

提升幼兒數學能力的家庭介入方案： 活動與互動取向

黃馨慧

摘 要

家庭數學經驗對幼兒數學能力具有預測力，然過去家長因缺乏合適的資源、或不瞭解數學內涵等因素，導致家庭數學經驗相較貧乏。本研究目的為發展親子數學活動模組，以活動介入或活動搭配互動介入（互動品質、鷹架技巧）的方式，瞭解其對提升家長數學態度、家庭數學經驗、及幼兒數學能力的效益。首先參考幼小銜接應發展之數學概念架構，設計九個數學活動模組。再以古典實驗前後測設計，邀請 40 對大班幼兒及母親參與，隨機分派到三組。第一組僅參與數學活動方案；第二組為數學活動加入互動品質方案；第三組為數學活動加入互動品質與鷹架技巧方案。介入歷時八周，前後測項目包括：母親填寫問卷、親子進行數學活動錄影，並個別施測幼兒。結果顯示，介入後所有組別之家長數學態度、家庭數學經驗、及幼兒數學能力均有顯著提升，且家庭中間接數學活動及幼兒數學能力提升之效果量極大。另考驗兩種互動取向介入是否有增大組間變異量之效果，結果顯示互動品質未有組間差異，但鷹架技巧第三組進步情形顯著高於其他兩組。本研究結果支持遊戲式的數學活動對幼兒學習數學概念有助益，另本研究所發展之鷹架技巧指標與教練方式引導，能有效提升家長的鷹架技巧，可作為未來親職教育之應用。

關鍵詞：家長數學態度、家庭數學經驗、幼兒數學能力、親子數學活動

黃馨慧：國立臺北護理健康大學嬰幼兒保育系副教授。

E-mail: hsinhui@ntunhs.edu.tw

Family-based Intervention to Enhance Early Math Skills: Activity vs. Interaction Approaches

Hsin-Hui Huang

Abstract

Home numeracy experiences are positively associated with early math skills, but young children's numeracy experiences at home are limited, partly due to parents' inadequate knowledge to provide learning resources and support. This study develops family numeracy modules and evaluates the effectiveness of activity-based or activity-and interaction-based interventions. Nine numeracy modules were designed based on a conceptual framework for learning early math. Forty dyads of kindergarten children and their mothers were randomly assigned to groups 1-3: group 1 participated in the math activity program only; group 2 participated in the math activity and interaction quality programs; group 3 participated in the math activity, interaction quality, and scaffolding skills programs. The intervention stage lasted 8 weeks. During the pre-test and post-test sessions, mothers completed a parent questionnaire, and the dyads were then invited to join math activities and were video-recorded. The children were individually tested for their early math skills with results showing that parents' math attitudes, home numeracy experiences, and children's early math skills significantly improved. However, the interaction-based interventions yielded significant group differences in scaffolding skills only, but not in interaction quality. The results support the claims that playful, indirect math activities may

not only have beneficial effects on parental attitudes toward math and home numeracy experiences, but also on helping young children learn math concepts. Scaffolding items and coaching intervention could thus be further applied in parent education programs.

**Keywords: Parents' Math Attitude, Bome Numeracy Experiences,
Early Math Skills, Parent-child Math Activities**

Hsin-Hui Huang: Associate Professor, National Taipei University of Nursing and Health Sciences, Department of Infant and Child Care.

E-mail: hsinhui@ntunhs.edu.tw

壹、緒論

早期數學能力 (early math skills) 是指入小學前，透過數學相關活動和生活中的數量經驗，萌發關於數字和數學概念的知識 (Skwarchuk, 2009)。早期數學能力是非常重要的認知核心，不但是幼兒銜接到正式學習能否成功的關鍵能力，也是預測日後學業成就最重要的因素 (Duncan et al., 2007; Duncan & Magnuson, 2011)。

而影響學齡期數學能力的兩個重要預測因素，分別為母親教育程度與幼兒階段的家庭學習環境 (home learning environment) (Melhuish et al., 2008)，過去研究多以家庭中的學習活動作為測量家庭學習環境的指標。然幼兒階段的家庭學習活動研究多以閱讀為主，以數學為焦點的研究較少 (Huntsinger, Jose, & Luo, 2016; Skwarchuk, Sowinski, & LeFevre, 2014)。由於三歲前幼兒即有數學能力之落差，且隨著年級增長持續惡化 (賴孟龍、陳芸鍾, 2010; Duncan & Magnuson, 2011; Watts, Duncan, Clements, & Sarama, 2018)，故本研究的目的為發展合適的家庭介入方案以提升幼兒數學能力。以下先探究以數學為焦點的家庭學習活動，包含內涵、重要性及現況與困境，之後分析家庭介入方案的類型與效果，作為本研究設計之基礎。

貳、文獻探討

一、家庭數學經驗的內涵與重要性

家庭數學經驗 (home numeracy experiences) 是指發生在家中，以提升幼兒數學能力為目標的相關經驗，許多研究以家庭數學活動 (home numeracy activities) 作為測量的指標 (LeFevre, Skwarchuk, Smith-Chant, Fast, Kamawar, & Bisanz, 2009; Skwarchuk, 2009)。研究結果多支持家庭數學經驗與早期數學能力有正向關聯 (LeFevre et al., 2009; Napoli & Purpura, 2018)，但究竟

是哪些數學經驗最為關鍵，尚沒有一致的結論。

學者進一步將家庭數學經驗分類，以探究不同類型數學經驗的影響。最常使用的分類來自 LeFevre 等（2009）的研究。LeFevre 等以因素分析將家庭中數學相關活動分為兩個構面：一是直接教導（direct activities），指家長為協助子女發展特定數學能力，以數學學習為目標的活動，包括計數、讀寫數字、基礎運算、認識形狀等；二是與數學有關的遊戲，或稱間接活動（indirect activities），指帶有內隱的數學性質，但並非以教導數學技能為目的的真實生活經驗，包括撲克牌、桌面遊戲、烹飪活動或木工等。

將數學經驗分類後，仍未能釐清數學經驗與數學能力之間的關係。以直接教導為例，有些研究發現家長較多的直接教導，幼兒的數量表現越佳（李淑娟、張麗芬，2009；Miller, Kelly, & Zhou, 2005）、抽象數量知識越佳（Skwarchuk et al., 2014），日後的數學成就也較佳（Huntsinger, Jose, Larson, Balsink Krieg, & Shaligram, 2000）。但有些研究顯示基礎數學活動（如示範計數）越多，幼兒的數學表現越差；相反地複雜數學活動越多（如相加、相減、比較、兩個兩個一數、連連看、迷宮等），幼兒數學表現越佳（Blevins-Knabe & Musun-Miller, 1996；Skwarchuk, 2009）。

至於間接活動的效益，結果亦不一致。研究多支持頻繁的間接活動有利於數學表現，包括計算、序數與基數、數量等概念（Manolitsis, Georgiou, & Tziraki, 2013；Ramani, Rowe, Eason, & Leech, 2015）及非抽象的算數表現（Skwarchuk et al., 2014）。有些研究甚至顯示遊戲型態的間接活動比直接教導更能預測數學能力表現（黃馨慧、何祖華，2018；LeFevre et al., 2009），如黃馨慧與何祖華（2018）的研究顯示，間接活動能正向預測數學能力，反之直接教導負向預測數學能力。但也有少數研究未能支持間接活動的效益，如 Leyva、Tamis-LeMonda、Yoshikawa、Jimenez-Robbins 與 Malachowski（2017）觀察弱勢家庭母親與五歲子女玩買賣遊戲的指導，顯示遊戲過程中的數學支持（包括計數、簡單加減）並未能預測子女一年後的數學進步。Leyva 等（2017）推測可能是該研究所採用的數學支持指標過於狹隘且簡單。

由於數學內涵多元且隨著數學概念的加深漸趨抽象，研究者推測如數學經驗的內涵配合幼兒的理解調整難易，且與測量工具內涵相符，則幼兒應可從數

學經驗中獲益（2017）。由經驗中發展能力的機制，可參考 Bornstein 與 Cheah（2006）所歸納的兩個原則：一是特定原則（the specificity principle），指在特定時機點所發生的特定經驗，影響子女發展的特定面向；二是交易原則（the transaction principle），指個體特質會形塑其經驗，隨著時間推移，該經驗也會反之形塑個體特質。以數學經驗為例，當家長在合適的時機點提供適齡的活動，則子女可能會因為喜愛而要求更頻繁的活動；而透過更頻繁的活動，幼兒能學習到更進階的數學概念進而對數學活動產生更多的興趣。

依據特定原則可推論，不同發展特質所適合的學習活動應有不同。在幼兒階段，提供充足的時間、素材與支持，以遊戲與操作方式進行活動，可幫助幼兒學習數學概念（NAEYC & NCTM, 2002），故間接活動可能是較為適合的經驗類型。Leyva 等（2017）也認為非正式的日常活動，例如烹飪與日用品採購，提供成人促進與延伸子女數學能力的機會。另根據交易原則，活動如能引發幼兒興趣，可促發其自動發起更多相關的活動。此時成人如能提供適當的鷹架與引導，則幼兒可從活動中學到較為進階的數學概念，對自己的能力更有信心後，進而更投入參與。

綜觀過去文獻，雖然多支持頻繁的家庭數學經驗有利於數學學習，但少數不一致的發現也提醒研究者思索，除了數學活動頻率的量化數據外，也應思考活動內涵、難易程度與親子間互動歷程等因素，對幼兒數學學習的可能影響。

二、家庭數學經驗的現況與困境

幼兒階段家庭學習活動的調查顯示，讀寫活動遠多於數學活動（Blevins-Knabe, Berghout-Austin, Musun-Miller, Eddy, & Jones, 2000；LeFevre et al., 2009）。且家庭數學經驗中，間接活動的頻率很低，個別差異很大（LeFevre et al., 2009；Ramani & Siegler, 2008；Tudge & Doucet, 2004）。例如 LeFevre 等的研究發現，幼兒在家中仿寫與命名字母的頻率高於仿寫與命名數字，且幾乎每天均有閱讀繪本的活動，相較之下數學活動非常貧乏且個別差異極大，有些家庭完全沒有桌遊的經驗。Cahoon、Cassidy 與 Simms（2017）訪談幼兒家長的資料顯示，數學活動幾乎都是非結構、未經計畫、隨機發生的，不

像讀寫活動為安排固定時段進行。Ramani 與 Siegler (2008) 的研究顯示 20% 的一般家庭幼兒與 53% 的低收入家庭幼兒，未曾進行過家庭數學活動。

進一步分析家庭中數學活動的內涵，發現多侷限於基礎的數學概念，例如計數、唱數，或認識形狀、數字、測量等（陳俞君、陳品華，2006；Tudge & Doucet, 2004），有些數學內涵如簡單加減、分類排序，很少出現（Blevins-Knabe & Musun-Miller, 1996）。例如 Sonnenschein、Galindo、Metzger、Thompson、Huang 與 Lewis (2012) 訪談家長的資料顯示，親子數學活動多僅涉及簡單的數學概念（例如認識形狀）。Leyva 等 (2017) 歸納過去文獻，也提出計數是家長在家中最常進行的數學活動。Napoli 與 Purpura (2018) 推測可能是因為家長不瞭解幼兒的數學概念發展，因此未能提供適齡的學習活動。此說法可以解釋為何少數研究發現數學活動與數學能力無正向關連，如果家庭中的學習活動過於簡單，沒有提供幼兒適當的智識挑戰，則幼兒無法從此類活動中學習更進階的數學概念。

總結目前家庭中數學經驗的現況，顯示幼兒處於不利狀態，無論是活動次數或內涵的多樣性，數學活動均較讀寫活動貧乏。研究者推測此現狀可能與家長數學態度及外在資源因素有關。數學態度是一個複雜的構念，包含對數學的信念及情感傾向等不同面向（黃馨慧、何祖華，2018）。黃馨慧與何祖華 (2018) 的研究顯示，當家長對自己的數學能力有信心時，家中間接活動較為頻繁；如家長認為數學很重要，則直接教導較頻繁。Blevins-Knabe 等 (2000) 的研究也顯示，若家長喜歡數學，則會花較多時間與子女進行數學活動，幼兒也會參與較多的數學活動。Skwarchuk (2009) 推論家長數學態度之所以影響數學活動，可能途徑有二，一是父母的數學性向遺傳給子女，故子女對數學也有較高的興趣；二是有正向數學學習經驗的父母，較有能力從生活中隨機教育傳遞數學知識。

至於數學活動內涵侷限，可能是受到外在資源不足的影響。近幾十年來，家庭讀寫活動的研究與推廣蓬勃發展，因此家長對於如何在家中鼓勵讀寫的作法也有更多瞭解，收到更多資訊（Huntsinger et al., 2016）。相對而言，家庭數學相關的研究與推廣極少，故家長對數學內容的認識、對幼兒的特質與數學能力發展、或如何在數學活動或生活經驗中隨機指導，均可能因資訊不足而無

法協助幼兒擴充數學經驗（陳俞君、陳品華，2006；Skwarchuk, 2009）。例如 Cahoon 等（2017）從訪談中發現，家長知道數字兒謠可能僅能提高幼兒對數字的熟悉度，對理解數字意義並沒有幫助，但除兒謠外沒有提到其他更有利的策略。

故提升家長對數學重要性的覺察，以及提供家庭數學活動資源，可能是改善家庭數學活動貧乏的兩大關鍵。由於幼兒階段即有數學能力表現落差，且家庭學習環境對日後數學表現具有重要影響（Melhuish et al., 2008），故應投注更多資源以支持家庭數學經驗。如能透過介入改善前述困境，應有助於消弭幼兒數學經驗與能力之落差，做好正式入學的準備。

三、改善家庭數學經驗的介入方案

研究者將介入方案概分為活動取向及互動取向兩類。以數學領域而言，活動取向的介入類型多元且能有效提昇幼兒的數學能力及主動參與的動機，包括念讀數學繪本（van den Heuvel-Panhuizen, Elia, & Robitzsch, 2016）、數學活動（Starkey, Klein, & Wakeley, 2004）及桌面遊戲（Ramani & Siegler, 2008）等。Starkey 等（2004）同時於幼兒園及家庭進行數學活動介入，結果顯示所有幼兒在數學能力表現均有顯著提升，特別是低社經家庭幼兒的進步幅度比一般社經家庭幼兒更佳。唯活動取向介入多由第三者實施，以家庭為介入場域的研究較少。由於幼兒學習表現受到家庭學習環境影響，早期介入模式也逐漸從以幼兒為焦點（child-centered）轉變為以家庭為焦點（family-centered）的取向（Kemp & Turnbull, 2014）。若能將此類活動轉化融入親職方案，由家長在家庭中實施，應更有利於推廣。

至於互動取向的方案，因應以家庭為焦點的典範轉變，父母教練（coaching with parents）逐漸成為主流的介入模式，專家與父母的關係也從由上而下的指導轉為合作陪伴（Kemp & Turnbull, 2014）。根據 Rush 與 Sheldon（2011）的定義，此種成人學習策略是由教練協助學習者反思自身行動、確認行動的效果，並發展修正計畫以應用於後續情境中。

互動取向的介入目標，可分為一般領域的親子關係品質及特定領域的鷹架

技巧。親子關係品質是指親子互動中的情感層面，此類方案以預防性介入及多元方式協助與支持父母提升正向親職的能力（Melhuish et al., 2008），例如 Shanley 與 Niec（2010）的研究先觀察親子自由遊戲時段，再根據母親分數最低的技巧項目，在第二段遊戲時由家訪員透過母親裝配的隱藏式耳機，給予具體的語言示範，稱之為內部回饋（in vivo feedback，又稱 coaching）。此類方案短期者能提升家長的互動技巧，長期者可提升幼兒學習成效，特別是促進弱勢幼兒的入學準備（Lunkenheimer et al., 2008；Shanley & Niec, 2010）。

第二類的互動取向方案，是以提升特定領域的鷹架技巧為主。Vygotsky（1978）的社會文化理論（sociocultural theory）及其「鷹架」（scaffolding）概念，認為孩童的認知發展根基於社會環境，父母扮演勝任的陪伴者（competent partners），透過互動和建構學習情境，增加孩子的學習企圖和注意力。以數學領域為例，有效的鷹架包括成人能敏銳覺察學習者的特性與需求，確認學習者的知識層次和待解問題之間的關連，適當調整介入的程度（Hyde, Else-Quest, Alibali, Knuth, & Romberg, 2006）。以提升家長鷹架能力為目標的介入方案，內容包括協助家長瞭解數學領域的內容、練習如何有效引導幼兒參與及討論等，介入成效顯示幼兒能順利完成任務（如堆積木、拼圖、數學問題等），非正式數學知識有顯著進步，並在後續的類似任務中可以獨力完成（李淑娟、張麗芬，2009；Huntsinger et al., 2000）。

綜合前述文獻可知，多數研究支持活動取向或互動取向之介入方案，對幼兒表現均有助益，但缺乏對兩者成效機制的比較討論。而國內以幼兒為對象、以數學領域所實施的介入研究非常少，以家庭為焦點的介入研究更是付之闕如。由於傳統的華人文化認為遊戲不利於學習，因此有必要收集更多本土資料。

四、研究目的與問題

過去文獻建議以遊戲型態的活動作為親子互動之媒介，及加強親子互動技巧的方案，應能有效提升家庭數學經驗及幼兒數學能力。因此本研究預計發展一套適用大班幼兒的數學活動模組提供親子操作，並設計僅有活動介入、或同

時包含活動與互動介入，比較是否有不同效益。研究目的為探究活動取向、及活動與互動取向的介入方案，對家長數學態度、家庭數學經驗及幼兒數學能力的影響。研究問題有二：一是家長數學態度、家庭數學經驗及幼兒數學能力在親子數學活動介入前後是否有差異？二是家長數學態度、家庭數學經驗及幼兒數學能力在參與親子數學活動搭配互動介入方案前後是否有差異？

參、研究方法

一、研究設計

本研究以古典實驗前後測設計，邀請大班幼兒及其母親參與為期兩個月的親子數學介入方案，並以前後測評估家長數學態度、家庭數學經驗、及幼兒數學能力在介入前後之差異。

為比較參與不同方案的效果，親子對分為三組。各介入方案內涵說明如下：

1. 親子數學活動模組：所有親子對（三組）均參與本方案，方式為每週寄發一個活動模組（含教材與活動建議說明），請親子在家中一起進行至少 20 分鐘。

2. 互動品質：僅第二組與第三組參與本方案。介入方式為每週完成數學活動後，母親填寫互動品質量表寄回，預計以每週自我檢核方式提升母親對正向互動的覺察與能力。

3. 鷹架技巧：僅第三組參與本方案。研究期間安排三次介入，作法為研究員與親子共同進行數學活動，在自然情境下以教練方式（coaching）示範鷹架技巧，並於活動後與母親共同檢核、省思更有效的鷹架作法與演練，最後鼓勵支持母親的改變。

二、研究對象

本研究邀請大台北地區公立幼兒園協助招募，共有 40 對大班幼兒及母親參與。幼兒平均月齡為 74.50（68–81 個月， $SD=3.49$ ），其中 21 位為女生（52.5%）。母親教育程度依序為大學大專（62.5%）、研究所（17.5%）、高中職（17.5%）及國中以下（2.5%）。樣本隨機分成三組，各組人數分別為 13、14、13 對親子。

三、研究工具

（一）親子數學活動模組

親子數學活動模組的設計目標為符應大班幼兒數學能力發展、提供適當挑戰，以使能順利銜接入小學。研究團隊先將「5 歲幼兒數學學力指標」（孫良誠、盧美貴，2006）及「國小九年一貫課程綱要數學學習領域」（教育部國民教育司，2008）當中第一階段（國小一至二年級）的能力指標合併對照後，挑選其中適合大班幼兒的三大領域十個數學概念，作為本研究數學活動設計的架構。三大領域為數與量、圖形與空間、及邏輯推理；包含以下十個數學概念：數與量的概念、數字的分解與結合、測量方式的運用、時間的概念、金錢的概念、圖形及圖形的組合、空間方位、分類及配對、序列與規則及事物關係。

其次依此架構發展九個親子數學活動模組共 36 個活動（參見附錄一），並檢核前述十個數學概念均涵蓋在不同模組活動中。設計活動時，依據以下三大原則：遊戲化（帶有趣味意涵）、生活化（日常可見的素材和活動）及多元化（變化不同玩法及討論不同數學概念內涵）。

以第八個模組「量量看」為例，發展四個數學活動，包含三個數學概念「空間方位」、「事物關係」及「測量方式的應用」。表 1 為其中一個數學活動的操作指引範例。為強調趣味性，在指引中使用「玩法」、「遊戲」詞彙加以說明。

表 1
數學活動操作指引範例

活動名稱	有多高？有多長？
活動材料	遊戲本一本、小方塊 7 個、直尺一把、鉛筆一支
遊戲目的	1.能夠進行長度的估測 2.能使用小方塊進行長度的測量 3.能使用直尺以公分為單位進行測量
玩 法	1.家長和孩子先選擇各自的測量工具（直尺或小方塊）。 2.長度的估測：親子一起進行遊戲本中題目，依據自選的工具單位進行長度的估測並記錄。例如測量長頸鹿的高度時，如孩子選擇小方塊，必須先猜猜長頸鹿是幾個小方塊高；如家長選擇直尺，則猜猜長頸鹿是幾公分高。 3.實際測量：使用各自的測量工具進行實測，並將測量結果加以記錄。例如：長頸鹿是 5 個小方塊高，用尺測量則是 10 公分高。 4.檢視估測與實際測量的結果，估測和實際測量結果一樣者，該題得到一分，依序進行下一題。 5.家長可進一步和孩子討論，同樣物品的測量值，會隨著測量工具（如直尺、小方塊）的不同而改變，為什麼？

數學活動模組設計完成後，先邀請未參與研究的 2 對親子試玩及回饋，再邀請兩位資深幼兒園大班教師進行專家效度審查後修正。介入期間每周寄發 1 個模組給參與親子對，第 9 個模組作為後測使用。

(二)家長問卷

1.家長數學態度量表

數學態度是指與數學有關的信念和情感傾向的集合。本量表為作者參考相關文獻編定為九題，以 Likert 4 點計分（1 = 非常不同意 ~ 4 = 非常同意），分數越高代表填答者對數學的態度越正向。在前期研究中，以 132 位幼兒家長填答結果進行項目分析、探索式因素分析及信度分析。因素分析的結果顯示兩個因素，參考 Martin、Mullis 與 Chrostowski（2004）的討論命名之（黃馨慧、何祖華，2018）。因素一包含六題（喜歡解決和數學有關的問題、以前唸書時數學成績還不錯…），命名為「數學能力知覺」，是指對自己數學學習與數學能

力的信心；因素二有三題（數學和日常生活息息相關、數學是學習其他科目的基礎…），命名為「數學有效性」，是指對數學的重視程度。兩個因素之內在一致信度分別為.91及.70，共可解釋 59.69%的變異（黃馨慧、何祖華，2018）。

2. 家庭數學經驗量表

本量表為作者參考相關文獻所編擬，採 Likert 5 點計分，由家長填答過去一個月內親子一起從事該項活動的頻率，由 1（過去一個月都沒有）到 5（幾乎每天）依照真實情形勾選，得分越高代表家庭中數學經驗越頻繁。前期研究中以 132 位幼兒家長填答，經項目分析及因素分析後保留 29 題（黃馨慧、何祖華，2018），參考 LeFevre 等（2009）的討論分為兩個因素：直接數學教導及間接數學活動。兩個因素之內在一致信度分別為 .93 及 .91，共可解釋 46.53%的變異（黃馨慧、何祖華，2018）。

3. 互動品質量表

本量表修訂自張鳳如（2011），原有 12 題，以 Likert 4 點計分（1 = 從來沒有 ~ 4 = 總是），總分越高代表親子互動感受越正向。研究者於先期研究中，以 132 位幼兒家長填答後，刪除影響內在信度與分佈偏態較大的 4 題，以保留之 8 題進行因素分析萃取出一個主成分，因素負荷量為 .50 ~ .74，信度為 $\alpha = .83$ ，累積變異量為 47.75%。量表題目包括：「孩子覺得我很愛他」、「孩子喜歡幫我做事情」、「我會和孩子輕鬆的聊天、開玩笑」、「孩子有煩惱或困難時，我會幫忙一起想辦法」、「我會抽出時間陪孩子」、「孩子會把幼兒園發生的事情告訴我」、「我會在別人面前說孩子的好話」、「當孩子身體不舒服時，我會照顧他」。

4. 基本資料

此大項包括幼兒資料、家庭背景資料等。

（三）幼小銜接數學能力測驗

過去國內測量早期數學能力的工具多半為自編，或採用幼兒數學能力測驗第二版（The Test of Early Mathematics Ability-Second Edition, TEMA-2）（Ginsburg & Baroody, 1990/1996）。但 TEMA-2 僅測量數與量，故研究者自

編「幼小銜接數學能力測驗」（以下簡稱數學能力測驗），以涵蓋本研究介入之三大領域數學概念。

測驗編定方式如下：先以前述十個數學概念及其操作型定義為架構，參考 TEMA-2 的形式，每個定義各擬 2-3 題，初擬 74 題。以「金錢的概念」為例，操作型定義 5-1 為「能說出經常使用的錢幣名稱」，測驗題目範例如表 2。後經有施測 TEMA-2 經驗之團隊討論，依據敘述及施測的適切性選定 37 題，並由易而難排序題號。本測驗採個別施測，答題未限時，每題符合答題標準得 1 分，未符合為 0 分。

由於本測驗之架構參考自國小數學領域低年級能力指標，故邀請 30 位小一生進行預試，隔兩週後再重測一次。重測信度係數為 $r = .94$ ($p < .001$)。本研究大班幼兒 ($N = 40$) 數學能力測驗得分與其修訂畢保德圖畫詞彙測驗 (Peabody Picture Vocabulary Test-Revised, PPVT-R) 得分為顯著相關 ($r = .51$, $p = .001$)。另以幼兒組 ($N = 40$) 前測得分進行試題分析。先依總分高低排序後，取前後 25% 為高低分組，計算試題難易度 (P)，全部試題的平均難度為 0.72，尚符合以評量學生是否具備基本能力的測驗難度指標 (0.8 左右)。其中 16 題 (43%) P 大於 0.8 屬於極容易；12 題 (32%) 介於 0.6~0.8 之間屬於容易；3 題 (8%) 介於 0.4~0.6 之間屬於難易適中；5 題 (14%) 介於 0.2~0.4 之間屬於困難；1 題 (3%) 低於 0.2 屬於極困難。至於試題之鑑別度分析 (D)，有 14 題 (38%) D 值大於 0.4 屬於非常優良，6 題 (16%) 介

表 2

數學能力測驗題目範例

答題標準	測驗題目
說出 1 元、5 元、10 元、50 元的幣值	準備材料：硬幣 (1 元、5 元、10 元、50 元) 施測者問「可蘿的媽媽給了他一些錢幣，請你幫忙看看是多少錢？」施測者拿起 10 元硬幣問「請問這是多少錢？」 →若孩子沒有反應或反應錯誤，施測者指出錢幣上的 10，提示說「這裡有寫 10，所以這個是 10 元」 依序完成下列題目：a：1 元 b：50 元 c：5 元

於 0.3 ~ 0.4 之間屬於優良；3 題（8%）介於 0.2 ~ 0.3 之間屬於尚可；14 題（38%）D 值低於 0.2 建議修改。

（四）鷹架技巧評分

評分項目由研究者參考 Hyde 等（2006）修訂而成。Hyde 等（2006）原將母親指導子女完成數學作業的錄影，以兩大類指標即「母親布題的數學內容」（六個觀察項目）和「母親鷹架」（九個觀察項目）編碼之。由於「母親布題的數學內容」中，有一項觀察項目「母親教導不同策略」，意指母親具備能力傳遞高階的數學內容，故將此觀察項目納入，與「母親鷹架」的九個項目合併成十個鷹架技巧觀察項目（參見附錄二）。

研究員於評分前均經過評分者間一致性訓練，以確保評分一致性信度達 .80 以上。由於在「控制子女的挫折感」該項目，很少有幼兒表現挫折，故計分時刪除。其餘九項依據錄影內容評定得分情形。因各觀察項目之評分標準由三點至五點不等，故參考 Hyde 等（2006）的作法，將各項目的得分先轉為 Z 分數，再平均之。在計算前後測得分的 Z 分數時，均以前測之平均數與標準差求得，以避免重複測量分析時差異效果被抵銷。本研究樣本前後測信度分別為 .79 及 .85。

四、研究步驟

研究前準備工作包括發展親子數學活動模組、編制與預試數學能力測驗，及訓練研究員進行施測、鷹架技巧介入與錄影評分。擔任鷹架技巧介入之研究員為教保相關研究所畢業，有超過十年的幼兒園現場工作經驗，與幼兒及家長互動經驗豐富。訓練方式為定期會議討論及實際演練（包括施測與觀察評分的標準、鷹架技巧介入流程、偶發狀況處理及演練回饋）。

研究團隊邀請大臺北地區公立幼兒園協助發放招募通知單，再進一步聯繫有意願參與的家長，一對一說明研究流程及簽署知情同意書後進行前測。前測包括家長填寫問卷、親子進行至少 20 分鐘的數學活動（活動內容為蛇棋、骰子賓果、及百格板）並錄影、之後安排幼兒個別進行數學能力測驗。介入前先

將親子對隨機分為三組，三組幼兒平均月齡無顯著差異（ $F=1.65$, $p=.205$ ），母親教育程度大專大學以上分別佔 84.6%、78.5%、78.6%。

如研究設計所述，介入期間每週寄發一次數學活動模組，共介入八週，每週至少 20 分鐘。第三組在介入期間安排三次鷹架技巧介入（第 1、4、7 周），以鷹架技巧評分之觀察項目作為引導母親學習的指標。為使介入流程標準化，每次介入約 1 小時，時間安排如下：一開始研究員先與母親討論幼兒一般學習與發展的問題，或分享前幾次的數學活動情形以建立信任關係（約 10–15 分鐘），之後研究員與親子一起進行當週活動並錄影（至少 20 分鐘），過程中研究員適時提供鷹架技巧的示範引導。活動後，再與母親進行討論分享（約 25–30 分鐘），先由母親自我檢核鷹架技巧達成情形、省思更有效的技巧，接著研究員針對活動過程中母親已達成的 2 個項目給予正向、具體的回饋（如「我看到你剛才才有停下來等孩子試試看，沒有急著要教他怎麼做」，為活動主權移轉之技巧），再提示 2 個表現不足的項目（如「下次也可以先讓孩子猜猜看筆的長度，再拿尺來量量看」，為教導不同策略之技巧），必要時可以一起重看錄影資料進行演練。

介入兩個月後聯繫家長安排後測，以第 9 個數學活動模組進行後測的互動錄影，其餘步驟同前測。介入期間所寄送的數學活動模組均贈與參與親子，全程參與的親子在後測時另獲贈幼兒數學繪本或玩具一份。

肆、研究結果與討論

首先採無母數檢定之 Kruskal-Wallis 單因子變異數分析，檢定三組在親子互動品質、母親鷹架技巧、家長數學態度（數學能力知覺、數學有效性）、家庭數學經驗（直接數學教導、間接數學活動）及數學能力測驗之前測得分是否有差異，分析結果顯示均無顯著差異。各變項之分組前後測描述性統計及 K-W 分析之統計值如表 3。

以下分別分析數學活動模組介入之前後測差異、不同方案之組間差異、及總成效評估，最後為綜合討論。

表 3

變項之分組前後測描述統計及 K-W 統計值

變 項	第一組 $M (SD)$		第二組 $M (SD)$		第三組 $M (SD)$		$\chi^2(p)$ 註
	前測	後測	前測	後測	前測	後測	
互動品質	3.39 (0.40)	3.39 (0.32)	3.19 (0.45)	3.18 (0.46)	3.29 (0.48)	3.36 (0.39)	1.55 (.460)
鷹架技巧	-0.17 (0.75)	0.22 (0.79)	0.08 (0.53)	0.65 (0.55)	0.07 (0.53)	1.37 (0.66)	2.67 (.263)
數學能力 知覺	2.56 (0.49)	2.64 (0.33)	2.40 (0.58)	2.99 (0.69)	2.73 (0.60)	2.91 (0.64)	0.90 (.639)
數學有效 性	3.23 (0.44)	3.46 (0.40)	3.48 (0.45)	3.72 (0.40)	3.46 (0.35)	3.72 (0.36)	3.10 (.212)
直接數學 教導	2.30 (0.94)	2.79 (0.82)	2.45 (0.85)	3.17 (0.87)	2.81 (0.74)	3.09 (0.48)	3.55 (.170)
間接數學 活動	2.46 (0.69)	3.01 (0.82)	2.64 (0.68)	3.43 (0.70)	3.05 (0.61)	3.55 (0.33)	5.77 (.056)
數學能力	28.15 (5.34)	32.62 (3.40)	28.57 (4.60)	33.00 (2.54)	28.38 (3.66)	34.23 (1.59)	0.05 (.978)

註：為各變項前測之組間比較

一、介入方案的前後測差異評估

為瞭解本研究樣本在各變項前後測差異情形，進行相依樣本 t 檢定。其中互動品質僅以參與介入的第二組及第三組得分進行分析，而鷹架技巧僅以參與介入的第三組得分進行分析，結果如表 4。除了互動品質 ($t(25) = -1.08$, $p = .292$, $d = -0.144$) 無顯著差異之外，其餘變項均有顯著差異，即後測得分均顯著高於前測得分。參考 Cohen (1988) 及 Sawilowsky (2009) 對效果量的說

表 4

各向度前後測之差異 t 檢定

變項	$M (SD)$		df	t 值	p	效果量 (d)
	前測	後測				
互動品質 (第二／ 三組)	3.21 (0.44)	3.27 (0.43)	25	-1.08	.292	-0.144
鷹架技巧 (第三組)	0.07 (0.53)	1.37 (0.66)	12	-14.11	.000***	-2.159
數學能力 知覺	2.55 (0.56)	2.85 (0.58)	38	-2.98	.005**	-0.518
數學有效 性	3.39 (0.42)	3.63 (0.40)	38	-3.99	.000***	-0.605
直接數學 教導	2.51 (0.85)	3.02 (0.75)	39	-3.86	.000***	-0.629
間接數學 活動	2.72 (0.69)	3.33 (0.67)	39	-6.54	.000***	-0.904
數學能力	28.38 (4.47)	33.28 (2.64)	39	-9.32	.000***	-1.335

** $p < .01$, *** $p < .001$

明，鷹架技巧 ($t(12) = -14.11$, $p < .001$, $d = -2.159$) 為極大效果量、數學能力知覺 ($t(38) = -2.98$, $p = .005$, $d = -0.518$) 為中效果量、數學有效性 ($t(38) = -3.99$, $p < .001$, $d = -0.605$) 為中效果量、直接數學教導 ($t(39) = -3.86$, $p < .001$, $d = -0.629$) 為中效果量、間接數學活動 ($t(39) = -6.54$, $p < .001$, $d = -0.904$) 為大效果量，數學能力 ($t(39) = -9.32$, $p < .001$, $d = -1.335$) 為極大效果量。

二、介入方案的分組差異評估

爲了瞭解互動取向（互動品質及鷹架技巧）介入過程是否達到增大實驗變異量（maximization of experimental variance）的效果，以下以二因子混合設計變異數分析，組別作爲受試者間因子，受試者內因子爲互動品質與鷹架技巧的前後測得分，考驗其主效果及交互作用，結果如表 5。

依據本研究設計，第二組與第三組參與互動品質方案，以每週完成親子數學活動後，由母親自評互動品質以期達到自我覺察及提升的效果。主效果分析顯示，組別（ $F(2,36)=1.34$ ， $p=.274$ ， $\eta^2=.069$ ）及前後測（ $F(1,36)=0.79$ ， $p=.381$ ， $\eta^2=.021$ ）對互動品質得分均無顯著效果。交互作用分析亦顯示無顯著效果（ $F(2,36)=0.20$ ， $p=.820$ ， $\eta^2=.011$ ）。

至於鷹架技巧方案，於研究期間由研究員與第三組親子對進行三次介入，再根據活動錄影評估之。主效果分析顯示，組別（ $F(2,37)=4.07$ ， $p=.025$ ， $\eta^2=.180$ ）對鷹架技巧得分有顯著效果，且根據 Cohen（1988）達大效果量。Tukey HSD 事後比較顯示第三組（ $M=0.72$ ， $SD=0.88$ ）顯著高於第一組（ $M=0.02$ ， $SD=0.79$ ）（ $p=.019$ ），第一組與第二組（ $M=0.37$ ， $SD=0.61$ ）

表 5
互動品質及鷹架技巧之二因子混合變異數分析

變項	變異來源	SS	df	MS	F	p	η^2
互動品質	組別	0.79	2	0.40	1.34	.274	.069
	前後測	0.03	1	0.03	0.79	.381	.021
	組別 X 前後測	0.02	2	0.01	0.20	.820	.011
鷹架技巧	組別	6.32	2	3.16	4.07	.025*	.180
	前後測	11.27	1	11.27	237.32	.000***	.865
	組別 X 前後測	3.01	2	1.51	31.69	.000***	.631

* $p<.05$ ，*** $p<.001$

($p = .340$) 及第二組與第三組 ($p = .310$) 則無顯著差異。其次，前後測 ($F(1,37) = 237.32$, $p < .001$, $\eta^2 = .865$) 對鷹架技巧得分亦有顯著效果，且為大效果量，後測 ($M = 0.74$, $SD = 0.81$) 顯著高於前測 ($M = -0.00$, $SD = 0.61$)。

至於組別與前後測對鷹架技巧得分之交互作用，結果顯示具顯著效果 ($F(2,38) = 31.69$, $p < .001$, $\eta^2 = .631$)，亦為大效果量，交互作用如圖 1。進一步檢視單純主效果考驗，結果如表 6。對後測得分而言，組別有顯著單純主效果 ($F(2,74) = 10.68$, $p < .001$, $\eta^2 = .224$)，為大效果量，第三組 ($M = 1.37$, $SD = 0.66$) 大於第二組 ($M = 0.65$, $SD = 0.55$) 大於第一組 ($M = 0.22$, $SD = 0.79$)。此外，對三組而言，鷹架技巧前後測得分均具有顯著單純主效果。第一組 ($F(1,37) = 20.70$, $p < .001$, $\eta^2 = .359$)，為大效果量，後測 ($M = 0.22$, $SD = 0.79$) 顯著高於前測 ($M = -0.17$, $SD = 0.75$)；第二組 ($F(1,37) = 48.64$, $p < .001$, $\eta^2 = .568$) 為大效果量，後測 ($M = 0.65$, $SD = 0.55$) 顯著高於前測 ($M = 0.08$, $SD = 0.53$)；同樣的第三組 ($F(1,37) = 231.93$, $p < .001$, $\eta^2 = .862$) 為大效果量，後測 ($M = 1.37$, $SD = 0.66$) 亦顯著高於前測 ($M = 0.07$, $SD = 0.53$)。

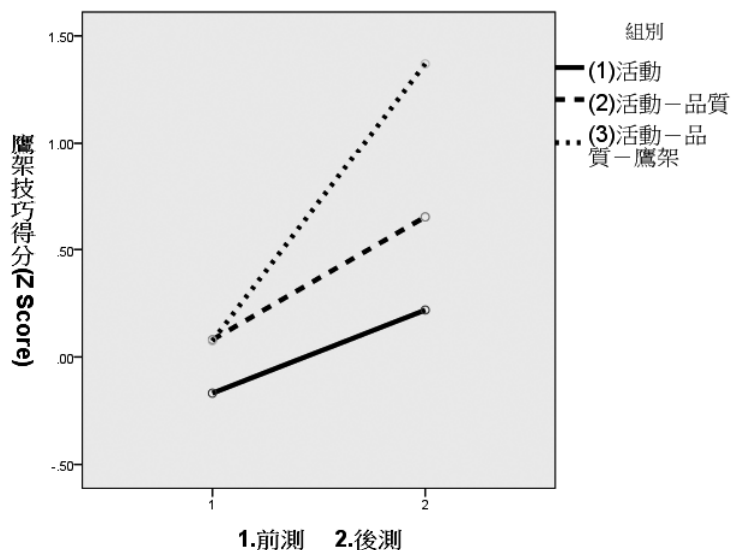


圖 1

組別與前後測對鷹架技巧之交互作用

表 6
組別與鷹架技巧之單純主效果分析

變異來源	SS	df	MS	F	p	η^2
組別 (A)						
at 前測 (B1)	0.53	2	0.27	0.65	.527	.017
at 後測 (B2)	8.80	2	4.40	10.68	.000***	.224
鷹架 (B)						
at 第一組 (A1)	0.97	1	0.97	20.70	.000***	.359
at 第二組 (A2)	2.29	1	2.29	48.64	.000***	.568
at 第三組 (A3)	10.90	1	10.90	231.93	.000***	.862

*** $p < .001$

三、介入方案的總成效評估

接著探討三種介入方案組合對依變項的影響。以二因子混合設計變異數分析，組別作為受試者間因子，受試者內因子為各變項的前後測結果，考驗其主效果及交互作用，結果如表 7。

(一)家長數學態度

家長數學態度分為兩個構面，其一為數學能力知覺，主效果分析顯示組別對能力知覺沒有顯著效果（ $F(2,36)=0.69$ ， $p=.508$ ， $\eta^2=.037$ ），但前後測得分對能力知覺有顯著效果（ $F(1, 36)=9.98$ ， $p=.003$ ， $\eta^2=.217$ ），具大效果量，即後測得分（ $M=2.85$ ， $SD=0.58$ ）顯著高於前測得分（ $M=2.55$ ， $SD=0.56$ ）。前後測與組別之交互作用則未達顯著（ $F(2,36)=3.29$ ， $p=.050$ ， $\eta^2=.154$ ）。

表 7

家長數學態度、家庭數學經驗及早期數學能力之二因子混合變異數分析

變項	變異來源	SS	df	MS	F	p	η^2
數學能力 知覺	組別	0.64	2	0.32	0.69	.508	.037
	前後測	1.70	1	1.70	9.98	.003**	.217
	組別 X 前後測	1.12	2	0.56	3.29	.050	.154
數學有效 性	組別	1.03	2	0.51	2.09	.138	.104
	前後測	1.20	1	1.20	15.11	.000***	.296
	組別 X 前後測	0.00	2	0.00	0.02	.982	.001
直接數學 教導	組別	2.24	2	1.12	1.20	.313	.061
	前後測	4.99	1	4.99	14.50	.001**	.281
	組別 X 前後測	0.66	2	0.33	0.96	.394	.049
間接數學 活動	組別	4.22	2	2.11	3.12	.056	.144
	前後測	7.47	1	7.47	41.94	.000***	.531
	組別 X 前後測	0.33	2	0.16	0.92	.409	.047
數學能力	組別	11.14	2	5.57	0.25	.780	.013
	前後測	481.98	1	481.98	86.08	.000***	.699
	組別 X 前後測	8.62	2	4.32	0.77	.470	.040

** $p < .01$, *** $p < .001$

家長數學態度的第二個構面為數學有效性，主效果分析顯示組別對有效性並無顯著效果（ $F(2,36)=2.09$ ， $p=.138$ ， $\eta^2=.104$ ），但前後測對有效性則有顯著效果（ $F(1,36)=15.11$ ， $p<.001$ ， $\eta^2=.296$ ），具大效果量，即數學有效性後測得分（ $M=3.63$ ， $SD=0.40$ ）顯著高於前測得分（ $M=3.39$ ， $SD=0.42$ ）。至於組別與有效性之交互作用亦未達顯著（ $F(2,36)=0.02$ ， $p=.982$ ， $\eta^2=.001$ ）。

(二) 家庭數學經驗

本研究將家庭數學經驗分為兩個構面，其一是直接教導。主效果分析顯示組別對直接教導得分並無顯著效果（ $F(2,37)=1.20$ ， $p=.313$ ， $\eta^2=.061$ ），但前後測對直接教導得分達顯著（ $F(1,37)=14.50$ ， $p=.001$ ， $\eta^2=.281$ ），具大效果量，即家庭數學經驗的直接教導後測得分（ $M=3.02$ ， $SD=0.75$ ）顯著高於前測得分（ $M=2.51$ ， $SD=0.85$ ）。至於組別與前後測之交互作用亦未達顯著效果（ $F(2,37)=0.96$ ， $p=.394$ ， $\eta^2=.049$ ）。

家庭數學經驗的第二個構面為間接活動，主效果分析顯示組別對間接活動得分無顯著效果（ $F(2,37)=3.12$ ， $p=.056$ ， $\eta^2=.144$ ），然前後測對間接活動得分具顯著效果（ $F(1,37)=41.94$ ， $p<.001$ ， $\eta^2=.531$ ），具大效果量，表示間接活動後測得分（ $M=3.33$ ， $SD=0.67$ ）顯著高於前測得分（ $M=2.72$ ， $SD=0.69$ ）。至於組別與前後測之交互作用，對間接活動並無顯著效果（ $F(2,37)=0.92$ ， $p=.409$ ， $\eta^2=.047$ ）。

(三) 幼兒數學能力

最後檢驗幼兒數學能力，主效果分析同樣顯示，組別對數學能力無顯著效果（ $F(2,37)=0.25$ ， $p=.780$ ， $\eta^2=.013$ ），但前後測對數學能力具顯著效果（ $F(1,37)=86.08$ ， $p<.001$ ， $\eta^2=.699$ ），為大效果量，表示幼兒數學能力後測得分（ $M=33.28$ ， $SD=2.64$ ）顯著高於前測得分（ $M=28.38$ ， $SD=4.47$ ）。至於前後測與組別之交互作用亦未達顯著效果（ $F(2,37)=0.77$ ， $p=.470$ ， $\eta^2=.040$ ）。

四、綜合討論

(一) 親子數學活動介入效益

本研究結果顯示，親子數學活動方案介入具有短期提升家長對數學的正面態度、家庭的數學經驗、以及幼兒數學能力表現的效果。特別是間接數學活動及數學能力，具有大效果量。

對幼兒階段而言，從生活中、遊戲中操弄和探究是認識數學概念的最適管道（NAEYC & NCTM, 2002）。但即使環境提供多元素材，大部分幼兒仍很少主動參與數學活動（Tudge & Doucet, 2004）。Cahoon 等（2017）訪談家長後歸納有兩個原因，一是家庭中的數學活動多是隨著孩子的興趣隨機發生，如果孩子缺乏興趣則家中的數學活動就很少發生；二是如果家長有計畫、有覺察、且願意投注時間預備環境，則數學活動就較有可能發生。由此可見成人的參與與引導，對於家庭數學環境的營造至關重要。

參與本研究的家長在體驗遊戲化的數學活動後，無論是對自己的數學能力知覺，或是對數學有效性的看法，均有顯著正向的提升。在黃馨慧與何祖華（2018）的研究中發現，家長數學態度的面向與家庭數學經驗類型有特定關聯：家長對數學的能力知覺能解釋家庭中間接數學活動的頻率；而家長對數學有效性的看法則解釋家庭中直接數學教導的頻率。故本介入方案不但提升家長對數學的正向態度，也可能因為家長態度的轉變及活動吸引幼兒，而促發家庭中更頻繁的數學活動，進一步提升幼兒數學能力。

研究者推測，透過研究提供的數學活動及促發的家庭數學經驗，一方面擴大親子的數學概念體驗面向，另一方面幫助家長認識子女的能力與興趣，作為引導的契機。由於本數學活動模組涵蓋三大領域十個數學概念，故能擴展親子對於數學內涵的認識，改善過去數學活動內容侷限的困境。此外，在親子數學活動中，家長有機會在自然輕鬆的情境下觀察子女真實的數學能力，例如使用何種策略解決數學問題？對哪一個數學概念感到困難或太簡單？這些觀察結果即是子女數學能力的起始點。研究者推測家長對子女能力的瞭解，有助於在後續活動情境中，透過交談、討論，引導幼兒從起始點往上學習更進階的數學概念，也因此三組家長的鷹架技巧均有顯著提升。

總結本研究結果，支持以遊戲形式且親子共同參與的短期介入方案，對幼兒及家長均有正向效益，包括正向的家長數學態度及更頻繁的家庭數學經驗，進而促進幼兒數學能力。而提供數學活動資源，也可以改善過去家長對數學內涵不理解及不知如何指導的困境（陳俞君、陳品華，2006；Skwarchuk, 2009），並對提升家長鷹架技巧有助益。本研究結果也呼應 Weisberg、Hirsh-Pasek 及 Golinkoff（2013）的看法，即對學前幼兒最有效的教育形式之

一，是包含趣味性、以孩子為中心、且融入成人鷹架支持的引導式遊戲（guided play）。由於引導式遊戲以幼兒為學習主體，營造對幼兒有意義的學習情境，不但提升成就表現與動機、有利於社會情緒發展，也提升重要認知功能，包括計畫、主動、與控制的能力，甚至與創造力思考及問題解決能力有關（Weisberg et al., 2013）。故由成人準備好環境與聚焦的學習目標，以遊戲方式進行，以幼兒的興趣為前提的介入方式，有益幼兒學習。

（二）親子數學活動搭配互動取向之介入效益

本研究設計兩類互動取向介入，包含一般領域的互動品質及特定領域的鷹架技巧，以瞭解對親子數學活動介入是否有加乘效果。結果顯示，以母親於活動後自評的設計並未達到提高互動品質的效果，亦即三組在互動品質並沒有組間差異。研究者推測可能原因有二，一是本研究樣本之親子關係整體趨於正向且變異不大（四點量表中前測平均得分為 3.27，標準差為 0.43）；二是親子互動品質為親子透過長期互動經驗，雙向影響之結果，而本研究介入以母親自評提升覺察的方式，可能不易於兩個月內產生顯著之變化。

至於鷹架技巧，組別與前後測之交互作用具有顯著效果。以前測而言，組間無差異，但對後測而言，第三組顯著高於第二組與第一組；分組來看，鷹架技巧亦有前後測差異，即三組母親在後測的鷹架技巧均有提升。從 Vygotsky 的鷹架觀點來看，每週一次的親子數學活動提供家長密切觀察子女，瞭解其獨立解題能力的基礎，進而在親子合作遊戲過程中提供支持，幫助幼兒將舊有知識與新的知識聯繫，以提升其潛在發展水平，故所有參與母親的鷹架技巧均有進步。然參與教練式（coaching）介入的第三組進步最為顯著，顯示以一對一方式進行、在自然情境中示範、採用具體的行為目標並正向鼓勵等作法，確實能幫助家長學習並掌握鷹架技巧。

至於數學活動搭配互動取向介入是否產生加乘效果，本研究結果顯示對所有依變項而言，組別的主效果並不顯著，前後測與組別之交互作用亦未達顯著。由於互動品質介入並沒有產生增大組間變異量的效果，故可得知對依變項亦未能產生效果之差異。而鷹架技巧介入，雖然提升第三組家長的鷹架技巧，

然要從家長引導方式改變進而影響子女的數學能力，可能需要縱貫性的研究才得以展現其間的關連。

伍、結論與建議

一、親子數學活動之效益

Skwarchuk (2009) 建議學前階段若能接觸更廣泛的數學經驗，即除了計數之外可包括測量、邏輯、幾何空間等，可能有益於發展數學概念，故本研究以幼小銜接應學習的數學概念為架構設計活動。短期介入結果顯示，以輕鬆有趣、強調操作探究的活動介入，對親子雙方及家庭數學經驗均有顯著提升之效果。參與親子數學活動不但幫助家長覺察數學的重要性，提升指導子女的信心，並在遊戲過程中有機會觀察子女的能力與實踐有效的鷹架支持模式。此外，方案介入也產生漣漪效應，使得家庭中的親子數學經驗更為頻繁，進而提升幼兒數學能力。

本研究擇取間接數學活動作為媒介，主要是考量幼兒階段的發展特性，由遊戲中學習能引起幼兒參與興趣及投入 (NAEYC & NCTM, 2002)。間接數學活動的類型非常多元且生活化，隨處可得，如桌遊、數學繪本、數字歌謠、討論錢、日曆、時間，或是日常活動如採購、烹飪等，都牽涉到數學概念 (Leyva et al., 2017)。本活動模組即秉持遊戲化、生活化、及多元化的原則設計，企盼能拋磚引玉，提升家長的覺察，從生活中擷取機會擴充幼兒的數學經驗，幫助幼兒將抽象的數學與生活連結，對數學學習感興趣，則對幼兒的入學準備必有正向助益。

目前國內提供幼兒家庭的協助與支援，多以托育補助、健康醫療、課後照顧、閱讀推廣為主，對於提昇家庭學習環境（尤其是數學領域）尚未有一致積極的支持策略。本研究所發展之親子數學活動模組在學術與應用的價值可歸納為以下三點：(一)是提供親子數學活動的資源，以改善過去家長因缺乏媒介未能主動提供數學經驗或回應幼兒的限制；(二)是透過本活動模組涵蓋多元的數

學面向，改善家長因不了解數學內涵而偏重數算等單一數學概念的現狀；(三)是肯定間接數學活動對於幼兒數學能力及興趣的正向影響，改善華人偏重簿本練習的作法。

二、教練式介入提升家長鷹架技巧

本研究結果顯示，透過數學活動介入，參與家長的鷹架技巧均顯著提升。然參與教練式介入的第三組家長，其鷹架技巧的提升效果顯著高於其他兩組，故此介入模式可作為未來親職方案設計之參考。家訪形式的親職介入方案在國外行之有年，成效頗佳，且效果可以維持（Sweet & Appelbaum, 2004）；反觀國內的應用較為侷限，主要在公共衛生及社會工作等領域。此類介入形式優於其他方案（如演講、讀書會、親友支持等）的原因，在於提供家長、幼兒、家訪員三方在自然情境下實際互動的機會，透過示範協助家長發展鷹架子女學習或強化親子關係的能力，在觀察後與家長討論、給予回饋，進而支持鼓勵家長改變行為模式。

雖然實施此介入方案之家訪員需要專業訓練，較為耗時費力，但是對於貧富差距日益擴大的現代社會而言，此方案對弱勢幼兒與家長是效果極佳的預防性措施。一方面以到宅服務的方式，可克服此群體參與親職教育動機低落的問題；另一方面此介入類型可顯著改善親職技巧與幼兒學習能力（Lunkenheimer et al., 2008）。

三、研究建議與限制

本研究為克服過去使用的標準化工具未包含圖形與空間、邏輯推理兩大數學領域之限制，自編數學能力測驗，並以小規模樣本進行信效度評量。由試題分析顯示本測驗可能略偏簡單，未來可再調整修正並擴大樣本數進行信效度研究與建立本土常模，作為數學素養向下紮根相關研究之工具。其次，本研究所發展之數學活動，能提升參與親子之興趣與能力，且每組活動有多種玩法，教材亦容易取得價格合理。未來可依據家長回饋調整修正，作為親子數學推廣或

學前數學課程設計之參考。

本研究之數學活動介入，雖然要求每週至少進行 20 分鐘，並提供建議玩法作為控制，但仍可能受到包括學習環境、家長教學策略等因素影響其結果。此外，本研究實驗設計並未安排控制組，故數學活動模組介入對依變項的效果量，無法完全排除成熟因素的影響。

最後，本研究可能受介入時間與樣本選擇之限制，未能看出互動品質介入後的變化及母親鷹架技巧提升後對子女數學能力的影響。由於過去研究顯示此類介入對弱勢家庭效果顯著，建議未來研究可以弱勢家庭為對象，並延長介入期間。研究結果若支持增進親子互動對幼兒學習具加乘效果，可作為設計弱勢家庭服務方案的參考，如定期家訪介入、廣設親子館、玩具圖書館以增進親子互動、或以幼兒禮卷取代津貼等，以有效運用社會資源。

謝 辭

本文為科技部補助學術研究計畫（MOST103-2410-H-227-002）之部分研究成果。作者感謝匿名審稿委員對本文提供之寶貴建議、參與協助本研究之幼兒及家長，以及研究助理孫景皓。

參考文獻

一、中文部分

- 李淑娟、張麗芬（2009）。父親和幼兒的互動與幼兒簡單加法運算能力之關係。《幼兒保育研究集刊》，4(1)，57-84。
- [Li, S-C. & Chang, L-F. (2009). The relations between father-child interactions and children's simple addition arithmetic abilities. *Journal of Early Childhood Care and Educaiton*, 4(1), 57-84.]
- 孫良誠、盧美貴（2006）。五歲幼兒數學學力指標建構研究。《崑山科技大學學報》，3，115-128。
- [Sun, L-C.& Lu, M-K. (2006). Construction of mathematics learning outcomes indicators for 5 years old children. *Journal of Kun Shan University*, 3, 115-128.]
- 教育部國民教育司（2008）。《國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域》。取自 http://www.edu.tw/eje/content.aspx?site_content_sn=15326
- [K-12 Education Administration, Ministry of Education, Taiwan (2008). *Grade 1-9 curriculum guidelines: mathematics learning area*. Retrieved from http://www.edu.tw/eje/content.aspx?site_content_sn=15326]
- 陳俞君、陳品華（2006）。學前幼兒家長對數學概念學習的教導信念研究。《臺北市立教育大學學報》，37(1)，19-42。
- [Chen, Y-J.& Chen, P-H. (2006). A study of parental beliefs about teaching young children to learn number and operations. *Journal of Taipei Municipal University of Education*, 37(1), 19-42.]
- 張鳳如（2011）。《婚姻衝突因應策略與幼兒情緒調節及人際關係之相關探討》（未出版之碩士論文）。國立臺北護理健康大學嬰幼兒保育研究所：臺北市。
- [Chang, F-J. (2011). *A study of marital conflict strategies, young children's*

emotional regulation and interpersonal relationship (Unpublished master's thesis). National Taipei University of Nursing and Health Sciences, Taipei, Taiwan.]

黃馨慧、何祖華（2018）。家長數學態度與家庭數學經驗對早期數學能力的影響。 *教育研究學報*，**52**(1)，65–88。doi: 10.3966/199044282018045201004

[Huang, H-H. & Ho, T-H. (2018). The effects of parents' math attitudes and family math experiences on early math skills. *Journal of Education Studies*, **52**(1), 65–88.]

賴孟龍、陳芸鍾（2010）。三至五歲幼兒基本加減法的發展：「性別」與「社經地位」的差異開始了嗎？ *台灣數學教師電子期刊*，**21**，20–51。doi: 10.6610/ETJMT.20100301.03

[Lai, M-L. & Chen, Y-Z. (2010). Preschoolers' development of addition and subtraction concepts: Have gender and SES differences started? *Taiwan Journal of Mathematics Teachers*, **21**, 20–51.]

二、英文部分

Blevins Knabe, B., Berghout-Austin, A., Musun, L., Eddy, A., & Jones, R. M. (2000). Family home care providers' and parents' beliefs and practices concerning mathematics with young children. *Early Child Development and Care*, **165**(1), 41–58. doi: 10.1080/0300443001650104

Blevins-Knabe, B., & Musun-Miller, L. (1996). Number use at home by children and their parents and its relationship to early mathematical performance. *Early Development and Parenting*, **5**(1), 35–45.

Bornstein, M. H., & Cheah, C. S. L. (2006). The place of “culture and parenting” in the ecological contextual perspective on developmental science. In K. H. Rubin & O. D. Chung (Eds.), *Parental beliefs, parenting, and child development in cross-cultural perspective* (pp.3–33). London, UK: Psychology Press.

Cahoon, A., Cassidy, T., & Simms, V. (2017). Parents' views and experiences of

- the informal and formal home numeracy environment. *Learning, Culture and Social Interaction*, 15, 69–79.
- Cohen, J. (1988). *Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences*. NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., ...Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, 43(6), 1428–1446. doi: 10.1037/0012-1649.43.6.1428
- Duncan, G. J., & Magnuson, K. (2011). The nature and impact of early achievement skills, attention skills, and behavior problems. In G. J. Duncan and R. J. Murnane (Eds.), *Whither Opportunity: Rising Inequality, Schools, and Children's Life Chances* (pp.47–69). NY: Russell Sage.
- Ginsburg, H. P., & Baroody, A. J. (1996) 。幼兒數學能力測驗 (TEMA-2) 一指導手冊 (許惠欣譯) 。臺北市：心理出版社。(原著出版年：1990)
- Huntsinger, C. S., Jose, P. E., Larson, S. L., Balsink Krieg, D., & Shaligram, C. (2000). Mathematics, vocabulary, and reading development in Chinese American and European American children over the primary school years. *Journal of Educational Psychology*, 92(4), 745–760. doi: 10.1037/0022-0663.92.4.745
- Huntsinger, C. S., Jose, P. E., & Luo, Z. (2016). Parental facilitation of early mathematics and reading skills and knowledge through encouragement of home-based activities. *Early Childhood Research Quarterly*, 37, 1–15.
- Hyde, J. S., Else-Quest, N. M., Alibali, M. W., Knuth, E., & Romberg, T. (2006). Mathematics in the home: Homework practices and mother-child interactions doing mathematics. *The Journal of Mathematical Behavior*, 25(2), 136–152. doi: 10.1016/j.jmathb.2006.02.003
- Kemp, P., & Turnbull, A. P. (2014). Coaching with parents in early intervention: An interdisciplinary research synthesis. *Infants & Young Children*, 27(4), 305–324.
- LeFevre, J.-A., Skwarchuk, S.-L., Smith-Chant, B. L., Fast, L., Kamawar, D., &

- Bisanz, J. (2009). Home numeracy experiences and children's math performance in the early school years. *Canadian Journal of Behavioural Science*, 41(2), 55–66. doi: 10.1037/a0014532
- Leyva, D., Tamis-LeMonda, C. S., Yoshikawa, H., Jimenez-Robbins, C., & Malachowski, L. (2017). Grocery games: How ethnically diverse low-income mothers support children's reading and mathematics. *Early Childhood Research Quarterly*, 40, 63–76. doi: 10.1016/j.ecresq.2017.01.001
- Lunkenheimer, E. S., Dishion, T. J., Shaw, D. S., Connell, A. M., Gardner, F., Wilson, M. N., & Skuban, E. M. (2008). Collateral benefits of the family check-up on early childhood school readiness: Indirect effects of parents' positive behavior support. *Developmental Psychology*, 44(6), 1737–1752. doi: 10.1037/a0013858
- Manolitsis, G., Georgiou, G., & Tziraki, N. (2013). Examining the effects of home literacy and numeracy environment on early reading and math acquisition. *Early Childhood Research Quarterly*, 28, 692–703. doi: 10.1016/j.ecresq.2013.04.004
- Martin, M. O., Mullis, I. V. S., & Chrostowski, S. J. (Eds.) (2004). *TIMSS 2003 Technical Report*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.
- Melhuish, E. C., Sylva, K., Sammons, P., Siraj-Blatchford, I., Taggart, B., Phan, M. B., & Malin, A. (2008). Preschool influences on mathematics achievement. *Science*, 321(5893), 1161–1162.
- Miller, K. F., Kelly, M., & Zhou, X. (2005). Learning mathematics in China and the United States. In J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of Mathematical Cognition* (pp. 163–178). NY: Psychology Press.
- Napoli, A. R., & Purpura, D. J. (2018). The home literacy and numeracy environment in preschool: Cross-domain relations of parent-child practices and child outcomes. *Journal of Experimental Child Psychology*, 166, 581–603. doi:10.1016/j.jecp.2017.10.002

- National Association for the Education of Young Children, & National Council of Teachers of Mathematics. (2002). *Position statement. Early childhood mathematics: Promoting good beginnings*. Retrieved from <http://www.naeyc.org/positionstatements/mathematics>
- Ramani, G., Rowe, M., Eason, S., & Leech, K. (2015). Math talk during informal learning activities in Head Start families. *Cognitive Development*, 35, 15–33. doi: 10.1016/j.cogdev.2014.11.002
- Ramani, G. B., & Siegler, R. S. (2008). Promoting broad and stable improvements in low-income children's numerical knowledge through playing number board games. *Child Development*, 79(2), 375–394.
- Rush, D. D., & Shelden, M. L. L. (2011). *The early childhood coaching handbook*. Baltimore, MD: Brookes.
- Sawilowsky, S (2009). New effect size rules of thumb. *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, 8(2), 467–474.
- Shanley, J. R., & Niec, L. N. (2010). Coaching parents to change: The impact of in vivo feedback on parents' acquisition of skills. *Journal of Clinical Child & Adolescent Psychology*, 39(2), 282–287. doi: 10.1080/15374410903532627
- Skwarchuk, S. -L. (2009). How do parents support preschoolers' numeracy learning experiences at home? *Early Childhood Education Journal*, 37(3), 189–197. doi: 10.1007/s10643-009-0340-1
- Skwarchuk, S. L., Sowinski, C., & LeFevre, J. A. (2014). Formal and informal home learning activities in relation to children's early numeracy and literacy skills: The development of a home numeracy model. *Journal of Experimental Child Psychology*, 121, 63–84.
- Sonnenschein, S., Galindo, C., Metzger, S. R., Thompson, J. A., Huang, H. C., & Lewis, H. (2012). Parents' beliefs about children's math development and children's participation in math activities. *Child Development Research*, 2012, 1–13. doi: 10.1155/2012/851657.
- Starkey, P., Klein, A., & Wakeley, A. (2004). Enhancing young children's

- mathematical knowledge through a pre-kindergarten mathematics intervention. *Early Childhood Research Quarterly*, 19(1), 99–120. doi: 10.1016/j.ecresq.2004.01.002
- Sweet, M. A., & Appelbaum, M. I. (2004). Is home visiting an effective strategy? A meta-analytic review of home visiting programs for families with young children. *Child Development*, 75(5), 1435–1456. doi: 10.1111/j.1467-8624.2004.00750.x
- Tudge, J. R. H., & Doucet, F. (2004). Early mathematical experiences: Observing young Black and White children's everyday activities. *Early Childhood Research Quarterly*, 19(1), 21–39. doi: 10.1016/j.ecresq.2004.01.007
- van den Heuvel-Panhuizen, M., Elia, I., & Robitzsch, A. (2016). Effects of reading picture books on kindergartners' mathematics performance. *Educational Psychology*, 36(2), 323–346. doi:10.1080/01443410.2014.963029
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological thought processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Watts, T. W., Duncan, G. J., Clements, D. H., & Sarama, J. (2018). What is the long-run impact of learning mathematics during preschool? *Child Development*, 89(2), 539–555.
- Weisberg, D. S., Hirsh-Pasek, K., & Golinkoff, R. M. (2013). Guided play: Where curricular goals meet a playful pedagogy. *Mind, Brain, and Education*, 7(2), 104–112.

【附錄一】

親子數學活動模組內容與數概念

數學活動模組	活動內容	數學概念
1.撲克牌遊戲	記憶配對、撲克分類接龍、牌七、撲克井字加法、撿紅點	1.數與量的概念 2.數字的分解與結合 3.分類及配對
2.保齡球遊戲	擊擊樂、保齡球雙色棋、百格大進擊、猜猜看，有幾個？	1.數與量的概念 2.數字的分解與結合
3.現在幾點鐘	時間接龍、時間配對、我的小時鐘、小孩、小孩幾點鐘？我說你撥	4.時間的概念
4.哪個先？哪個後？	一個星期的天氣、哪裡不一樣？、故事順序圖卡、分類順序卡	4.時間的概念 8.分類及配對 9.序列與規則 10.事物關係
5.買賣遊戲	買賣樂、分分看、哪個胖，哪個瘦	1.數與量的概念 5.金錢的概念 9.序列與規則
6.哪個長？哪個短？	比一比、少了哪一個？彈珠迷宮、迷宮走步遊戲、疊疊樂、截長補短	9.序列與規則 8.分類及配對 6.圖形及圖形的組合
7.拼拼樂	拼拼樂、變一變、巧巧拼	9.序列與規則 8.分類及配對 6.圖形及圖形的組合
8.量量看	貼貼看、迷宮連連看、有多高？有多長？、跳跳蛙	7.空間方位 10.事物關係 3.測量方式的應用
9.形狀扣扣樂	三角形王國、小陀螺，轉啊轉、扣一扣，這是什麼圖形？點、線、面	6.圖形及圖形的組合

【附錄二】

鷹架技巧觀察項目與評分標準

觀察項目	評分標準
1.活動進行前能引導子女興趣	☐ 1 沒有引導興趣 ☐ 2 部份嘗試引導興趣 ☐ 3 努力引導興趣
2.說明任務時能簡化或分成可行的步驟	☐ 1 沒有說明步驟 ☐ 2 大致說明，但未分解成可行的步驟 ☐ 3 僅清楚解釋部分步驟 ☐ 4 清楚解釋步驟，但可以再更有邏輯 ☐ 5 成功簡化任務成為可行的步驟並以邏輯方式說明
3.維持子女動機	☐ 1 家長表現降低子女的動機 ☐ 2 家長表現輕微降低子女的動機 ☐ 3 家長表現未影響子女動機 ☐ 4 家長偶爾鼓勵子女 ☐ 5 家長持續鼓勵子女，且有效維持子女動機
4.對錯誤的指正 *	☐ 1 有錯誤但沒有指正 ☐ 2 指出錯誤一次，但未說明或說明不清楚 ☐ 3 指出錯誤超過一次，但未說明或說明不清楚 ☐ 4 指出錯誤超過一次，且提供部份說明 ☐ 5 每次有錯都會指出並提供清楚的解釋，提問暗示的問題、或要求子女解釋為什麼這樣是錯的
5.控制子女的挫折感 *	☐ 1 家長的行為大大增加子女的挫折感 ☐ 2 家長的行為略為增加子女的挫折感 ☐ 3 家長沒有反應或反應不影響子女的挫折感 ☐ 4 家長有限度的察覺子女的挫折並提供一些支持 ☐ 5 家長表現冷靜和耐心，並且有效的控制子女的挫折
6.示範如何解決數概念問題	☐ 1 沒有示範 ☐ 2 提供快速或部份的示範 ☐ 3 提供清楚的示範 ☐ 4 提供清楚的示範且進一步確認子女理解

觀察項目	評分標準
7.引導時能配合幼兒的趨近發展區	☐ 1 引導方式對子女而言太難或太簡單 ☐ 2 以適合子女的程度引導後，子女可理解 ☐ 3 能快速敏銳的釐清子女的程度並調整自己的引導以適應子女的程度
8.教導不同策略以解決問題	☐ 1 沒有教導策略或是教導完全不清楚 ☐ 2 教導單一策略 ☐ 3 略微強調不同策略 ☐ 4 非常強調不同策略
9.在適當時機將活動主權移轉給子女**	☐ 1 太早移轉活動主權給子女 ☐ 2 有一點早移轉活動主權給子女 ☐ 3 在適當時機移轉活動主權給子女，例如當子女開始熟練任務且準備好要獨自進行時 ☐ 4 有一點晚移轉活動主權給子女 ☐ 5 太晚移轉活動主權給子女
10.表現興趣	☐ 1 明顯表現出對任務缺乏興趣或沒有反應 ☐ 2 偶爾表現興趣 ☐ 3 表現中度興趣 ☐ 4 表現高度興趣和熱忱

* 如無表現則不計分

** 計分時須轉換，勾選 1 及 5 得 1 分，勾選 2 及 4 得 2 分，勾選 3 為 3 分