



國小數學教材分析

- 體積和角度

國小數學教材分析-----
體積和角度

國立教育研究院籌備處 出版

何主任序

九年一貫課程已經自九十年九月開始，在全國各國民小學一年級實施了，雖然仍有一些質疑的聲音，不過，到今（九十一）年九月，一、二年級學童和七年級（國中一年級）學生都要採用新的教科書了。換言之，有更多的國小與國中教師將投入九年一貫課程的教學工作，因而，瞭解各個學習領域的能力指標，以及將能力指標轉換成教學目標與活動目標，就成為教師們首先需具備的能力了。

在數學學習領域方面，九年一貫課程分為「數與量」、「圖形與空間」、「統計與機率」、「代數」、「連結」等五個主題，除了「連結」之外，其他四個主題均分為四個階段，依據學習方式和思考型態兩種學習特徵，用能力指標表示學習的內容和期望學生學得的能力，但是由於能力指標與以往大家熟悉的課程標準敘寫方式不同，前者較具彈性，範圍亦較大，所以，在解讀上，可能會產生一些困難。

九年一貫課程不同於八十二年公布的國民小學課程標準，後者在公布前，即委託本會依據課程標準，研擬實驗教材並進行教學實驗。數學科是在全國各縣市推薦的三十一所學校，自八十一學年度入學的一年級新生中，每校選一至二班學生，採用本會所編之實驗教材（含教師手冊、學生課本和學生習作），進行教學實驗，共計有七十一班，總數約三千餘位學生參與。此外，擔任實驗班教學的教師，於學期開始的第一週，先參與本會辦理之一週研習，課程是完全針對該學期要教的實驗教材內容及教學方法。經過教學實驗和修訂後的實驗教材，移送國立編譯館，再經過修訂與送審之後，成為各國民小學可以選用的版本之一。然而九年一貫課程在實施之前，教育部先從提出計畫的學校中，選擇了若干所學校進行試辦，由於這是第一次採取開放、自主、彈性的方式處理國民小學的課程，有些學校的教師反而有無所適從的感覺。

爲了協助國小教師們儘速地瞭解數學學習領域的能力指標，本會周筱亭研究員自八十九年五月開始，邀請黃敏晃、蔣治邦、朱建正、鍾靜、謝堅、陳竹村等教授及林昭珍、呂玉英、林淑君、胡鈺麟、林素微、魯炳寰、吳淑娟、陳俊瑜等教師，自八十九年五月開始，利用週六或週日，隔週開會，共同討論；九十年開始，又有鄒聖馨、廖淑麗兩位教師加入。希望能針對能力指標作詮譯並提供一些比較務實的參考資料給教師們使用。

這套「國小數學教材分析」一共有十四本，它們各針對不同的數學內容，一方面檢討分析國立編譯館依據八十二年公布之國小數學課程標準出版的「部編本國小數學教科用書」，另一方面則分析九年一貫課程數學學習領域各主題的能力指標，並將「部編本國小數學教科用書」各單元中相關的教學活動與之對應。迄今，已完成八本，它們是：整數的數概念與加減運算、整數的乘除運算、長度、重量和容量、分數的數概念與運算、小數的數概念與運算、面積、時間與速率，此次將再出版四本：整數的數量關係、比（含線段圖）、統計與機率、體積和角度，至於圖形與空間（平面篇）、圖形與空間（空間篇）恐怕要再等一陣子了。

在此四本書付梓之際，以此序向各位參與人士表達誠摯的謝意，希望這些書真正能成爲教師們有用的數學課程規劃與設計參考資料。

何福田

於教育部台灣省國民學校教師研習會

民國九十一年五月

主 編 序

本書是“國小數學教材分析”系列叢書的一本。這套叢書是在民國89年暑假前規劃的，在6月18日第二次會議時決議，將小學數學課程中會出現的教材切割分類，並由參與者選擇有興趣的領域進行分析，然後分冊（份量較少之教材類型則合冊）出版。依照規劃，本叢書共有十四冊，書名及編寫者如下，總編輯和總訂正的工作則由黃敏晃和周筱亭擔任。

- 整數的數概念與加減運算－蔣治邦、陳竹村、謝堅、林淑君、陳俊瑜
- 整數的乘除運算－蔣治邦、謝堅、陳竹村、吳淑娟、林昭珍
- 重量和容量－鍾靜、朱建正、林素微、魯炳寰
- 長度－朱建正、鍾靜、呂玉英、胡鈺麟
- 整數的數量關係（含多步驟問題）－蔣治邦、謝堅、陳竹村、林昭珍、吳淑娟
- 分數的數概念與運算－蔣治邦、陳竹村、陳俊瑜、林淑君
- 面積－朱建正、林昭珍、胡鈺麟
- 時間與速率－鍾靜、魯炳寰、林素微
- 圖形與空間（平面篇）－黃敏晃、廖淑麗、林淑君、陳俊瑜
- 小數的數概念與運算－蔣治邦、謝堅、林淑君、陳俊瑜
- 比（含線段圖）－蔣治邦、謝堅、陳竹村、陳俊瑜、林淑君
- 體積和角度－朱建正、呂玉英、林昭珍、胡鈺麟
- 統計與機率－鍾靜、林素微、魯炳寰、鄒聖馨
- 圖形與空間（空間篇）－黃敏晃、廖淑麗、陳俊瑜、林淑君

按教育部於民國89年9月底的公告，九年一貫課程已於民國90年9月起陸續實施，九年一貫課程的主要精神之一是鬆綁，不但打破學生學習時思考的框架，連同以往國中小學教材設計的中央極權制度也要打破（因此稱課程綱要，而非以前的課程標準），教材設計權下放到各學校（學校本位課程，發展各校的特色）、到基層教師（教育的自主權），這樣的改革理念相當值得肯定，但相對應的是各校的行政能力與基層教師的教學能力也要提升，因此，各地的基層教師都在找尋資料，以便因應這一波重大的改革。

國小數學科教材，在民國82年課程標準之國立編譯館版本的教科用書（尤其是在教學指引）中，已有非常仔細的分析。這些分析，是根據知識發展的可能歷程以及學童認知結構發展的層次來進行，這種做法其實和九年一貫課程強調培養學生數學能力，而非灌輸學生許多數學知識的精神一致。所以，這些教材對基層教師在準備九年一貫課程的執行時，應具有豐富的實用價值。

但是，國立編譯館版本的國小數學教科書，將來不會再出版，即使擁有這套教科書，參考時仍有些不方便，一方面是各種教材切割分佈在各冊之中，翻閱不易；另一方面則是有些教材分析的基本原則，在教材發展當時並沒有納入教學指引。我們藉由這次機會將同類教材放在一起並加以精緻化，希望透過這套叢書能協助基層教師更清楚各類教材發展的脈絡。

由於九年一貫課程實施在即，完成此項任務是相當迫切的。且所有參與人員都有他們自己的本職，因此，編寫的工作都在許多週末（週休二日很好用）的溝通討論形成共識後，回家繼續挑燈夜戰才能完成，我們很高興在89年12月底前，已先完成其中的四本；九十年九月出版隨後的四本。現在我們終於可以再出版四本了。

在這裡要感謝所有參與人員的熱忱，由於大家無私的奉獻，使這套叢書的出現成爲可能。

周筱亭 黃敏晃
於民國91年5月

編 輯 要 旨

- 一、本書為「國小數學教材分析」系列叢書中的一冊，該叢書預計出版十四冊，它們分別是：整數的數概念與加減運算、整數的乘除運算、長度、重量和容量、分數的數概念與運算、小數的數概念與運算、時間與速率、面積、圖形與空間（平面篇）、整數的數量關係、比、統計與機率、體積和角度、圖形與空間（空間篇），八十九年度已出版前四冊，九十年九月出版隨後的四冊，現在（九十一年六月）終於可以再完成其中的四冊。
- 二、編寫本系列叢書的目的在於一方面檢討臺灣省國民學校教師研習會「國民小學數學課程實驗小組」根據教育部八十二年公布的「國民小學數學課程標準」研發出的「國小數學實驗教材」和實驗後，由國立編譯館修訂並送審通過、出版的「部編本國小數學教科用書」內容，重新分析各主題的數學架構與兒童學習的認知結構；另一方面針對九年一貫課程數學學習領域中，各主題的能力指標，將前述「部編本國小數學教科用書」各單元中相關的活動與之對應，提供關心國民教育的人士參考。
- 三、本叢書各冊中所列之活動目標及內容，大都取材自國立編譯館的「部編本國民小學數學教學指引」一至十二冊，並已徵得該館同意引用，在此致謝。
- 四、限於篇幅，無法將各相關活動的詳細內容列於書內，但已標出各活動的出處（冊與單元），有興趣的讀者可參閱各冊教學指引。

目 次

第一章	體積的數學與認知結構.....	1
第二章	八十二年版部編本體積的課程設計.....	5
第三章	體積的能力指標與活動分析.....	9
第一節	第一階段能力指標與活動分析.....	9
第二節	第二階段能力指標與活動分析.....	12
第四章	角度的數學與認知結構.....	35
第五章	八十二年版部編本角的課程設計.....	41
第六章	角度的能力指標與活動分析.....	45
第一節	第一階段能力指標與活動分析.....	45
第二節	第二階段能力指標與活動分析.....	67

第一章 體積的數學與認知結構

一. 體積的意義

人們透過自身體驗以及周遭成人的灌輸的交互影響，建立一個信念，即在人的環境中的物質，一定佔有空間而且具有重（質）量。科學的教育進一步把這個信念強化，且賦予數量以描述其大小。

將物質例如黏土或細沙做無空隙的堆積使其形狀大小和另一物體完全相同，這就是體積的複製。體積的複製是體積的單位數量描述的基礎。

生活中的體積經驗很多，例如人體的胖與瘦，種子或水果的大與小，積雪、積土，積水的多寡，即使是米飯量，常人也是以體積推估的。

二. 體積、容積、液量、容量

體積：物質所佔空間的大小。

容積：某一具有確定三度空間的周界內的空間的大小，通常此空間有容納物質可以隨時存取的功能。例如冰箱內部的容積。

液量：流動的液態物質的量，如水量。

容量：可以裝盛液體的容器，將液體裝到滿的量。

由於液體也是物質，佔有空間，而且不像空氣這麼容易因壓力而改變其體積，因此實際上，這四種量都可以用體積概念加以統整。按照82年課程或九年一貫課程，強調認知概念的發展，因此一開始，此四量有各自的操作性定義，等到時機恰當再做統整。不過液量的單位仍然會繼續使用，但是cc或立方公分以及立方公尺會用來描述液量。詳見本叢書討論容量那一冊，長度、面積、體積三者有一相似之處。給定空間中兩點，有一直線段可以連接此二點，此一直線段之長即為這兩點之間的距離。給定平面（以紙頁表徵之）上一條簡單封閉曲線，此一曲線內部的區域的大小即其面積。此處並未像一維的情形，另外給一個名字。一般學童常混淆此一曲線之長及其所圍成的區域之面積。給定空間中的簡單封閉曲面，此一曲面內部空間的大小即其體積。

三. 體積之直接比較

由於兩物體無法於同時佔有同一空間，而且一物體所佔有之空間又無法加以存留，因此不像長度或面積可以疊合。因此何謂體積的直接比較？一種是兩物體的等比例相似，明顯到可以由感官加以確認後，再由直接比較對應點的距離，確認一物體可以想像合於另一物體之內。例如比較籃球和排球的大小，或比較兩個紅蘿蔔的大小。一種是兩物體皆為長方體，可以經由長、寬高的直接比較，知道大長方體的長寬高皆大於小長方體的長寬高，確認小長方體可以想像含於大長方體之內。由於體積之單位在數學上一定選正方體，更小物體的體積描述，亦以正方體之10等分細分為更小的正方體加以描述，因此做為體積啓蒙之直接比較鎖定於長方體，即已足夠。

四. 體積之保留概念

將定量之黏土捏成一種形狀，如球體，再改捏成長條，詢問學生其大小有沒有改變，再改壓成高約 1公分的扁平狀，再問其大小有沒有改變？並可於一開始，即準備一個同大的球體複本做為參考比較之依據，學童是否能從黏土既無添加也無拿走的事實，斷言黏土的大小不會改變？這就是體積的保留概念。亦可將長條狀之黏土切塊再組合。

或有人說，黏土塊在捲曲變形時會捲入空氣，以致影響體積，這種說法，就像把水在瓶子間倒來倒去，有少許水會沾在瓶壁，從而使水量變少完全一樣，是不可避免的。

另外一種做法是以一定數量的白色積木堆成各種形狀，接近條狀、面狀及球狀，然後詢問孩子大小有沒有改變？

五. 「體積」一詞引入之時機之商榷

有人認為，必須在學童能使用個別單位的累積來描述之後，才能使用長度、面積、體積的語詞；另一種意見是，只要能夠做到直觀比較，就可以引入，以避免「大小」語詞混淆了焦點。

作者在設計82年版實驗本教案時，最後還是決定採用後者，早早引入面積和體積的語詞，理由是，只要學生覺察到它亦是物質的一種量的屬性，可以因累積或取走而增大、減少即可使用。

六. 使用正方體為體積的個別單位的理由

和面積使用正方形為個別單位的理由相同。可做無空隙堆疊且充滿空間的立體就是以可如此平面鋪設的多邊形為底的柱體，其中以長方體和正方體最簡單。但正方體更可以用簡單的乘法點算，可以配合長、寬、高進行。

普遍單位使用公制長度單位為邊長的正方體，使得一般長方體可由長邊、寬邊、高邊的長度單位數量由乘法獲得答案。在不規則形體時，則可以將單位正方體的邊各做10等分的細分，將單位正方體1000等分後，繼續由空間內部累積計數，求更進一步的近似值。透過微積分的方法，可用極限表示理想形體的體積，像球體的公式為 $\frac{4}{3}\pi r^3$ ，就是如此獲得的。至於用排開水的方法測量的方法，詳見本叢書有關容量那一冊。

七. 一立方公尺的單位原型

使用瓦楞紙板或塑膠布製作折疊式的1立方公尺的箱子，可使學童對1立方公尺的單位有較實際的感覺。許多小學數學教師都覺得，由報紙製做的1平方公尺可以由10000個一平方公分的方瓦完全覆蓋，以1立方公尺的箱子必需要使用1百萬個白色積木才能堆到與它一樣大，是讓學童親眼目睹1萬以及1百萬的最佳方法。

八. 長方體體積的公式之導出

給學童一個長、寬、高皆為整數的長方體，學童先以白色積木複製出此長方體，然後計數共有多少個白色積木。逐漸地，學童即可知不需複製即可由長邊、高邊、寬邊之長度乘出計數時，先算一層，一排是 l 個1立方公分，共有 m 排，故一層為 $l \times m$ 個，然後 n 層，故得 $l \times m \times n$ 個1立方公分。

至於邊長為分數時，最好是透過分數倍的概念，寬邊1公分，長邊a公分，高邊也是1公分時，它的體積是1立方公分的a倍。當寬邊變成b公分時，體積為1立方公分的 $a \times b$ 倍，當高邊變成c公分時，體積為1立方公分的 $a \times b \times c$ 倍。在長方體體積 $= a \times b \times c$ 的公式中，必須強調單位的配合。

九.化聚

在國小教材中，體積只有1立方公分和 1立方公尺兩種單位。因此1立方公尺和多少立方公分合起來一樣大是教學重點，這可以從 1立方公尺的邊長來求即可。在實際生活中體積的化聚並不常見。

第二章 八十二年版部編本體積的課程設計


一. 前言

小學數學課程可能就像人類的許多複雜的制度，如政府的文官體制或應對禮儀，有組織的宗教儀式，是辨證地發展起來的。體積的量化就是以「全等正立方體做無空隙堆疊以複製「另一物體之後的計數」，雖然被早期的物理學家也兼數學家體會到，但是把這個概念落實到小學的數學教室中，就會涉及到操作、溝通和概念發展的問題。當82年公布的課程標準，註 200以一種概括的方式把長度、面積、體積、重量、容量、角度完全包括時，到底直接比較、間接比較、個別單位比較、普遍單位比較等要做到那裏，我們只能直覺地說，把每一種量都等量齊觀，硬要去做一遍比較的發展，一定有問題。82年實驗本的態度確實是把每一種比較都儘可能詳細去做了，所持的態度是，讓任教的老師決定要不要省略，或者是先實驗看看，怎樣做的效果比較好。如果全國的老師都是持著做做看，收集學習資料再與同儕交換討論的方式在教，那麼數學保證可以教得愈來愈有效率。

二. 體積的確認

這是最初步的體積概念的溝通，東西會愈積愈大，拿走愈多就愈小。爲了不與大小語詞混淆，趁此時改用「體積」做爲溝通語詞。此時體積可以和重量加以區別，也可以和面積及長度區別。但在第6冊第11單元活動5並未刻意強調它與重量以及面積與長度的差別。

三. 體積的直接比較及複製

由於兩物體只能並置比對，不能疊合，因此在第6冊第11單元活動6將兩塊等高紅蘿蔔  並置，說明把小的用黏土包裹加大，可以變得和大的形狀大小皆相同。所以得出兩塊紅蘿蔔的體積一大一小。但是紅蘿蔔的並置比對，畢竟不夠確實，而長方體的並置比對，或者更一般些，柱體的並置比


對就確實得多。在第4冊第6單元活動5，首先用不同長度的數學積木，以無空隙堆積方式複製長方體，但是未清點數量，做為第六冊第11單元活動7的準備。在第六冊第11單元活動7中，是以同大的數學積木複製長方體並點數。讀者會問，為何不要在第四冊第6單元活動5時就點數？好像也沒有不能點數的理由。有人認為：會點數不代表知道體積的意義。「知道每一個部分，不代表認識整體。」

在第4冊第6單元活動6，用8個白色積木可以堆成各種不同尺寸的長方體，如 $2 \times 2 \times 2$ ， $8 \times 1 \times 1$ ， $2 \times 4 \times 1$ 等。將此活動視為幾何的造型活動是可以的，但視為等積異形的初步概念就有點言過其實。「一個活動的意義，會因此人的認知狀態與焦點而有很大的差異。」

四. 個別單位比較

第7冊第9單元活動7，雖然活動目標寫成「利用個別單位比較的方法，比較兩立體的體積」，但實際上做的是比較兩長方體的體積。當然我們無法說實際做的與活動目標所敘寫的不符，因為如果不用長方體討論我們也不能用一般的形狀討論，頂多只能用白色積木去造一些其他形狀的立體模型，然後要學童複製後，以所用白色積木的多寡來比較大小。如果是這樣，第七冊第9單元活動7可以視為第4冊第6單元活動6的逆向，尤其如果此活動有加入點數的話。

五. 長方體的複合圖形的體積

傳統的關於這類立體的求體積問題都是以平面呈現的，例如  然後在各線段旁標上數字，並寫上單位：公尺或公分。其實，學生的困難多發生在①不知數字與分解為部分的長方體的長寬高關係。②不知如何分解。③不認識圖形與立體的關係。如果布題時以實體模型呈現，相信能成功自發解題的人會增加。

在第9冊第11單元活動5的呈現方式，則是先點出複合形體成型的方式，再要求算出體積，與傳統的布題方式有很大的差別。

六.長方體的體積公式

第8冊第8單元活動 3，先與兒童溝通，可以用長邊、寬邊和高邊的長度確實描述一個長方體至一個全等的層次。此處的長與寬並未如同64年版本採用「較長的為長邊，較短的為寬邊」的說法而改以「若一邊為長邊，則另一邊為寬邊」，理由是因日常生活對長與寬有一定的分辨，詳見本叢書的面積部分。又由於長方體不能完全避免以透視圖或視圖呈現，故第8冊第8單元活動4也與學童溝通在圖上標示邊長的方式。

第8冊第8單元活動 5要求學童根據 1立方公分積木堆成的長方體視圖實際堆出長方體，並由學童回溯堆疊方式，以一層幾個，有幾層的思考，用乘法算出答案。這種由視圖點數小正方體個數的題目，從第五冊到第八冊的習作乙本中，就曾經不斷出現過，因此是容易的。緊接著在第8單元活動6就以一立方公分積木累積複製給定長方體的方式，算出給定長方體的體積。

第9冊第3單元活動4與第8冊第8單元活動6的差別在於前者要求學童記錄堆疊一立方公分正方體之痕跡於給定的長方體之表面，而後者並不要求。其實，作者以為只要學童能夠把空想的歷程說出來，紀錄痕跡並非必要。第 9冊第3單元活動5更進一步向傳統的布題方式靠攏，這個道理本節一開始即有說明。但如果說要記錄堆疊痕跡，我覺得還是說出歷程比較重要。亦即說出「長邊 1公分，所以長邊的方向可以排 l 個一立方公分積木，寬邊 m 公分，所以可以排出 m 排，一排 l 個積木……」。

第9冊第11單元活動4僅是把單位改成公尺，另外教室的體積應該說成教室的容積，或教室空間的大小。

第12冊第 3單元活動3及活動4把長 \times 寬 \times 高的公式推廣到分數與小數邊長。由此可見本課程不像64年版本把此項推廣視為理所當然。

此二活動可以有兩種發展方式，一種用分割份數，一種則用分數倍的概念。講面積時，兩種方式皆可，講體積時，分割份數的方式受限於圖形呈現時的複雜化，仍以分數倍概念呈現為妥。

七.二階單位化聚

第10册第11單元活動4及5，先將堆疊累積用乘法求出個數，得出1立方公尺與1立方公分的關係，再利用此關係做簡單的整數化聚，即 m 立方公尺 = m 百萬立方公分。

本課程未處理如 2.65 立方公尺 = 2650000 立方公分的問題。

第三章 體積的能力指標與活動分析

第一節 第一階段能力指標與活動分析

N-1-9 能透過感官活動感覺一個量，並能對兩個同類量作直接比較，進而對一個量作複製活動（量：長度、容量、重量、角度、面積、體積）。




活動類別	82年版部編本之活動目標			核心布題
	冊別	單元別	活動別	
造形複製	4	6	5	仿造一個實心的長方體或正方體，其大小和事先準備的實物一樣。 1. 用 $1 \times 1 \times 1$ ， $1 \times 1 \times 2$ 及 $1 \times 0.5 \times 3$ 的同色積木堆成和紙盒一樣大的長方體，堆疊時要兩個兩個緊靠在一起，裡面要滿滿，不能有空洞。
等積異形的初步概念	4	6	6	用數量一定、形狀及大小相同的數學積木、堆積成各種可能的長方體或正方體。 1. 先用 8 個白色積木堆成一個正方體。讓學生確認其形體。 2. 讓學生用 8 個白色積木堆一個長方體或正方體(最好不要和隔壁同學堆的一樣)。
量的確認	6	11	5	透過兒童對物件大小的既有經驗，引出體積的語詞與概念。 1. 學生用自己的語詞描述籃球的○○比棒球的○○大。 2. 用吹氣球和放氣的方式，與學生溝通氣球裡面的氣愈多，氣球的體積就愈大；裡面的氣愈少，氣球的體積就愈小。
直接比較	6	11	6	會做兩物件體積的直接比較，並用體積的語詞來描述比較的結果。 1. 能描述女紅蘿蔔的體積比男紅蘿蔔的體積大，橘色積木的體積比兔洗筷的體積大，及彈珠的體積比白色積木大的原因。 2. 如果白色積木再包一些黏土就會和彈珠的體積一樣。
體積之複製	6	11	7	透過小物件的堆疊，複製某一特定物件，並以複製時所使用的積木之數量，描述該物件的體積和幾個×色積木及幾個○色積木合起來一樣大。 1. 用各種數學積木堆出和紙盒(邊長4公分的正方體)或造形積木(2:4:8)全等的長方體。 2. 能說出兩個長方體全等的理由，並描述該物件之體積。詳見活動示例。

活動示例

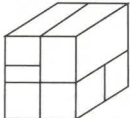
活動 6-11-7：透過小物件的堆疊，複製某一特定物件，並以複製時所使用的積木之數量，來描述該物件的體積和幾個×色積木及幾個○色積木合起來一樣大。


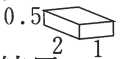



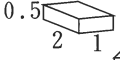


預備經驗：會仿造一個實心的正方體或長方體，其大小和給定的一樣。

(第四冊第六單元活動5)

情境布置：1. 教師在上課前用2塊  ($1 \times 1 \times 1$)，2塊  ($1 \times 1 \times 2$)，及2塊  ($1 \times 0.5 \times 2$) 的同色造形積木堆成一個正方體，置於講桌上。

2. 教師準備每邊長4公分的正方體紙盒（每組一個）。
3. 課前由組長分每組（4~6人一組）造形積木兩盒。
4. 課前由組長分給每人白色數學積木64塊以上、紅色數學積木32塊以上、淺綠色數學積木20塊以上、粉紅色數學積木16塊以上。黃、綠、黑、咖啡色數學積木各8塊以上。

主要問題與活動	說明	評量重點	教學活動流程分析
<div style="text-align: center;">  </div> <p>1. 每組的紙盒和老師堆好的這個正方體是不是一樣大？</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>解題過程溝通的參考模式</p> <p>解題過程合理性的討論參考模式</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> • 紙盒是指邊長 4公分的正方體紙盒。 • 指名學生上台操作。 • 學生可能的回答是： <ol style="list-style-type: none"> (1) 它們的體積一樣大。因為把這兩塊正方體靠在一起，它們一樣高，也一樣胖。所以它們的體積是一樣大的。 (2) 它們的體積一樣大。因為把這兩塊正方體靠在一起，面一樣大。這樣靠，面也一樣。這樣靠，面也一樣。所以它們的體積是一樣大的。 	<ul style="list-style-type: none"> • 會比較兩個正方體，說出體積一樣大的理由。 	<ul style="list-style-type: none"> • 確認使用數個積木堆成的立體的體積和正方體盒子體積一樣大，並說明理由，作為學生自行複製長方體的前置經驗。

	<p>(3) (用手比) 這邊和這邊 (手指兩塊正方體的長) 一樣長。這邊和這邊 (手指兩塊正方體的寬) 一樣長。這邊和這邊 (手指兩塊正方體的高) 一樣長。所以它們的體積是一樣大的。</p> <p>(4) 其他。</p>		
<p>2. 請各組用造形積木堆一個和你們的紙盒一樣大的正方體。堆疊時每一塊積木要緊靠在一起。</p> <p>3. 你們怎麼知道你們堆的正方體和你們的紙盒一樣大呢?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 每組發給一個邊長 8 公分的正方體紙盒。 • 請各組拿出上課前發給他們的造形積木兩盒。 • 學生開始操作，教師行間巡視並觀察學生堆積的情形。 • 學生可能的堆法有： <ul style="list-style-type: none"> (1) 統統用  堆積起來的。 (2) 統統用  堆積起來的。 (3) 統統用  堆積起來的。 (4) 仿照教師的堆法堆的。 (5) 其他。 • 指名學生說明，其說法與問句1說明同。 		<ul style="list-style-type: none"> • 請學生使用造形積木複製正方體。
<p>4. 想想看，我們怎樣告訴別人這個正方體的體積有多大？$\times \times \times$，請你說說看。</p> <div data-bbox="166 1561 334 1692" style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>解題過程溝通的參考模式</p> <p>解題過程合理性的討論參考模式</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> • 指名學生回答。 <ul style="list-style-type: none"> (1) 這個正方體的體積有4塊  的積木合起來那麼大。 (2) 這個正方體的體積有8塊  的積木合起來那麼大。 (3) 這個正方體的體積有2塊  4塊  及1塊  的積木合起來那麼大。 (4) 其他。 	<ul style="list-style-type: none"> • 會告訴別人，正方體是由 \times 個正方體，\times 個長方體.. 合起來這麼大。 	<ul style="list-style-type: none"> • 使用造形積木的個數描述正方體的體積。

第二節 第二階段能力指標與活動分析

N-2-9 能在保留概念形成後，進行兩個同類量的間接比較（利用完整複製）及個別單位的比較（利用等量合成的複製）（量：長度、容量、重量、角度、面積、體積）。

活動類別	82年版部編本之活動目標			活動目標	核心布題
	冊別	單元別	活動別		
個別單位比較	7	9	7	利用個別單位比較的方法，比較二立體的體積。	<ol style="list-style-type: none"> 1. 用各種數學積木分別複製出和甲盒子與乙盒子全等的長方體，再以白色積木的個數比較甲、乙兩盒子體積的大小。 2. 用同樣大小的數學積木分別複製出和甲盒子與丙盒子全等的長方體，以所用積木個數比較體積大小。
		9	11	5	應用體積的合成與分解活動，解決複合圖形體積的問題。

活動示例

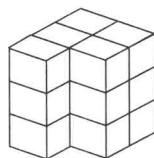
9-11-5：應用體積的合成與分解活動，解決複合圖形體積的問題。


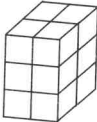
- 預備經驗：1. 認識1立方公尺為單位，並對以x個1立方公尺正方體累積起來的物件，用x立方公尺加以描述。（本單元活動3）
2. 以1立方公尺為單位，進行長（正）方體的測量活動。（本單元活動4）

情境布置：1. 教師準備邊長4公分的正方體和長邊是8公分、寬邊與高邊都是4公分的長方體造形積木各一塊。

2. 教師畫出如圖放大5倍的視圖或簡略畫在黑板上。

3. 教師準備白色積木，每生1包（約50個）。



主要問題與活動	說明	評量重點	教學活動流程分析
<p>1. 用1立方公尺的箱子堆成的，如這個（指著黑板上的放大圖）的樣子。</p> <p>數數看，它是用多少個1立方公尺的正方體堆成的？</p> <p>說說看，你是怎麼知道的？</p>	<ul style="list-style-type: none"> 教師揭示情境布置上的放大圖，上課前簡略畫在黑板上或看課本。 學生可能的說法如下： <ul style="list-style-type: none"> (1) 一個一個去數共有15個1立方公尺。 (2) 分成兩部分來數。 <div style="display: flex; align-items: center; margin: 10px 0;">  <div> <p>有3個1立方公尺的正方體。</p> </div> </div> <div style="display: flex; align-items: center; margin: 10px 0;">  <div> <p>有$2 \times 2 = 4$ $4 \times 3 = 12$ 12個1立方公尺的正方體。</p> <p>共有$3 + 12 = 15$，15個1立方公尺的正方體。</p> </div> </div> (3) 其他。 若學生不會，教師提示：可否用白色積木表徵1立方公尺的正方體？堆堆看，再數數看。 	<ul style="list-style-type: none"> 能說出15個1立方公尺及其理由。 	<ul style="list-style-type: none"> 利用1立方公尺箱子的個數，算出1立方公尺箱子堆成的立體的體積。作為算出複合圖形體積的前置經驗。

<p>2. 用15個 1立方公尺的正方體堆成的，它的體積是多少立方公尺？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 說明 1立方公尺的正方體，體積是1立方公尺，2個 1立方公尺合起來是 2立方公尺，3個1立方公尺.....，14個 1立方公尺合起來是 14立方公尺，15個 1立方公尺合起來是15立方公尺。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能說出15立方公尺。 	
<p>(重新布題)</p> <p>3. 在長邊是 3公尺，寬邊是 1公尺，高邊是 1公尺的長方體櫃子上放置一個長邊是 2公尺，寬邊是 1公尺，高邊也是 1公尺的長方體水箱。</p> <p>(教師隨即指著課本上的圖)。</p> <p>水族箱和櫃子合起來的體積有多大？說說看，你是怎麼知道的？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 若學生不了解題意，教師可利用情境布置 2的造形積木演示放置情形。 • 學生可能的做法： <ol style="list-style-type: none"> (1)先算水族箱的體積： <p>長邊是2公尺可堆2個 1立方公尺，寬邊是 1公尺可堆一排，高邊是 1公尺可堆一層。</p> <p>記成$2 \times 1 = 2$ $2 \times 1 = 2$ 2個1立方公尺。</p> <p>再算櫃子的體積：長邊是 3公尺可堆3個 1立方公尺，寬邊是 1公尺可堆一排，高邊是 1公尺可堆層。</p> <p>記成$3 \times 1 = 3$ $3 \times 1 = 3$ 3個1立方公尺。</p> <p>最後將兩個合起來：$2 + 3 = 5$個1立方公尺也就是 5立方公尺。</p> (2)水族箱的體積是： <p>$2 \times 1 = 2$ $2 \times 1 = 2$，2個 1立方公尺。櫃子的體積是：$3 \times 1 = 3$ $3 \times 1 = 3$，3個 1立方公尺。</p> <p>$2 + 3 = 5$，5個 1立方公尺，也就是5立方公尺。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> • 能說出5個1立方公尺及其理由。 	<ul style="list-style-type: none"> • 利用分別算出兩個長方體體積的方式，求出複合圖形的體積。

<p>(重新布題)</p> <p>4. 在長邊是 2 公尺，寬邊是 4 公尺，高邊是 3 公尺的長方體海棉，切掉長邊是 2 公尺，寬邊是 1 公尺，高邊是 3 公尺的長方體海棉一塊，還剩下多少立方公尺的海棉？說說看，你是怎麼知道的？</p>	<p>• 學生可能的說法如下：</p> <p>(1) 先算整塊海棉的體積： $2 \times 4 = 8$，$8 \times 3 = 24$ 24 立方公尺。 再算切掉部分海棉的體積： $2 \times 1 = 2$，$2 \times 3 = 6$ 最後算剩下海棉的體積： $24 - 6 = 18$ 還剩下 18 立方公尺的海棉。</p> <p>(2) 其他。</p>	<p>• 能說出 18 立方公尺其理由。</p>	<p>• 利用算出大長方體體積減掉小長方體體積的方式，求出複合圖形的體積。</p>
--	---	--------------------------	---

N-2-10 能認識各種量的普遍單位，應用在生活中的實測和估測活動，並培養出量感（普遍單位：千米、毫米、公升、毫公升、時、分、秒）。

活動類別	82年版部編本之活動目標			活動目標	核心布題
	冊別	單元別	活動別		
普遍單位的認識	7	9	8	認識 1 立方公分的體積，並以立方公分為單位，進行體積的實測活動。	<ol style="list-style-type: none"> 1. 與學生溝通白色積木的體積是 1 立方公分。 2. 確定 2 個、3 個、10 個 1 立方公分的體積是 2 立方公分、3 立方公分、10 立方公分。 3. 認識 5 個 1 立方公分和 8 個 1 立方公分的體積合起來是 13 立方公分。 4. 用一排 8 個白色積木，排了 4 排，排兩層的方式得知造形積木（長 8cm、寬 4cm、高 2cm）的體積是 64 立方公分。 5. 上述的造形積木兩塊合起來的體積是 128 立方公分。詳見活動示例。
	7	9	9	以立方公分為單位，做出 x 立方公分的立體。	<ol style="list-style-type: none"> 1. 用各種不同積木做出一個體積是 26 立方公分的立體物。 2. 用白色積木做出一個體積是 32 立方公分的立體物。
	9	11	3	認識 1 立方公尺的正方體，並對以 x 個 1 立方公尺正方體累積起來的物件，用 x 立方公尺加以描述。	<ol style="list-style-type: none"> 1. 與學生溝通邊長為 1 公尺的正方體的體積是 1 立方公尺。 2. 認識 2 個 1 立方公尺合起來的體積是 2 立方公尺。

活動示例

活動示例7-9-8：認識1立方公分的體積，並以立方公分為單位，進行體積的實測活動。

預備經驗：利用個別單位比較的方法，比較二立體的體積。（本冊本單元活動7）

情境布置：教師準備每組(1)橘色、黃色(長5公分)、黑色(長7公分)、紅色(長2公分)數學積木各1個。

(2)一個長8cm、寬4cm、高2cm的造型積木。

(3)白色數學積木70個以上。

主要問題與活動	說明	評量重點	教學活動流程分析
1. 這個白色積木是什麼形狀的？ 白色積木這個正方體的每一邊的長度各是多少公分？ 2. 像白色積木這麼大的體積，一般人說它的體積是1立方公分。	<ul style="list-style-type: none"> • 若學生不知道請其量量看。 • 教師拿著白色積木比出 1 立方公分的空間範圍，以區別 1 立方公分。同時請每位學生拿 1 個白色積木摸摸看。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能說出是正方體及每邊長是 1 公分。 • 能以 1 立方公分和別人溝通白色積木的體積。 	<ul style="list-style-type: none"> • 認識邊長為 1 公分的正方體白色積木的體積是 1 立方公分。
3. 2個1立方公分的體積是多少立方公分？ 4. 3個1立方公分的體積是多少立方公分？10個呢？		<ul style="list-style-type: none"> • 能說出 2 立方公分。 • 能說出 3 立方公分及 10 立方公分。 	<ul style="list-style-type: none"> • 認識 x 個 1 立方公分的體積是 x 立方公分。
5. 5個1立方公分和8個1立方公分的體積合起來是多少立方公分？	<ul style="list-style-type: none"> • 學生可能的算法如下： (1) $5+8=13$ 13個1立方公分是13立方公分。 (2) 其他。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能算出13立方公分。 	<ul style="list-style-type: none"> • 進行體積的合成活動。

<p>6. 一條黃色積木的體積和多少個白色積木合起來的體積一樣大？</p> <p>7. 一條黃色積木的體積和 5 個白色積木合起來的體積一樣大。那麼，一條黃色積木的體積是多少立方公分？</p>	<ul style="list-style-type: none"> 學生的方法可能是利用 5 個白色積木合成和黃色積木一樣大的體積。 	<ul style="list-style-type: none"> 能說出 5 個白色積木。 能說出 5 立方公分。 	<ul style="list-style-type: none"> 用數個 1 立方公分的積木排成一排，排成和黃色積木一樣大，求出黃色積木的體積。
<p>(重新布題)</p> <p>8. 一條橘色積木的體積是多少立方公分？ 一條黑色積木的體積是多少立方公分？ 一條紅色積木的體積是多少立方公分？</p>	<ul style="list-style-type: none"> 教師揭示各種顏色的積木，讓學生說出體積。 	<ul style="list-style-type: none"> 能說出 10 立方公分。 能說出 7 立方公分。 能說出 2 立方公分。 	
<p>9. 這個造形積木（長 8 cm、寬 4 cm、高 2 cm）的體積有多大？用白色積木排排看。</p> <p>10. 說說看，你是怎麼排的？</p>	<ul style="list-style-type: none"> 學生利用白色積木來堆積和這個造形積木一樣大的體積。 學生可能的排法如下： <ol style="list-style-type: none"> 用 64 個白色積木排出和這個造形積木體積一樣的長方體。 用 32 個白色積木排出第一層，再用 32 個白色積木排出第二層，和這個造形積木體積一樣的長方形。 其他。 	<ul style="list-style-type: none"> 能以白色積木堆積成和這個造形積木體積一樣大的物體。 能說出是怎麼排的。 	<ul style="list-style-type: none"> 透過用白色積木排成和造形積木一樣大的方式，求出造形積木的體積。 先請學生說明排法，再確認用白色積木排成的立體和造形積木一樣大。

<p>11. 你怎麼知道排出的立體和這個造形積木一樣大？</p>	<ul style="list-style-type: none"> 討論如何比，如三面比比看，兩兩都一樣大，來澄清排出的立體和這個造形積木一樣大。 	<ul style="list-style-type: none"> 能說出一樣大的理由，並能討論、判斷做法是否合理。 	
<p>12. 如果先排一層，你用了多少個白色積木？</p>	<ul style="list-style-type: none"> 學生排一層可能說法如下： <ol style="list-style-type: none"> 先排8個白色積木再排4排共32個。 先排4個白色積木再排8排共32個。 其他。 	<ul style="list-style-type: none"> 能說出一排 8 個白色積木，排了四排，是 32 個。 	<ul style="list-style-type: none"> 使用「一層是多少個積木，2 層共用多少個積木」的方式，算出造形積木的體積，作為體積公式求法的前置經驗。
<p>13. 再加一層共用了多少個白色積木？</p> <p>這個造形積木的體積是多少立方公分？</p>	<ul style="list-style-type: none"> 學生排兩層可能說法如下： <ol style="list-style-type: none"> 仿上先排一層再堆一層共64個白色積木。 其他。 學生可能的說法如下： <ol style="list-style-type: none"> 一個白色積木是 1 立方公分64個白色積木是64立方公分。 其他。 	<ul style="list-style-type: none"> 能說出一層有 32 個白色積木，兩層共有 64 個。 能說出 64 立方公分。 	
<p>14. 兩塊這樣（同上情境布置(2)）的造形積木。合起來的體積是多少立方公分？</p>	<ul style="list-style-type: none"> 學生可能的說法如下： <ol style="list-style-type: none"> 一塊造形積木的體積是 64 立方公分，兩塊是 128 立方公分。 用白色 1 層有 32 立方公分，4 層有 128 立方公分。 其他。 	<ul style="list-style-type: none"> 能說出 128 立方公分。 	<ul style="list-style-type: none"> 進行體積的合成活動。

N-2-12 能知道同類量中二階單位之間的關係及使用二階單位作描述，並利用此關係作整數化聚。

活動類別	82年版部編本之活動目標			核心布題	
	冊別	單元別	活動別		
同類量二階單位的關係	10	11	4	透過單位正方體的堆疊與類比活動，認識 1 立方公尺是 1000000 立方公分。	<ol style="list-style-type: none"> 用長邊是 2 公分，把它分成 2 等分，寬邊是 4 公分，把它分成 4 等分，高邊是 3 公分，把它分成 3 等分的方式，算出長方體的體積。 用同樣方式得知 1 立方公尺是由 1000000 個 1 立方公分排成的。詳見活動示例。
二階單位量的化聚	10	11	5	進行 x 立方公尺和 x 百萬立方公分的化聚。	<ol style="list-style-type: none"> 能把 1 立方公尺是由 1000000 個 1 立方公分合成的，記成 1 立方公尺 = 1000000 立方公分，或把 1000000 立方公分合成 1 立方公尺，記成 1000000 立方公分 = 1 立方公尺。
	12	3	3	解決邊長為分數的長方體體積問題。	<ol style="list-style-type: none"> 能算出長方體長邊是 3 公尺，寬邊是 4 公尺，高邊是 1 公尺、5 公尺、$2\frac{1}{5}$ 公尺的體積分別是 12 立方公尺、60 立方公尺、$26\frac{2}{5}$ 立方公尺的理由。 寫出長方體體積是 $26\frac{2}{5}$ 立方公尺的算式。 能寫出並說明長方體長邊是 1 公尺、$\frac{1}{2}$ 公尺寬邊是 $1\frac{1}{3}$ 公尺、高邊是 1 公尺的體積分別是 $1\frac{1}{3}$ 立方公尺、$\frac{2}{3}$ 立方公尺的理由。詳見活動示例。
	12	3	4	解決邊長為小數的長方體體積問題。	<ol style="list-style-type: none"> 能寫出並說出長方體長邊是 1.2 公尺，寬邊是 0.6 公尺，高邊是 1 公尺、0.5 公尺、1.5 公尺的體積分別是 0.72 立方公尺、0.36 立方公尺、1.08 立方公尺的理由。 寫出長方體體積的算式。

活動示例

活動10-11-4：透過單位立方體的堆疊與類比活動，認識1立方公尺是1000000立方公分。

- 預備經驗：
- (1) 給定長方體或正方體，用「有幾層、每層有幾排，每排有幾個」的方式計算體積，並用有乘號的算式記錄計算體積的過程。（第八冊第八單元活動6）
 - (2) 認識1立方公尺的正方體，並對以 \times 個1立方公尺正方體累積起來的物件，用 \times 立方公尺加以描述。（第九冊第十一單元活動3）

情境布置：1. 上課前，請教師將全班學生分成4~8人一組。

2. 教師準備：

- (1) 展示用1立方公分積木1個。
- (2) 展示用1立方公尺箱子1個（第九冊第六單元活動3曾製作）。
- (3) 展示用習作附件10做成的長方體盒子。
- (4) 準備一袋1立方公分積木備用。

3. 學生於上課前：

- (1) 將習作附件10黏合成長邊2公分，寬邊4公分，高邊3公分長方體。
- (2) 將習作附件11~13黏合成長邊、寬邊、高邊各為10公分的正方體盒子。

主要問題與活動	說明	評量重點	教學活動 流程分析
<p>(教師揭示一個1立方公分積木)</p> <p>1. 這是一個正方體積木，每邊長都是1公分。說說看，這個積木的體積是多少？你怎麼知道的？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 學生可能的說法為： <ol style="list-style-type: none"> (1) 是1立方公分：因為積木是正方體，每邊長都是1公分。 (2) 其他。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能說出是1立方公分，並說出怎麼知道的。 	<ul style="list-style-type: none"> • 複習邊長是1公分的正方體積木的體積是1立方公分。
<p>(教師指示學生拿出用習作附件10做的長方體盒子)</p> <p>2. 算算看，這個長方體的體積是多少立方公分？把你的做法用算式記下來。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 學生可能的做法為： <ol style="list-style-type: none"> (1) 量出長邊、寬邊、高邊的公分數，直接計算： $2 \times 4 = 8$ $8 \times 3 = 24$ (2) 量出長邊是2公分，在盒子上畫出分成兩行；再量出寬邊是4公分；在盒子上畫出分成四排；最後量出高邊是3公分，在盒子上畫出分成三層。 再計算一層畫了：$2 \times 4 = 8 \rightarrow 8$個1立方公分。 三層共有：$8 \times 3 = 24 \rightarrow 24$個1立方公分是24立方公分。 (3) 其他。 • 學生的記法可能因長方體擺放的位置不同而不同。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能算出24立方公分，並用算式記錄做法。 	<ul style="list-style-type: none"> • 求算邊長分別為2公分、4公分、3公分的長方體的體積，學生可利用每邊的公分數或分割的方式，知道可排幾個積木，可排幾排，可排幾層，算出體積。

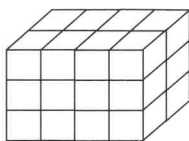
<p>3. 說說看，你爲什麼可以這樣算？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 配合主要問題2做法(1)的記法，學生可能的說法爲： <ol style="list-style-type: none"> (1) 長邊的公分數乘以寬邊的公分數，等於8；8再乘以高邊的公分數等於24，就是24立方公分。 (2) 長(寬)邊排2個積木，寬(長)邊排4個，一層可以排8個積木。共有三層，三層共有24個積木，就是24立方公分。 (3) 其他。 • 若學生沒有如上面說法(2)的回答，教師應追問： <ol style="list-style-type: none"> (1) 在你的算法中，2代表排了幾個積木？4代表排了幾個積木？一層可以排幾個積木？ (2) 這個長方體共可分成幾層？ (3) 三層共可排幾個1立方公分積木？ • 配合主要問題2做法(2)的記法，學生可能的說法爲： <ol style="list-style-type: none"> (1) 長邊是2公分，可以分成兩行，寬邊是4公分，每一行分成四排，所以一層可以分成8個1立方公分。高邊是3公分，可以分成3層，三層共有24個1立方公分，就是24立方公分。 (2) 其他。 • 若學生沒有如主要問題2做法(2)用分割的方法，則先進行主要問題3-1~3-3，再進行主要問題4。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能說明做法。
--------------------------	---	--

3-1. 有人是這樣做的，長邊是 2 公分，把它分成 2 等分（用簽字筆將盒子的長邊畫分成兩等分）。寬邊是 4 公分，把它分成 4 等分（用簽字筆將盒子的寬邊畫分成 4 等分）。高邊是 3 公分，把它分成 3 等分（用簽字筆將盒子的高邊畫分成 3 等分）。

3-2. 說說看，在這個盒子上，長邊可以分成幾行？寬邊可以分成幾排？

3-3. 一層可以分成幾個 1 立方公分？可以分成幾層？共可分成幾個 1 立方公分？

• 教師一面說，一面在情境布置 2 第(3)項的長方體盒子上畫出如下的分割線：



• 指名學生回答。

• 指名學生回答。

• 能回答是 2 行。

• 能回答是 4 排。

• 能回答 8 個 1 立方公分。

• 能回答 3 層。

• 能回答 24 個 1 立方公分。

活動示例

活動 12-3-3：能解決邊長為分數的長方體體積問題。

預備經驗：解決邊長為分數的長方形面積問題：(本單元活動1)

主要問題與活動	說明	評量重點	教學活動 流程分析
<p>◎主要問題1~4中的長方體的長邊及寬邊均相同，主要在於高邊的變化，強調求5層的體積是1層體積的5倍，引入高邊為分數的體積求法。</p>			
<p>1. 有一個長方體，長邊是 3公尺，寬邊是 4公尺，高邊是 1公尺，它的體積是多少？你怎麼知道的？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 學生可能的說法如下： <ol style="list-style-type: none"> (1)長邊排了3個1立方公尺的積木，寬邊排了 4排，一層有 $3 \times 4 = 12$個積木，也就是12立方公尺。 (2)其他。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能回答長方體體積是12立方公尺。 • 能說出長方體體積是12立方公尺的理由。 	<ul style="list-style-type: none"> • 複習邊長分別是 3公尺、4公尺、1公尺的長方體體積求法。
<p>2. 有一個長方體，長邊是 3公尺，寬邊長 4公尺，高邊是 5公尺，說說看，它的體積是多少？你怎麼知道的？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 學生可能的說法如下： <ol style="list-style-type: none"> (1)一層的體積是 $3 \times 4 = 12$立方公尺，高邊是 5公尺，也就是一層的 5倍，所以長方體體積是 $(12 \times 5) 60$立方公尺。 (2)其他。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能回答長方體體積是60立方公尺。 • 能說出長方體體積是60立方公尺的理由。 	<ul style="list-style-type: none"> • 在長邊和寬邊相同的情況下，利用高邊是 5公尺的長方體體積是高邊 1公尺的長方體體積的 5倍，算出體積。

<p>3. $12 \times 5 = 60$ 是什麼意思？</p>	<p>• 學生可能的說法如下：</p> <p>(1) 12個表示一層的體積有12立方公尺的5倍，60是表示長方體體積共有60立方公尺。</p> <p>(2) 其他。</p>	<p>• 能說出各數所代表的意義。</p>	
<p>4. 有一個長方體，長邊是3公尺，寬邊長4公尺，高邊是$2\frac{1}{5}$公尺，它的體積是多少？</p> <p>說說看你怎麼做的？</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>解題過程溝通 參考模式</p> <p>解題過程合理性的討論參考模式</p> </div>	<p>• 學生可能的做法如下：</p> <p>(1) 一層的體積是12立方公尺，高邊1公尺是一層，高邊$2\frac{1}{5}$公尺是$2\frac{1}{5}$層，$2\frac{1}{5}$層是2層又$\frac{1}{5}$層，2層的體積$12 \times 2 = 24$立方公尺，$\frac{1}{5}$層的體積是1層的$\frac{1}{5}$倍，也就是$12 \times \frac{1}{5} = 2\frac{2}{5}$立方公尺，所以$2\frac{1}{5}$層的體積為$26\frac{2}{5}$立方公尺。</p> <p>(2) $2\frac{1}{5}$層體積是1層體積的$2\frac{1}{5}$倍，一層的體積是12立方公尺，所以$2\frac{1}{5}$層體積為$12 \times 2\frac{1}{5} = 26\frac{2}{5}$立方公尺。</p> <p>(3) 其他。</p>	<p>• 能回答長方體體積是$26\frac{2}{5}$立方公尺並說明理由。</p>	<p>• 在長邊和寬邊相同的情況下，利用高邊是$2\frac{1}{5}$公尺的長方體體積是高邊1公尺的長方體的$2\frac{1}{5}$倍，算出體積，並用有分數的算式記錄做法。</p>
<p>5. 用有分數的算式記記看。</p>	<p>• 學生可能的算式如下：</p> <p>(1) $3 \times 4 = 12$ $12 \times 2 = 24$ $12 \times \frac{1}{5} = 2\frac{2}{5}$ $24 + 2\frac{2}{5} = 26\frac{2}{5}$</p> <p>(2) $3 \times 4 = 12$ $12 \times 2\frac{1}{5} = \frac{132}{5} = 26\frac{2}{5}$</p> <p>(3) 其他。</p>	<p>• 能寫出長方體體積是$26\frac{2}{5}$立方公尺的算式。</p>	

N-2-13 能以個別單位方式（利用等物合成複製後）描述面積、體積，並能用乘法簡化長方形面積、長方體體積之點算。

活動類別	82年版部編本之活動目標			核心布題	
	冊別	單元別	活動別		
長寬高描述	8	8	3	<p>在描述長方體大小時，察覺至少應描述的邊長，並形成用長、寬和高三個關鍵邊的長來描述一個特定長方體的共識。</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 用尺量出長方體的每個邊的邊長。 2. 用一邊長8公分，一邊長2公分，一邊長4公分來描述長方體。 3. 形成高邊是指上下方向的邊，長邊是指左右方向的邊，寬邊是指前後方向的邊的共識。詳見活動示例。
	8	8	4	<p>在長方體的透視圖和視圖上標示與報讀長邊、寬邊和高邊的邊長。</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 在視圖上記錄邊的長度。 2. 長邊、寬邊和高邊都只標一次即可。
乘法簡化	8	8	5	<p>根據1立方公分積木堆成的長方體視圖，實際堆出長方體，並透過堆疊的方式描述用算式紀錄計算體積的過程。</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 確定堆成的長方體和視圖所表達的是一樣的。 2. 確定沿著長邊可堆4(3)個1立方公分，沿著寬邊可堆3(4)排，高邊可堆2層，所以共堆24個1立方公分的積木。 3. 把做法用算式記下來，例如$4 \times 3 = 12$, $12 \times 2 = 24$。
	8	8	6	<p>給定長方體或正方體，用「有幾層，每層有幾排，每排有幾個」的方式計算體積，並用有乘號的算式紀錄計算體積的過程。</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 用長邊、寬邊和高邊來描述所堆出來的長方體。 2. 說明長邊5公分要堆5個1立方公分，寬邊3公分要堆3排，高邊2公分要堆2層，所以體積和30個1立方公分積木合起來一樣大。 3. 用有乘號的算式把算法記錄下來。 4. 說明算式裡各數字所表示的意義。詳見活動示例。
	9	3	4	<p>提供長(正)方體實物，透過1立方公分正方體的堆疊活動記錄堆疊痕跡，用「有幾層，每層有幾排，每排有幾個」的方式，求出體積。</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 用5公分的邊可以排5個白色積木，3公分的邊可以排3排，4公分的邊可以排4層的方式，算出全部共有60個白色積木，1個白色積木的體積是1立方公分，所以60個白色積木是60立方公分。
	9	3	5	<p>提供長(正)方體視圖，透過立體實物與立體平面圖形的轉換活動，記錄堆疊痕跡，求出體積。</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 翻開習作，根據長方體或正方體的視圖，用「有幾層，每層有幾排，每排有幾個」的方式算出體積。
	9	11	4	<p>以1立方公尺為單位，進行長(正)方體體積的測量活動。(其方式是以1公尺為單位實測邊長，並以兩步驟乘法算式紀錄解題過程)</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 能指出教室的長邊、寬邊、高邊。 2. 能用算式記錄教室的容量或空間大小。 3. 能算出長邊是3公尺，寬邊是1公尺，高邊是2公尺的長方形衣櫥的容量或空間大小是6立方公尺。

活動示例

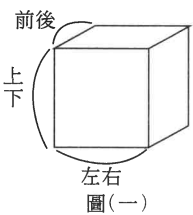
活動 8-8-3 在描述長方體時，察覺至少應標示的邊長，並形成用長、寬和高三個關鍵邊的長來描述一個特定長方體的共識。

預備經驗：在描述圖形大小時，察覺至少應標示的邊長，並形成用長邊及寬邊的長來描述一個特定長方形的共識。(本冊第五單元活動1)

情境布置：1. 教師準備每組有一個長邊是 8 公分，寬邊是 2 公分，高邊是 4 公分的長方體積木。

2. 學生準備直尺。

主要問題與活動	說明	評量重點	教學活動流程分析
1. 拿出一個和老師手上一樣的長方體積木。說說看這個長方體積木有幾個邊？	<ul style="list-style-type: none"> 每組發給一個長方體積木。 	<ul style="list-style-type: none"> 能說出並指出 12 個邊。 	<ul style="list-style-type: none"> 複習長方體有 12 個邊，並量出每個邊的長。
2. 每一個邊有多長？量量看。	<ul style="list-style-type: none"> 學生操作，教師行間巡視。 	<ul style="list-style-type: none"> 能用尺量出邊長。 	
3. 假如你的朋友沒有看到這個長方體，你怎麼打電話告訴他這是什麼樣子的長方體呢？	<ul style="list-style-type: none"> 學生可能的說法如下： <ol style="list-style-type: none"> 瘦瘦長長的。 一邊是 4 公分，一邊是 8 公分，一邊是 2 公分……。 有 4 個邊是 8 公分，有 4 個邊是 2 公分，有 4 個邊是 4 公分的長方體。 其他。 若學生的說法是(1)時教師可追問：「是什麼樣的瘦瘦長長？」「你這樣描述人家聽得懂嗎？」來引導他使用邊長來描述。 	<ul style="list-style-type: none"> 能以邊長來描述長方體。 	<ul style="list-style-type: none"> 討論如何描述長方體，並建立只要描述三個邊，邊長相同的只說一邊的共識。

<p>4. 描述這個長方體時，可不可以說一邊長8公分，一邊長2公分，一邊長4公分呢？爲什麼？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 學生可能的說法如下： <ol style="list-style-type: none"> (1) 邊長都是相同只說一邊就可以。 (2) 其他。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能說出可以說一邊長8公分，一邊長2公分，一邊長4公分及其理由。 	
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> 解題過程溝通 的參考模式 解題過程合理性 的討論參考模式 </div>			
<p>5. 用三個邊長描述長方體時，到底是哪三個邊呢？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 學生可能的說法如下： <ol style="list-style-type: none"> (1) 三個不同的數字。 (2) 長方體12個邊中三組等長的邊。 (3) 其他。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能指出及說出某三個邊。 	
<p>6. 這三個邊我們要怎麼稱呼？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 學生說出三個不同的數字，教師要追問：「這三個不同的數字表示什麼意義？」引導到四個邊一樣長時只說一次即可。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能嘗試命名。 	
<p>7. 在長方體的十二個邊中，上下方向的邊（手比）叫高邊，如果左右方向的邊（手比）叫寬邊，前後方向的邊（手比）就叫長邊。如果左右方向的邊叫長邊，前後方的邊叫寬邊。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 讓學生自由發表，但時間不宜太多。 • 教師展示長方體積木比出長方體中上下、前後、左右的方向： 	<ul style="list-style-type: none"> • 能形成使用長邊、寬邊和高邊的共識。 	
	 <p style="text-align: center;">圖(一)</p>		<ul style="list-style-type: none"> • 命名用來描述長方體的三個邊爲長邊、寬邊和高邊。
<p>說說看這個長方體：高邊的長是多少？長邊的長是多少？寬邊的長是多少？</p>		<ul style="list-style-type: none"> • 能說出高邊的長是8公分，長邊的長是2公分，寬邊的長是4公分或 	

		長邊的長是 4 公分，寬邊的 長是 2公分。	
◎若學生拿出同樣的東西(積木)而擺的不一樣時，請其轉成和視圖或老師擺的方向一樣即可。			

活動示例

活動 8-8-6：給定長方體或正方體，用「有幾層，每層有幾排，每排有幾個」的方式計算體積，並用有乘號的算式記錄計算體積的過程。

預備經驗：根據1立方公分積木堆成的長方體視圖實際堆出長方體，並透過堆疊的方式描述用有乘號的算式記錄計算體積的過程。

(本單元活動5)

情境布置：1.教師於上課前發下每人一堆1立方公分積木(至少40個)。

2.請教師指導學生於上課前製作習作附件5的甲盒子，習作附件6的乙盒子。

主要問題與活動	說明	評量重點	教學活動流程分析
1. 拿出習作附件 5 的甲盒子。 要知道這一個盒子(手拿著)的體積是多少立方公分，我們以前是怎麼做的？ 我們來堆堆看。	<ul style="list-style-type: none"> 如學生忘記該如何做，教師提議，用 1 立方公分積木堆出和積木全等的長方體試試看。 	<ul style="list-style-type: none"> 能說出用 1 立方公分積木堆堆看。 能用 1 立方公分積木堆出和情境布置 2. 甲盒子全等的長方體。 	<ul style="list-style-type: none"> 複習求長方體體積要用 1 立方公分積木堆出一樣大的立體，再實際堆堆看。
2. 你堆的長方體和你做的甲盒大小形狀都一樣嗎？你怎麼知道的？	<ul style="list-style-type: none"> 學生可能的說法如下： <ol style="list-style-type: none"> (1)把兩塊長方體上下疊起觀察，看不出差別。 (2)比較兩塊長方體的各個面，各個面彼此一樣，所以大小一樣。 (3)用眼睛看，看起來一樣。 (4)其他。 	<ul style="list-style-type: none"> 能說出堆出來的長方體和發下的積木形狀、大小都一樣的理由。 	

<p>3. 說說看，你是怎麼堆的？說明時儘量用長邊、寬邊和高邊來說明。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 學生可能的說法如下： <ol style="list-style-type: none"> (1) 沿著長（或寬）邊堆了3個1立方公分的積木，沿著寬（或長）邊堆了5排，沿著高邊堆了2層。 (2) 先堆這一行（手指著）用了5個1立方公分的積木，再堆第二行也用了5個積木，再堆第三行也用了5個積木，再照剛才那樣的堆法再堆一層。 (3) 其他。 • 若沒有出現（1）的回答，教師宜提示：「用長邊、寬邊、高邊說說看」。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能說出堆出來的長方體的方法，並說出為什麼要這樣排的理由。 	<ul style="list-style-type: none"> • 請學生說明堆法，要用長邊、寬邊和高邊各排幾個積木的方式來說明。建立長邊堆5個積木，寬邊堆3排，高邊堆2層的說法，作為體積求法公式的前置經驗。
<p>4. 說說看，長邊是5公分，要堆幾個1立方公分積木？寬邊是3公分，要堆幾排？高邊是2公分，要堆幾層？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 教師一面問，一面比出長邊、寬邊、高邊。 • 指明學生回答。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能回答長邊要堆五個積木，寬邊要堆三排，高邊要堆兩層。 	
<p>5. 所以甲盒的體積和多少個1立方公分積木合起來一樣大？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 學生的回答有下面意思即可：長邊堆5個1立方公分，寬邊堆3排，共有15個1立方公分的積木，高邊有2層所以總共有30個1立方公分。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能說出和30個1立方公分積木合起來一樣大。 	<ul style="list-style-type: none"> • 透過算出所用積木個數的方式求出甲盒的體積，並用有乘號的算式記錄做法，再澄清算式中每個數字的意義。
<p>6. 算算看，這個長方體的體積是多少立方公分？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 學生可能的記法為： <ol style="list-style-type: none"> (1) $5 \times 3 = 15$ $15 \times 2 = 30$ (2) 其他。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能算出是30立方公分，並記錄獲得解答的過程。 	

<p>7. 說說看，算式裡的 5表示什麼？ 3表示什麼？ 15表示什麼？ 2表示什麼？ 30表示什麼？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 教師指著： $5 \times 3 = 15$ $15 \times 2 = 30$ 中的數字逐一提問。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能回答：5表示長邊 5公分可堆5個1立方公分的積木；3表示寬邊3公分可堆 3排；15表示一層可堆15個 1立方公分的積木；2表示高邊2公分有 2層；30表示這個甲盒的體積有30個 1立方公分的積木。 	
<p>(重新布題)</p> <p>8. 拿出習作附件 6的乙盒子。這個盒子(手拿)的長邊是5公分，寬邊7公分，高邊是4公分。如果要用 1立方公分積木排出和它全等的長方體，長邊要用幾個積木？寬邊要堆幾排？高邊要幾層？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 本題是用思考推演的，若學生不會時，才可用積木操作。 • 教師一面說，一面比出長邊、寬邊、高邊。 • 指名學生回答。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能回答長邊要用 5個積木，寬邊要堆 7排，高邊要4層。 	<ul style="list-style-type: none"> • 透過推想長邊排幾個白色積木，寬邊排幾排，高邊排幾層的方式算出乙盒的體積，並用有乘號的算式記錄求所用白色積木個數的做法。

<p>9. 乙盒的體積和多少個 1 立方公分的積木合起來一樣大？體積是多少？用有乘號的算式把算法記下來。說說看，你是怎麼知道的？</p>	<p>• 學生可能的回答如下：</p> <p>(1) 1立方公分的正方形積木每邊都是 1公分，沿乙盒的的長邊 5公分可堆5個積木，寬邊7公分可堆7排，高邊4公分可堆4層，共可堆$5 \times 7 = 35$，$35 \times 4 = 140$所以乙盒的體積和 140個積木合起來一樣大，它的體積就是140立方公分。</p> <p>(2)其他。</p>		
--	---	--	--

第四章 角度的數學與認知結構


一. 前言

角度和長度距離一樣，屬於生活中極易聽聞到的語詞，例如「這個角度很好」、「請把嘴巴張開」、「桌角」、「牛角」等。在第一個例子中，話題是旋轉角，接著下來依次是張開角，圖形角（平面），和立體角。立體角描述一個錐的頂點附近尖銳的程度，不在中小學範圍。我們將按圖形角、張開角和旋轉角的順序來說。因為張開角才容易有量或程度的概念，而圖形角不易溝通量的概念，卻是旋轉程度（角）的紀錄。

二. 圖形角

數學上的圖形角由相交且止於一點的兩線段所構成。此二線段長短不拘，其夾角大於0度小於180度。此二線段稱為角的邊，交點稱為頂點。

兩圖形角可以藉著「先疊合頂點，再疊合其中一邊，並將另一邊均置於疊合邊的同側」的方式，檢驗另一邊是否也能疊合。若能疊合則稱兩圖形角相等，否則兩圖形角不相等。按此方式，可以複製圖形角。

觀察由連續的折線段組成的平面圖形，可以複製許多圖形角。多邊形是封閉的折線段組成的圖形，是一般教科書引入圖形角最常用的方式。例如取一三角形圖形板，要求學童將頂點的局部描下來，並由學童交換疊合檢查描的結果是否正確。最常見的兩種解題記錄，是 \angle 和。前者的特徵是兩邊約略相等，而且相當短。後者是角的兩邊約等於三角形中該指定角的兩鄰邊的長。教師應與學生溝通，角的兩邊的長度並無限制。

由於圖形角變大變小的機制不明，進一步做合成分解時也極易與兩邊所夾區域混淆不清，同時區域範圍亦不易明確規範，除非採用半徑均相等的扇形。因扇形的面積與圓心角的大小成正比。但是把角概念的啓蒙與扇形的構成要素結合在一起，畢竟不太妥當。因此在開始引入圖形角時，不要把它當做一種像長度的量，這種考慮是合理的。而且為了避免往後發展的困擾，宜與凸多邊形，特別是三角形和凸四邊形掛鉤即可。

三. 張開角

像蚌蛤，高等脊椎動物的嘴巴，是一種兩片的一端固定在一個可轉動的關節上，兩片或其中一片可以旋轉的裝置。人類利用這種裝置可以做成夾子或摺扇。雖然將一隻吸管切開，但不使它完全切斷，即可以展示開合，但最好的效果還是摺扇。將一張長方形紙先折成波浪狀（ \sim ）後，再從中對折、黏合，外側可用兩條竹片黏合加強，用以展示開合。首先可以展示愈開愈大及愈合愈小的現象。其次可以要求學生記錄其張開的程度。在經過發表討論後，教師可以引導學生將張開程度的紀錄和圖形角做比較。

透過張開程度的想法，兩個小於 180° 的圖形角可以比較大小了。但是合成、分解還是很不自然。

四. 旋轉角

將車輪的軸心固定，再讓車輪旋轉。這時可以選擇一條車輪的半徑，以此半徑的轉動來描述車輪的轉動。此一半徑可以先規定一個起始方向，例如以水平向右做開始，然後向上、向左、向下。這叫做逆時針向的轉動。如果以水平向右做開始，先向下，再向左，然後向上，這叫做順時針向的轉動。

鐘面上的時針、分針或秒針可做為引入旋轉角概念的原型。我們很難從物體旋轉的描述進入，雖然它比較合理，但也比較複雜。秒針用以代表一條射線，固定的一端叫做支點，像秒針的動法就叫做旋轉。手臂可以用肩關節為支點旋轉。音樂鐘的發條的旋轉方式，某種水龍頭開關的使用方式也是旋轉。有些旋轉的程度有限制，其運動方式變成順時、逆時針方向的旋轉交互進行，如機械手錶的擺輪，比較合適的名詞叫擺動。

透過展開張開程度的道具、摺扇，可以連結圖形角，使圖形角成為旋轉程度的紀錄。其方法是把摺扇的一邊固定，使得打開摺扇時僅旋轉另一邊。透過這種連結後，可以把硬紙條或鐵絲的一端固定在A4大小紙板的中央，讓學生當做旋轉現象的觀察與記錄。若是當做旋轉臂的鐵絲可以方便學童取下，則可在旋轉臂下襯一張可替換的紙，即可當做旋轉記錄之用。

就像記錄質點在直線運動的位移（例如學童的百米賽跑）必須標明起點一樣，要記錄鐵絲的旋轉應該標明起始方向，這起始方向叫做始邊，旋轉停止的方向叫做終邊，旋轉應有快慢，但啓蒙教學不可考慮這個問題。含有旋轉的始邊、終邊及支點的記錄，就和圖形角一模一樣。但爲了明確標示旋轉方向以及超過 180 度以上的旋轉，所以一般多加上自始邊終於終邊的螺旋線標示之。

五. 角的合成與分解

將旋轉臂以一定方向旋轉到一個程度停止，再旋轉後再停止。其結果與將旋轉臂一次旋轉至第二次停止的方向相當，我們溝通此爲旋轉角的合成。

反之，本來預備以一定方向旋轉到某一定程度，但是還沒有轉到就停下來了。問還要再轉多少程度？可以溝通此爲旋轉角的分解。

以上的旋轉角的合成與分解，如果配合圖形角的卡片會比較具體，效果比較好。同時藉此機會得以使圖形角具備合成與分解的意義。張開角的合成與分解意義會有問題，不可將順時針向旋轉與逆時針向旋轉的合成和此處旋轉角的合成混爲一談，因爲在小學不宜談正負角。

六. 角的度量單位

透過旋轉程度與圖形角紀錄的連絡，使得圖形角的疊合具備了量的大小比較的意義。將圖形角的一邊與頂點疊合，觀察另一邊的狀態，可以說哪一個圖形角比較大。圖形角的大小比較是角的度量的基礎。

雖然常用的角的度量共有三種，即 360 度制，軍事用的 4000 密位制以及弧度制，但 4000 密位制太精細，弧度制的概念太難，所以小學只教常用的 360 度制即可。

360 度制係將旋轉一周分割成 360 等分，旋轉一等分即爲 1 度。介紹 1 度和介紹 1 厘米（公分）一樣，無法向普通學生說出 1 度的來歷，只能指出每

個1度的圖形角都是一樣的大小。旋轉10度是旋轉10個1度合起來的，旋轉28度是旋轉28個1度合起來的，等等。旋轉一直角、一平角、一周角、乃至數個直角、數個平角或數個周角都是可以和學童溝通的，其中旋轉一周角俗稱轉一圈。

七.量角器

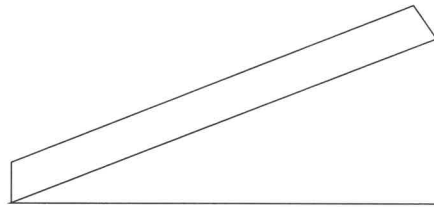
一般文具行販售的量角器，係一個半圓盤。圓盤的外弧上有最小刻度為1度的線，通常只有0、90，和180刻度線才會連到中心點。爲了度量的方便，一般都有順時針和逆時針兩種度數的排列，導致學童將一個銳角，例如30度角讀成150度，反之亦然。

如果學童能夠把每條刻度線都想成和中心點連結的話，則量角或畫出指定度數的角就和量線段長或畫出指定長度的線段的方式類似，都是運用疊合的方法。

學童量角的誤差大，常差個兩度，不可避免。由於它也和一個人操作儀器的謹慎態度和程序是否恰當有關，因此教師適當的操作程序的指導以及臨場的示範都可以做，不致於和「自發解題」的原則抵觸。

八.直接比較、間接比較、個別單位比較、普遍單位比較

角度和長度有非常相似的地方。因此我們也可以模仿長度概念的發展，依序提供學童上述四種比較的活動。如果要這樣做，則勢必要在圖形角上安排此類活動，但要透過張開角或旋轉程度的記錄。圖形角的量的意義，現代教材設計多由旋轉程度的記錄而來，年級均在四、五年級之後，是否一定要留意張開角或旋轉角的保留概念是否已存在？如果可以藉由描繪加以複製，那麼用量角器即可測量，是否要多此一舉？至於非360度的個別單位，一定要日常生活常見的物件，那有這種角楔的東西？（我在日本京都會看過，可能是爲編織或其他民俗工藝的製作道具。）



角楔

九. 角度的估測

估測原有實用的目的。角度的估測在從前國中教授許多平面幾何的時代相當重要。例如證明時，常需要畫一個一般的銳角三角形。所謂一般，即非直角三角形，非等腰三角形。爲了突顯證明中提到的線段，頂點或角，課本常選擇45、60、75度的三角形來畫。這時最大角離90度還差15度，兩角之間都差15度，可說是最佳選擇。又如遇到角平分線的問題，學生常以目視決定角平分線的位置。

像樓梯、直梯或山坡的角度，正確地說是它與水平線的夾角，或稱傾角。傾角的估測是重要的，因爲它與安全有關。有時它是本能或習慣，也不一定用度數表示。

要兒童以目視判斷一圖形角爲銳角，接近直角或鈍角，可以視爲角度的估測的一種。

十. 方位與仰角、俯角

在地理測量時，正式表示方位的方法爲東南西北乃至於北北東等。至於正前方偏左幾度或偏右幾度也可以。英美人常用的時鐘方位值得採用，但限以常使用旋轉鐘者。他們對鐘面可形成心像。使用時鐘方位溝通的人，可想像眼前水平置放一個旋轉鐘。12點方向在正前方，因此藉著心像，這人可以相當準確地判斷出11點鐘方向，即正前方偏左30度的方向。戰鬥機飛行員之間若以目視進行任務，亦會使用時鐘方位。測樹高或塔高時，會使用視線與水平線的夾角，稱爲仰角。若由上俯看下方，則視線與水平線的夾角，稱爲俯角。

十一. 使用方位距離標定位置

生物在求生存的奮鬥中使用方位距離來標定位置。例如一隻蛙若想捕食一隻飛蟲，必先調整身體使嘴巴轉向獵物，再估計獵物與口的距離，以免伸出舌頭徒勞無功。一個打拳的人也是有類似的運作系統。

把學童的這種生物本能，用數學語言加以外顯化，即可得到以方位距離標定位置的概念。最初是以自己的身體為準，所站點距離為 0，正前方為角度基準。然後是以標的物為準，如在地圖上說，颱風在恆春東南方 200 公里處。最後是能告知附近一同賞鳥的朋友，望遠鏡對目標在 2 點鐘方向 2 公里處的相對方位。

十二. 三角形內角和

使用量角器去量三角形的三內角，由於不可避免的誤差，很少能夠剛好得到和數是 180 度的結果。有人提議把三個角剪下來拼湊，則大致可以見到兩邊成一直線。

不過，倒底學童認識這個事實有何目的？我認為，讓兒童發現，繞一個凸四邊形或凸五邊形一圈，在轉角處所轉過的角度都一定是 360 度反而更有意義。

問學童，有沒有恰好三個直角的四邊形，有沒有三個鈍角的四邊形，也會是較佳的挑戰。

第五章 八十二年版部編本角的課程設計

一. 前言

本設計原則上按照82年公布的課程標準，註 200的架構來在布局。讀者可參考本系列叢書的「長度」或「面積」的第一章。即使如此，由於角的引入從三年級才開始，學童的智慧較低年級有開展，而且又因教學時間有限，所以我們並未把註 200所談的每一階段的活動都做得很仔細。

二. 量的確認及複製

實驗課本中的角的设计，大體上注意到圖形角、張開角和旋轉角有前後開展的依存關係。

在第5册第6單元活動1至活動5，學生以圖形疊合的方式，描下三角形和四邊形圖卡的各角，並加以檢驗。不注意角兩邊的長短。然後在第6册第7單元活動 7透過扇子的張合的狀態，溝通張開程度的意義，並做張開程度的紀錄，從而連結到圖形角，並在第 6册第7單元活動8賦予圖形角量的意義。先是透過扇子的媒介，再取消扇子，使兩個圖形角能夠透過疊合頂點與一邊來比較大小。接著到第 7册第7單元活動1透過扇子係因「固定扇子的一邊，旋轉另一邊而得以展開」，而將張開程度連結到旋轉現象上。因為旋轉就像移動一樣，一旦旋轉或移動了，原來的位罝或狀態就不見了，除非事先加以紀錄。但扇子固定的一邊永遠是在的。所以我們把表徵從扇子改成吸管或竹籤，來代替旋轉臂或旋轉方向。在第 7册第7單元活動2旋轉程度就以圖形角加以記錄，並從旋轉現象將角的構成要素重新命名為始邊、終邊。

三. 角量的直接比較

在第6册第7單元活動8；我們先透過兩把張開懸殊的扇子與學童溝通要比什麼。(不管活動敘寫時有沒有強調兩把扇子的半徑的差異應該大些，例如12公分和7公分，讀者是否體會到，半徑的差異大些，效果會比較好?)接著再以兩個差異不大的圖形角，例如小於180度，兩者相差 5度左右，讓學童以疊合

方式比較大小。此二圖形角可以溝通為張開程度的紀錄，也可以是旋轉程度的紀錄。

四. 角量的間接比較

按照註 200的藍圖，直接比較以後要進行「一次複製的直接比較」的間接比較活動。但是這個藍圖是基於「假如學童沒有保留概念，則以個別單位加以累積而成的量的比較將無意義」的邏輯而來。但是無論張開角量或旋轉角量本身的記錄就有間接的味道，因此第6冊第9單元活動1和第7冊第7單元活動3，雖然執行時毫無問題，但是重要性並不大。

五. 角量的合成

第7冊第7單元活動4的過程如下：①先做一個吸管的旋轉，並記錄其程度為一個圖形角，並標上始邊、終邊。②再將此吸管從終邊位置再按同方向轉，又標上始邊、終邊。③另外畫出一個圖形角，取第一次的始邊及第二次的終邊。④溝通此圖形角為前兩次旋轉合起來的旋轉程度的紀錄。本教材沒有做分解活動。

下面有一個建議，可以當做旋轉角量的合成活動。

①給學童兩個圖形角，以角形卡表現之。甲卡約為80度，乙卡約為50度。

②要求學童旋轉吸管，先旋轉甲角卡，接著再旋轉乙角卡。

（將圖形角卡置於吸管下方，吸管之支點與角的頂點重合。）

③問學童吸管共旋轉了多少，是否可以用這兩個角卡表示它的旋轉程度？

此處步驟②、③皆為自發解題。

至於角量的分解活動則直接以圖形角卡為之，不必再牽扯旋轉角量。即問甲角卡是由乙角卡和多大的角卡合起來的，要求學童把另一個角畫出來！或者問學童，旋轉甲角卡比旋轉乙角卡多旋轉多少，將它的旋轉角量畫出來。

六. 量角器的教學

按照註200的藍圖，常見的量角器的教學分成兩次活動。第6冊第9單元活動5是在圖形角已經是一種可以比較大小的量，可以用數字表示其大小。此時量角器被視為是一個「怪尺」。其測量的運作方式即為圖形角的疊合，報讀的方式和公分尺以怪尺方式報讀幾公分完全相同。事實上，長度和角度有一種強烈的同構，這可以反映在歐氏幾何「圓心角用所對弧之長度之」。在物理學中，這種同構又被強調了。

第8冊第3單元活動4則將量角器的結構視為每次再旋轉1度的多重等刻度的累積。其方式和分析公分尺的結構相同。不過，由於實際上不可能畫出每條代表1度的刻度線半徑，因此在解釋量角器上的線痕時，需費一些唇舌，這和解釋旋轉鐘面上的分刻度類似。

本教材在第6冊引入的量角器是較簡化的形式，至於效果是否會較佳，則需執行教學實驗後才會清楚。教科書開放後，不太可能再出現教學活動序列如此細膩的版本，但老師們想做較細膩的教學應該沒問題。

由於幾何的原因，角度可以有一些個別單位，例如周角（旋轉3圈半）平角、直角、45度角等，但是這些角度仍與360度制密切相關，所以不需另外處理（沒有所謂的3個迴紋針長）。

七. 實測及估測

角度的實測只有一種，就是以量角器疊合執行之。在第8冊第3單元活動7，除了畫出指定度數的角之外，尚有認識銳角和鈍角。銳角和鈍角的視覺辨識可以當做估測的一種。比較準確的圖形角估計，可將其中一邊持為垂直或水平進行之。

在註200中，原作者認為估測是用一熟悉的量去截割欲測量，以估得截割的次數，從而推得欲測量之大小。例如以腳步計算從家裏到學校的距離。但是在角度的世界裏，直接以熟悉的圖形印象，例如旋轉鐘面數字的位置，相鄰兩數所對應的半徑形成的圓心角為30度，不論圖形角或方位（例如10點

鐘方向) 都比較方便。

八.角度的四則計算

82年課程注重單位，認為測量就是某一定量單位的計數。根據此一原則，30度就是30個1度。所以順時針轉了35度後，再轉28度等於轉了35個1度後，再轉28個1度，因 $35 + 28 = 63$ 所以共轉了63個1度，即63度。實驗本承認旋轉可分成順時針和逆時針的旋轉，但不用正負數去描述它們。實驗本沒有用分數和小數度數，雖然 $\frac{7}{11}$ 度是可以理解的。第8冊第3單元活動5僅處理加減算式，其實乘除的問題也可以處理，不會增加學生負擔。

九.部編本角度課程和九年一貫綱要中的相關指標

九年一貫課程數學領域中，量與實測指標的擬定，係以82年課程標準之實踐為準。由於在指標中，角度與長度、容量、重量、面積、體積等並列在N-1-9，N-1-10、N-2-9與N-2-11中，因此稍有削足適履之處，前已就此略作說明。另在幾何主題中有S-2-6能了解張開程度，旋轉程度和角的關係，此因角的概念確與幾何主題有密切關係，八十二年部編本基本上認為圖形角與旋轉角一定要配合發展，至於張開角則為中介的地位，較不重要。在三角學中，將單位圓置於直角坐標系上，以半徑的旋轉表示角，再以半徑與其投影形成直角三角形，即成圖形角，由此發展可印證圖形角與旋轉角的密切關係。

第六章 角度的能力指標與活動分析

第一節 第一階段能力指標與活動分析

N-1-9 能透過感官活動感覺一個量，並能對兩個同類量作直接比較，進而對一個量作複製活動(量：長度、容量、重量、角度、面積、體積)。

活動類別	82年版部編本之活動目標			核心布題	
	冊別	單元別	活動別		
量的確認	5	6	1	(1)描述三角形的畫法或描法。 (2)進行三角形的邊、頂點及角的命名活動。	<ul style="list-style-type: none"> 本活動僅透過學生對三角形的辨認、用手比畫三角形的活動中，經驗角形。
	6	6	7	透過張開扇子的活動及其結果的描繪，認識角及其構成要素。	<ol style="list-style-type: none"> 能用手比出扇子張開的活動，並用語言或手勢描述角形。 能透過扇子張開的數種情形，用語言或手勢描述角形變大或變小。 能將扇子張開後的樣子，描在紙上，並加以說明，兩條直線叫做角的「邊」，接在一起的地方叫做角的「頂點」。詳見活動示例。
	7	7	1	討論旋轉現象並命名。	<ul style="list-style-type: none"> 透過扇子打開的活動，能描述「扇子的頂點固定不動，扇子的一邊固定，另一邊打開的現象」，確認形成一個角形。詳見活動示例。
直接比較	6	7	8	透過直觀、疊合活動比較角的大小。	<ul style="list-style-type: none"> 透過兩把扇子，張開的角量明顯差異下，能用語言或手勢描述某角比較大的緣由。 透過已複製好兩把扇子張開角的紫色圖卡和藍色圖卡的疊合方式比較下，描述某一角張開比較大，並作解題過程合理性的討論。 重新布題，增加情境的難度，提供兩個三角形，並分別在其中一個角標示①和②，期望學生能在類似疊合方式直接比較下，描述某一個角比較大的緣由。
	7	7	3	透過旋轉角的紀錄，做旋轉角的直接比較與間接比較。	<ol style="list-style-type: none"> 透過一根長的磁鐵棒做出一個大約50~60度的旋轉後，能描述磁鐵棒的旋轉方向、大小及指出固定不動的點。 能正確指出旋轉角的「始邊」和「終邊」的位置。 透過磁鐵棒兩次的旋轉後，做角的直接比較與間接比較。詳見活動示例。

直接比較	8	3	7	(1)認識銳角和鈍角。 (2)使用量角器畫出指定度數的角。	• 透過直角的確認後，畫出比直角小的角(最好是明顯的)，而後對此類的角形成「銳角」名稱的共識。「鈍角」名稱的形成亦然。
複製	5	6	2	透過複製三角形的邊、頂點及角的活動，加深了解其構成要素。	• 透過拿出三角板放在白紙上複製的活動，學生能正確地描出三角形的3個角形，此處角形僅以圖形疊合的方式為之，不注意角兩邊的長短。
	5	6	3	透過描繪活動，認識四邊形的邊、頂點及角。	• 透過四邊形圖卡的複製活動，能正確地描出四邊形的4個角形，此處角形僅以圖形疊合的方式為之，不注意角兩邊的長短。
	5	6	4	進行四邊形的命名活動。	• 透過各種四邊形的圖卡辨認活動，可以指認角形，並且認知四邊形有4個角。
	5	6	5	透過複製四邊形的邊、頂點及角的活動，加深了解其構成要素。	• 透過四邊形圖卡的構成要素的辨認，能正確地複製4個角形，此處角形僅以疊合的方式為之，不。 • 注意角的兩邊的長短。
	6	6	7	透過張開扇子的活動及其結果的描繪，認識角及其構成要素。	同前「量的確認」欄。
	7	7	2	能以角的圖形來記錄旋轉程度及旋轉的方向。	1. 每位學生拿一根竹籤，做一個旋轉，並記錄竹籤旋轉的程度，再透過全班描述的討論與澄清，建立旋轉角的紀錄與共識。 2. 能舉例說明旋轉角的元素共識，如：始邊、終邊、旋轉的方向、角的大小及角量。

活動示例

活動 6-6-7：透過張開扇子的活動及其結果的描繪，認識角和它的構成要素。

預備經驗：知道三角形、四邊形的構成要素。

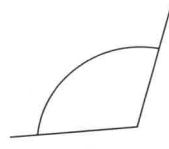
情境布置：1. 上課前師生共同在教室後面布告欄上，布置一些大小不一的三角形、四邊形圖卡，以及扇子的外架，與圖形板組成的，如：



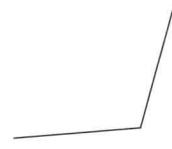
2. 教師準備木或竹做的扇子一把，套有外架的紙扇2把，剪刀1把。



木扇



有架的紙扇



紙扇的外架

紙扇及扇骨製作：用下列材料及方式製作紙扇及其外架。（請教師在上課前做好，以便上課時使用。）

1. 紙扇：用一張A4白紙每隔1.5cm如

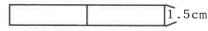


正摺一次反摺一次，如



如此摺疊

成



再從中間對摺，並將中間扇片貼住，即成紙扇。







2. 扇骨：







①把厚紙板剪成寬約1.5cm，長約30公分的長條紙，再對摺（兩邊可等長，也可以不等長）即成紙扇的外架。





②用兩根吸管對齊一端，並在其內側以寬約0.5cm，長約3cm的膠帶對摺各貼一半即成紙扇的外架。





③用竹片對摺（將對摺線用刀略為割開只留竹皮、竹皮處用刀背輕劃使其易摺）即成紙扇的外架。










以上三種紙扇的外架為便於在黑板上操作，可在其側面貼上軟性磁鐵。

主要問題與活動	說明	評量重點	教學活動流程分析
<p>(拿出一把摺扇)</p> <p>1. 這是什麼？用摺扇搨風，要不要打開來？</p> <p>2. 扇子是怎麼張開的？用手比比看！</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 展示各種扇子，如木製、紙製，然後在其中拿出一把摺扇。 • 學生用手比出扇子張開的情形，可能如下： <ul style="list-style-type: none"> (1) 由中間往兩邊張開如： (2) 先合掌，再固定右掌，左掌往左張開，或固定左掌右掌往右張開 (3) 其他。 • 若學生將手掌分開來表示扇子張開，如，教師宜拿出扇子來進行討論、溝通： <p>師：(慢慢打開扇子，指著兩邊相接的地方問)這裡有沒有分開？</p> <p>生：沒有。</p> <p>師：(指著扇子的兩邊問)這兩個邊有沒有連接在一起。</p> <p>生：沒有。</p> <p>師：(指著連接在一起的兩個邊問)這兩個邊中的一個邊是怎麼轉的？</p> <p>生：由這裡 (扇子摺合起來的樣子)轉到這裡。</p> <p>師：那麼，用手比的時候，可不可以將手掌分開來？</p> <p>生：不可以。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> • 能說出搨風時要把扇子打開。 • 能用手比出扇子張開的樣子。 	<p>• 引起動機，透過摺扇搨風的動作，把扇子張開。</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 讓學生用手比出扇子張開的情形，認識要用兩手掌的關節碰在一起當作扇子的頂點，而手掌張開的程度就是扇子張開的樣子，手掌表示扇子張開的兩邊。 2. 學生用手比出扇子張開的情形，若由中間向兩邊張開，或固定一個手掌，而另一個手掌向外張開等情形都可接受。

<p>3. 想想看，有什麼東西可以像扇子這樣張開？</p> <p>4. 教師先提醒學生注意看，再慢慢張開扇子。</p> <p>5. 老師的扇子剛才是怎麼張開的？比比看。</p> <p>6. ××× 這樣說和這樣比你們清楚嗎？</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 20px; text-align: center;"> <p>解題過程溝通 參考模式</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> • 指名回答。 學生的回答可能如下：剪刀、翻書、孔雀開屏..。 • 張開扇子時，教師先固定一邊，以供學生觀察。張開到像  時就停住，進行問題5。 • 請學生一面說一面指出扇子張開的情形和程度。學生的回答可能如下。 <ul style="list-style-type: none"> (1) 指著邊回答：這一根從這裡  轉到這裡 。 (2) 指著邊回答：這一根由右轉向左  → 。 (3) 用手掌比出，像這樣 。 (4) 其他。 • 若有學生認為不清楚，請他說明不清楚的地方，再請×××說明或補充。 • 討論中若沒有學生發問或討論中斷，教師應隨時介入，其方式如下： 師：這一根是指扇子的哪裡？ 生：扇子的外架。 師：這一根固定不動，另一根往哪裡旋轉，張開到哪裡？ 	<ul style="list-style-type: none"> • 能說出一種並能表演。 • 能用語言或手勢表示從一邊旋轉到另一邊。 • 能說明「清楚或不清楚」的理由。 	<ul style="list-style-type: none"> • 促進學生聯想生活中有什麼東西像扇子張開的樣子，期望學生能作類似角形的描述。 • 請學生仔細觀察扇子張開的動態歷程。 • 學生能用語言或手勢表徵扇子張開的歷程，並描述有一邊是固定的，另一邊緩緩的張開。 • 這是溝通模式，期望學生藉此澄清扇子張開的歷程，並形成共識。
---	--	--	--

	<p>生：手比  。</p> <p>師：他這樣比清楚嗎？（老師可以另請學生對全班做一次示範和描述。）</p>		
<p>7. 注意看，老師現在要繼續張開扇子。</p> <p>8. 說說看，現在扇子張開的情形和剛才張開的情形有什麼改變？</p> <p>9. 先用手比出扇子合起來的情形，再把一隻手掌像扇子的這個外架一樣慢慢張開。</p> <p>10. 兩個手掌張開的情形有什麼改變？</p> <p>11. （拿出扇子）注意看，老師將這把扇子慢慢張開成這樣  。</p> <p>12. 你們要怎麼告訴別人這把扇子張開有多大，大到什麼程度？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 張開時，速度要慢。 • 讓學生自由發表。學生的回答可能是變大了，變胖了.....。 • 先讓每位學生用手比比看。 • 指名說明。 • 教師先固定一邊，再慢慢張開另一邊。便於學生看得更清楚。 • 各組先討論，再指名回答。學生的回答可能如下： <ul style="list-style-type: none"> (1) 用手比出像  。 (2) 有這麼大，同時用手比出如  。 (3) 其他。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能用語言及手勢表示扇子張開後的樣子變大了。 • 能說出或比出這把扇子越張越大。 • 能用語言、手勢或描繪出張開有這麼大。 	<ul style="list-style-type: none"> • 老師將扇子張開得比原先扇子張的程度更大，期望學生能察覺扇子張開量變大。 • 讓學生用手比擬扇子慢慢張開的歷程。 • 期望學生透過觀察能說出並比出扇子的張大歷程。 • 透過溝通語言，讓學生用語言、手勢描述扇子張開的角度。

<p>13. 這把扇子張開的大小，要怎樣在紙上記下來？</p> <p>14. 有人說用畫（描）的，你們用畫（描）的試試看。</p> <p>15. 各組拿出扇子來。把扇子張開，並將它張開有多大畫（描）下來。</p> <p>16. 指著圖形問：像第×組這樣的圖形有沒有把扇子張開的大小記下來？請第×組說說看。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 20px; text-align: center;"> <p>解題過程溝通 參考模式</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> • 若學生說出用畫（描）的，進行問題15，如果沒有人說，進行問題13，還是沒有再進行問題14。 • 教師建議不妨用畫（描）的描述扇子張開的程度。 • 教師行間巡視，並提醒學生用彩色筆畫（描），同時記錄畫（描）出不同的圖形，以便展示討論。 • 請畫（描）出不同圖形的組展示於黑板。 • 各組輪流上臺說明。學生的回答可能如下： <ol style="list-style-type: none"> (1)是這樣，這樣（手比畫）畫（描）的。 (2)是沿著扇子的這樣直線畫（描）下來，再沿著另一條直線畫（描）下來。 (3)其他。 • 若學生出現兩直線沒有相交，如，或頂點處彎彎的如扇子張開後扇片也畫下如時，宜逐一提出討論： <ol style="list-style-type: none"> (1)觀察扇子，注意兩直線（邊）有沒有交於一點？ (2)有沒有彎彎的邊？把彎彎的邊改成什麼？ 	<ul style="list-style-type: none"> • 能合作畫（描）出扇子張開後的樣子。 • 能說出本組是如何畫（描）的。 	<ul style="list-style-type: none"> • 期望學生能記錄扇子張開的大小。 • 學生在合作解題下完成扇子張開的紀錄。 1. 學生能說明複製扇形時，能掌握角的頂點及兩個邊長，並確認扇子張開的角量與圖形中角量是一樣的。 2. 這是解題過程溝通的歷程。 3. 能說明扇形紀錄的過程： <ol style="list-style-type: none"> (1)能描下扇子的兩條直線並討論兩條直線會有一個交點。
--	--	---	---

	<p>(3)把  上面的  遮起來或擦掉，和  一樣不一樣，是不是也沿著扇子外邊描下的？</p>		<p>(2)比較   兩個圖形所描下來的扇子的角形是否相同。</p>
<p>17. 指著學生描畫的圖形問：像這些圖形你們以前看過嗎？你們怎麼稱呼它？</p> <p>18. 指著黑板上的 、、 約定：像這樣張開的樣子，我們也把它叫做「角」。</p> <p>19. 畫角的時候先畫一條直線，再畫一條直線，這兩條直線要不要接在一起？</p>	<ul style="list-style-type: none"> 讓學生自由發表。 若學生沒有說出角，教師宜拿出三角或四邊形圖卡，指著追問：「這個你們以前怎麼稱呼它？」引導說出角。 教師口頭宣布。 透過問題16「解題過程溝通的參考模式」，了解兩條直線要接在一起才算把扇子張開的大小記下來。 	<ul style="list-style-type: none"> 能說出角。 能使用「角」描述扇子張開的樣子。 能說出要接在一起。 	<ul style="list-style-type: none"> 透過扇形的記錄作為圖角形的溝通。 透過各種圖形角形，最後命名像這樣張開的樣子為「角」。 做出圖形角，並指出兩條直線的各一端會交會在一起。
<p>20. 這兩條直線叫做角的什麼？接在一起的地方叫做角的什麼？</p> <p>21.  這個和這個（沿兩條直線指著）叫角的什麼？這個（尖尖的地方）叫做角的什麼？</p>	<ul style="list-style-type: none"> 仿問題17的說明。 教師在黑板畫出一個角，然後進行問題21，其目的在加深學生對角的構成要素的認識。 	<ul style="list-style-type: none"> 能說出兩條直線叫做「角的邊」，接在一起的地方叫做「角的頂點」。 能說出角的兩個邊和一個頂點。 	<ul style="list-style-type: none"> 認識角的元素有：兩個邊和角的頂點。 檢核學生是否能說出角的兩個邊和一個頂點。

活動示例

活動 7-7-1：討論旋轉現象（以長條形物件固定一端點的轉動）並命名。



預備經驗：透過扇子張開結果的描繪活動，認識角及其構成元素。

（第六冊第七單元活動7）

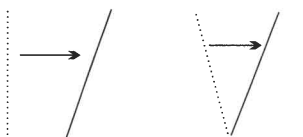
情境布置：1. 教具鐘（或一只大時鐘）。

2. 分給學生每人吸管一根（可以竹籤代替）。

3. 教師準備磁鐵棒兩根及扇子一把。

主要問題與活動	說明	評量重點	教學活動流程分析
<p>1. 這是扇子的頂點。 (教師指著扇子)扇子的頂點固定不動時，扇子還可以打開嗎？</p> <p>2. 這時候，扇子怎樣打開的？</p> <p>3. 又再把扇子的一邊也固定，扇子可以打開嗎？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 教師在黑板上展示一把扇子。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能說出扇子還可以打開。 • 能說出扇子的兩個邊可以打開。 • 能說出扇子可以打開。 	<ul style="list-style-type: none"> • 讓學生察覺扇子的頂點固定，扇子的兩個邊可以打開。 • 讓學生察覺扇子的頂點和其中的一邊固定，另一邊可以打開。
<p>4. 把扇子的頂點和一邊固定，扇子的另一邊是怎麼打開的？用手比比看。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 學生可能的說法：扇子的頂點和一個邊都固定不動，另一個邊是這樣（以手勢比畫出打開的方向）打開的。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能以手勢比畫出另一邊是怎麼打開的。 	<ul style="list-style-type: none"> • 讓學生描述扇子的頂點和其中的一邊固定，而另一邊是旋轉打開固定。

<p>(重新布題)</p> <p>5. 注意看，時鐘上的分針是怎樣轉的。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 教師取出教具鐘撥動其上的分針讓學生觀察。 		<ul style="list-style-type: none"> • 讓學生觀察鐘面上分針的旋轉情形，期望學生能與前面活動關聯。
<p>6. 拿出一根吸管，模仿時鐘上分針的轉法，轉轉看。說說看，你是怎麼轉的？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 指名學生示範並說明轉法。 • 學生的回答可能如下： <ol style="list-style-type: none"> (1) 將吸管的一端點固定，然後整根吸管繞著這個固定的點轉動。 (2) 其他。 • 若無出現說法(1)，則教師提示： <ol style="list-style-type: none"> ① 吸管轉的時候，是不是有一端點是固定不動的？在哪裡？ ② 整個吸管是不是都繞著這一端點在動？ 	<ul style="list-style-type: none"> • 能模仿分針的轉法，轉動吸管。 • 能說出吸管動時，是繞著固定的一端點在轉動。 	<ul style="list-style-type: none"> • 拿出一根吸管模仿分針的旋轉，並描述吸管的一端點固定，整根吸管繞著固定點轉動。
<p>7. 像鐘面上分針那樣繞著一點的轉法，我們也可以把分針看成是一條直線段，它的一端固定不動，整條線段在作「旋轉」。把扇子的一邊固定，另一邊拉開，這也是一種旋轉嗎？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 教師板書「旋轉」。 • 問題5、6的舉例，教師亦可更改，但教師所舉的例子應侷限在「一線段（或射線）繞著一固定點旋轉」且為學生所熟悉的日常生活經驗。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能達成以「旋轉」做為溝通用語的共識。 	<ul style="list-style-type: none"> • 此為溝通並形成共識的問句，期望學生將吸管視為一條直線段，並觀察吸管進行旋轉的過程，視為「一線段（或射線）繞著一個固定點進行旋轉的動態歷程」。

<p>(重新布題)</p> <p>用反例襯托正例</p> <p>甲磁鐵棒 乙磁鐵棒</p>  <p>8. 注意看，黑板上甲磁鐵棒這樣動，乙磁鐵棒那樣動，老師把這兩根磁鐵棒一開始動的位置和停止的位置分別描下來。說說看，二根磁鐵棒的動法有什麼不一樣的地方？</p> <p>×××，請你說說看並比比看。</p> <p>9. 像乙磁鐵棒的轉動，可以看成是一條線段，把它的一端固定，整條線段在作「旋轉」。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 教師將兩根同長的磁鐵棒黏在黑板上，對一根做出「移動」、對另一根做出「旋轉」，如左圖。 • 學生的說法可能為： <ol style="list-style-type: none"> (1) 甲磁鐵棒是整根在動，乙磁鐵是在旋轉。 (2) 甲磁鐵棒整根都在動，沒有任何地方是固定的。乙磁鐵棒有一端點固定，整根磁鐵棒都繞著這一端點在旋轉。 (3) 其他。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能說出或比出甲、乙兩根磁鐵棒的動法不一樣的地方。 • 能形成以「旋轉」作為溝通語言的共識。 	<ol style="list-style-type: none"> 1. 這是比較活動，其重點在於突顯「旋轉」的關鍵在：以一個固定點為圓心，乙磁鐵棒繞著這一端點旋轉，而甲磁鐵是整根作「移動」的運動。 2. 最後透過比較活動的結果形成以「旋轉」作為「角」張開的溝通語言的共識。 3. 理論上，把旋轉角量記錄為角形後，應以旋轉角之所以為一種累積量的直觀印象轉為角形的增大變小的印象，並與 6-7-7 的張開角量連結，實際課程編者以活動 7-7-3 的處理，銜接略嫌不足，建議在 7-7-1 做補救較妥。
---	--	--	---

活動示例

活動 7-7-3：透過旋轉角的紀錄，做旋轉角的直接比較與間接比較。

預備經驗：(1)能以角的圖形來記錄旋轉程度及旋轉的方向。

(本冊本單元活動2)

(2)經驗以量角器做為刻度尺，報讀角的大小。

(第六冊第九單元活動5)。

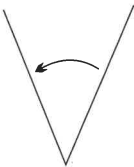

情境布置：1.教師準備長、短不同的磁鐵棒（竹籤、木條亦可）各一根（長短差距可大些）。




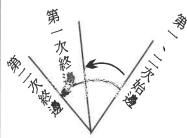
2.教師準備標有刻度的大量角器。

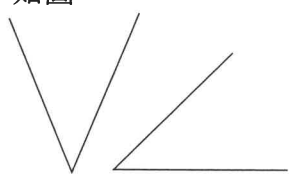
3.學生準備小量角器。

4.發給每位學生一根竹籤（活動2情境布置的竹籤），一張B5的紙。

5.將學生分成4~6人一組。

主要問題與活動	說明	評量重點	教學活動流程分析
<p>1.注意看，黑板上的這個角，是老師把這根磁鐵棒旋轉後，所記錄下來的旋轉角度的大小和方向。</p>	<p>• 教師在黑板上利用一根長的磁鐵棒做出一個大約50~60度的旋轉，並記錄成角，如圖</p> 		<p>1. 老師用一根長的磁鐵棒，在黑板上做出以磁鐵棒一端為固定點，整根磁鐵棒旋轉的動態歷程，並記錄起始時靜態的直線段和經旋轉後的終止時的直線段，並以「」表示磁鐵棒旋轉時所經歷的路徑。</p>

<p>2. 「」(教師指著箭號)有沒有記錄了這根磁鐵棒是從哪裡旋轉到哪裡?轉了多大呢? 旋轉時固定的點在哪裡?</p> <p>3. $\times \times \times$, 請你指出這個角的「始邊」和「終邊」的位置。</p> <p>4. 現在老師再將這根磁鐵棒放回到「始邊」的位置上,並且將磁鐵棒的一端和旋轉固定點重疊在一起,做一個同方向()的旋轉。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 指名學生回答。 • 指名學生回答。 • 始邊、終邊的引入在活動2問話7。 • 教師做出一個大於50~60度的旋轉。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能說出磁鐵棒的旋轉方向、大小及指出固定不動的點。 • 能正確指出「始邊」和「終邊」的位置。 	<p>2. 提醒學生專注觀察磁鐵棒旋歷程與紀錄是否一致。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 教師期望學生能指出紀錄與磁鐵棒旋轉的歷程的關連。 • 透過溝通確定角的記錄活動中,「始邊」是第一個直線段,「終邊」是第二個直線段。 • 教師仿照前面「旋轉角」的製作,「始邊」和第一次的直線段重合,「終邊」大於第一次的第二個的直線段。 
---	--	--	--

<p>5. 這根磁鐵棒第二次的旋轉和第一次的旋轉比起來，哪一次的旋轉角度比較大？說說看，你是怎麼知道的？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 學生可能的說法：因為第二次的旋轉超過第一次旋轉的終邊，所以第二次的旋轉比第一次旋轉的角度大。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能比較二次旋轉角度差異並說明原因。 	<ul style="list-style-type: none"> • 學生能直接比較兩次的旋轉角，觀察第二次的旋轉角超過（或大於）第一次的旋轉角，而知道第二次旋轉角大於第一次旋轉角。
<p>◎教師可仿問題1~5，將一根磁鐵棒做二次旋轉角度不同的旋轉，同時請注意兩次旋轉時，必需頂點相同，始邊相同，旋轉方向也相同，再比較二次旋轉角度的大小，類似的活動，可多做一、二次。</p>		<ul style="list-style-type: none"> • 教師可以自行操作，或請兩位同學上台操作，但注意把握要點：頂點相同，始邊相同，旋轉的方向相同，終邊不相同，然後比較兩次旋轉角的大小，以豐富學生直接比較的經驗。 	
<p>6. 注意看，黑板上這兩個角，是老師把不同長度的磁鐵棒旋轉後，所記錄下來的旋轉角度的大小。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 教師在黑板上利用二種不同長度的磁鐵棒，做出兩個70度的旋轉，並記錄成角，如圖 	<p>1. 教師製作兩個邊長不一樣，但旋轉角度一樣大的角，並記錄成圖形角，提供學生討論角一樣</p>	

			<p>大時，邊的長短不影響角量的議題。</p>
<p>7. 想想看，黑板上這兩個旋轉，哪一個旋轉角度比較大？說說看，你是怎麼知道的？</p> <div data-bbox="124 1619 367 1734" style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 20px;"> <p>解題過程合理性的討論參考模式</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> • 分組討論並指名回答。 • 學生可能的回答為： <ol style="list-style-type: none"> (1) 這兩個角張開的程度，看起來好像差不多，所以兩根應該一樣大。 (2) 長磁鐵旋轉所畫出來的角圖比較大，表示轉的程度比較大。 (3) 看不出來，要用量角器量一量才知道。 (4) 其他。 • 若沒有出現說法(3)，則教師提出下面問話（教師仿活動2主要問題說明）：想想看，旋轉角度的大小可以用量角器來量嗎？怎麼做？接著進行主要問題8。 	<ul style="list-style-type: none"> • 知道一樣大，並說明理由。 	<ol style="list-style-type: none"> 1. 本活動主要是解題合理性的探討，因此學生不僅要提出觀察或局部推論，最重要的是驗證。 2. 當學生僅憑視覺或感覺提出兩個旋轉角，看起來「一樣大」或「長邊的旋轉角比較大」或「不知道」時，教師則提出第 8 問話，若學生提議要知道角有多大，才能比較時，教師應立刻請學生測量，並作比較。

<p>8. 請×××上台量量看這兩根磁鐵棒的旋轉角度各是幾度？</p> <p>9. 兩根磁鐵棒的旋轉角度哪個比較大？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 若學生量出來有些誤差，則教師以大概是幾度的情況處理。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能回答大概都是70度。 • 能說出因為兩者都旋轉了70度，所以旋轉角度一樣大。 	<ul style="list-style-type: none"> • 學生測量角度時往往會有誤差，教師可提醒學生操作時，注意頂點、邊的重疊，避免誤差值超過容忍的限度，使學生都可以接受「大概都是70度」。 • 學生能說出兩個旋轉角都是70度，邊的長短不影響角的大小。
--	--	--	--

N-1-10 能使用生活中常用的測量工具（刻度尺的方式，即不涉及其結構），以一階普遍單位描述一個量（量：長度、容量、重量、角度、面積、體積；普遍單位：米、厘米、分公升、千克、克、度、平方厘米、立方厘米）。

活動類別	82年版部編本之活動目標			核心布題
	冊別	單元別	活動別	
刻度尺的使用	6	9	5	經驗以量角器做為刻度尺，報讀角的大小。 1. 學生複習舊經驗，能做出直角張開的程度。 2. 藉量長度要用「尺」的工具，引導學生用量角器量角度的大小。 3. 認識量角器上的刻度標記與數字的關係，及其中心點。 4. 能用三角板上已知的直角比對量角器，以確認及報讀量角器上的角度，經由分析量角器的使用，從標 0 的線到另一邊對齊的是標 90 的線，而能報讀 90 度。 5. 經由三角板上 60 度、30 度、45 度角在量角器上操作，進而培養報讀角的大小的能力。詳見活動示例。
	8	3	7	(1) 認識銳角和鈍角。 (2) 使用量角器畫出指定度數的角。 • 能在給定的點和一條直線的條件下，做出 75 度的銳角和 130 度的鈍角。

活動示例

活動 6-9-5：經驗以量角器做為刻度尺，報讀角的大小。

預備經驗：(1)透過扇子張開的活動，觀察角的形成過程。

(2)透過扇子張開結果的描繪活動，認識角及其構成要素。

情境布置：(1)每位學生準備三角板一組，量角器一個。

(2)教師準備大量角器（並在中心點固定兩條線）和三角板，以便學生演示。

(3)上課前，教師準備一些三角形、四邊形圖卡、三角板及扇子等，布置教室。

主要問題與活動	說明	評量重點	教學活動流程分析
1. 我們已經學過直角，你還記得一個長方形有幾個直角嗎？一個直角三角形呢？	<ul style="list-style-type: none"> 讓學生回憶活動 3 的學習內容。 	<ul style="list-style-type: none"> 能說出一個長方形有 4 個直角，一個直角三角形有一個直角。 	<ul style="list-style-type: none"> 學生複習舊經驗，知道一個長方形有 4 個直角，一個直角三角形有一個直角。
2. 如果有人問我們直角有多大，你會怎麼說？	<ul style="list-style-type: none"> 讓學生自由發表：可能利用舊經驗，以手勢指出「張開」的程度。 		<ul style="list-style-type: none"> 學生能用手勢做出直角張開的程度。
3. 量長度要用尺來量，量完後，用幾公分或幾公尺告訴別人有多長。有沒有看過別人用什麼量角有多大？量完之後，怎麼說角有多大？	<ul style="list-style-type: none"> 學生自由發表。 	<ul style="list-style-type: none"> 嘗試說出用什麼量角的大小、如何表示角的大小。 	<ul style="list-style-type: none"> 藉量長要用「尺」的工具，引導學生用量角器為工具量角度的大小。
4. (拿著量角器)用這個可以量出角的大小，我們叫它「量角器」。	<ul style="list-style-type: none"> 請教師在學生發表後，展示量角器並板書「量角器」。 	<ul style="list-style-type: none"> 能接受用量角器量角的大小。 	<ul style="list-style-type: none"> 對量角器命名。

<p>5. 把量角器拿出來。看著量角器，你看到什麼？</p> <p>6. 量角器上有很多角。這些角的頂點在哪裡？這裡（指著中心點）我叫它「量角器的中心點」。</p> <p>7. 拿出三角板，三角板的直角在哪裡？比比看，直角和量角器上哪兩條線形成的角一樣大？ ×××，做給大家看。這樣做，合理嗎？</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>解題過程合理性的討論參考模式</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> • 學生的說法可能是： <ol style="list-style-type: none"> (1) 上面有一些線和數字。 (2) 上面有很多角。 (3) 其他。 • 若學生未提出有「角」，請教師以下面的問話引導： <ol style="list-style-type: none"> (1) 標80的線和標50的線有沒有相交？交在哪裡？ (2) 用這兩條線當邊（用手掌比或用情境布置 2 的線比），這個點當頂點（指著量角器中心點），（指著角）我們叫它什麼？ (3) 再找找看，量角器上還有像這樣的角嗎？比比看。 • 若學生不會，教師可請學生一一指出剛才找出的角的頂點，指的都是同一個頂點。 • 教師板書「中心點」。 • 教師找出各不同錯誤類型（如：角的頂點未對齊中心點、角的邊未對齊刻度線、……）的學生上臺演示，並進行做法的合理性討論；再請正確的學生演示並討論。 • 學生的做法會有誤差，請學生盡量將頂點和邊對齊，若還有一些誤差，則淡化處理。 • 做法是否合理的標準為： 	<ul style="list-style-type: none"> • 說出在量角器上看到什麼。 • 指出量角器上所有角的頂點。 • 指出三角板上的直角。 • 將直角與量角器比對，找出量角器哪兩條線形成的角和直角一樣大。 • 進行做法的合理性討論。 	<ul style="list-style-type: none"> • 學生能認識量角器上的刻度標記與數字的關係及其中心點。 • 學生能知道並指出量角器上所有角的頂點，就是量角器的中心點。 • 學生能利用已知的直角，和量角器比對，並知道量角器上的哪兩條線形成和直角一樣大的角，並做合理性的討論。
--	--	--	---

<p>8. 量角器的哪兩條線形成的角和直角一樣大？ 上面的數字是多少？</p> <p>我們說這個角是「從標×的線到標○的線這麼大」。</p> <p>9. 用尺量這支筆（拿著）有多長時，筆的一邊要對齊尺的哪裡？現在也把直角的一個邊對齊量角器標0的線。 另一邊對齊的是哪一條線？</p> <p>10. 這個角有多大怎麼說？ 直角是「從標0的線到標90的線這麼大」，簡單說是「90度」。</p>	<p>(1) 角的頂點對齊量角器的中心點。 (2) 角的邊對齊量角器的某度線。</p> <ul style="list-style-type: none"> 請正確的學生演示，說出角的兩個邊上的數字後，教師說：「這個角是從標×的線到標○的線這麼大」（×、○是量角器上的數字），再請不同做法的學生演示並說出角有多大。 若有學生將角的一邊對齊0度線，則請該生上臺演示並跳到主要問題10，若沒有則進行主要問題9引導。 若學生不會說，則請學生拿尺和筆量量看。 指名上臺演示。 <p>• 板書「90度」。</p> <p>• 請教師與學生約定，以後將標90的線叫做「90度線」。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 說出是標×的線和標○的線形成的角和直角一樣大。 說出要對齊尺上0的刻度線。 說出是標90的線。 說出從標0的線到標90的線這麼大。 	<ul style="list-style-type: none"> 學生能形成量角器上，從標×的線到標○的線，其中夾角90度，就是和直角一樣大的共識。 透過討論，能形成90度角是直角的一邊對齊量角器標0的線，則另一邊所標的角度，即為此角的角度大小。
--	---	--	---

<p>11. 拿出這種三角板，用量角器量量看，這個角是幾度？ ×××，量給大家看。這樣量，合理嗎？</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> <p>解題過程合理性的討論參考模式</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> • 教師手拿30度－60度－90度的三角板，指著60度的角。 • 學生合理的量法可能如下： <ol style="list-style-type: none"> (1) 頂點對齊量角器中心點，一邊對齊 0度線，另一邊對齊60度線，報讀60度。 (2) 頂點對齊量角器中心點，一邊對齊30度線，另一邊對齊90度線，報讀從標30的線到標90的線這麼大。 (3) 其他。 • 若學生出現 (2) 的量法，則討論哪一種報讀較方便，並與學生約定「以後將角的一個邊對齊量角器的 0度線」。 • 以後量角度時，請教師隨時檢查學生的量法，是否「將角的頂點對齊量角器的中心點，角的一個邊對齊量角器的 0度線」，若學生遺忘，請教師提醒。若學生已經對齊好，仍有些微誤差，則淡化處理。 	<ul style="list-style-type: none"> • 用量角器量出，並說出60度，及演示量法。 	<ul style="list-style-type: none"> • 學生經由三角形上60度、30度、90度角在量角器的實測下，培養學生報讀角度的能力。
<p>12. 再量量看，另外這個角是幾度？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 教師指著三角板30度的角。 • 為節省時間，可不演示。 	<ul style="list-style-type: none"> • 用量角器量出，並說出30度。 	<ul style="list-style-type: none"> • 學生用量角器實測30度角。
<p>13. 拿出另一個三角板，量量看這個角是幾度？ ×××，量給大家看。 這樣量，合理嗎？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 教師指著三角板45度的角。 • 學生合理的說法可能如下： <ol style="list-style-type: none"> (1) 45度。 (2) 標40的線和標50的線的中間。 (3) 其他。 	<ul style="list-style-type: none"> • 用量角器量出，並說出45度，及演示量法。 	<ul style="list-style-type: none"> • 學生用量角器實測45度角，並說明量法的合理性。

<p style="text-align: center;">解題過程合理性 的討論參考模式</p>	<ul style="list-style-type: none">• 若學生出現 (2) 的說法，教師則說明：量角器的刻度線很多，有些被省略了。再討論：標40的線和標50的線的中間是幾度？怎麼說比較好？		
--	--	--	--

第二節 第二階段能力指標與活動分析

N-2-9 能在保留概念形成後，進行兩個同類量的間接比較（利用完整複製）及個別單位的比較（利用等量合成的複製）（量：長度、容量、重量、角度、面積、體積）。

活動類別	82年版部編本之活動目標			活動目標	核心布題
	冊別	單元別	活動別		
完整複製的間接比較	6	9	1	透過複製活動比較角的大小。	<ul style="list-style-type: none"> 比較一個四邊形中兩個內角的大小，在無法直接疊合或直接剪下來比較的情況下，透過複製其中一個角，再剪下來與另一個角直接比較，完成角的大小比較，這是圖形角的間接比較。 <ol style="list-style-type: none"> 透過一根長的磁鐵棒做出一個大約50~60度的旋轉後，能描述磁鐵棒的旋轉方向、大小及指出固定不動的點。 能正確指出旋轉角的「始邊」和「終邊」的位置。 透過磁鐵兩次的旋轉後，做角的直接比較與間接比較。詳見活動示例。
	7	7	3	透過旋轉角的紀錄，做旋轉角的直接比較與間接比較。	
個別單位比較					

註：詳見 N-1-9之 活動示例7-7-3。

N-2-11 能理解生活中，各種量的測量工具上刻度間的結構，進而對以同單位表達的量作形式計算。

活動類別	82年版部編本之活動目標			活動目標	核心布題
	冊別	單元別	活動別		
測量工具上刻度間的結構	8	3	4	透過量角器認識度的意義。	<ol style="list-style-type: none"> 1. 能認識量角器的中心點及0度線。 2. 能將繩子當作一條直線，0度線當作旋轉的始邊，做出60度刻度的旋轉的終邊，並將60度角記錄下來。詳見活動示例。
同一測量單位的合成分解與算式紀錄	7	7	4	進行兩個旋轉角的合成活動。	<ol style="list-style-type: none"> 1. 先做一個旋轉角，並稱始邊為甲線，終邊為乙線，再以乙線為始邊，繼續做旋轉角，然後記錄終邊為丙線。 2. 做出甲線為始邊，丙線為終邊的旋轉角，並描述此旋轉角是前面兩次旋轉的合成。
	8	3	5	在度量化的情境下，解決兩個角的合成、分解問題，並以算式記錄。	<ol style="list-style-type: none"> 1. 用量角器量出黃色角和綠色角各有幾個1度角。 2. 能將黃色角和綠色角合起來有100個1度角，記成$60+40=100$，是100度，並用量角器檢驗。 3. 能比較黃色角比綠色角大幾度，並知道黃色角是60個1度角，綠色角是40個1度角，記成$60-40=20$，是20度，並用量角器檢驗。
	8	3	6	在鐘面圖上，用度量化的方式，描述旋轉角的角度。	<ol style="list-style-type: none"> 1. 用量角器實測鐘面上分針由12順時針方向轉到1，轉了幾度(12:05轉到12:10、12:30轉到13:00，分針從指向1的位置順時針方向轉到5的位置等)。逆時針方向轉幾度的實測亦然。 2. 能從指針指向8的位置，做出順時針方向轉180度，知道鐘面的指針指在哪個數字。

活動示例

活動 8-3-4：透過量角器認識度的意義。

預備經驗：1. 經驗以量角器做為刻度尺，報讀角的大小。（第六冊九單元活動5）

2. 能以角的圖形來記錄旋轉程度及旋轉的方向。（第七冊第七單元活動2）





3. 進行兩個角的合成、分解活動。（第七冊第七單元活動4）

情境布置：1. 教師準備：教學用量角器（至少2支壓克力製的大型透明量角器）、三角板或直尺、水性筆（白板筆或彩色粉筆）。

2. 學生準備：量角器、三角板或直尺。

主要問題與活動	說明	評量重點	教學活動流程分析
<p>1. 量角器的中心點在哪裡？中心點的右邊有沒有看到刻度「0」？</p> <p>2. 把這條繩子當作一條直線，中心點到右邊刻度「0」的連線，叫做0度線。把0度線當作旋轉的始邊，將這條繩子依指定方向旋轉。</p>	<p>• 教師將教學用的量角器按壓在黑板上，在量角器的中心點按住一條細繩，讓細繩在量角器上從0度線開始，依指定方向做60度旋轉。</p>	<p>• 能指出中心點及刻度「0」的位置。</p>	<p>• 認識量角器的結構，知道中心點，和「0」的位置。</p> <p>• 教師將一條繩子當作一條直線。在量角器上繩子的一端對準中心點，繩子從0度線開始依指定方向做60度的旋轉，若學生沒看清楚時，老師可以重複操作。</p>

<p>3. ×××，請你來看看這條繩子旋轉了幾度？</p> <p>說說看，你怎麼知道的？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 教師將繩子停在60度的刻線上。 • 學生可能的說法：這條繩子從 0度線開始旋轉，繩子轉到60度刻線的位置就停下來，60度刻線是旋轉的終邊，所以，這條繩子旋轉了60度。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能說出繩子依指定方向旋轉了60度並說明做法。 	<ol style="list-style-type: none"> 1. 請學生觀察繩子從 0度線朝指定方向旋轉後的終邊，能報讀繩子旋轉60度。 2. 學生除了描述外，能上台再複製繩子旋轉歷程，然後準確說明繩子轉了60度。
<p>4. ×××，請你上台把這個旋轉的結果記錄在黑板上。</p> <p>說說看你是怎麼做的？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 教師將繩子停在60度的刻線上。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能將旋轉的結果記錄在黑板上並說明做法。 	<ul style="list-style-type: none"> • 學生能將旋轉的結果記錄在黑板上並說明做法。
<p>5. 可不可以把這個旋轉的結果也記錄在黑板上的量角器上？</p> <p>說說看，你是怎麼做的？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 教師可將教學用量角器按壓在黑板上讓學生記錄及說明，或將量角器以投影機投射在黑板的白紙上，供學生記錄、說明。 • 記錄時，可以用水性筆、投影筆或粉筆。 • 學生可能的說法：量角器的 0度到中心點的連線是旋轉的始邊，把它畫出來；再將60度刻線連到中心點上，當作是旋轉的終邊，最後畫出旋轉方向。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能將旋轉的結果記錄在量角器上，並說明做法。 • 能將旋轉的結果記錄在量角器上，並說明做法。 	<ol style="list-style-type: none"> 1. 請學生在量角器上，用彩色筆記錄繩子旋轉的歷程，並清楚指出「終邊」所呈現的角度是60度。 2. 學生也可以透過投影機投射在黑板的白紙上，記錄出繩子的「始邊」、「終邊」

<p>6. 把這條繩子當成一條直線，將 0 度線當作旋轉始邊，再依指定方向做 37 度的旋轉。×××，請你上台將旋轉的結果記錄在黑板上的量角器上。說說看，你是怎麼做的？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 參閱問題 5 之說明。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能將旋轉的結果記錄在量角器上，並說明做法。 	<p>及其旋轉 60 度的路徑。</p> <p>3. 學生能描述其所做的紀錄和繩子的旋轉歷程的一致性。</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 學生利用前面活動的經驗，能在量角器上做出 37 度旋轉角。 2. 請學生將 37 度的旋轉角，記錄在量角器上或用投影機投射在紙上。 3. 教師要注意的是，旋轉角的製作，不可僅有一種指示方向，應考慮 "  " "  " "  " "  " 等各種可能，提供學生發展的可能性。 4. 請學生說明紀錄和操作的一致性。
--	---	---	---

<p>7. 你在做60度到中心點的連線和37度到中心點的連線，做法上有什麼不同？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 學生可能的說法：60度刻線比較接近中心點，只要延長比較短的線就可以連到中心點了；37度刻線離中心點較遠，需要延長比較長的線才能連到中心點。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能比較做法的不同。 	<p>1. 透過紀錄比較活動，讓學生知道有些角度的終邊畫的線較長，有些角度的終邊畫得比較短；但是不管線的長或短，都不影響角的大小。</p>
<p>(重新布題)</p> <p>8. 把 0度到中心點的連線當作角的一邊，$\times \times$，請你上台在黑板上的量角器上做一個 128度的角。說說看，你是怎麼做的？</p> <p>9. 這條 128度刻線中心點的連線，可以稱為「128度線」。</p> <p>10. $\times \times \times$，請你上台量量看這個角的大小？說說看，你是怎麼做的？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 學生可能的做法：選擇不同的旋轉方向時，可能以量角器上面右邊或左邊的0度線當作128度角的一邊。 • 學生可能的說法：連接128度的刻線到中心點。 • 教師準備一個110度的角展示在黑板上。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能在量角器上，以 0度線為角的一邊，做出指定度數的角，並說明做法。 • 能以量角器量出角度，並說明做法。 	<p>(重新布題)</p> <p>1. 請學生到黑板上做一個大於90度的角，以量角器上 0度線為角的一邊，做出指定度數的角，並說明作法。</p> <p>2. 教師可請另一位學生檢驗是否做對。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 教師提供一個 110度的角展示在黑板上，請學生測量，說明測量的方法。

<p>11. 這個量角器上也能找到一個 110 度的角嗎？×××，請你把它畫出來。量角器上 110 度角的兩邊在哪裡，請你把它指出來。</p> <p>12. 量角器上 110 度角的 0 度線和黑板上 110 度角的一邊有沒有疊合？ 量角器上 110 度角的 110 度線和黑板上 110 度角的另一邊有沒有疊合？</p> <p>13. 你同不同意，量角器上 110 度角和黑板上 110 度角是完全疊合的？</p> <p>14. 畫出量角器上 0 度和 60 度線形成的角。量角器上 0 度線和 60 度線形成的角和黑板上的這個角哪一個比較大？ ×××，你來做做看。 說說看，你是怎麼做的？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 教師將教學用量角器按壓在黑板上提出問題。 • 教師準備一個 65 度的角展示在黑板上。 • 學生可能的說法： <ul style="list-style-type: none"> (1) 量角器的 0 度線對齊黑板這個角的一邊，結果 60 度線沒有超過黑板這個角的另一邊，所以黑板上的這個角比較大。 (2) 量角器上 0 度線和 60 度線形成的角是 60 度，黑 	<ul style="list-style-type: none"> • 能在量角器上畫出 110 度的角，並指出 110 度角的兩邊。 • 能說出量角器上的 0 度線和黑板上角的一邊疊合，110 度線和角的另一邊疊合。 • 能同意完全疊合。 • 能在量角器上畫出 0 度線和 60 度線形成的角。 	<ul style="list-style-type: none"> • 教師請學生在量角器上找出 110 度的角，並描下來，指出 110 度角的兩邊。 • 本問句主要讓學生觀察，量角器上的 0 度線和黑板上 110 度角的一邊疊合時，量角器上的 110 角和黑板上的 110 度角是否疊合。 • 透過直接比較，學生能形成兩個 110 度角完全疊合的現象。 1. 教師準備一個角與要學生畫的角相差 5 度左右。 2. 期望學生在量角器上作出一個角，再與教師提供的角作直接比較後，
--	---	---	--

	<p>板上的角量出來是65度，所以黑板上的角比較大。</p>		<p>能說出度數多的角度比較大，或是說出另一邊超過的度數比較大。</p>
<p>(重新布題)</p> <p>15. $\times\times\times$，請你上台在黑板上量量看這個角有多大？說說看，你是怎麼量的？</p> <p>16. 為什麼不把57度的刻線直接連到量角器的中心點？ $\times\times\times$，試試看，把51度、52度，..，59度的刻線都連到中心點上去。說說看，靠近中心點的地方會看到什麼？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 教師準備一個57度的角展示在黑板上。這個角的兩邊故意畫的短一點。 • 本題使用的教學量角器應以透明的量角器操作，否則木製量角器會遮住這個兩邊比較短的角。 • 學生可能的說法：我把這個角的兩個邊再畫長一點，讓角的一邊對齊 0度線，角的另一邊能碰到57度的刻線（刻痕）。 • 教師準備一個量角器的放大圖，展示在黑板上。 • 學生可能的說法：靠近中心點的地方，每一度線都疊在一起，不容易分辨。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能量出角度並說明做法。 • 能嘗試推測原因。 • 能從指定的刻線連線到中心點上去。 • 能就實際所見回答。 	<ul style="list-style-type: none"> • 教師提出邊短的角和透明量角器，讓學生透過討論得知，須要把角的兩邊延長，才容易測量出角的大小。 1. 讓學生觀察量角器，提出為什麼量角器上的每一刻度線未與中心點連結。 2. 期望學生能嘗試推測理由，並實際畫上連線，驗證推測的合理性。

<p>17. 如果量角器上的每一度線，從 0 度開始，1 度、2 度..一直到 180 度的刻線都連線到中心點上去，那靠近中心點的地方會變成什麼樣子？</p> <p>18. 爲了讓量角器更方便使用，所以量角器的製作，只把10度線畫長一點，但也不直接連到中心點上去，免得中心點因爲連的線太多，會黑成一團，不容易確定它的位置。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 學生可能的說法：靠近中心點的地方會黑成一團，中心點的位置就找不到了。 • 教師說明量角器各刻線不連線到中心點的理由。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能嘗試推測結果。 • 能形成共識 	<ul style="list-style-type: none"> • 教師提出假設問題：如果每一度的刻線都連上中心點，則可能出現什麼情況？讓學生嘗試想像並作說明。 • 教師說明量角器的製作是考慮讓使用者能方便應用，則以每10度作一刻度線的理由。
<p>(重新布題)</p> <p>19. 30度線和50度線，是不是形成一個角？ ×××，請你上台在黑板上的量角器上畫畫看。 說說看，你是怎麼做的？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 教師將教學用的量角器按壓在黑板上讓學生一邊操作，一邊說明。 • 學生可能的說法：從30度刻線連線到中心點上去，當作角的一邊；50度刻線連線到中心點上去，當作角的另一邊，中心點就是這個角的頂點。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能畫出30度線和50度線形成的角，並說明做法。 	<ul style="list-style-type: none"> • 教師期望學生製作角度時，並非一定從 0 度線開始畫邊線。從30度線到50度線也可以形成一個角。
<p>◎教師可仿問題19的做法，讓學生練習畫出42度線和136度線形成的角。</p>			

<p>(重新布題)</p> <p>20. 0度線和10度線，有沒有形成一個角？ ×××，請你上台在黑板上的量角器上畫畫看。</p> <p>21. 10度線和20度線，有沒有形成一個角？ ×××，請你上台在黑板上的另一個量角器上畫畫看。</p> <p>22. 0度線和10度線形成的角10度線和20度線形成的角有沒有一樣大？ 我們是不是可以把這兩個量角器上的角疊在一起，來檢查看看。</p> <p>23. 說說看，你是怎麼檢查的？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 教師將教學用的量角器按壓在黑板上，讓學生畫出指定角。 • 教師將另一個教學用量角器也按壓在黑板上，學生畫出指定角。 • 若學生不明白題意，教師可提示學生舊經驗：以前我們曾經用一支直尺去檢查另一支直尺的相鄰的兩個刻度，例如用一支直尺的0~1公分之間長度去比對另一支直尺的2~3公分的長度，看看是不是一樣長。 • 學生可能的說法：把兩個量角器的中心點對齊，將上面的0度線和下面的10度線疊合，看看上面的10度線和下面的20度線是否疊合得齊，如果疊合的話就表示兩個角一樣大。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能畫出指定角。 • 能畫出指定角。 • 能嘗試將兩個量角器疊在一起檢驗角度。 • 能說明做法。 	<p>(重新布題)</p> <p>1. 教師指定學生畫出0度線到10度線所形成的角和10度線到20度線形成的角。</p> <p>2. 透過兩個量角器的疊合比較活動，讓學生了解0度線到10度線所形成的角和10度線到20度線所形成的角一樣大。</p>
<p>◎教師可仿問題20~23的方式，進行檢驗「『0度線和10度線形成的角』、『20度線和30度線形成的角』、...是不是一樣大？」的活動，類似的檢驗活動，教師可讓學生多做幾次。</p>			

<p>(重新布題)</p> <p>24. 在0度線和10度線之間有 9個刻線，這些刻線和中心點的連線形成了10個相等的角，每一個角都是 1度角。</p> <p>25. 10度線和20度線之間，是不是也有10個相等的角？每個角的大小是幾度？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 教師將教學用量角器按壓在黑板上說明。 • 這是一個教師的宣告，因為無法令學生用兩個角器的疊合來檢查每個 1度角都一樣大。 • 同問題24之說明。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能形成「0度線到10度線之間有10個 1度角」的共識。 • 能說出「10度線和20度線之間也有10個相等的角，每個角是1度」。 	<p>(重新布題)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 教師說明 0度線和10度線之間有 9個刻度，10個相等的角，並宣告每一個角都是 1度角，藉此讓學生了解量角器的刻度間的結構。 2. 期望學生透過量角器的刻度結構，了解10度線到20度線之間有10個相等的角，和 0度線到10度線之間一樣有10個相等的角一樣。
<p>◎教師可仿問題25的方式進行，確定學生能形成「30度線到40度線(50度線到60度線、...、170度線到180度線)之間有10個相等的角，每個角都是1度角」的共識。</p>			
<p>26. 0度線和15度線形成角有多大？ ×××，請你上台在黑板上的量角器上畫畫看。</p> <p>27. 0度線和15度線之間有幾個1度角？</p> <p>28. 15個1度角合起來的</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 同問題24之說明。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能在量角器上畫出指定角，並說出度數。 • 能形成「15個 1度角合起來和 15度 	<ol style="list-style-type: none"> 1. 教師布題讓學生畫出指定的 X角。 2. 請學生指出並說明這個角有X個1度角。

<p>角和15度角一樣大嗎？ 說說看，你是怎麼知道的？</p>		<p>角一樣大」的共識。</p>	<p>3. 請學生說明 X個 1度角和 X度角一樣大。</p>
<p>(重新布題) 29. 0度線和180度線形成的角有多大？ ×××，請你上台在黑板上的量角器上畫畫看。 30. 0度線和180度線之間有幾度1度角？ 31. 180個1度角合起來的角和 180度角一樣大嗎？ 說說看，你是怎麼知道的？</p>	<p>• 同問題23之說明。</p>	<p>• 能在量角器上畫出指定角並說出度數。 • 能說出有「180個1度角」。 • 能形成「180個 1度角合起來和 180度角一樣大」的共識。</p>	<p>(重新布題) • 請學生畫出從 0度線到 180度線所形成的角，並說出180個1度角和 180度角一樣大。</p>
<p>(重新布題) 32. 5度線和9度線形成的角有多大？ ×××，請你上台在黑板上的量角器上畫畫看。 33. 5度線和9度線之間有幾個 1度角？ 你是怎麼知道的？ 34. 4個1度角合起來的角和 4度角有沒有一樣大？</p>	<p>• 同問題24之說明。 • 學生可能的說法： (1) $\begin{array}{ccccccccc} 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \\ & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$5度線到6度線之間有1個1度角，....所以有4個1度角。 (2) $9-5=4$，所以有4個1度角。</p>	<p>• 能在量角器上畫出指定角，並說出度數。 • 能說出「4個1度角」。 • 能說出「一樣大」。</p>	<p>(重新布題) • 請學生畫出從 5度線到 9度線所形成的角，並數出 5度線到 9度線之間有 4個一度角，和 4度角一樣大。</p>
<p>◎教師可仿問題32~34的方式進行，讓學生練習類似的活動。</p>			

國小數學教材分析---體積和角度

主 編：周筱亭 黃敏晃

編 著 者：朱建正 呂玉英 胡鈺麟

封面設計：林貞宇

發 行 人：何福田

發 行 所：國立教育研究院籌備處

地 址：臺北縣三峽鎮三樹路二號

電 話：(02) 8671-1100

展 示 處：中華民國政府出版品展售中心

地 址：臺北市衡陽路二十號三樓

電 話：(02) 2382-1394

印 刷：漢大印刷股份有限公司

地 址：臺北縣板橋市中山路二段 465 巷 81 號

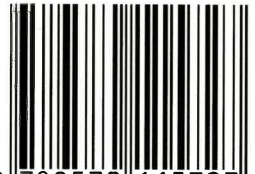
電 話：(02) 2955-5282

中華民國九十一年八月初版

統一編號

1009102192

ISBN 957-01-1572-6



9 789570 115727

91.08， 3000本