所強調的電腦模擬概念仍有明顯落差。頂多當落實在教科書中時，可有一些實作的探索活動，稍具模擬的意涵，但多數仍停留在操作層面，尚未達到以電腦模擬進行變數操控與決策推演來解題的深度應用。

4. 有條件的決策（不確定性與資料分析）

在統計相關的數學內容中，PISA 2022 著重在理解真實世界情境脈絡中無可避免的變異性和不確定性，以及在情境下如何進行合理的推論與決策。在此數學內容上，PISA 2022 特別強調「有條件的決策」（conditional decision making）之重要性，透過二維表格（包含列聯表）呈現資料，引導學生進行不同類型的機率估計與統計推論，同時，希望學生能意識到，不同的假設／關係或分析方式可能導致不同的結果，從而培養其在數據分析中的判斷與決策能力。

十二年國教數學領綱已於 7 年級階段納入列聯表製作相關內容，並於 9 年級納入重覆試驗下的機率計算；至於涉及機率估計與統計推論的相關內容，則安排於 10、11 年級。整體而言，領綱在 7、9 年級著重於由生活經驗認識簡單機率；10 年級以後則著重於機率與統計知識的介

紹及應用，較偏重專家解法下根據專業知識所作的決策。然而，PISA 所強調的「有條件的決策」，並不僅依賴統計知識本身，而是重視學生能在真實情境中，根據對情境的理解與感知，以及對資料的合理解讀進行符合生活經驗且具判斷力的推理與決策，由此看來，現行領綱的編排與 PISA 2022 所強調的「有條件的決策」，仍存在一定差距。

以 PISA 2022 測驗中的「國際學校」題目為例，該題以列聯表呈現全校來自六個不同國家共 95 位學生分布在 5 個 9 年級班級的人數。第 1 小題問每班平均人數。第 2 小題問隨機抽取一名學生，而此學生來自某國且屬於某班的機率為何。第 3 小題問隨機抽取一名學生，不是來自某兩國的機率為何。有 81% 的臺灣學生正確回答第 1 小題，顯示這些學生看得懂該列聯表；然而，儘管其後第 2、3 小題僅需瞭解生活中會接觸到的用語「隨機抽取」，及觀察表格中的數據即可作答，但臺灣學生正確回答的比率卻大幅下降至 38% 和 58%；更甚者，這兩小題臺灣 10 年級學生的得分率比 9 年級學生分別低了 17% 及 11%；PISA 2022 另一題關於隨機抽樣若干 9 及 10 年級學生，作答需考慮給定前提（條件機率的想）來判斷哪一個年級學生會演奏樂器的可能性比較大，臺灣在 9、10 年級同樣都未學過條件機率的情形下，10 年級學生的得分率同樣比 9 年級低了 11%。一個合理的懷疑是臺灣 10 年級學生依賴如公式這類專家解法的情形較 9 年級更加嚴重，對於未學習過的概念，未意識到自己在真實世界中透過對生活經驗的理解與感知來解讀資料，再與自己舊有推理基模連結來完成任務，故失去了自己逐步發展、強化、形成、展現概念的機，此乃學校課程重視客觀知態價值的可能隱憂，學生學習恐著重於客觀知識的獲得而非適應環境變化中素養的發展，也就是學生並未獲得充分的機會認識真實情境中可能產生的各式各樣資料，且未對資料來源、用途、意義等有感，也沒有被強化在解題任務要求判斷時根據各限制條件（如限制在子樣本範圍時）進行資料的探索與推理，這也可能阻礙學生發展如機率與統計這類大量承載於真實世界中數學知識的處理或推理能力。

（三）PISA 2022 與臺灣命題取材的差異

PISA 和臺灣在命題取材時，主要有以下不同之處：

1. 真實情境命題設計

PISA 強調試題應根植於各種真實世界的情境脈絡，題材來源多元，涵蓋個人生活、職業應用、社會議題與科學情境，旨在評量學生是否具備應對實際問題所需的數學素養。這些真實情境往往具備開放性、複雜性與多變性，挑戰學生的不只是公式運用、計算能力，更看重的是對情境的理解、資料的詮釋與進行合理決策的能力，且試題的設計與呈現，融入 21 世紀技能中與數學素養相輔相成的八大思考技能，因此在形式與內容上，與傳統為評量特定知識概念的試題會有所差異。臺灣在設計題目時，常常是從一個既定的個別或數個數學概念出發，確立好教學或評量的核心內容，再去找適合此數學概念的情境例子當作題目的包裝或背景設定。這樣的設計方式，主要是希望學生能夠辨識並正確應用先前學習過的數學知識來解決問題。因此，在建構題目情境時，會弱化或排除與該數學概念無關的變因（干擾），強調的是強化學科知識的聚焦與應用。

2. 漸進式的任務特徵

PISA 2022 在試題設計上多採題組形式呈現，讓學生在回答問題的過程經歷從觀察趨勢、理解數據到推論判斷的層層思考歷程，測驗的不僅是單一技能，而是引導學生整合多種數學思考進行推理。相較之下，臺灣試題仍多著重於單一題目知識面的測驗，較少出現具連貫性、結合多項重要數學概念與思考技能的題型。雖然近年國中會考的題組題與非選題在設計上已有些微朝此方向發展，但比例仍然有限。

3. 由下（數據和例子）而上（數學概念或解題策略）的數學思考歷程

PISA 2022 試題的一大特質，在於題目往往讓學生先從情境中主動觀察、產生數據，或舉出例子，再進一步從所產出的物件中發展數學關

係、規律，進行情境中的決策與判斷，這樣的設計鼓勵學生從具體情境出發，經歷資料閱讀整理、模式識別與關係建構的歷程，在思考上往往結合了數學思考、運算思考、21 世紀技能。而臺灣的試題則常直接一開始就以形式化、結構化的方式呈現完整的條件與數據，學生只需套用既有的公式或概念進行計算或邏輯推理以求解，較少引導學生自己去建構關係，經歷歸納推理的過程。

4. 跨領域的模糊情境

PISA 強調與真實生活緊密連結的情境，因而試題經常呈現跨領域特性，例如，結合數學、物理與生活經驗等內容。然而，一旦牽涉到自然現象或生活經驗，就難以避免會觸及其中的模糊性與非線性特質，而這些特質常被傳統命題觀點視為一種不準確與不必要的干擾因素，然而事實上數學界為瞭解決精準與真實關聯間的衝突，也發展了模糊集理論（Fuzzy set theory）來嘗試應對（Zimmermann, 2010）。臺灣長期以來，入學考試牽涉到學生後續就學，往往要求嚴謹、精準，不容模糊空間的存在，此對學校現場的命題有極大影響，為求一個標準答案，而將整個情境簡化為較為理想化的「仿真」擬情境，以減少真實狀況中可能出現的複雜與不確定。而這樣的結果，有可能導致學生難以將學校所學應用於生活。

以下舉 2 個例子說明前述 4 個 PISA 2022 命題特點與臺灣命題間的差異：

1. PISA「駕駛視野」問題

「駕駛視野」問題透過圖示介紹駕駛的有效視野如何受視角和車速影響，並提供 4 種不同速度下的有效視角散布圖，圖中也畫出最適直線（the line of best fit），其中題目所給的 4 種速度皆不在最適直線上，顯示出此直線「非精準」直線，題目並標示對應的視角度數與車速直線方程式，學生需據此選答，當車速持續增加時，駕駛的有效視角會如何變化。第 2 題則進一步要求學生計算：當車子時速為某一非題目中 4 種

速度之另一定值時，駕駛的有效視角為多少度。第3題則引入可能的真實情境，情境中一輛車以某固定時速行駛在一個已知寬度的馬路正中央時，此時行人穿越道旁站著一位行人，題目要求學生推算：在維持此車速的情況下，汽車與行人穿越道間的最短距離為多少，駕駛仍可看得到該行人。

此題充分展現了「真實情境往往涵蓋多個數學內容」的特質，其布題是具有模糊性（最適直線）的「不確定性與資料分析」，在其3個子問題中，前兩小題是「變化與關係」，第3小題則轉變成「空間與形狀」。題目同時整合多個重要數學概念，例如，散布圖、最適直線、函數關係、畢氏定理與三角比，且結合駕駛視角、行人動線與道路寬度等情境設定，問題本身皆貼近學生未來實際可能遭遇的場景，有助使學生體會數學在真實世界中所扮演的角色，並能對數學模擬的樣貌有初步的認識與理解。

2. PISA「齒輪」問題

齒輪是真實世界尤其是工業社會中常見的機械裝置，題目設定貼近實際情境，由兩個輪齒相互咬合的主動、被動齒輪組成一組齒輪組，情境涉及4個變數：主動與被動齒輪的齒數，以及兩者的轉速。學生可透過電腦模擬操作，自行多次選擇變數的數值，例如，主動、被動齒輪的齒數數值，產生數據並進行探索與觀察；第1小題學生在每次輸入主動、被動齒輪的齒數數值後，系統會自動輸出對應的R值（被動齒輪齒數 T_1 / 主動齒輪齒數 T_2 ），學生需要根據這些數據歸納寫出R的代數式（ T_1 / T_2 ），這一小題牽涉的是2個變數間的關係。第2小題則進一步牽涉4個變數的關係，題目要求學生從多個選項中選出一個能正確描述主、被動齒輪齒數與轉速這4個變數之間關係的選項。

若此題無法透過操作模擬，所有數據便須由題目預先提供，學生的思考被框在封閉的數據中，而無法嘗試自己有感知的開放數據。在臺灣，齒輪情境有時會被納入正、反比單元中命題，評量的重點往往不在於學

生觀察數據關係或探索多個變數間的自應變關係，而是直指情境中存在正比或反比的數學關係，要求學生利用定義以解題。也就是，雖然同樣具有情境，但臺灣所使用情境的實質功能與純粹抽象的文字敘述題相差無幾，對學生認識齒數如何影響齒輪帶動及轉速中之數學現象並無幫助，也就是臺灣題目中齒輪情境可任意更換成其他各種正、反比關係的情境，情境本身對學生認識其中承載的數學與其推理的幫助有限。

如果臺灣十二年國教數學領綱的發展有意圖更加重視國際數學評量所著重的數學題材範疇與命題取材特質，則在國中階段，可適度增加數量及統計所占的比例，減少空間與形狀的占比，尤其是完全未涵蓋於 PISA 2022 中的平面幾何推理，可慎重檢討其在國中課程中的必要性。除此，在課綱中可明定積極納入真實情境、資料探索、有條件決策為主的數學推理解題任務，以及跨領域及跨數學內容的漸進式推理解題任務。

參、結語

PISA 2022 認為，長久以來，許多國家數學課程的要角在於數學主題、運算程序以及應用數學解決可預測的實際情境問題（OECD, 2023a），然而隨著科技的發展，這一論據的說服力逐漸削弱，因為許多數學程序已可自動化，侷限的情境伴隨狹隘的數學程序理解不足以應對當今世界的需求，反而每位學生都應該掌握演繹推理與歸納推理能力，並結合一小部分支撐這種推理的基本數學概念；PISA 2022 同時認為，這些概念本身未必需要明確教授，而是在學生的學習經驗中逐步展現並強化（OECD, 2023a）。反觀臺灣十二年國教數學領綱中的要角，正與上述 PISA 2022 所提及國家數學課程之情形相近。

綜上所述，PISA 2022 數學素養評量不重視單純的數學內容知識，重視的是學生是否能透過各種真實世界情境中承載的數學瞭解數學在世界中所扮演的角色，並能根據推理做出判斷與決策。欲達此目的，在學習數學上，學生應透過數學思維、運算思維、科技工具三者互相的搭配

來認識真實世界中的數學現象與解決其中的問題，這樣的過程中，學生不僅能有效深化對數學概念、想法的理解，也能發展各種重要的 21 世紀思考技能。在數學題材上，則應更加強調真實世界中承載的數學主題，例如，量化分析、統計素養與機率推理等。

根據作者長期的經驗，學校數學學習的價值在臺灣從未被嚴謹的看待過，數學界與數學教育界雖皆關心臺灣數學課程的趨勢，但也從未為此進行過良好的溝通或辯證。本文比較了我國數學課程學習表現架構及代表前瞻角度的國際 PISA 2022 評量架構，結果顯示，相對來看我國較重視客觀知態價值，PISA 2022 較重視主觀經驗價值；這兩種立場，恰能對應到我國數學界及數學教育界在數學學習價值上的相對立場；前者著重數學的客觀價值，即使許多學生未來用不到某些數學，仍應將數學視為一種知識來學習；但後者著重數學對學習者的主觀價值，學習者因應個體的需求，經驗真實世界承載的數學現象。

臺灣歷屆課程綱要訂定雖皆有公聽會及收集各界意見的過程，但這些外部意見在決策過程中能否發揮實質作用，往往取決於其與課綱訂定委員立場差異的多寡。不同領域的人因其自我的經歷，往往有較偏重的價值觀，此乃必然的現象，但牽涉國家課綱走勢，各界宜致力於更正式、善意、長期的溝通，透過辯證達成共識，以利我國課程的發展與執行。

參考文獻

十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校——數學領域（2018）。

[*Curriculum guidelines of 12-year basic education: Mathematics domain for n for elementary, junior high school and upper secondary school education.* (2018).]

謝豐瑞、王婷瑩、吳嵐婷、林素微、陳佳欣（2025）。臺灣學生的數學素養表現。載於蔡今中（主編），*PISA 2022 臺灣學生的表現*（頁 13-94）。國立臺灣師範大學臺灣 PISA 國家研究中心。

[Hsieh, F.-J., Wang, T.-Y., Wu, L.-T., Lin, S.-W., & Chen, C.-H. (2025). Mathematical literacy performance of Taiwanese students. In J.-C. Tsai (Ed.), *Performance of*

- Taiwanese students in PISA 2022* (pp. 13-94). Taiwan PISA National Research Center, National Taiwan Normal University.]
- Alkin, M. C. (1973). Theoretical framework for the analysis of curriculum and instructional reform. *International Review of Education*, 19(2), 195-207. <https://doi.org/10.1007/Bf00598111>
- Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. Routledge.
- Gouëdard, P., Pont, B., Hyttinen, S., & Huang, P. (2020). *Curriculum reform: A literature review to support effective implementation*. Organisation for Economic Co-operation and Development. <https://doi.org/10.1787/efe8a48c-en>
- Johnson, M. (1973). The context of national educational reform. *International Review of Education*, 19(2), 187-194. <https://doi.org/10.1007/BF00598110>
- Lakatos, I. (1976). A renaissance of empiricism in the recent philosophy of mathematics. *The British Journal for the Philosophy of Science*, 27(3), 201-223. <https://www.jstor.org/stable/686119>
- Noss, R., & Hoyles, C. (1996). *Windows on mathematical meanings: Learning cultures and computers*. Kluwer Academic. <https://doi.org/10.1007/978-94-009-1696-8>
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2018). *PISA 2021 mathematics framework draft*. <https://pisa2021-maths.oecd.org/files/PISA%202021%20Mathematics%20Framework%20Draft.pdf>
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2023a). PISA 2022 mathematics framework. In Organisation for Economic Co-operation and Development (Ed.), *PISA 2022 assessment and analytical framework* (pp. 18-100). <https://doi.org/10.1787/dfe0bf9c-en>
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2023b). *PISA 2022 results: The state of learning and equity in education* (Vol. 1). <https://doi.org/10.1787/53f23881-en>
- Schmidt, W. H., Houang, R. T., Sullivan, W. F., & Cogan, L. S. (2022). *When practice meets policy in mathematics education: A 19 country/jurisdiction case study*. Organisation for Economic Co-operation and Development. <https://doi.org/10.1787/07d0eb7d-en>
- Winkelmann, B. (1994). Technology in mathematics teaching. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Strässer, & B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 171-223). Kluwer Academic. https://doi.org/10.1007/0-306-47204-X_5
- Zhang, D., Li, S., & Tang, R. (2004). The “Two basics” : Mathematics teaching and learning in mainland China. In L. Fan, N. Y. Wong, J. Cai, & S. Li (Eds.), *How Chinese learn mathematics: Perspectives from insiders* (pp. 189-207). World Scientific.
- Zimmermann, H. J. (2010). Fuzzy set theory. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics*, 2(3), 317-332. <https://doi.org/10.1002/wics.82>

徵稿簡則

一、發刊宗旨

《教科書研究》（以下稱本刊）為國家教育研究院定期發行之專業期刊，登載與教科書及教材相關之議題、政策及實務興革等研究成果。希冀透過本刊之發行，建立對話平臺，促進教科書研究者與實務工作者之互動交流，發展教科書制度與實務研究，作為本院推動教科書相關政策之學術研究基礎，以提昇教科書及教材之品質。

二、出刊方式及頻率

本刊自第 16 卷起採數位出版品形式發行，每年發行 3 期，於 4 月、8 月及 12 月出刊。

三、徵稿主題

教科書及教材發展之政策、制度、內容分析、使用、評鑑、比較研究、歷史分析、研究方法論等，包含國中小、高中、技職及大學等教育階段，旨在促進教科書政策與實務興革之發展。

四、徵稿簡則

1. 稿件類型及字數：

- (1) 專論：未經發表過且具原創性之學術論文。接受中、英文稿件，中文稿件以 15,000 字為原則，至多不超過 20,000 字；英文稿件以 8,000 字為原則，至多不超過 10,000 字；另應提供中文摘要（350 字內）、英文摘要（200 字內）及中英文關鍵詞（各 3 至 5 個）。
- (2) 研究紀要：即時重要的實徵研究結果，以及創新的理論、概念、研究方法或工具之論文。接受中、英文稿件，中文稿件以 10,000 字為原則；英文稿件以 5,000 字為原則；另應提供中文摘要（350 字內）、英文摘要（200 字內）及中英文關鍵詞（各 3 至 5 個）。
- (3) 論壇、書評、教科書評論、報導：接受中文稿件，以 5,000 字為原則。

2. 引註及書目格式：

- (1) American Psychological Association. (2020). *Publication manual of the American Psychological Association* (7th ed.).

- (2) 教科書及課程標準（綱要）引用格式請參據本刊「撰稿格式」。

3. 來稿一經採用，作者應提交英譯之中文參考文獻（範例 3-1），如中文參考文獻無英譯，請同時提交音譯（漢語拼音）及意譯（範例 3-2）。

範例 3-1：

楊深坑（2005）。全球化衝擊下的教育研究，教育研究集刊，51（3），1-25。

[Yang, S.-K. (2005). The impact of globalization on educational research. *Bulletin of Educational Research*, 51(3), 1-25.]

範例 3-2：

余英時（1976）。歷史與思想。聯經。

[Yu, Y.-S. (1976). *Lishih yu sixiang* (History and thoughts). Linking.]

4. 文件格式：

- （1）內文：電子檔案格式須為 MS Word（.doc .docx）或開放文件格式（.odt），並請同時提供稿件 PDF 檔作為比對之用。
- （2）圖片：內文如有圖（照）片，須另提供清晰圖片或高解析數位照片，引用圖片應符合本刊著作利用授權規範。

5. 投稿方式：

- （1）投稿者請將「稿件電子檔」及「稿件基本資料表」上傳至「線上投稿系統」，網址：<https://ojs.lib.ntnu.edu.tw/index.php/JTR>
- （2）本刊收件後，將於 2 個工作日內 E-mail 回覆投稿者收件訊息；如未收到相關訊息者，請來電確認，以避免漏失郵件。

6. 稿件隨收隨審，歡迎各界踴躍惠稿。

五、稿件審查、修改及刊登

1. 本刊採雙匿名審查制度，稿件將送請相關領域之學者專家進行審查。
2. 審查結果及意見將個別 E-mail 通知投稿者，投稿者應於本刊通知日起 1 個月內 E-mail 回覆修改、答辯或說明，並於稿件標示修正處；除特殊情況事前經本刊同意展期者外，逾期回覆修改、答辯或說明者，概以退稿處理。
3. 凡接受刊登之稿件，本刊得視編輯之實際需要，對稿件文字及圖片刪修調整，並得決定其刊登卷期。
4. 請勿有一稿多投、違反學術倫理，或侵害他人著作權之行為，違者除自負相關行政及法律責任，本刊 2 年內不受理其稿件。
5. 本刊不接受退稿者以同一文稿再次投稿。

六、著作權規範、個人資料蒐集使用及相關權益

1. 獲採用刊登者，作者（著作人）應簽署著作利用授權書，授權國家教育研究院得以不同方式，不限地域、時間、次數及內容利用著作物，並同意「姓名標示—非商業性—禁止改作」之創用授權條款；國家教育研究院並得將相關權利再授權第三人。完整授權條款請參考本刊最新版「著作利用授權書」。

2. 作者（著作人）同意國家教育研究院基於著作利用與期刊發行及行政業務目的，蒐集使用個人相關資料。完整個人資料蒐集使用規範請參考本刊最新版「稿件基本資料表」。
3. 不同意或不符合本刊著作利用授權與個人資料蒐集使用規範者，請勿投稿，違者本刊 2 年內不受理其稿件。
4. 獲採用刊登者，本刊提供該論文 PDF 電子檔。

七、編務聯絡

1. 電話：(02) 7740-7787
2. 信箱：ej@mail.naer.edu.tw
3. 官網：ej.naer.edu.tw/JTR
4. 地址：106011 臺北市大安區和平東路 1 段 179 號 4 樓
《教科書研究》編輯會

《教科書研究》稿件基本資料表

篇 名	(中文)			
	(英文)			
字 數	稿件全文(含中英文摘要、正文、參考書目、附錄等) 共_____字			
姓 名	(中文)	最高 學歷	(畢業學校)	
	(英文)		(學位)	
任職機構 (就讀校系)	(中文)	職稱	(中文)	
	(英文)		(英文)	
E-mail				
通訊地址				
電 話	聯絡電話：()		分機	
	行動電話：			
主題徵稿	是否為主題徵稿？ <input type="checkbox"/> 否。 <input type="checkbox"/> 是，主題：_____			
屬 性	是否為學位論文或研究計畫所改寫？ <input type="checkbox"/> 否。 <input type="checkbox"/> 是，指導教授(或計畫主持人)姓名：_____			
如為共同著作，請詳填以下共同著作人欄位，非共同著作則免填。(以下欄位不敷填寫時請自行增加)				
共同著作人	姓名	任職機構(就讀校系)	職稱	貢獻度 (%)
第一作者 (<input type="checkbox"/> 通訊作者)	(中文)	(中文)	(中文)	
	(英文)	(英文)	(英文)	
第二作者 (<input type="checkbox"/> 通訊作者)	(中文)	(中文)	(中文)	
	(英文)	(英文)	(英文)	
第三作者 (<input type="checkbox"/> 通訊作者)	(中文)	(中文)	(中文)	
	(英文)	(英文)	(英文)	
<p>1. 著作人保證所填基本資料正確，投稿稿件未曾以任何方式出版或發行，且無一稿多投、違反學術倫理，或違反著作權相關法令等情事。</p> <p>2. 著作人了解並同意《教科書研究》著作權授權規範，並保證有權依此規範進行相關授權。</p> <p>3. 著作人因投稿《教科書研究》而提供中英文姓名、最高學歷、任職機構(就讀校系)、職稱及聯絡方式等個人資料；著作人同意國家教育研究院或國家教育研究院委託之第三人，基於行政業務或本著作出版發行目的而為蒐集、處理、揭露、國際傳輸及利用前開個人資料。著作人就所提供之個人資料，得依法行使請求補充或更正，請求停止蒐集、處理或利用，以及請求刪除等權利。</p>				
填表人：_____ 日期：_____年____月____日				

註：

1. 投稿時請檢附「稿件基本資料表」電子檔，不需郵寄紙本。
2. 若稿件通過審查確定刊登，著作人應提供「稿件基本資料表」及「著作利用授權書」簽名正本(紙本)。

國家教育研究院期刊雜誌著作利用授權書

本院 102 年 8 月 13 日第 58 次院務會報修正通過
本院 110 年 11 月 30 日第 158 次院務會報修正通過

作者（即撰稿人）於《教科書研究》所發表之

論 文：_____

，同意下列所載事項：

- 一、作者擔保對本著作有授權利用之權利，並擔保本著作並無不法侵害他人著作權或其他權利之情事；本著作如屬研究計畫成果加以改寫者，也已依所屬機關學校規範取得發表權利。
- 二、作者同意全部內容無償授權國家教育研究院作無期限、地域、方式、性質、次數等限制之利用，國家教育研究院並得再授權第三人利用，本授權非專屬授權。
- 三、國家教育研究院得於不破壞著作原意之範圍內自行修改或同意再授權之被授權人修改稿件。
- 四、作者同意對國家教育研究院及其所再授權之人不行使著作人格權。
- 五、作者同意國家教育研究院基於本論文刊載之期刊雜誌著作利用與發行等行政業務之特定目的蒐集下列之本人之個人資料，供國家教育研究院與再授權第三人，不限期在我國境內使用。國家教育研究院應依個人資料保護法、相關法令及國家教育研究院相關法規於此業務範圍內進行處理及利用。同時應盡個人資料保護法保障個人資料安全之責任，非屬本授權書個人資料利用情形或法律規定外，應先徵得作者本人同意方得為之。本人就所提供之個人資料，依個人資料保護法，得行使查詢或請求閱覽、請求製給複製本、請求補充或更正、請求停止蒐集、處理或利用及請求刪除等權利。

立書人

第一作者 _____（請親筆簽名）

身分證字號 _____

戶籍地址 _____

聯絡電話 _____

E-mail _____

第二作者 _____（請親筆簽名）

身分證字號 _____

戶籍地址 _____

聯絡電話 _____

E-mail _____

中 華 民 國 _____ 年 _____ 月 _____ 日

教科書研究

徵稿

JOURNAL OF TEXTBOOK RESEARCH

CALL FOR PAPERS

19 卷 2 期 主題：十二年國教中因材施教的理念與實踐
(2026.08 出刊，截稿日 2025.10.31)

「因材施教」是一個歷久彌新的教育理念，十二年國教課綱將「適性揚才」明定為課程基本理念與教育發展願景，可見研討「因材施教」的理念與實踐是千年難解、與時俱進的課題。期盼在當今全球化、多元化與差異化社會，以及區塊鏈結、數位落差與 AI 新視界等 21 世紀嶄新脈絡下，探討十二年國教「適性揚才」的理念實踐、課程模組、教學模式、實踐案例、成效評估、困境轉機、問題解決、前瞻策略、跨界協力等各種創新的可能性，如何做成「因材施教」並達成「成就每一個孩子」。

19 卷 3 期 主題：AI 驅動的數位學習與 STEM 教育創新
(2026.12 出刊，截稿日 2026.01.31)

隨著人工智慧 (artificial intelligence, AI) 技術的發展，數位學習與 STEM (科學、技術、工程、數學) 教育正迎來前所未有的變革。本期主題旨在探討 AI 如何賦能數位學習與 STEM 教育，提升教學成效與學習體驗。歡迎理論研究、實證研究、系統開發與應用案例等相關論文，探討 AI 在數位學習與 STEM 教育中的關鍵技術與影響，包括：AI 時代的教育治理、數位學習領導與創新教學成效；AI 輔助的個別化學習與自動評分系統；AI 支持的教師輔助系統與自動化教材／測驗題生成等。

華 文 世 界 第 一 本
教 科 書 研 究 專 業 期 刊

教科書研究

JOURNAL OF TEXTBOOK RESEARCH

2008年 6月 15日創刊

First Issue: June 15 2008

2025年 8月 15日出刊

Current Issue: August 15 2025

第十八卷 第二期

Volume 18 Number 2

出版者 國家教育研究院
地址 237201新北市三峽區三樹路2號
電話 (02)77407890
網址 www.naer.edu.tw
E-mail ej@mail.naer.edu.tw
刊期 一年三期，於四月、八月及十二月出刊
定價 新臺幣150元
GPN 4811400016
ISSN 1999-8864 (online)

Publisher National Academy for Educational Research
Address No. 2, Sanshu Rd., Sanxia Dist., New Taipei City 237201, Taiwan (R.O.C.)
Tel 886 2 77407890
Website www.naer.edu.tw
E-mail ej@mail.naer.edu.tw
Frequency Triannually in April, August and December
Price NTD.150
GPN 4811400008
ISSN 1999-8864 (online)

TSSCI
臺灣社會科學核心期刊
第二級



除另有註明，本刊內容均依據創用授權「姓名標示—非商業性—禁止改作」條款釋出。
Unless otherwise noted, all of the articles published in this journal are licensed
under the Creative Commons "Attribution-Noncommercial-No Derivatives" license.



專論 Articles

在AI時代再思考數學課程——落實人才培育的建議

于靖 丁志堅

Reflections on the Structure of Mathematics Courses in the Era of Artificial Intelligence
Jing Yu Tsu-Jen Ding

桃園市國小英語教師使用數位教學資源的現況與需求

黃巧臻 詹惠雲

The Current Status and Needs of English Teachers in Elementary Schools in Taoyuan City Regarding the Use of Digital Educational Resources
Chiao-Chen Huang Hui-Hsueh Chan

Higher-Order Thinking in English Education: Content Analysis of Taiwan's Senior High School Textbooks by Using L Book as an Example

Chia-Hsuan Li

英語教材中的高階思考：臺灣高中教科書之內容分析——以L版本為例

李佳璇

語類結構視角下的華語教材前言分析

張金蘭

Genre Structure Analysis of Prefaces in Chinese Language Teaching Materials
Ching-Lan Chang

論壇 Forum

臺灣數學課程綱要的定位與發展

許慧玉 王立心 李華介 林碧珍 林福來 潘戎衍

Positioning and Development of Taiwan's Mathematics Curriculum Guidelines
Hui-Yu Hsu Li-Hsin Wang Hua-Chieh Li Pi-Jen Lin Fou-Lai Lin Shu-Yen Pan

數學素養的理論與教學實踐

張鎮華

Theories and Instructional Practices in Mathematical Literacy
Gerard Jennhwa Chang

對數學素養與十二年國教高中數學課綱的思考與展望

李華介 潘戎衍

Perspectives on and Prospects of Mathematical Literacy and the 12-Year Basic Education High School Mathematics Curriculum Guidelines
Hua-Chieh Li Shu-Yen Pan

評論 Review

由PISA 2022評量架構反思臺灣十二年國教數學領域課程綱要之學習表現

謝豐瑞 王婷瑩 吳嵐婷

Reflections on the Mathematics Learning Performance in the 12-Year Basic Education Curriculum Guidelines Through The Lens of the PISA 2022 Mathematics Framework
Feng-Jui Hsieh Ting-Ying Wang Lan-Ting Wu



GPN 4811400016

定價 150元

ej.naer.edu.tw/JTR