



國小數學教材分析

-長度

國小數學教材分析

-長度

吳主任序

九年一貫課程將於九十學年度開始在國小一年級實施，此次課程修訂強調能力的開拓，希望經過九年的教育歷程之後，我們的國民具備的是帶得走的能力，為終身學習奠下基礎，以因應社會的變遷。

自從民國七十六年解嚴之後，我國社會朝向民主、多元的趨勢發展。但在民主社會中，溝通、講道理是國民應具備的基本素養；而在多元社會中，開放與尊重則為國民必須具備的特質。在數學課室裡，透過多元開放的討論過程，一方面可以激發各個學生的獨立思考方式，另一方面則可以養成尊重各種不同的合理觀點的習慣。利用數學語言溝通，明確有效，讓數字說話，有根有據，所以數學是理性溝通的重要工具之一。然而，欲達成上述的數學學習目標，教學的教師必須對於數學知識本身、學生的認知發展結構和數學教學的知識，有相當程度的瞭解與掌握。

數學學習領域根據學生學習方式與思考型態兩項特徵，將九年國民教育分為四個階段。另將領域內容分為「數與量」、「圖形與空間」、「統計與機率」、「代數」、「連結」等五大主題。每個主題之下，除了「連結」之外，均分階段以能力指標表示學習的內容與期望學生獲得的能力。由於每個階段均涵蓋2~3個年級，能力指標僅指示了該階段的學童可以具備的能力，至於每個年級的大多數學童，依據認知發展的層次，可以學到什麼程度或是教師如何引導學生建立數學知識，則需由教科書的編者規畫設計或由任課的教師做彈性處理。有鑑於目前並無詮釋能力指標的相關資料可供教師參考，本會研究室主任周筱亭研究員乃邀請黃敏晃、蔣治邦、朱建正、鍾靜、謝堅、陳竹村等教授及吳淑娟、林昭珍、呂玉英、林淑君、胡鈺麟、陳俊瑜、林素微、魯炳寰等教師，利用星期六或星期日，自今（八十九）年五月開始，每月開會一天，共同參與討論，一方面檢討分析國立編譯館依據八十二年公佈之國小數學課程標準出版的「部編本國小數學教科用書」，另一方面則配合九

一貫課程數學學習領域的各能力指標，將前述「部編本國小數學教科用書」各單元中相關的活動與之對應，編成套書「國小數學教材分析」，共計十四本，供有興趣的人士參考。迄今，已完成四本，它們是：整數的數概念與加減運算、整數的乘除運算、長度、重量和容量；其他的十本亦在積極進行當中，預期在民國九十年七月底前將可全部完稿並付印。

在這四本書付印之際，特以此序向前述的參與人士表示謝意，感激他們在百忙中，仍然犧牲假日，為九年一貫課程的落實而付出。



於教育部臺灣省國民學校教師研習會

民國八十九年十二月

主 編 序

本書是“國小數學教材分析”系列叢書的一本。這套叢書是在民國89年暑假前規劃的，在6月18日第二次會議時決議，將小學數學課程中會出現的教材切割分類，並由參與者選擇有興趣的領域進行分析，然後分冊（份量較少之教材類型則合冊）出版。依照規劃，本叢書共有十四冊，書名及編寫者如下，總編輯和總訂正的工作則由黃敏晃和周筱亭擔任。

· 整數的數概念與加減運算

——蔣治邦、陳竹村、謝堅、林淑君、陳俊瑜

· 整數的乘除運算

——蔣治邦、謝堅、陳竹村、吳淑娟、林昭珍

· 重量和容量

——鍾靜、朱建正、林素微、魯炳寰

· 長度

——朱建正、鍾靜、呂玉英、胡鈺麟

· 整數的數量關係（含多步驟問題）

——蔣治邦、謝堅、陳竹村、林昭珍、吳淑娟

· 分數（含數線圖）

——蔣治邦、陳竹村、謝堅、陳俊瑜、林淑君

· 面積

——朱建正、鍾靜、呂玉英、胡鈺麟、林昭珍

· 時間（含速度）

——鍾靜、朱建正、魯炳寰、林素微

· 圖形與空間（平面篇）

——黃敏晃、廖淑麗、林淑君、陳俊瑜

- 小數
 - 蔣治邦、陳竹村、謝堅、吳淑娟、林昭珍
- 比（含數線圖）
 - 蔣治邦、謝堅、陳竹村、陳俊瑜、林淑君
- 體積和角度
 - 朱建正、鍾靜、呂玉英、林昭珍、胡鈺麟
- 統計與機率
 - 鍾靜、朱建正、林素微、魯炳寰
- 圖形與空間（空間篇）
 - 黃敏晃、廖淑麗、陳俊瑜、林淑君

按教育部於民國89年9月底的公告，九年一貫課程將於民國90年9月起陸續實施，九年一貫課程的主要精神之一是鬆綁，不但打破學生學習時思考的框架，連同以往國中小學教材設計的中央極權制度也要打破（因此稱課程綱要，而非以前的課程標準），教材設計權下放到各學校（學校本位課程，發展各校的特色）、到基層教師（教育的自主權），這樣的改革理念相當值得肯定，但相對應的是各校的行政能力與基層教師的教學能力也要提升，因此，各地的基層教師都在找尋資料，以便因應這一波重大的改革。

國小數學科教材，在民國82年課程標準之國立編譯館版本的教科用書（尤其是在教學指引）中，已有非常仔細的分析。這些分析，是根據知識發展的可能歷程以及學童認知結構發展的層次來進行，這種做法其實和九年一貫課程強調培養學生數學能力，而非灌輸學生許多數學知識的精神一致。所以，這些教材對基層教師在準備九年一貫課程的執行時，應具有豐富的實用價值。

但是，國立編譯館版本的國小數學教科書，將來不會再出版，即使擁有這套教科書，參考時仍有些不方便，一方面是各種教材切割分佈在各冊之中，翻閱不易；另一方面則是有些教材分析的基本原則，在教材發展當時並沒

有納入教學指引。我們藉由這次機會將同類教材放在一起並加以精緻化，希望透過這套叢書能協助基層教師更清楚各類教材發展的脈絡。

由於九年一貫課程實施在即，完成此項任務是相當迫印的。且所有參與人員都有他們自己的本職，因此，編寫的工作都在許多週末（週休二日很好用）的溝通討論形成共識後，回家繼續挑燈夜戰才能完成，我們很高興在89年12月底前，能先完成其中的四本。我們有信心，其他各冊也將會在民國90年12月底前陸續出版。

在這裡要感謝所有參與人員的熱忱，由於大家無私的奉獻，使這套叢書的出現成爲可能。

周筱亭 黃敏晃
於民國89年11月初

編輯要旨

- 一、本書為「國小數學教材分析」系列叢書中的一冊，該叢書預計出版十四冊，它們分別是：整數的數概念與加減運算、整數的乘除運算、長度、重量和容量、分數、小數、時間（含速度）、面積、圖形與空間（平面篇）、整數的數量關係、比、統計與機率、體積和角度、圖形與空間（空間篇），本（八十九）年度先出版前四冊，下年度將完成其餘的十冊。
- 二、編寫本系列叢書的目的在於一方面檢討臺灣省國民學校教師研習會「國民小學數學課程實驗小組」根據教育部八十二年公布的「國民小學數學課程標準」研發出的「國小數學實驗教材」和實驗後，由國立編譯館修訂並送審通過、出版的「部編本國小數學教科用書」內容，重新分析各主題的數學架構與兒童學習的認知結構；另一方面針對九年一貫課程數學學習領域中，各主題的能力指標，將前述「部編本國小數學教科用書」各單元中相關的活動與之對應，提供關心國民教育的人士參考。
- 三、本叢書各冊中所列之活動目標及內容，大都取材自國立編譯館的「部編本國民小學數學教學指引」一至十二冊，並已徵得該館同意引用，在此致謝。
- 四、限於篇幅，無法將各相關活動的詳細內容列於書內，但已標出各活動的出處（冊與單元），有興趣的讀者可參閱各冊教學指引。

目 次

第一章 緒論.....	1
第二章 長度教學研究篇.....	13
第一節 數學結構.....	13
第二節 第一階段之認知結構.....	16
第三節 第二階段之認知結構.....	19
第四節 第三階段之認知結構.....	24
第三章 能力指標與活動分析.....	25
第一節 第一階段能力指標與活動分析.....	25
第二節 第二階段能力指標與活動分析.....	31
第三節 第三階段能力指標與活動分析.....	54
後記.....	55

第一章 緒論

國民中小學九年一貫課程綱要（教育部，民89）中，數學領域「數與量」主題之下的「量與實測」部分，基本上承襲82年版小學數學課程標準（教育部，民82）的「量與實測」內容架構。此架構被扼要地以註200（見表1）的方式，放在課程標準中公布，並且在臺灣省國民學校教師研習會數學小組研發的實驗版以及國立編譯館的部編本中都具體呈現；這個架構主張：生活中常用的六種感官量（鍾靜，民83、民87）包括長度、重量、容量、角度、面積、體積等概念及技能的學習發展，都應該經歷下述四個階段：1. 某量的初步概念；2. 某量的間接比較；3. 某量的普遍單位比較；以及4. 某量的測量單位制度概念。但是，面積和體積則需增加第五個階段，即測量公式概念。

82年版的課程標準中，有關「量與實測」中感官量的架構（請對照表1），將根據實驗版和部編本在發展教學活動詮釋此架構的一些心得來說明。因為長度與面積是此架構的原型，在每階段都有明顯的教學活動，而且在各年級教材綱要中，長度出現得最早，面積次之；所以為了精簡起見，除非有必要，會常用長度為例說明。

1. 某量的初步概念

1-1 某量的認識

在此階段，兒童可以使用日常語言談論他們的經驗。例如：「你在哪裡聽過人家說到長和短？」，或者「你自己說過比較長或比較短的話？」來帶領兒童進入長度的學習。若將例中的長短改為輕、重，則是認識重量；或改為繩子圈起來的範圍，則是認識面積。

另外，教師在此階段可進行直觀比較，例如：在黑板上畫出比例上寬2長5，與寬1長3的兩個大小差異明顯的長方形，再詢問學童：「這兩個長方形，哪一個比較大？」、或者拿籃球和乒乓球詢問兒童：「籃球和乒乓球誰比較大？」，因為感官對這類物件刺激反應量的大小懸殊，故能直接判斷。

此處長度、面積、體積、角度、容量（不含液量）的直觀比較屬於視覺上的判斷，而重量屬於肌肉覺的判斷。

1-2 某量的直接比較

此處的重點在於如何直接比對實物？長度、面積皆可透過疊合，直接比出大小。體積呢？例如兩個差異不很大的球體放在一起；又如兩長方體，其一的長、寬、高均小於另一的長、寬、高，當放在一起比對時，均可藉視覺上的包含關係比出大小。至於重量，在連絡肌肉覺與天平的關係後，將兩物放在等臂天平上觀察，視為直接比較。總之，直觀比較是判斷某二量間的大差異，而直接比較則為判斷小差異；但通常都以直接比較稱之。

此處長度、面積、體積、角度、容量（不含液量）的直接比較仍是視覺的，而重量則由肌肉覺轉至等臂天平上視覺的。

1-3 使用以某量為刻度單位的工具：

利用學童在生活上看過或自己使用過尺、秤、量杯、甚至量角器來進行直接比較層次的活動，不涉及工具上刻度單位意義的瞭解。有效使用刻度單位工具的前置經驗，部分來自直接比較，部分來自文化中直接對成人行為的模仿，例如：使用電子秤。並非所有的感官量都有生活上的常用工具，例如：體積就沒有刻度單位工具。而面積的平方公分格子板則為教學需要介入的。

2. 某量的間接比較

2-1 某量的間接比較

初步的間接比較就是複製後，再直接比較，例如：因A物、B物不可移動，無法直接比較長度，故對A複製一個長度相同的物件稱為C，以C和B直接比較的結果，當作A和B的比較結果，C稱為媒介物。有的媒介物，像繩子、鐵絲必需拉直，在過程中不致被拉長，這就是對實物的同類量加以變形後再比較之義；同理，有些比較物件，需透過切割、重組，但不改變該量，例如：比例上寬1長6，與寬2長3的二張紙可將其中一張切開重組為另一圖形，面積

不變，再與另一張比較；這些是涉及較高層次保留概念的間接比較。

2-2 某量的個別單位比較與實測

比較是活動，間接比較活動所產生的結果有時是為答覆提出的問題，例如：這支鉛筆和那支原子筆，誰比較長？但有時比較活動的結果是為了回應描述或記錄某物的長的要求。所以在間接比較活動中，兒童會用一些小物件去描述原物件後再提出答案，例如：A長方形和15張郵票合起來一樣大、B長方形和14張郵票合起來一樣大，所以A長方形較大；這些相同的小物件就是個別單位。

個別單位在累積時，常有一些要求：例如迴紋針必須緊靠，且維持在同一直線上；貼紙要緊靠，不可有縫隙；白色積木在堆積時，內部不可出現空隙，…等。這些要求雖然顯而易見，但學童容易忽略。

在描述長度和面積有多大時，有一種方法是把一個個的個別單位以記號形式記錄在所欲描述的物件上，利用這種做法，只需用一、兩個迴紋針，並用鉛筆在物件上做記號，即可做出鉛筆有 x 個迴紋針的長；同理，只需一、兩張同大的郵票，即可做出明信片有 x 張郵票合起來的大。但是這種做法不是個別單位比較的原型，而是在個別單位比較極有經驗之後的省略做法，此時兒童可以想像迴紋針排列的樣子，或者說，預知這樣做的結果和運用多個迴紋針排好再數的結果相同。其運思層次約略與數概念的「部分—全體運思」相當；在最初做個別單位比較的教學時，應予淡化。

3. 某量的普遍單位比較

3-1 認識某普遍單位量的意義

普遍單位和個別單位都可以做為個別單位比較的基準。但是普遍單位有一個文化上約定的標籤做為名字，例如：公分，此一標籤使它有別於迴紋針。白色積木是邊長1公分的正方體，它同時是1公分、1平方公分及1立方公分的實物表徵。運用實物表徵可以有效的使個別單位比較朝向普遍單位比較發展，因此像1立方公尺或者1公斤的實物表徵雖然製作與運用都很麻煩，但仍

然是需要的。為強調普遍單位為一個特別的個別單位，在教學時會在措辭上讓學生對普遍單位的瞭解，也要有個別單位的意義，例如：3公分是3個1公分，即採用3個白色積木合起來的長為3個1公分，是3公分長。

3-2 以普遍單位量為單位，進行實測及估測的活動

此階段的實測主要仍然是以1-3階段使用過的測量工具來進行。只是在此階段開始時，會用普遍單位的具體表徵去詮釋測量工具上刻度的意義，例如：用1分公升、1分公升的水量，去認識分公升量筒上1分公升、2分公升、…的刻度。而且以分公升為普遍單位進行教學時，只強調分公升為單位的系統，不會出現容量（液量）的其他單位量，以進行兩個不同容量單位量關係的教學。

估測具有高度實用的價值，例如估計從甲地至乙地的距離，場地的尺寸大小…等，但是估測準確度的粗細與其實用目的有關，而且實測經驗的多寡、對某特定量（如自己的步長）的正確掌握、對情境的了解、問題答案的需求感等，都影響一個人學習估測的意願。另一方面，估測使用的解法變化多端，學童不易掌握其原則或訣竅；因此，在落實課程標準的要求上有相當的困難。目前的原則是建立對普遍單位如1公尺、1公分、1公升、1毫公升等的量感；其次為在幾次實測後，採用先猜後量的過程教學，並鼓勵學生玩些先猜後量的競賽；最後鼓勵學生平時多注意一些日常生活中，標準商業包裝的重量、容量或長度，以及步長、掌寬、指寬等。

4. 某量的測量單位制度概念

這六種感官量都是十進位制的。按照度量衡國際標準制度，每一種量要選定一個基本單位，如重量用公克（gram），長度用公尺（meter），容量用公升（liter）等；十倍、百倍、千倍的，就在基本單位前冠以十（deca）、百（hec）、千（kilo）；0.1倍、0.01倍、0.001倍的，就在基本單位前冠以分（deci）、厘（centi）、毫（milli）絲、忽、微等字頭。但是因為民國初年首批負責規劃人的主張以自訂的命名方式，例如：長度單位的公里、公引

、公尺、公尺、公寸、公分、公釐取代國際標準制度的原則，以致於公里、公分這兩個常用單位現在就無法很平順的改稱千公尺、厘公尺了，而且還引發階段更改符合國際慣例稱呼的爭議，例如：公釐是毫公尺或毫尺之辯。中共則採用國際標準制度的精神，例如在長度單位方面，公尺稱米，故有萬米、千米、百米、十米、米，分米、厘米、毫米……等；由於中共在使用此公制單位時，教育尚未普及，工商業化程度尚低，所以比較沒有推行的阻礙。

4-1 認識甲普遍單位量及乙普遍單位量的關係

基本單位量的十分之一、百分之一量的制定，是等分割的結果，但是量的等分割是一種精密工業的專門技術，而且從兒童觀點而言，等分觀點也比累進觀點難很多。因此這個階段的教學，先將低階單位量加以累積至與大十倍、百倍或千倍的高階單位量等量的方式，來建立甲普遍單位量與乙普遍單位量的關係；例如在分別介紹過分公升與公升兩普遍單位量的系統之後，以分公升量杯裝水1分公升，然後倒入公升量筒，這樣倒10次1分公升水到公升量筒刻度1公升處，讓學童認識10個1分公升和1公升的水量是相等的，進而用「10分公升=1公升」表示10個1分公升的水量合起來和1公升的水量是相同的。此時再配合活動，讓學生知道1公升的水量和10個1分公升的水量也是相同的，建立等號的對稱性。

在82年版課程標準中，並非每種量的每級單位都會介紹。其中長度的單位最多，但也僅有公里、公尺、公分和毫公尺（毫尺）四種；但因為1公里的單位太大，無法直接介紹，此時先介紹1000公尺，然後再說「也可以用1公里」來表示。而重量方面的大單位1公噸和容量方面的大單位1公秉的介紹方式和公里的一樣，以形成1000公斤=1公噸、1000公升=1公秉的二種普遍單位的關係。公尺、公分和毫公尺則在分別介紹該普遍單位後，再以前述累積方式，介紹100公分=1公尺和10毫公尺=1公分的關係；至於非相鄰的二階普遍單位，例如：1公里和1公分，或1公尺和1毫公尺之間，中間隔著一個課程中介紹的單位，則不介紹關係。

有些單位量很大，有些單位量過小，初次介紹的單位量，必需考慮兒童較易掌控的量，例如：容量方面最先介紹分公升，然後才介紹其基本單位一公升。面積、體積的單位由長度單位衍生而來，故面積先介紹平方公分、後來才介紹平方公尺和平方公里，體積則僅介紹立方公分和立方公尺；但因土地面積需要在平方公里和平方公尺之間另訂單位，故有公畝、公頃之介紹。

82年版課程對感官量的普遍單位的選定，允稱適當，因此九年一貫課程中對此並未改動，且其選定精神可溯自64年版課程；少部分人認為應該將十進位制中的每一級單位都加以介紹，但他們卻忽略了下列兩個事實：第一，生活中常用的單位並非每一級都是；第二，82年版課程因注重溝通與自發解題，因此每個單位量的介紹都很細膩，若按此精神介紹每級單位就不經濟了。

4-2 甲普遍單位量及乙普遍單位量的化聚

將某量以低階單位的描述改成以高階單位來描述，叫做「聚」；反之則叫做「化」。化聚依其運算複雜的程度可分成初步、整數及小數化聚。初步化聚係指高階單位的整數倍與低階單位間的化聚，如 $500\text{公分}=5\text{公尺}$ 、 $3\text{公斤}=3000\text{公克}$ 。整數化聚係指含高階單位的複名數與低階單位間的化聚，如 $472\text{公分}=4\text{公尺}72\text{公分}$ 、 $3\text{公斤}458\text{公克}=3458\text{公克}$ ，若有人想稱為複名數化聚亦不妨。在64年版教科書中，複名數甚多，但近年來，許多複名數的使用多以高階單位的小數倍代之，尤其以一位、二位小數時更多；如火車月臺的上、下鄰站之里程標示，皆以公里的一位小數倍表示，卡車車門上的噸數也是使用一位小數；但在報紙說明公路上所發生之事故地點時，是以「南下37公里285公尺處」表示。所以82年版的實驗版和部編本是以生活實用與否做為教材採計的判準。

化聚運作的運思以較成熟的對等問題的解題策略為之最佳，當然也會觸及除法餘數和一點小數位值問題，所以需待兒童的小數概念成熟後，才涉及小數化聚。82年版課程中的化聚問題皆以情境方式提出，然而其解法實為數與計算部分的應用，故在部編本的處理即將所有感官量的小數化聚予以合併

；且因此六種感官量是十進位制的，故不需進行分數化聚的教學。

5. 某量的測量公式概念

此一階段僅在面積、體積才有，因此等到本系列叢書討論到面積、體積時再來說明。

其實，依據民國64年版國小數學課程標準的國小數學統編本教科書中，就有直接比較、間接比較、個別單位比較和普遍單位比較的教學順序。只是那時沒有說明兒童數學概念的習得應經過經驗、察覺、了解、內化的階段，以及配合兒童認知而強調分布練習與分布使用原則，因此在同一單元中，就把四種比較都塞在一起，例如：低年級長度單元即是。至於有些量的四種比較的活動類型並不清楚，例如：容量與重量。可以說，64年版課程的設計知道量與實測概念引入的程序，但是並未掌握兒童認知發展的原則。反之，82年版課程在教材中確實落實感官量的「量與實測」架構於各年級中，但因不同類的量而有一些教材設計先後的差異。同時，九年一貫課程綱要中「量與實測」基本想法，其發展脈絡與82年版的教材架構理念相去不遠，本文將其做一對照表，如表1；如果將此二份文件合併來看，將更有助於對「量與實測」教材設計的完整瞭解。

表1：82年版課程標準與九年一貫課程綱要之「量與實測」教材架構

82年版課程標準之 「量與實測」領域教材的架構理念（註200）	九年一貫課程綱要之 「量與實測」基本想法
對於量感建基在「實物的感覺存有性質」的量，教材上的架構理念是由工具的使用與對物理現象的掌握齊頭入門的。教材上的發展則依據測量活動對物理現象的掌握之有效程度加以序列。具體言之，教材上的發展依其先後可以細分為如下的幾個階段：	本領域包含長度、重量、容量、時間、角度、面積、體積等生活中常用的七種量，兒童對這些量（除了時間）概念的認知發展形成都要經歷下列五個階段才算完整：1. 量的初步概念；2. 量的間接比較；3. 個別單位的描述；4. 公制單位系統內的認識與換算（化聚）；5. 量的公式概念（只有面積和體積有此階段）。

表1：82年版課程標準與九年一貫課程綱要之「量與實測」教材（續）

<p>1. 某量的初步概念</p> <p>1-1「某量的認識」： 此一階段是指透過具體的活動，使兒童能知道，例如像「長度」，到底在量「什麼」。例如：「長度的認識」。</p> <p>1-2「某量的直接比較」： 此一階段是指使兒童經由直接比對實物的同類量後，能描述比較的結果。例如：「長度的直接比較」。</p> <p>1-3「使用以某量為刻度單位的工具」： 此一階段是指兒童經由直接比對工具上的刻度與實物的同類量後，能讀出工具上的刻度。例如：「使用以50克為刻度單位的工具。」</p>	<p>1. 初步概念</p> <p>透過感官感覺一個量；能對兩個同類量作直接比較；能以整體、合成複製的方式複製一個量；利用刻度尺描述一個量。</p>
<p>2. 某量的間接比較</p> <p>2-1「某量的間接比較」： 此一階段是指兒童能運用「某量的保留概念」，透過媒介物或對實物的同類量予以變形後，再加以直接比較並描述比較的結果。例如：「長度的間接比較」。</p> <p>2-2「某量的個別單位比較與實測」： 此一階段是指兒童能以一個量做為基準，去累積一個被測量的量，並用累積的次數報告測量的結果。比如說，一枝鉛筆有五個迴紋針長。例如：「長度的個別單位比較與實測」。</p> <p>3. 某量的普遍單位比較</p> <p>3-1「認識某普遍單位量的意義」： 此一階段是指兒童能把一個被普遍使用的單位量，例如長度中的公分，做為個別單位比較與實測的基準。例如「認識公斤的意義」。在1-3中，普遍單位已出現，但是只被當作某特殊量的標籤，並不是個別單位比較的基準。</p> <p>3-2「以某普遍單位量為單位，進行實測及估測的活動」： 此一階段是指兒童習於使用一被普遍使用的單位量，例如長度中的公分，做單位比較的實測。</p>	<p>2. 間接比較</p> <p>對無法直接比較的兩個同類量，透過複製一個媒介量，利用此媒介量與另一量進行直接比較，並把比較的結果推論成原兩量比較的結果（含量的保留概念、量的相等、大小的遞移律）。</p> <p>3. 個別單位</p> <p>從等量的合成、複製的結果來描述一個量，並進行比較。能利用普遍單位之描述，對兩個同類量進行加、減、乘、除運作。認識各類量的基本普遍單位（如長度的米、厘米、千米；容量的公升、分公升、毫公升、千公升；重量的克、公斤、千公斤；面積的平方厘米、平方米、百平方米、千平方米；體積的立方厘米、立方米；角度的度）。</p>

表1：82年版課程標準與九年一貫課程綱要之「量與實測」教材架構（續）





<p>與估測活動，例如「以公分為單位，進行實測及估測的活動」。本階段強調的重點是僅有一個單位實測或估測活動為原則。例如100公分可以被命名為1公尺，但公尺只是一個標籤而已；或者1/10公分可以被命名為1毫米，但毫米如同公尺一樣，也只是一個標籤。</p>	
<p>4. 某量的測量單位制度概念</p> <p>4-1「認識甲普遍單位量及乙普遍單位量的關係」：</p> <p>此一階段是指兒童能把甲普遍單位量，例如長度中的公分，和乙普遍單位量，例如長度中的毫米，兩者之間的關係，由實測活動中萃取出來。例如「認識公分及毫米的關係」。在3-2中，舉例來說，一公尺就是100公分，但是如101公分等與一公尺之間，僅有大小的比較關係；在此，如101公分等可以看成1公尺1公分等。本階段強調的是兩個或是兩個以上的同類單位量的同時使用。</p> <p>4-2「甲普遍單位量及乙普遍單位量的化聚」：</p> <p>此一階段是指兒童能把甲普遍單位量，例如長度中的公分，和乙普遍單位量，例如長度中的毫米，兩者之間的關係使用於實測活動中，以解決量的分解與合成問題。例如「公分及毫米的化聚」。</p>	<p>4. 單位化聚</p> <p>將用小單位描述的量，改用大單位來描述，這種運算叫做『聚』。如：12345公尺可聚成12公里345公尺或12.345公里，反之則叫做『化』。如：1.65公斤可化成1650公克。</p>
<p>5. 某量的測量公式概念</p> <p>5-1「透過對某平面圖形或立體的分析綜合，認識該平面圖形或立體上某量的求法」：</p> <p>此一階段是指兒童能將「切割一平面圖形或立體的內部，例如：長方形的內部，之後將切割的結果重組成一個或數個已知某普遍單位量的平面圖形或立體的內部，例如：每邊1公分的正方形內部，來求取此平面圖形或立體上的某量，例如：面積」的方法，或將「分析一平面圖形或立體的邊界，例如：長方形的邊界，之後將分析的結果重組成一個或數個已知的線段或平面圖形內部，例如長和寬，來求取此平面圖形或立體上的某量，例如：周長」的方法，</p>	<p>5. 公式化的概念（只有面積和體積有此階段）</p> <p>只有面積和體積兩量有此層次，此層次的要點是用公式來描述一個特定的幾何形體的體積和面積量。此層次包括3個階段，以面積為例說明如下：</p> <ol style="list-style-type: none"> (1) 利用乘法簡化點算的過程（一個長方形被多少個小正方形單位所覆蓋？） (2) 將平行四邊形、三角形、梯形切割重組成爲長方形而求算其面積（此處包含進一步將多邊形切割成幾個三角形，求算這些三角形面積後，算出其和）。 (3) 將在(1)和(2)求算面積的過程中，以公式描述並將這些公式整合成一個概念。（在

<p>由實測活動中萃取出來。例如：「透過對長方形分析綜合，認識長方形面積的求法」。</p> <p>5-2「某平面圖形或立體上某量求法公式的應用」：</p> <p>此一階段是指兒童能把某平面圖形或立體上某量求法，例如長方形面積的求法公式，使用於實測活動中，以解決量的分解與合成問題。例如：「長方形面積求法公式的應用」。</p>	<p>此整合概念中，梯形是一般形，三角形可視為上底為0的梯形，而長方形、平行四邊形則可視為上下底等長的梯形，在這種看法下，上述各形的公式，其實是互通的。）</p>
--	---

仔細對照82年版課程標準及九年一貫課程綱要這兩份文件的條文，我們發現它們對感官量教材的架構有相當一致的想法，都十分強調發展的階段；不但對「直接比較」、「間接比較」、「個別單位」、「普遍單位」的前置、銜接及後續發展都有較豐富的歷程，而且強調要在「普遍單位」分別發展後，再進行「單位化聚」。其中值得重視的是在間接比較階段都強調保留念，本文特別就保留概念加以討論。

一、何謂保留概念？

保留概念是瑞士「人類知識源起發展論」學者皮亞傑在研究兒童對各種量在以語言加以描述時的掌握的發展程度提出來的。例如一根竹竿以水平方向持於手中，或以垂直方向持於手中，由於人類視覺上的詮釋，會覺得垂直方向時，竹竿感覺上變長了。具有「保留概念」的人會把這種感覺歸諸於視覺的錯誤，而堅持兩者仍然一樣長才是對的。又如將黏土置於天平上，平衡後再將黏土取下分成數塊。詢問兒童置回後是否還是會平衡？不具保留概念的人會認為分成數塊後的黏土變重了。

又如臺灣早期物資較匱乏時，喜將小西點，或傳統糕點切成  的形狀，現在食物充裕，都切成  了。切成平行四邊形時，兩端皆需廢棄而且也比較不容易包裝，移動時較易受損，惟一好處是看起來比較大。可見，即使有保留概念的人，心理上仍受到形狀大小的影響。其實， 和  當

然是一樣大的。

二、為何這兩份文件都強調保留概念是間接比較的先決條件？

間接比較的基本模式是先複製A物，得出A物在欲討論的量的複製物品C物。例如想比較教室前方的黑板（A）與教室後方的布告欄（B）孰長。則以繩子（C）做出黑板的長。然後將C與B直接比較。假定C比B長，則下結論說，黑板比布告欄長。

請注意，複製和直接比較，這兩個活動都是某量的初步概念時做的，爭論的重點在於「 $A=C$ ， $C>B$ ，則 $A>B$ 」的推論是否對學童有意義？

數學教學在82年版課程和九年一貫課程的精神都強調「有意義的學習」，如果學童不認為C能夠代表A的長，那麼推論就沒有意義了；這就是先決條件說的立場。同理，在個別單位比較活動中，學童能用九個迴紋針排出和鉛筆一樣長後，是否就可以說，鉛筆的長是九個迴紋針合起來的長，這是否意指迴紋針的長是不會變的，不管是擺放在哪裡。但是在實際執行時，由於迴紋針都是同向的，在視覺上很容易感覺為等長，所以可能在這種情況時沒有問題。

生活中，兩物件常隨意放置或各依其功能或存放而放置。是否兒童在直接比較後做出宣告或書面紀錄，但隔一段時間後，仍然必須再直接比較，不能以書面紀錄為準？例如吸管和未削之鉛筆，兒童知道它們前後兩次的紀錄都是相同長，爾後是否還要再直接比較嗎？可能要看兒童保留概念發展情形而定。

當然， 和  是另外一種困難。

三、如何面對「保留概念」，編寫教材？

82年實驗課程小組嘗試以「先進行複製與直接比較」，再配合班級的群體討論，辯論「 $A=C$ ， $C>B$ ，則 $A>B$ 」的合理性。希望藉此過程促使全班學童每人都需面對「保留」的選擇態度，但教師不必強迫學童接受。換言之，

教師以全班的共識來代替教師的權威，由於實驗課程採「分布使用」原則編寫教材，透過數次活動的辯論之後，保留概念形成的機會就變大了。

另外，在階段1-3：使用以某量為刻度單位的工具的活動，會使學童注意到某物的量的描述是恆定的，例如鉛筆長總是18公分，會有促進學童接受長度量的保留性是一種較方便的原則。

還有以一個量（如迴紋針）去累積一個被測量的量（如鉛筆），並以累積物的個數報告測量的結果。對兒童而言，即使沒有保留概念，也是有意義的，因為此一報告與活動有直接的關係，如果這是有意義的，它也可以促進保留概念的生成。

其次是有關「個別單位」和「普遍單位」的部份，實驗版和部編本的教材會因不同的量和其相關工具做不同的設計。大部份可以靠視覺掌握的量，會遵循先發展個別單位的概念，再指出某一特別的個別單位來認識某普遍單位，例如：小白積木的長是1公分、10公分 \times 10公分 \times 10公分透明壓克力盒子裝滿的水是1公升；至於靠肌肉覺掌握的重量，其量感與物體大小和密度有關，通常是配合工具上的刻度來認識普遍單位的，例如：某物置於1公斤秤上，指針指到100公克代表某物重100公克、某物置於3公斤秤上，指針指到1公斤代表某物重1公斤。但在普遍單位階段，仍需讓兒童體認到也是一種個別單位，例如：4個1公升是4公升、5公克是5個1公克、…等等。最後有關「化聚活動」，需配合兒童「數與計算」教材的發展，分階段進行初步化聚（兩量等號關係建立時）、整數化聚、分數化聚（因十進位制故省略），以及小數化聚活動。

第二章 長度教學研究篇

第一節 數學結構

• 長度概念的由來

在空間中，質點從一位置移動到另一位置，花費最少的時間，或最少的能量，它所經過的路徑，可以加以量化，以與時間、能量、質量建立關係。另一方面，物質或能量在空間移動，常需要傳導的載體，例如電力輸送需要導線，螞蟻在空間移動需要繩子，質量愈少的載體愈有利。這兩者是物質世界中，長度概念的由來。

• 直線

直線是符合上述最小化目標，而能連接兩點的幾何圖形。因此在物理世界中，以光線和拉緊的繩子最接近理想的直線。事實上，以配有游絲的望遠鏡做地面測量，以及木匠用的墨線就是這兩者應用的例子。

直線最重要的幾何形狀特徵就是兩段直線一定能處處疊合，事實上，只要用這個事實，就能區分直線與非直線。例如兩段同半徑的圓弧可以處處疊合，但不同半徑的圓弧則否。

直線可以任意延長，故在數學上，在嚴格使用中，以直線稱呼兩方向都延伸至無限遠處的直線。直線中任意兩點之間的部分稱為直線段，簡稱線段。從某一點開始，只以一個方向延伸至無限遠處，稱為射線。在較寬鬆的使用中，直線和線段的界限模糊化了。

直線段可以相接成更長的直線段，這也是延長它的意思。直線段的相接是直線長的個別單位描述的基礎，將直線段接成更長的直線段就是直線段的合成，反之則稱為分解。

• 直線段的長短

將甲、乙兩直線段疊合，則必然出現三種狀況。1. 甲線段完全在乙線段上。2. 乙線段完全在甲線段上。3. 甲線段部分在乙線段上，乙線段部分在甲線段上。前二者是完全包含的關係，後者則是互有出入的關係。但是，後者可以調整為前二者之一，最直接的方法就是疊合兩線段的其中一個端點。

若甲線段完全包含於乙線段，則稱乙比甲長，反之，稱甲比乙長。如果兩者皆發生，則甲、乙一樣長。

換言之，兩直線段之所以能直接比較，完全是因空間中的物件可以移動，而且，在移動時，直線段可以完全維持住，不會變形所致。

• 直線段長的描述

將乙、丙兩線段合成為直線段，再與甲線段疊合比較，如果恰巧相等，則稱甲線段與乙、丙兩線段合起來一樣長。顯然多個線段的合成也是可行的。如果這多個線段皆等長，則此種描述稱為用一線段去度量甲線段。

用乙線段去度量甲線段，幾乎都會剩下一段比乙線段短的部分。這時可以用乙線段的十分之一，再去度量剩下的部分。若又有剩下，可以用乙線段的百分之一再去度量剩下的部分，理論上，這個過程可以無限進行，最後得到甲線段是乙線段的實數倍的結果。在此關係中，乙線段稱為基準。

• 曲線長的描述

屬於非直線段的曲線，例如圓周、或橢圓周，其長度的描述必須用到極限過程。一般的方法是在曲線上取一些點，包括曲線的端點，然後把這些點用直線段依次相連。如果取的點愈來愈多，則所連成的直線段的總長度雖然也會愈來愈長，但不會超過一個很容易決定的限度。數學上說，它會達到一個最短上限。這個最短的上限就被定為曲線長。

• 普遍單位

一個可為社會大眾共同接受使用的基準顯然是必要的。最初的基準是由

統治者的權威支持建立的。最初，基準的高階單位，或基準的分割單位都不一定是十進位的。爲了教學效率，一開始就介紹國際標準度量衡制度。這個制度的長度基準原則上是以北極經巴黎到赤道的子午線長的一千萬分之一定爲一公尺（meter）。並製作一把金屬尺稱爲公尺原器。後來因爲科技進步，改用可在任何現代實驗室製作的方式定義一公尺長。

一公尺的十倍、百倍、千倍，……等，稱爲十公尺、百公尺、千公尺、萬公尺，……，其 $\frac{1}{10}$ 、 $\frac{1}{100}$ 、 $\frac{1}{1000}$ 等，稱爲分公尺、厘公尺、毫公尺，……等。在九年一貫課程綱要中，公尺改稱爲米。

• 數線

數學上使用數線來表示分數、有理數及實數。表示實數全體的數線是一條向兩方向無限延伸的直線。選定其中一點爲“0”，“0”的右邊一點爲1。任何一個正實數 a 的位置，是以 a 位置到原點“0”的距離爲點1到0的距離的 a 倍定出的。負實數則在“0”的左邊，也是用距離來定位置。

數線的主要目的是利用長度量來表徵實數，使實數的大小次序、分解結合、十進位小數、無理數的認識乃至極限的概念，都有一個可以做些初步操作以有助於了解的具體對象。它對長度量本身的認識並無進一步的貢獻。

• 比例尺

在五萬分之一以上的比例尺的地圖上，比例尺的意義可以理解爲，假設比例尺爲 $1 : a$ ， a 小於五萬，則地圖上長度的1公分，則實際地面的長度爲 a 公分。若 $a = 1000$ ，即爲10公尺， $a = 10000$ ，即爲100公尺。

五萬分之一以下的比例尺的地圖，如全國地圖或亞洲、世界地圖，則因爲地球表面無法在完全保持長度的比值下，畫在平面紙張上，所以比例尺的意義只能從可以保持長度比值的那些部分來看。例如在Mercator投影的世界地圖，則比例尺可由赤道長的比值決定之。

第二節 第一階段之認知結構

• 長度啓蒙教學前的學童經驗

學童在長度教學的第一課之前，已有許多和長短有關的經驗，它們是視覺的，以及行動的。較短的物件，眼睛掃描較快，較長的物件，需要較長的掃描才能完全看完，有時除了眼球轉動外，還需要頭的轉動，例如在月台上看火車。在剪或貼東西時，較短的容易做，較長的不易做好，這些判斷可做為教學開始溝通的基礎，我們稱之為直觀比較。

伴隨著這些經驗的，是相關語詞的知識，如長短、遠近、高矮、厚薄、粗細等。教師可以透過具體實物或具體比出，強調或介紹這些語詞的使用，加強兒童對長度量的認識。在這過程中，教師介紹後面長度教學頻繁使用的物質媒介，如鉛筆、繩子、黑板的邊沿、長方體盒子的邊沿等。老師介紹時，應以手指尖沿著物品的一端徐徐移動至另一端，以增強兒童對直線段表徵之認識。

• 直線段的表徵實物的認識

教師用「鉛筆的長在那裏？是從哪裏到哪裏？用手指比比看。」討論到繩子時，一定要將繩子拉直。這些都是在認識可以表徵直線段的實物，透過這些以及下述的直接比較，兒童逐漸將直線段抽象化。這裡抽象化的意思是指直線段可以互相疊合，它只有長短，它沒有寬度、厚度，它似乎是可以延長的。這些逐漸形成的概念，開始是無法令兒童描述的，但是只要例子夠多，描述得夠多，兒童自動會理出它們的共通之處，教師不必預設要逼出兒童一定得怎麼說。

• 直線段表徵實物的直接比較結果的報告

此時兒童的手眼協調，要將兩實物的某部位疊合沒有問題，例如將拉緊

的繩子和長方體盒子的邊疊合，疊合時，若出現前述的甲線段部分在乙或乙線段部分在甲的情況時，教師可要求學童共同解決此一困難。此時，對齊端點的解法常常是自發性的。當兒童做完直接比較，兒童須說出，如繩子比盒子的這一邊長的結果報告。

• 以遠近、高矮、厚薄、粗細做為報告結果的描述的直接比較活動

在比較兩本書或兩塊木板的厚薄時，真正在比的是兩平行面之間的距離，因為書本或木板基本上為長方體，所以此距離大致有一個直線段存在書本或木板的角上，且與書面垂直。若要求兒童以直尺的邊沿記錄其厚薄時，由於直尺的兩端的邊與尺沿是垂直的，因此這也符合幾何上的要求。總之，雖然在此時，兒童無法真正認識兩平行面之間的距離，但是活動是有意義的，且不會和以後的發展矛盾。

在比較兩小朋友的高矮時，真正要做的是，過頭頂做一平面或直線平行於足底平面，測量或比較兩者之間的距離。但是活動進行是以小朋友背靠背站著，其他同學在旁觀察或以一木板（表徵平面）頂住頭頂，以便在牆上做出記號，故與上段所述活動相同，都是有意義的活動，不致造成客觀的矛盾。

本課程未做粗細比較之活動。若以粗細不同之鐵絲置於桌上，兒童以目視之即可判別粗細，屬直觀比較即可看出。

總之，以上活動之目標在連結長度與更多樣的情境和語詞，故在教學時間充裕時，是很有意義的活動。

• 長度的複製

在本課程中，複製意指「在所談論的焦點上，原物和複製物是等同的。」例如，「在紙上畫出鉛筆的長」，此處複製物是一條用筆畫出的線，因為不是用尺協助畫出，所以不是很直。用筆畫出的線和鉛筆是相當不同的，但是就長度而言就是複製。複製是本課程進行時，教學上的重要概念，但是兒童

不必知曉此語詞的使用。高年級的學童於從事各種複製活動之餘，必能覺察此類活動的模式。

最基本的長度複製為完整複製，上述活動屬之，尚有以繩子剪出和長方體盒子上指定邊的長或在繩子上做出記號，使繩子之一端至記號處和原物等長，亦可在木條的直線邊沿上做記號，以木條一端至此記號的長記錄原物的長。

更進一步的複製為累積複製。就是用不同的物件頭尾相接成直線，並依次報告使用的物件。如果使用的是全等的物件，如迴紋針、鉛筆，或同等長的繩子，則為同長累積複製。同長累積複製是個別單位比較的基礎。

有些學童在執行同長累積複製時，會使用同一支迴紋針在所欲複製的直線物上做記號，如下圖示：



這些學童在概念上，應屬於相信這個迴紋針不論平移到那裏，都是等長的。

• 彎曲物的長

彎曲物，如水桶之把手，或圓形罐之周界，或人身之腰圍或樹圍，都是以柔軟的繩子去複製其形後，再拿開拉直，做為彎曲物之長。此長與數學上曲線長須嚴格區分。後者是折線段長的和，不斷增加後的極限。

• 長度測量工具的使用

小學生會使用到的長度測量工具是公分直尺及皮捲尺。公分尺也有做成捲起的形式，例如布尺。公分直尺上印有標識起點“0”每隔1公分寫上1，2，3，...的數字，各個數字標在垂直於尺沿的短直線段的直下方或緊鄰於其側方，這條短直線段及其對應數字 x ，課本上稱為刻度 x 公分。除了

這些刻度外，在相鄰兩刻度間，另有9條較短的垂直於尺沿的直線段，一般不再另標數字，它們是毫公尺刻度。由於這些刻度都是印在尺面上，較厚一點的尺容易造成視線方式判讀尺面上的刻度與欲測量的紙上線跡的端點在疊合上的誤差，因此宜建議學生使用較薄的尺，或使用透明尺，並將刻度數字反印以透過透明尺的方式判讀。這種公分尺也常印在三角板的邊上，它們兼具畫直線段的功能。

皮捲尺上有公尺及公分兩種刻度，公分刻度上可能每隔10公分才會標上10、20、……90的數字，再以不同的長度區分5、15、25……95的刻度及其他公分刻度。公尺刻度的數字常另加上表示公尺的縮寫“m”。使用這些數字的方法如下：從刻度“0”到刻度x的長是x公分或x公尺或x公尺x公分。

長度測量工具的使用可以視為完整複製的活動，但記錄方式為把端點的數字記下來。

第三節 第二階段之認知結構

• 長度保留概念

1. 長度保留概念是什麼？

對能夠運用直接比較活動以了解兩實際物件的長短比較的學童，是否相信如果此二物件沒有任何明顯的增損，比較的結果就一直可以維持？亦即不論何時、何人、何處再做幾次，結果都相同？其次是比較結果的遞移律的建立。如果A、C兩物等長，即 $A=C$ ，又 $C=B$ ，學童是否願意接受 $A=B$ 的結論呢？還是堅持要做直接比較？同理，若 $A>C$ 且 $C>B$ ，是否願意接受 $A>B$ 的結論？其次是先知道 $A=C$ ，然後把A分割成幾份。再問學童是否願意接受，再把這幾份合起來的長，仍然和C一樣長？

2. 長度保留概念的促成

讓學童就固定一物進行複製，但改變時間、地點、方式、媒介而得到多

個複製物。然後令學童就複製物是否等長進行意見的發表和辯論後，進行直接比較，如此學童的保留信念受到衝擊，應有促成之效。對遞移律及分割後再合成之保留性，亦可仿照進行。另一方面挑戰長度保留概念的是人類天生的某些視覺上的錯覺，以及像「十元硬幣比五元硬幣面積大很多」，所以長度也會「大很多」的錯誤直覺推理。例如⊥明明垂直線和水平線一樣長，可是看起來，垂直比較長。教師可以利用此種錯覺，透過討論以檢驗學生是否具備保留概念。以上運作除了透過複製，亦可使用測量工具來進行。

• 公分刻度尺和公尺刻度尺的結構

學童認識公分刻度尺的活動分在第一和第二階段。在第一階段時，把它當怪尺，注重的是使用及報讀，只要有複製能力即可執行。在第二階段則注重相鄰刻度間的等長性，以及刻度旁的數字係指個別單位的累積。詢問學童「可否運用斷尺，少了“0”至“1”的刻度之間的部分的尺來測量？」可以檢驗兒童是否仍能以個別單位的累積的概念來使用公分尺。市售15公分小直尺和公尺刻度的皮尺上，另有其他的刻度，其結構說明，見第四節。

• 從個別單位到普通單位

1公分、1公尺是很抽象的名詞，相反的，一個白色積木的長，或一條木棍的長就很具體。這也是個別單位和普通單位最明顯的區別。否則，一般成人必知，普通單位不過是個別單位的一種。因此要使學童接受普通單位，須經兩階段，第一階段是透過具體的長度為1公分或1公尺的實物。這個實物宜有獨特性，且學童能具體接觸可產生恆久印象者為佳。故1公分以使用白色積木最佳，1公尺，則可用布尺，棉繩或木尺，確定後，不要再改。

使用時的溝通以 x 個1公分或 x 個1公尺為之，雖然手上操作的仍然是白色積木或木條。第二階段是能掌握1公分或1公尺大概有多長，通常是以手勢表出食指與拇指間的空隙寬度為1公分，而以兩手臂向兩側張開，以兩平行手掌之間的距離表示1公尺。

• 已度量化的長度量的合成分解與算式的關係

算式的原型來自小型個物的添加、併加及拿走型，結果量未知的解題記錄。教學上，自然應該讓學童覺察已度量化的長度量的合成分解，亦能透過個別單位的操作，猶如在操作小型個物一般，產生添加、併加及拿走的意義，進而以算式記錄。經過此一過程後，記成算式填充題再求解，將成爲已度量化的長度量的合成分解的標準解題模式，進而成爲已度量化的長度量的乘法和除法的解題發展的基礎，以及化聚的基礎。

以拿走型爲例：

(1) 具體做的方式：

15公分長的吸管，剪掉9公分，還剩幾公分長的吸管？

從頭數的解題策略：

拿一支吸管，量出15公分—相當於—數出15個花片

從一端量出9公分後，剪下—相當於—從15個花片中拿走9個花片

再量剩下的結果是6公分—相當於—數剩下的花片是6個

(2) 不是具體做的方式：

15公分是15個1公分白色積木合起來的長。拿走9個1公分合起來的長。因此 $15 - 9 = 6$ ，故剩下6個1公分合起來的長，所以剩下的吸管長6公分。

• 實測

最基本的實測是以直尺或拉直的皮捲尺去疊合直線物品。但是實際的測量有許多技術性問題，實驗課本提到實測長度的技術性問題的地方不多。惟一提到的是要求學童以15公分尺去量報紙的寬，學童必須分三次量，再加起來，但是把技術性問題交給老師權宜處理。

又如有些尺，刻度“0”的位置不一樣。有鐵環的皮捲尺，其刻度“0”未標識，因爲它是在鐵環的外緣。老師可能會疏於注意學童在測量前不一定能做檢查及調整。

• 估測

其實，小學生無法具備用長度估測解題的能力，只能夠說經驗估測，以及培養估測活動中所必須具備的基本事實的掌握。許多估測活動的產生與生活或職業需求有關，例如警探從房間或皮箱外部及內部察看，以判斷牆壁或皮箱內外層之間是否有夾層可藏東西。

普通人可用步測以決定從捷運站出口到辦公室應選擇哪一路徑。步兵必須直接以目視判斷目標與自身之距離以調整步槍的瞄準標尺。

本課程採用先猜後量的教學策略，但沒有進一步讓學童討論到猜的原則或依據，而且「猜」只是來自教師的布題，本身並未有合適的需求感。

生活上常見需要以繩子綁紙箱的活動，判斷繩子是否夠長可做為估測的布題。學者常以「截割」的出現與否來判斷一個人是否具備運用估測解題的能力。截割即以一熟悉之長度，去逐段減去欲估測之長度，且以目視，心象或身體活動為之。

• 公里

對現代的高年級學童而言，公里的確是生活中容易經驗到的名詞，其原因來自人類旅行經驗的頻繁。例如：飛機飛在數公里高的天空、通車的學生每天到數公里至幾十公里外的學校上課、親戚住在幾百公里車程的城市、越洋飛機飛越數千公里的距離。其實公里的量感也來自這些經驗，因此此種經驗決定孩子在公里量感的差異。

在校園內以折線方式經驗一公里，仍然不如以一條筆直的道路從一點到1公里外的另一點的距離來得印象深刻。課程設計在校園內經驗1公里的步程，純是為教學方便與安全考量。

• 化聚

公分和公尺這兩個單位獨立地提出，可以說沒有什麼選擇的餘地。一來

，1公尺和1公分的長相差100倍，太多了。如果只差10倍，那還可以用分割的方式。其次，在國際標準制度提出來之前，大單位和小單位的制定，完全與十進位制無關，有時是爲了求二等分的方便，如一斤等於16兩，有時會和12有關，這些對孩子而言，不見得有什麼意義。

提出用公分的累積與1公尺比較，是個適切的挑戰，值得讓孩子試試。白色積木也夠多，累積的效果也不錯。如此即得100個1公分和1公尺一樣長。再用布尺或皮捲尺看一下，做爲檢驗。此時用100公分=1公尺的等號是有對稱性的，亦即1公尺也和100公分一樣長。但是到了化聚時，等號變得有方向性，100公分=1公尺，解釋爲100個1公分合起來和1公尺一樣長。1公尺=100公分，解釋爲，1公尺可以分解爲100個1公分。趁著等號對稱意義確定後，可以溝通不等號的使用爲比較長和比較短的關係。

對1公尺及1公分有正確量感的學童，做化聚應該很容易，雖然我們不堅持學童要熟記換算的當量，但學童如果知道，只有10，100，1000三種選擇時，就不容易錯了。

化聚可以大致區分成簡單化聚、整數化聚及小數化聚。簡單化聚就是和整公尺、整百公分，或和整公里、整千公尺，或和整公分、整毫公尺，之間的化聚。整數化聚就是複名數化聚。小數化聚即複名數或低階單位量改用高階單位的小數倍的轉換。

1公里即1000公尺，是由1公尺的累積來的。毫公尺可以透過1公分的十分分定義。但是在82年版實驗教材也是獨立呈現的，再透過累積，連絡它與公分的關係。

• 長度的合成分解算式

長度的合成分解的算式不算重要項目，學童使用上困難也小，書寫時，數字之後都加上單位。但單位可以像使用定位板的方式，記在直式上方，有點像多項式加減時用的「分離係數法」至於長度的乘除算式不需規定格式較佳。

• 數線結構的認識

在本課程中，和數線結構相關的活動包括部分學童自發地用線段圖表達正整數加減問題中的部分-全體關係，統計圖表中表示數量的軸，刻度尺，鐘面及秤面上的刻度盤，表達昨日、今日、明日關係的時間之軸，以及表現兩量的倍數及倒數關係的線段圖，因此數線結構對學童應該容易溝通。因此教材設計重點應該放在需求感上。要求學生把 $\frac{1}{5}$ ， $\frac{2}{5}$ ， \dots ， $\frac{5}{5}$ ， $\frac{6}{5}$ ， \dots ， $\frac{15}{5}$ 標在數線上，一方面比整數數線往實數數線目標更進一步，一方面有助於掌握假分數和帶分數的關係。

此外，公路、鐵路的里程牌的設置的介紹也是連結數線的好方法，同時也連結了生活。

第四節 第三階段的認知結構

• 小數化聚

公分和毫公尺之間是一位小數化聚，公尺和公分是二位小數化聚，公里和公尺之間是三位小數化聚。由於在本課程中，小數之認知源自分母為10的乘冪的數的另一種記法，因此小數化聚也藉著分數概念而來。1公分=10毫公尺，故1毫公尺= $\frac{1}{10}$ 公分=0.1公分，藉著此一關係，把整毫公尺視為0.1公分的整數倍，若為複名數，則把整公分部分另外處理。例如：18毫公尺=0.1×18公分=1.8公分。3公分5毫公尺=(3+0.5)公分=3.5公分。其他的二位、三位小數化聚亦同。

• 比例尺

比例尺的用法就是以地圖上的多少公分表示實際地面的多少公里，再把這種方式的比的記號表示出來。前者常以線段圖實際表出。

第三章 能力指標與活動分析

第一節 第一階段能力指標與活動分析

N-1-9 能透過感官活動感覺一個量，並能對兩個同類量作直接比較，進而對一個量作複製活動（量：長度、容量、重量、角度、面積、體積）

活動類別	82年版之活動目標			核心布題	
	冊別	單元別	活動別		
量的確認	1	4	1	正確地認識長。	1. 教室裡哪裡有長？請比出××、的長是從哪裡到哪裡？
直接比較	1	4	4	對齊比較物一端，觀察另一端，比較長短。	1. 直接比較兩枝鉛筆的長度。
	1	4	6	經驗刻度標記使用於日常生活中的情境。	1. 公車門板上有半票和全票的刻度。坐公車時，司機如何決定你該買半票還是全票？
	1	4	7	經驗厚薄也是一種長度量，並會做刻度表示厚薄。	1. 直接比較兩本電話簿的厚薄。在鉛筆上做出電話簿厚度的記號。
	1	4	*2	培養長度的量感。	1. 接龍遊戲。把紙條一條一條接起來，接成超過指定物件的長。
	2	3	1	直接比較可拉直之彎曲物的長短。	1. 直接比較尼龍線、紙條和塑膠繩的長短。怎樣比才正確？
複製	1	4	2	畫出直線物的長。	1. 鉛筆有多長？ 2. 把鉛筆的長畫在紙上。 3. 把鉛筆斜斜的放在紙上，再畫一次。 4. 你在紙上畫的兩條直線是不是同一枝鉛筆的長？詳見示例。
	1	4	3	用繩子複製長方體的邊長。	1. 盒子的哪裡有長？ 2. 說出或比出盒子的長，是從哪裡到哪裡？ 3. 剪一段和長方體指定邊一樣長的繩子。（三不等邊都做） 4. 用直接比較當作解題工具來挑出和指定邊一樣長的繩子。

	1	4	5	經驗身高也是一種長度量，並會做刻度表示身高。	<ol style="list-style-type: none"> 1.直接比較兩人身高的高矮。 2.把身高的長在竹竿上做記號。 3.在黑板上畫出一條和做了記號的竹竿長一樣長的直線。
	1	4	8	用繩子複製彎曲物的長。	<ol style="list-style-type: none"> 1.剪一段和水桶手把一樣長的繩子，再把繩子拉直。
	1	4	9	<ol style="list-style-type: none"> (1).應用直接比較，認識身體各部位的長。 (2).培養長度的量感。 	<ol style="list-style-type: none"> 1.用繩子複製身高。 2.以繩長和張開的手臂比長短。 3.把繩子對摺，拿來和身體各部位比長短。 4.剪一段和黑板一樣長的繩子，用來繞課桌和學生的腰圍。
	2	3*	1	培養兒童小長度量的量感，並熟習以累積方式進行長度複製。	<ol style="list-style-type: none"> 1.用各種不同長度的數學積木排出所估測伸縮指揮棒的長。 2.再與指揮棒做直接比較。 3.以白色積木或紅色積木標識其超出或不足之長度。



*是82年版之參考活動。

活動示例：

1-4-2：畫出直線物的長。

預備經驗：能正確地認識長。

情境布置：學生從自己的鉛筆盒中取出一枝鉛筆，每人桌上有一張白紙及一枝彩色筆（或蠟筆）。

主要問題與活動		評 量 重 點	教學活動分析流程
1. 你的鉛筆有多長？可不可以把鉛筆的長畫在紙上？	說 明 · 不要求學生畫得很直，但需注意學生是否畫到筆尖部分。	· 能以線段表示鉛筆的長。	1. 用直線段來表示鉛筆的長，如果以削過的鉛筆為指定的長。則會發生  之現象，此時需提醒學生不要描鉛筆尖的形狀，要自己補畫成直直的線  （或可以用直尺來協助畫出直線段來表示鉛筆的長）。如果使用沒有削過的鉛筆、吸管、沒有使用過的蠟筆等物，則可避免上述問題之產生。
2. 你畫的是什麼的長？		· 能說出是鉛筆的長。	1. 讓學生同意且知道紙上所畫出之直線段圖表示的是鉛筆的長。
3. 你們是怎麼畫的？	· 請一位學生上臺示範。	· 能說出並比出是怎樣畫的。	1. 讓學生反省所畫出的鉛筆長是否正確。
4. 把你剛才畫的鉛筆斜斜的放在紙上，然後再畫一遍它的長。	· 讓學生複製同樣一枝鉛筆橫放、斜放的長，提供學生長度保留的經驗，但不要求學生了解二者等長的關係。	· 能畫出鉛筆的長。	1. 讓學生複製同樣一枝鉛筆的長，垂直的畫、斜斜的畫，再用鉛筆重新確認所畫之直線段，不管是直的、橫的、斜斜的，都是同一枝鉛筆的長（非每一線段一樣長），以促進學生保留概念之發展。
5. 可不可以把鉛筆的長放回去比比看。		· 可以。	
6. 你在紙上畫的兩條線是不是同一枝鉛筆的長？		· 能說出是同一枝鉛筆的長。	

N-1-10 能使用生活中常用的測量工具(刻度尺的方式，即不涉及其結構)，以一階普遍單位描述一個量（量：長度、容量、重量、角度、面積、體積；普遍單位：米、厘米、分公升、千克、克、度、平方厘米、立方厘米）

活動類別	82年版之活動目標			核心布題	
	冊別	單元別	活動別		
刻度尺的使用（描述）	2	3	5	應用公分刻度尺，讀出物體的長度。	1. 透過數學積木與公分刻度尺上兩刻度間的線段長的直接比較，與學生溝通公分刻度尺上從0到刻度a的長是a公分。
	2	3	6	(1)以公分刻度尺描述物體的長。 (2)以「大概」描述不為1公分之整數倍的物長。	2. 與學生溝通非整公分長的物件之報讀，並以靠近x公分時，報讀為「大概」、「大約」或「差不多」x公分。詳見示例。
	3	4	1	複習長度為15公分以內的實測活動，及1公分量感的培養。	1. 複習使用公分尺來測量積木、手掌等的長。

活動示例：

2-3-6：(1)以公分刻度尺描述物體的長。

(2)以「大概」描述不為1公分之整體倍的物長。

預備經驗：能讀取1公分之整數倍的物長。

情境布置：(1)學生：鉛筆盒內之文具、課本及公分刻度尺。

(2)教師：在黑板上揭示一支放大之公分刻度尺，及同倍放大之鉛筆（比10公分長一點點，小於10.5公分），鉛筆之一端對齊刻度0。

注意事項：被測量物之長度，不宜超過學生所使之公分刻度尺的長。

（配合課本第31頁）

主要問題與活動	說 明	評 量 重 點	教學活動分析流程
1.說說看，黑板上這枝鉛筆長幾公分？ 2.剛好10公分嗎？	• 需向學生說明此乃放大之尺和鉛筆。	• 能說出10公分或比10公分多一點點。 • 能說出比10公分多一點點。	1.讓學生知道鉛筆的長有可能非整公分。
3.這枝鉛筆一端對齊0，另一端超過10一點點，是比較接近10，還是接近11？	• 向學生說明這枝鉛筆的長比10公分長一點點，可以說它「大概」、「大約」或「差不多」有10公分長。	• 能說出比較接近10。	1.當鉛筆的一端對齊0，另一端超過10，但接近10，意味著大約10公分。
4.這枝鉛筆有多長？	• 再問一次學生。	• 能說出大概有10公分長。	
5.現在黑板上這枝彩色筆有多長？	• 教師將原放大彩色筆之一端向後折一點或剪去一點，使其長比10公分少一點點。並置於放大尺上，一端仍然對齊0。	• 能說出10公分或比10公分少一點點，或接近10公分，或比9公分多。	1.當彩色筆的一端對齊0，另一端少於10，但接近10，也意味著大概10公分。 2.若所指定物的長恰巧是10.5公分，則可報讀為大約10公分或大約11公分。
6.剛好是10公分嗎？		• 能說出不是剛好10公分。	

<p>7. 這枝彩色筆一端對齊0，另一端對齊哪裡？</p> <p>8. 超過9，比10少一點點，是比較接近9，還是接近10？</p> <p>9. 這枝彩色筆有多長？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 向學生說明此時彩色筆之末端比10少一點點，也就是彩色筆長比10公分短一點點，可以說它「大概」、「大約」或「差不多」長10公分。 • 要求學生以「大概」、「大約」或「差不多」回答。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能說出接近或快到10或比10少一點點。 • 能說出接近10。 • 能說出大概有10公分長。 	
<p>◎1. 讓兒童測量他們所帶來的文具用品，如鉛筆盒、橡皮擦、彩色筆、課本及作業簿的長或寬等，並請學生發表其測量結果。</p> <p>2. 當物體的末端對齊於兩個數字中間時，如5.5公分，讀取為「大概是5公分」或「大概是6公分」皆可。</p>			

第二節 第二階段能力指標與活動分析

N-2-9 能在保留概念形成後，進行兩個同類量的間接比較(利用完整複製)及個別單位的比較(利用等量合成的複製)(量：長度、容量、重量、角度、面積、體積)

活動類別	82年版之活動目標			核心布題	
	冊別	單元別	活動別		
間接比較(完整複製的間接比較)	2	3	2	經驗以間接比較方式判斷物體之長短。	1.用繩子複製出黑板的長後，再與布告欄的長做直接比較。以比較結果做為黑板和布告欄的長之比較的推論依據，並讓學童討論其合理性。
	2	3	3	利用複製物體長的方法，比較兩個不能拉直之彎曲物的長短。	1.用繩子複製腰圍或頭圍的長。
	1	4*	1	培養長度的量感。	1.以接力的方式，學生一個接一個說出教室裡越來越長的物件名稱，必要時需以比較活動來確定。
個別單位比較	2	3	4	(1)以長度不同之積木，描述另一積木的長。 (2)以長度相同之積木，描述另一積木的長。	1.以不同長度的數學積木累積出紙條的長度，再點出用同長的數學積木累積出的描述上之方便性。 2.經驗各種同長累積的可能性，並抽出最短的白色積木做為累積其他積木長的基礎單位。詳見示例。
	3	4	7	(1)透過故事情境，以異物及同物累積活動，描述大物件的長。 (2)讓學生仿作同物累積的活動，作為介紹1公尺公制單位的動機。	透過祭臺的故事來討論使用不同的個別單位描述某一事物的長度會產生不同的結果，從而產生使用共同單位的需求，以引入1公尺。

活動示例：

2-3-4：(1)以長度不同之積木，描述另一積木的長。

(2)以長度相同之積木，描述另一積木的長。

預備經驗：能複製物體的長。

情境布置：學生：每位學生白色積約20個，紅色積木10個，淺綠、粉紅、黃色積木各6個，深綠、黑、褐、橘色積木各2個，數學課本第28頁上段圖中之淺藍色紙帶。

教師：與學生同，但積木及淺藍色紙帶，需同倍放大（可使用長為數學積木之3倍），以利於黑板上操作。

注意事項：本活動可分組進行，以利教具之分配。教師在使用放大之數學積木時，需每次向學生提醒，此乃放大之教具。

主要問題與活動	說	明	評 量 重 點	教學活動分析流程
<p>1. 請小朋友翻開數學課本第28頁，上面有一條淺藍色的紙帶。</p> <p>2. 你們用桌上的積木排排看，怎樣排才會和這條淺藍色紙帶一樣長？</p> <p>3. 說說看，你用什麼積木排成和淺藍色紙帶一樣長？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 讓學生自由使用各種顏色的數學積木，只要他排出和淺藍色紙帶一樣長即可。 • 教師巡視行間，觀察學生在排列積木時，是否注意以下兩點： <ol style="list-style-type: none"> 1. 所排列之積木的兩端點是否對齊淺藍色紙帶的端點。 2. 積木和積木間是否緊密排列著。 • 先請排列積木時未注意對齊端點或未緊密排列之 	<ul style="list-style-type: none"> • 能使用數個積木，排出淺藍色紙帶的長。 • 能說出排積木時，須對齊紙帶的兩端點。 	<p>1. 使用不同長度的數學積木累積出紙條的長，在此積木需緊密的排成一直線段，並且需注意所排列之積木的兩端點應與紙條的兩端點對齊。</p>	

<p>4. 有的人用很多種積木來排，說的時候很麻煩又不清楚。怎樣排，說的時候會比較簡單又清楚？</p> <p>5. 如果我們用淺綠色積木來排，多少個淺綠色積木排起來會和一條淺藍色紙帶一樣長？</p> <p>6. 用多少個白色積木，可以排成和淺藍色紙帶一樣長？</p> <p>7. 還有哪幾種顏色的積木可以排得和淺藍色紙帶一樣長？各用了幾個？</p>	<p>學生上臺操作，全班共同討論正確之排法。如未發現錯誤排法者，教師可在黑板上故意製造錯誤排法，以引導學生說出排列積木時需注意之要點。並可提示學生以兩指輕輕向內推，可使積木緊密靠在一起。</p> <p>· 請數位不同排法的學生發表他們的排法。學生可能是以一種積木或數種積木排成的。當學生各自發表後，和全班同學一起討論，哪一種排法在說的時候比較簡單又清楚，引導學生每次以一種積木來排。</p> <p>· 如果已有學生排過以一種淺綠色積木來排，可請其發表結果，如果沒有人排過就請全班學生排排看。</p> <p>· (同上)。</p> <p>· 讓學生嘗試以不同顏色的積木，分別去排淺藍色紙帶的長。因淺藍色紙帶長12公分，故白</p>	<p>· 能說出積木和積木間要緊密靠在一起。</p> <p>· 能說出用了哪些積木及個數。如 ① 3個粉紅色積木。 ② 1個藍色積木、1個紅色積木和1個白色積木。 ③ 1個粉紅色積、1個黃色積木和3個白色積木。</p> <p>· 能說出以一種顏色來排。</p> <p>· 能說出4個淺綠色積木。</p> <p>· 能說出12個白色積木。</p> <p>· 能分別說出用紅色6個，淺綠色4個，粉紅色3個，深綠色2個。</p>	<p>1. 意圖讓學生體會使用數種不同長度的數學積木複製紙條的長，在描述結果時的不方便。</p> <p>1. 意圖讓學生體會使用數種同長度的數學積木複製紙條的長，在描述結果時的方便。</p>
--	--	--	---

<p>8. 你們的桌上有幾種顏色的積木？</p> <p>9. 哪一種顏色積木最短？</p> <p>10. 現在我們用白色積木來排其它顏色積木。</p> <p>11. 排排看，多少個白色積木和一條淺綠色積木一樣長？</p>	<p>色、紅色、淺綠色、粉紅色及深綠色積木，可分別排出和淺藍色紙帶一樣長。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 能說10種。 • 能說出白色積木最短。 • 能說出3 個白色積木。 	<p>讓學生經驗以白色積木複製其他積木長時之單位，做為導引以後長度之基本單位之前置經驗。</p>
<p>◎仿主要問題11，讓學生以白色積木去排紅、淺綠、粉紅、黃、深綠、黑和褐色等積木的長。</p>			
<p>12. 一條橘色積木和幾個白色積木一樣長？排排看。</p> <p>13. 兩條橘色積木接起來（排成一排）和幾個白色積木一樣長？排排看。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 請每位學生皆以白色積木排出橘色積木的長。 • 如有學生未排前即說出20個白色積木，教師可詢問其如何得知，但仍要求其實際排排看，以驗證之。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能說出10個白色積木。 • 能說出20個白色積木。 	<p>1. 經驗以橘色積木做為「十」的單位之表徵。</p>

N-2-10 能認識各種量的普遍單位，應用在生活中的實測和估測活動，並培養出量感（普遍單位：千米、毫米、公升、毫公升、時、分、秒）

活動類別	82年版之活動目標			核心布題	
	冊別	單元別	活動別		
普遍單位的認識	3	4	3	(1)以1公分長的白色積木，進行逐一累加的活動，讓學生經驗幾個1公分長的積木，緊排成一列就是幾公分。 (2)每次累加1公分長的積木，其總長度就增加1公分。	1.確認1個白色積木的長是1公分。 2.兩個白色積木連在一起來的長是2公分。
	3	4	9	在實物上，做出1公尺長的記號，培養1公尺的量感。	1.量量看，身上（教室）的哪裡到哪裡是1公尺？
	3	4	10	(1)以1公尺長的直尺，進行逐一累加的活動，讓學生經驗，幾把1公尺長的直尺緊排成一列就是幾公尺。 (2)每次累加1公尺長的直尺，總長就增加1公尺。	1.把兩把1公尺長的直尺接起來是幾公尺？ 2.再接1公尺，全長是幾公尺？
普遍單位的實測	3	4	4	會使用公分刻度尺，進行長度小於100公分的實測活動。	1.用公分刻度尺測量小於100公分的物件之長。例如：測量“數學課本”的長度。
	3	4	5	先猜物件的長，再實測驗證，產生長度估測的前置經驗，以增進量感的培養。	1.猜猜看，這張紙條長幾公分？ 2.再拿出尺來量量看，這張紙條長幾公分？
	3	4	6	在物件上(如繩子)做出100公分以內的長度。	1.剪一條長度是35公分的繩子，並與同學相互確認。
	3	4	8	使用以公尺為刻度單位的大尺(繩子尺)，描述具體物的長度。	1.以公尺為刻度的尺來測量某物件的長。
	3	4	11	先以猜測的方式，找出長度大約是2公尺和3公尺的物件，再使用累積1公尺長的直尺去實測驗證，產生長度估測的前置經驗，增進量感的培養。	1.找找看，猜猜看，教室的哪裡到哪裡（或什麼東西的長）是2公尺，然後確認，再檢查哪一組猜得最接近。
	5	2	3	以公分為個別單位，進行長度的累加活動，以描述物件的長。	1.用一把長15公分或30公分的直尺來測量報紙上某指定邊的長度大約是幾公分。
	5	2	4	以毫米為單位，進行長度為10毫公尺以內的實測活動。	1.與學生溝通使用毫公尺來描述小於1公分的物件長。 2.實測數學課本和十元硬幣的厚度各是幾毫公尺。

	7	9	4	以指定的校園路線圖，進行以公尺為單位的長距離實測。	照著校園路線實測圖，用皮尺分段量量看，從校園經過川堂、涼亭、滑梯、合作社、司令臺到花園合起來是多少公尺？詳見示例。
	7	9	5	透過校園路線圖，認識1公里。	<ol style="list-style-type: none"> 1.實測校園內路線的距離。 2.根據學生實測的結果得知1000公尺和1000個1公尺合起來一樣長。 3.與學生溝通1000公尺也可以說成1公里。詳見示例。
普遍單位的估測	9	15	4	已知身體特定部位的長(步長、一筭)為若干公分，以此長度為單位，估測指定的物長或距離(例如：桌長、教室的寬)。	<ol style="list-style-type: none"> 1.用一掬量量看，桌子的長和幾個一掬合起來一樣長？ 2.再用腕尺量量看桌子的長和幾個一腕尺合起來一樣長？ 3.不用尺量，想想看桌子的長大概是幾公分？ 4.檢查估測準不準。
	9	15	5	透過實測活動，認識圓周長大概是直徑的3倍多。	<ol style="list-style-type: none"> 1.要幾條和直徑一樣長的紙條合起來才會和圓周一樣長？

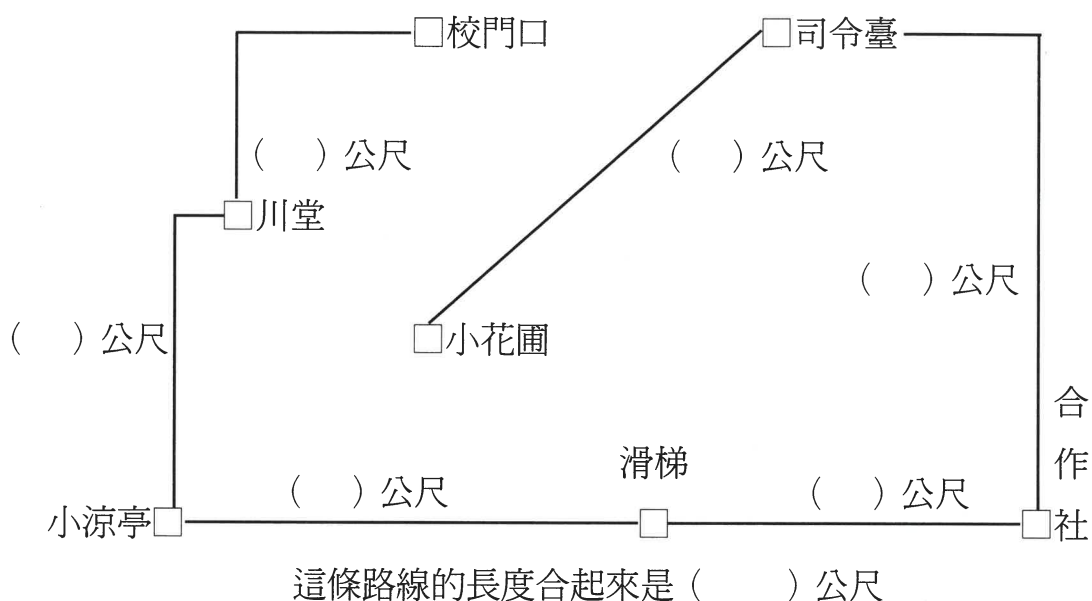
活動示例：

7-9-4：以指定的校園路線圖，進行以公尺為單位的長距離實測。

預備經驗：解決以整公尺和整公分為單位的長度量的分解、合成問題。必要時，要做整公尺和整百公分的化聚。（第六冊第五單元活動8）

情境布置：(1)上課前，教師將學生分成4~6人一組。

(2)上課前，教師規畫好要兒童實測的校園路線圖（1公里），並在轉彎處做記號。路線圖依學校環境由教師自行設計之，每組一張，供實測時之參照。



注意事項：(1)本活動於教室外進行。每組準備筆記本一本、鉛筆一枝，便於記錄。

(2)如果校園太小，教師設計的路線圖可交錯。若無交通安全顧慮，亦可設計校園外圍1公里路線，以供測量。

(3)路線應標示明確清楚，便於測量。如有不易分辨之處，應用標示物標示之。

(4)設計之路線，可考慮永久性，以便將來教學之用。

(5)本活動之主要問題，依上述之校園路線圖為之。教師教學時，請以教師設計的實際路線圖取代之。

(6)本活動結束時，請將各組填寫好的校園路線圖收回，以便活動5時討論之用。

主要問題與活動	說 明	評 量 重 點	教學活動分析流程
1.說說看，1公尺有多長？	<ul style="list-style-type: none"> • 學生可能的回答： <ol style="list-style-type: none"> (1)用手比出1公尺大概有多長。 (2)1公尺是100公分。 (3)其他。 • 學生如果不會描述，教師可拿出皮尺，拉出1公尺，請學生觀察1公尺的刻度及長度。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能比出1公尺的長度或說出1公尺是100公分。 	1.能用描述或比的方式，建立1公尺的量感。
2.說說看，10公尺有多長？	<ul style="list-style-type: none"> • 學生可能的回答： <ol style="list-style-type: none"> (1)10個1公尺。 (2)1000公分。 (3)大概是從教室前面到後面那麼長。 (4)其他。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能說出10公尺有多長。 	1.嘗試在教室裡做出大約10公尺的長度。
3.（教師把皮尺拉出10公尺）在皮尺上指出，從哪裡到哪裡是10公尺？	<ul style="list-style-type: none"> • 請學生觀察皮尺上0~10公尺每1公尺的刻度，並能知道10公尺有多長。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能比出10公尺的長度。 	能用大尺（如皮尺）檢驗10公尺。
4.照著這張校園路線實測圖，用皮尺分段量量看，從校門經過川堂、涼亭、滑梯、合作社、司令臺到花園，合起來是多少公尺？	<ul style="list-style-type: none"> • 每組發給一個皮尺和一張校園路線實測圖，並分配各組學生從不同的地點向同一方向開始測量，避免混亂。 • 測量時，把每一小段的測量結果記錄在括號內，再算算校門到花園，大概是多少公尺，填在括號內。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能進行實測活動，並把結果記錄在路線實測圖中。 	<ol style="list-style-type: none"> 1.此為本活動核心佈題。 2.在生活中進行以1公尺為單位的長距離實測活動，作為發展1公里長的前置活動。

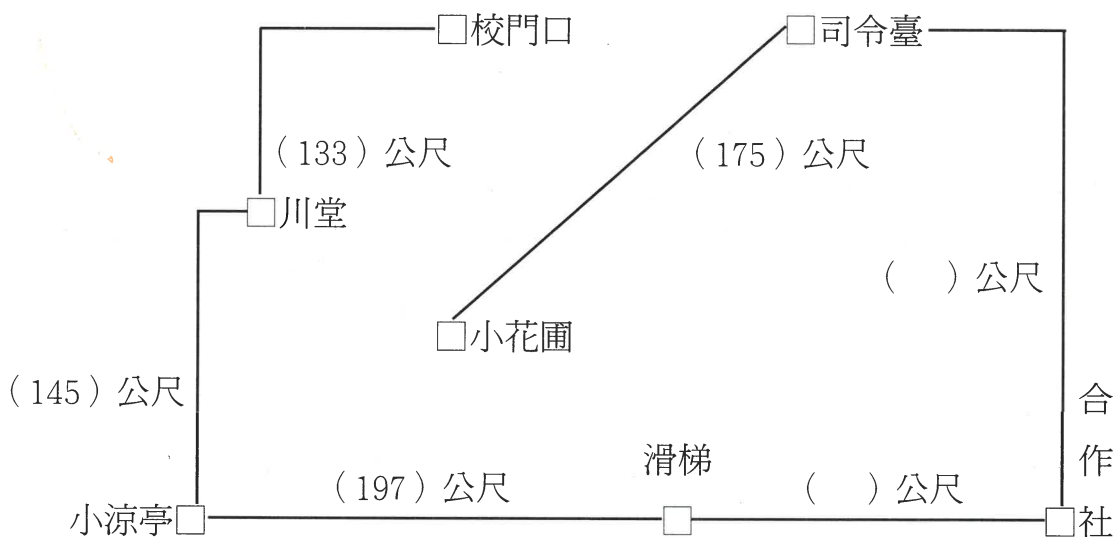
活動示例：

7-9-5：透過校園路線圖，認識1公里。

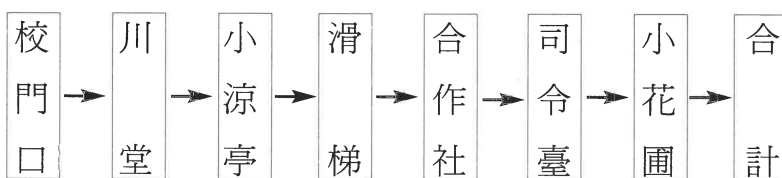
預備經驗：以指定的校園路線圖，進行以公尺為單位的長距離實測。

(本冊本單元活動4)

情境布置：(1)上課前，教師將實測的路線圖及先行測得的數據，畫在黑板上，以便於討論。畫在黑板上的線條之比例請儘量和路線的長度一致。(教師可先製作投影片，以投影機投射代之。)



這條路線的長度合起來是 (1000) 公尺



第一組							
第二組							
第三組							
第四組							
第五組							
第六組							

(3)習作甲冊第67頁第6題。

注意事項：本活動主要問題依上圖為之。教師執行時，應以實測的數據取代。

主要問題與活動	說 明	評 量 重 點	教學活動分析流程
<p>1.這是各組上一節課校園路線的測量結果。</p> <p>2.大家同意各組的測量結果嗎？</p> <p>2-1第x組，你們是怎麼測量的？</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 5px 0;">解題過程合理性的討論參考模式</div> <p>3.（若全班能同意某組的測量結果較為合理，即以該組之測量結果進行討論；否則以教師先行測量的結果，作為討論的題材）說說看，校門口到川堂有多少公尺？從川堂到小涼亭有多少公尺？… … 從司令臺到小花圃有多少公尺？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 測量皆有誤差，請學生討論出可以接受的範圍來。 • 如果某組的測量結果誤差太大，大家不同意，請進行主要問題2-1。 • 請該組同學報告測量的方法，全班同學共同討論測量誤差大的原因。 • 教師依照自行設計的路線圖，仿主要問題3~5進行。 • 指名學生回答，學生回答時，以第x組為主（或教師的實測結果）。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能共同討論出可接受的測量結果。 • 能共同討論出測量誤差大的原因。 • 能看圖說出從某地到某地有多少公尺。 	<p>1. 透過全體合理的討論模式，澄清測量的誤差值可容許的範圍。</p> <p>1. 如果誤差值太大時，應探究測量過程中的不當的部份，並加以修正，使大家的測量值接近合理的範圍。</p> <p>1. 依據全班較能接受的測量值，進行看圖描述兩地點間的距離是多少公尺。</p>

<p>4. 想想看，從校門口經過川堂到小涼亭有多少公尺？ 從校門口經過川堂、小涼亭到滑梯有多少公尺？ ……從校門口經過川堂、小涼亭、滑梯、合作社、司令臺到小花圃有多少公尺？</p> <p>5. 從校門口經過川堂、小涼亭、滑梯、合作社、司令臺到小花圃是 x 公尺。1000公尺，是幾個1公尺合起來的？</p> <p>6. 1000個1公尺合起來的長，可以說成1000公尺。還有沒有不同的說法？</p> <p>7. 1000公尺也可以說成1公里。1公里是1000個1公尺合起來的長度。很長很長的路，我們都用「公里」來表示。從基隆到高雄全長是373公里。</p> <p>8. 小朋友可利用課餘時間，按此路線走一次，看要花多少時間？大概要走多少步？</p>	<p>· 「x公尺」和1000公尺很接近。教師根據學生實測的結果宣告。</p> <p>· 學生可能的說法： (1) 1公里。 (2) 10個100公尺。 (3) 其他。</p> <p>· 教師板書「公里」，亦可寫成「km」，口念公里，將「km」當成符號。</p> <p>· 配合習作甲冊第67頁。</p>	<p>· 能看圖說出某地到某地有多少公尺。</p> <p>· 能說出1000公尺（或接近1000公尺）是1000個1公尺合起來的。</p> <p>· 能說出1000公尺也可以說成1公里。</p> <p>· 能進行實測活動。</p>	<p>1. 能看圖從校門口為起點，依測量的路線逐步累加距離的長，直到1000公尺為止。</p> <p>1. 學生能說出1000公尺是1000個1公尺合起來。</p> <p>1. “1000公尺也可以說是1公里”是社會的共識，本問句旨在讓學生認識，並能以此作為溝通工具。</p> <p>1. 本問句是布題核心，主要是讓學生認識「km」是公里，1公里是100個1公尺合起來的長度。 2. 能與生活結合，讓學生知道中山高速公路上的標長都是用「公里」的長度單位表示。</p> <p>1. 期望與生活結合，進行實測，以建立學生1公里的量感。</p>
---	---	---	---

N-2-11 能理解生活中，各種量的測量工具上刻度間的結構，進而對以同單位表達的量作形式計算。

活動類別	82年版之活動目標			核心布題	
	冊別	單元別	活動別		
測量工具上刻度間的結構	3	4	2	透過比對與實測，確定每把公分刻度尺的每個間隔都是1公分。	1. 確認公分刻度尺上的每一個間隔的長都是1公分。
	3	4	12	介紹如何使用皮尺(公尺刻度)測量大物件的長是幾公尺。	1. 與學生溝通使用皮尺來量比較長的距離。 2. 認識皮尺上的刻度。 3. 測量教室中前門到後門的距離。
同一測量單位的合成、分解與算式紀錄	5	2	1	用算式紀錄來描述長度的分解合成活動，並透過將線段離散化的方式，說明算式。	1. 先量出15公分長的吸管，再量要剪掉的4公分長，再量剩下的吸管長是11公分，最後用算式記錄解題過程。
	5	2	2	用實際長度的線段圖表示長度的合成分解的情境，並列出算式解題。	1. 全長15公分的吸管，剪掉9公分，剩下幾公分？不用尺量，先用算式填充題記錄問題，再算出答案。詳見示例。

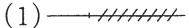
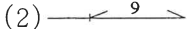
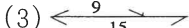
活動示例：

5-2-2：用實際長度的線段圖表示長度的合成與分解的情境，並列出算式解題。

預備經驗：用算式紀錄來描述長度的分解合成活動，並透過線段離散化的方式，說明算式。

情境布置：1. 教師準備一條兩種顏色接起來的繩子，如黃色那一段長15公分，紅色那一段長8公分。（若準備不易，教師可在黑板畫出即可）
2. 活動1學生所操作的吸管（紙條亦可）。

（配合課本第11~12頁）

主要問題與活動	說 明	評 量 重 點	教學活動分析流程
1. 畫一條長15公分的直線來代表這根吸管。	<ul style="list-style-type: none"> 學生畫一條15公分長的直線。 	<ul style="list-style-type: none"> 能用一條長15公分的直線代表15公分長的吸管。 	用實際線段圖表示長度，作為解長度分解之表徵工具。
2. 現在要將這根吸管剪掉9公分，想想看，在這條直線上該怎麼表示？	<ul style="list-style-type: none"> 學生自行繪製，教師行間巡視，若學生不如所措，教師可拿出做過記號的吸管來提醒，如「記不記得，要剪掉4公分時，先要量，再做記號？」 學生可能的畫法如下： <ul style="list-style-type: none"> (1)  (2)  (3)  (4) 其他 	<ul style="list-style-type: none"> 在15公分的直線上，畫出將被剪掉9公分的表徵。 	以線段圖表徵整段剪掉和剩餘部分，有助於形成拿走型解題算式。
3. 甲生，說說看，你是怎麼畫的？	<ul style="list-style-type: none"> 請數名學生上臺說明其圖示的表徵。 若學生不知如何表達，教師可透過下面的問話，來幫助學生說明： <ul style="list-style-type: none"> (1) 「從哪裡到哪裡代表15公分長的吸管？」 	<ul style="list-style-type: none"> 能說明圖示所代表的意義。 	藉線段圖之解讀，溝通表徵與問題的關係。

	<p>(2)「哪裡到哪裡代表被剪掉9公分長的吸管？」</p> <p>(3)「哪裡到哪裡是代表剩下的長？」</p>		
4. 他這樣畫，清楚嗎？有沒有需要補充的？		<ul style="list-style-type: none"> 能澄清發表者的畫法是否合理。 	教室內群體討論文化中，教師促進學童溝通的用語。
5. 全長15公分的吸管，剪掉9公分，剩下幾公分？不用尺量，先用算式填充題記錄問題，再算算看。	<ul style="list-style-type: none"> 教師一面說明，一面比畫圖示中各線段。 學生先用算式填充題記錄問題，再算出答案。 若學生直接寫出$15-9=6$亦可，並不要求學生一定要寫成$15-9=(6)$。 	<ul style="list-style-type: none"> 能用$15-9=()$記錄問題，再算出剩下吸管的長。 	<p>此為本活動核心布題。</p> <ul style="list-style-type: none"> 期望學童在不用尺量的情形下，能與拿走型之算式填充題連結後求解。
6. 甲生，用你的紀錄並配合你所畫的圖，告訴我們你是怎麼做的？	<ul style="list-style-type: none"> 教師可透過「解題過程溝通的參考模式，請數位學生說明其解題過程。 	<ul style="list-style-type: none"> 能根據解題過程和圖示表徵，說明紀錄的意義。 	<ul style="list-style-type: none"> 此為本活動之核心布題。 期待學童說：15公分是15個1公分，9公分是9個1公分，記做$15-9$的意思是從15個1公分拿走9個1公分的意思。
7. 他這樣做，合理嗎？	<ul style="list-style-type: none"> 教師可透過「解題過程合理性的討論參考模式」讓學生討論是否能合理解題。 		7. 促進學童溝通。
8. 用尺檢查看看，剩下的這段長是不是6公分？	<ul style="list-style-type: none"> 學生用尺測量圖示中代表剩下的那一段長度。 	<ul style="list-style-type: none"> 能用尺檢查並確定剩下的長度。 	8. 具體檢驗，支持算式解題策略的正當性。

N-2-12 能知道同類量中二階單位之間的關係及使用二階單位作描述，並利用此關係作整數化聚。

活動類別	82年版之活動目標			核心布題	
	冊別	單元別	活動別		
同類量二階單位量的關係	6	5	5	<p>透過以公分尺實測1公尺物長的活動，認識100個1公分聚成1公尺。</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 確認15個1公分合起來是15公分。 2. 確認100個1公分合起來和1公尺一樣長。
	6	5	6	<p>以公分為單位和公尺為單位的長度之比較，並利用$<$、$>$、$=$符號記錄結果。</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 能將100公分和1公尺一樣長，記成100公分=1公尺，或1公尺=100公分。 2. 能比較兩物件的長短，並用「$>$」「$<$」來記錄比較結果。例如：80公分$>$60公分或1公尺$>$80公分 <p>註：只做\times公尺和\circ公分，或公分和公分間的比較，不做複名數的比較。</p>
	6	5	9	<ol style="list-style-type: none"> (1) 觀察尺上的刻度，認識10毫米聚成1公分。 (2) 利用$<$、$>$、$=$符號記錄以公分為單位和毫米為單位的長度之比較結果。 	<ol style="list-style-type: none"> 1. 確認10個1毫米合起來和1公分一樣長，並記成10毫米=1公分或1公分=10毫米。 2. 比較1公分和6毫米的長短，並將其將結果用「$>$」「$<$」的符號來記錄。
二階單位量的化聚	6	5	7	<p>透過實測活動，將整百公分聚成整公尺。</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 透過實測得知200公分是2公尺。 2. 2個100公分合起來是200公分。 3. 依據上面結果，推論8個100公分合起來是800公分，800公分是8公尺。
	6	5	8	<p>解決以整公尺和整公分為單位的長度的分解、合成問題。必要時，要做整公尺和整百公分的化聚。</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. 長2公尺的繩子剪掉150公分，不要用尺量，剩下的繩子會有多長？ 2. 用尺檢驗剩下的繩長，是否為50公分。 3. 將70公分長的紙條接上30公分長的紙條，合起來有幾公尺長？

					4. 討論並溝通解題過程的合理性。
二階單位量的合成分解	8	11	1	以公尺、公分為複名數單位，解決合成、分解的問題，並用算式記錄解題過程。	1. 有兩張一樣寬的桌子，一張長2公尺40公分，另一張長3公尺78公分，兩張桌子合起來有幾公尺幾公分？滿100公分部分以1公尺表示。詳見示例。
	8	11	2	以公里、公尺為複名數單位，解決合成、分解的問題，並用算式記錄解題過程。	1. 文南練習跑步，上午跑了1600公尺，下午跑了2500公尺，上午和下午共跑了幾公里幾公尺？滿1000公尺的部分以1公里表示。
	8	11	3	以公分、毫公尺為複名數單位，解決合成、分解的問題，並用算式記錄解題過程。	2. 用算式把做法記下。 1. 故事書一本厚1公尺6毫公尺，2本一樣的故事書疊起來厚幾公分幾毫公尺？滿10毫公尺的部分以1公分表示。 2. 用算式把你的做法記下。

活動示例：

8-11-1：以公尺、公分爲複名數單位，解決合成、分解的問題，並用算式記錄解題過程。

預備經驗：認識公分與公尺之間的化聚。（第六冊第三單元活動10）

參考資料：〔表11-1〕

〔11-1〕以公尺、公分爲複名數單位的長度合成、分解問題，學生可能的做法和紀錄

學生可能的策略	學生可能的做法	學生可能的紀錄	備 注																
<p>例1：有兩張一樣寬的桌子，一張長2公尺40公分，另一張長3公尺78公分，兩張桌子合起來長幾公尺幾公分？</p> <p>例2：一條繩子長4公尺30公分，剪掉1公尺50公分後，還剩下幾公尺幾公分？</p>																			
<p>(1)同時化成低階單位，進行合成或分解活動後，再化作複名數。</p>	<p>2公尺40公分是240公分，3公尺78公分是378公分。</p> <p>240公分和378公分合起來是618公分。</p> <p>618公分是6公尺18公分。</p>	<p>2公尺40公分=240公分</p> <p>3公尺78公分=378公分</p> <p>240+378=618</p> <p>618公分=6公尺18公分</p>																	
<p>(2)① 在各個測量單位下分別進行合成活動後，再依需要進行聚的活動。</p>	<p>以例1爲例說明：</p> <p>2公尺和3公尺合起來是5公尺：</p> <p>40公分和78公分合起來是118公分，滿100公分要以1公尺表示，就是1公尺18公分。</p> <p>1公尺18公分和5公尺合起來是6公尺18公分。</p>	<p>(1)2+3=5</p> <p>40+78=118</p> <p>118公分=1公尺18公分</p> <p>5+1=6，6公尺18公分</p> <p>(2) (3)公尺 公分</p> <table style="border-collapse: collapse; margin-left: 20px;"> <tr> <td style="padding-right: 10px;">2公尺</td> <td style="padding-right: 10px;">40公分</td> <td style="padding-right: 10px;">+</td> <td style="padding-right: 10px;">3公尺</td> <td style="padding-right: 10px;">78公分</td> <td style="padding-right: 10px;">=</td> <td style="padding-right: 10px;">6公尺</td> <td style="padding-right: 10px;">18公分</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	2公尺	40公分	+	3公尺	78公分	=	6公尺	18公分									<p>若學生出現直式紀錄例如(2)(3)，請教師淡化處理。</p>
2公尺	40公分	+	3公尺	78公分	=	6公尺	18公分												
<p>②先依需要進行化的活動，才在各個測量單位下分別進行分解活動。</p>	<p>以例2爲例說明：</p> <p>4公尺減1公尺剩3公尺：</p> <p>30公分不夠減50公分，所以向3公尺借1公尺，再把1公尺換成100公分，100公分減去50公分剩下50公分，加上原來的30公分是80公分。</p> <p>所以剩下2公尺80公分。</p>	<p>(1)4-1=3</p> <p>3-1=2</p> <p>100-50=50</p> <p>50+30=80，2公尺80公分</p> <p>(2) 3公尺 100公分</p> <table style="border-collapse: collapse; margin-left: 20px;"> <tr> <td style="padding-right: 10px;">4公尺</td> <td style="padding-right: 10px;">30公分</td> <td style="padding-right: 10px;">-</td> <td style="padding-right: 10px;">1公尺</td> <td style="padding-right: 10px;">50公分</td> <td style="padding-right: 10px;">=</td> <td style="padding-right: 10px;">2公尺</td> <td style="padding-right: 10px;">80公分</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	4公尺	30公分	-	1公尺	50公分	=	2公尺	80公分									
4公尺	30公分	-	1公尺	50公分	=	2公尺	80公分												

<p>(3)同時聚成高階單位，進行合成或分解活動後，再化為複名數。</p>	<p>2公尺40公分是$2\frac{40}{100}$公尺，3公尺78公分是$3\frac{78}{100}$公尺</p> <p>$2\frac{40}{100}$公尺和$3\frac{78}{100}$公尺合起來是$6\frac{18}{100}$</p> <p>$6\frac{18}{100}$公尺是6公尺18公分</p>	<p>2公尺40公分=$2\frac{40}{100}$公尺</p> <p>3公尺78公分=$3\frac{78}{100}$公尺</p> <p>$2\frac{40}{100}$公尺+$3\frac{78}{100}$公尺</p> <p>=$5\frac{118}{100}$=$6\frac{18}{100}$</p> <p>$6\frac{118}{100}$公尺=6公尺18公分</p>	
---------------------------------------	---	--	--

(配合課本第105頁)

主要問題與活動	說 明	評 量 重 點	教學活動分析流程
1. 1公尺是多少公分？ 2. 5公尺是多少公分？7公尺呢？ 3. 300公分是多少公尺？400公分呢？	<ul style="list-style-type: none"> 主要問題1~3旨在複習舊經驗。 教師可改問其他長度。 教師可改問其他長度，但必須是整百公分。 	<ul style="list-style-type: none"> 能回答100公分。 能回答500公分。 能回答3公尺。 	<ul style="list-style-type: none"> 複習普遍單位公尺、公分之間的化聚關係，以確認學童的長度量的先備知能，作為展開本活動的基礎。
4. 有兩張一樣寬的桌子，一張長2公尺40公分，另一張長3公尺78公分，兩張桌子合起來長幾公尺幾公分？滿100公分的部分以1公尺表示。	<ul style="list-style-type: none"> 學生解題，教師行間巡視。 此時尚不要求學生用算式記錄做法，但若大部分的學生都已自行使用算式記錄做法，則將主要問題5、6合併討論，請學生同時說明做法和算式。 若有學生質疑複名數（例如：2公尺40公分）表示法的意義時，教師說明「2公尺40公分和2個1公尺與40個1公分合起來一樣長」。 若學生不會解題，教師可仿〔表11-1〕策略(1)的方式引導學生解題。 若學生的答案為5公尺118公分，教師宜提示「滿100公分的部分以1公尺表示」。 	<ul style="list-style-type: none"> 能回答6公尺18公分。 	<ul style="list-style-type: none"> 此為本活動核心布題。 雖然日常生活中用兩個以上的單位表示量的方式已經很少，已經被所謂的科學記法取代（如1.865公里），然本活動仍期望學童瞭解高、低階單位轉換，其策略有三種： <ol style="list-style-type: none"> 同時化成低階單位進行合成（或分解），再化作複名數。 在各個測量單位下分別進行合成（或分解）活動，再依需要進行聚（或化）的活動。 先依题目的有效性進行化（或聚）的活動，再進行各個測量單位下分別進行分解（或合成）活動。 使用多單位表示時，低階單位的數量一滿，即需折算到高階單位，此一規約剛開始時宜向學童宣告，待其習慣後，再加以省略。

<p>5.說說看，你怎麼知道的？</p> <p>解題過程合理性的討論參考模式</p>	<ul style="list-style-type: none"> 學生可能的說法參見〔表11-1〕。 教師指名不同做法的學生上臺發表。 	<ul style="list-style-type: none"> 能說明做法。 能討論與判斷發表者的說法是否合理。 	<p>藉做法的說明，溝通合理性的解題策略。</p>
<p>6.用算式把你的做法記下來。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 學生可能的紀錄參見〔表11-1〕。 	<ul style="list-style-type: none"> 能用算式記錄做法。 	<p>期望學童用算式記錄解題的過程與結果。</p>
<p>7.說說看，你的算式記了些什麼？</p> <p>解題過程合理性的討論參考模式</p>	<ul style="list-style-type: none"> 可先請主要問題5發表過的學生展示紀錄，再找出其他不同紀錄的學生上臺發表。 若有學生使用類似〔表11-1〕策略(2)的直式紀錄時，教師可請學生說明算式意義後，淡化處理。 若學生用算式記錄做法時，漏記「化聚」的過程（例如學生說出「2公尺40公分是240公分」，但找不到對應的紀錄「2公尺40公分=240公分」），教師宜指出漏記處，要求學生記錄，若學生不會記，請教師自行指出。 	<ul style="list-style-type: none"> 能說明算式的意義。 能討論與判斷發表者的說法是否合理。 	<p>藉算式的說明，溝通算式與原情境和解題之關連。</p>
<p>8.檢查看看，你把滿100公分的部分以1公尺表示了嗎？以後只要滿100公分的部分都要以1公尺來表示。</p>		<ul style="list-style-type: none"> 能檢查並回答。 能建立滿100公分以1公尺表示的共識。 	<p>具體檢驗，支持多階單位運算的規約，並期待學童養成習慣。</p>

N-2-19能利用等分好的線段上，做出一條簡單的整數數線，並能進一步延伸至簡單的分數和小數的數線。

活動類別	82年版之活動目標			核心布題
	冊別	單元別	活動別	
認識數線結構	9	8	1	認識數線結構。 <ol style="list-style-type: none"> 1. 透過觀察尺上面的刻度間的等長和表徵的數字，知道刻度0到刻度5是5公分。 2. 能指出公分刻度尺上刻度0到刻度15是15公分。 3. 能知道公分刻度尺上刻度2到刻度6是4公分。 4. 透過觀察中山高速公路里程明細圖，知道圖上的公里數表示距起點的里程數，並能知道兩地的距離有多少公里。 5. 透過觀察鐵路營運里程的放大圖，知道圖上的數字表示距起點的里程數，並能知道兩地的距離有多少公里。
	9	8	2	在給出等分刻度的單位長直線段上，標出各刻度對應的分數座標。 <ol style="list-style-type: none"> 1. 能知道一條1公尺的繩子平分成5段後，每一段都一樣長，並能以五分之一公尺來描述每一段繩長。 2. 用五分之二公尺描述2段繩子…，及$\frac{5}{5}$公尺的繩子和1公尺繩子一樣長。 3. 能在已標示5段的1公尺長的繩子的左邊端點標上0，右邊端點標上1，表示從左邊的端點到右邊的端點長是1公尺。 4. 能從繩子標0的一端到1的一端中平分的位置記上$\frac{1}{5}$、$\frac{2}{5}$、$\frac{3}{5}$、$\frac{4}{5}$、$\frac{5}{5}$。 5. 能將3公尺長的繩子平分成3段，並能以1公尺長平分3段，在1公尺的位置標記“1”，在2公尺的位置標記“2”，在3公尺的位置標記“3”，再將每一段繩長平分成3小段，然後依序說出$\frac{1}{3}$公尺、$\frac{2}{3}$公尺、$\frac{3}{3}$公尺…$\frac{9}{3}$公尺、或$\frac{1}{3}$公尺、$\frac{2}{3}$公尺、$1\frac{1}{3}$公尺…3公尺。 6. 能將已平分9段的3公尺長的繩子，左邊端點標記0，右邊端點標記3，從左邊端點到右邊端點的長是3公尺，然後在每個平分記號的位置標記$\frac{1}{3}$、$\frac{2}{3}$、$\frac{3}{3}$、$\frac{4}{3}$…$\frac{9}{3}$或$\frac{1}{3}$、$\frac{2}{3}$、1、$1\frac{1}{3}$、…3。詳見示例。

活動示例：

9-8-2：在給出等分刻度的單位長直線段上，標出各刻度對應的分數座標。

預備經驗：(1)給一條等分成 \times 個部分的繩子，對真分量加以命名。

(第五冊第十一單元活動5)

(2)在「單元分數所指示的內容物為多個獨立個物」的情境中，透過假分數（分母 ≤ 12 ）數詞與帶分數（分母 ≤ 12 ）數詞所描述的量的比較，經驗假分數數詞序列與帶分數數詞序列的關係。（第八冊第六單元活動6）

情境布置：(1)教師準備2條1公尺長的繩子，第一條等分成5段，第二條等分成4段，做上記號，不需要剪斷。

(2)教師準備長直尺，以便在黑板畫線段。

(3)教師準備1條3公尺長的繩子，將繩子等分成9段，並在繩子上做記號。如下：



注意事項：本活動以長度為被等分的素材，教師在提及「1條繩子」或等分後的「1段繩子」時，應具體的加以指示，以免兒童產生混淆。

（配合課本第89頁）

主要問題與活動	說 明	評 量 重 點	教學活動分析流程
(揭示1條平分成5段的1公尺長的繩子) 1.這條繩子長1公尺，它被平分成幾段？這5段繩子是不是都一樣長？	<ul style="list-style-type: none"> 請學生上台檢驗5段是否都一樣長。 學生檢驗後，將繩子固定於黑板上。 	<ul style="list-style-type: none"> 能說出5段。 能檢驗平分後的5段繩子都一樣長。 	期望學童能確認一條繩子等分成5小段後，每一段的長一樣。
2.將1公尺的繩子平分成5段後的1段繩子，我們說它是多少公尺？	<ul style="list-style-type: none"> 教師宜一邊演示，一邊布題，例如： (1)口述「1公尺的繩子」時，應以手勢沿著繩子的一端比畫到另一端。 	<ul style="list-style-type: none"> 能說出五分之一公尺。 	期望學童能用 $\frac{1}{5}$ 公尺描述一條繩子等分成5小段的每一段，且能用手在這些小段的繩子上表徵 $\frac{1}{5}$ 公尺的長度。

	<p>(2)口述「平分 成5段」時， 應以手勢比 畫平分的動 作。</p> <p>(3)口述「1段繩 子」時，應 以手勢沿著 繩子的一端 比畫到記號 處。</p> <p>·若學生的答案是 20公分，教師宜 提醒學生題目是 問「多少公尺」 。</p>		
<p>3. 將1公尺的繩子 平分成5段後的2 段繩子，我們說 它是多少公尺？ 3段繩子呢？ 4段繩子呢？ 5段繩子呢？</p>	<p>·仿主要問題2的 方式進行。</p> <p>·若有學生提出$\frac{5}{5}$ 公尺是1公尺 時，教師可請學 生討論「$\frac{5}{5}$公 尺的繩子和1公 尺繩子一樣長嗎 ？」</p>	<p>·能依序說出五分 之二公尺、五分 之三公尺、五分 之四公尺、五分 之五公尺（或1 公尺）。</p>	<p>3. 期望學童能用$\frac{1}{5}$公尺為單位分 量描述2個$\frac{1}{5}$公尺是$\frac{2}{5}$，3個$\frac{1}{5}$ 公尺是$\frac{3}{5}$公尺，4個$\frac{1}{5}$公尺 是$\frac{4}{5}$公尺，5個$\frac{1}{5}$公尺是$\frac{5}{5}$公 尺，並且知道$\frac{5}{5}$公尺和1公尺一 樣長。</p>
<p>4. 我們在這條繩子 的左邊端點標上 0，右邊端點標 上1，表示從左 邊的端點到右邊 端點的長是1公 尺。 想想看，從繩子 標0的這一端到 這些平分記號的 位置，各長多少 公尺？ 要標上什麼分數 呢？×××，說 說看。</p>	<p>·教師一邊說明， 一邊在繩子上標 示如下：</p>  <p>·學生回答後，教 師在繩子上標示 出分數如下：</p> 	<p>·能說出長度及所 要標示的分數。</p>	<p>此為本活動核心布題</p> <p>·數線概念最重要的概念之一是數 與點的對應。透過前一活動（9- 8-1）中正整數與數線上的點的 對應，本活動進一步為分數與數 線上點的對應。由於學童無法有 效等分一線段，因此採取先標上 等分點後，再令學童標上單位分 數與真分數的方式，進而進行假 分數與帶分數的標示。</p>

第三節 第三階段能力指標與活動分析

N-3-9 能理解同類量中不同單位間的關係（註），並作化聚活動（可以有分數、小數）。

活動類別	82年版之活動目標			核心布題
	冊別	單元別	活動別	
	12	7	1	<p>進行公分和毫公尺及公升和分公升的小數化聚。</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 確認1公分=10毫公尺後，進行7毫公尺是0.7公分的小數化聚。 2. 用公分單位表示6.1毫公尺比2.3毫公尺長3.8公分。 3. 透過1.2公分的6倍的運算結果再以毫公尺為單位化為7.2毫公尺。
	12	7	2	<p>進行公尺和公分的小數化聚。</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 確認1公尺=100公分後，進行4公分是0.04公尺的小數化聚。 2. 透過4公分的5倍運算結果，再以公尺為單位聚為0.20公尺。 3. 用公尺單位表示215公分比110公分高1.05公尺。 4. 0.02公尺也可以說是2公分。
	12	7	3	<p>進行公里和公尺、公斤和公克及公升和毫公升的小數化聚。</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 確認1000公尺=1公里後，能知道1公尺是0.001公里。 2. 透過6公尺的5倍的運算結果，再以公里為單位聚為0.03公里。 3. 206公尺以公里為單位，聚為0.206公里。 4. 透過1.394公里的3倍的運算結果，再以公尺為單位化為4182公尺。

N-3-15 能在情境中理解比、比例（包括正比例和反比例）、比值、率（百分率、ppm）的意義。

活動類別	82年版之活動目標			活動目標	核心布題
	冊別	單元別	活動別		
	12	12	1	(1)閱讀簡介圖。 (2)認識邊長關係的比例尺，並運用於地圖、室內平面圖的關係。	1.能在簡介圖上的兩個地點之間找到線段，作為表徵兩地的距離。 2.能量圖上一格的長度，並透過比例尺的圖例，算出圖上1公分相當於實際的長度。 3.形成由圖上的1公分，相當於實際長度是X公分時，可記成1：X的共識。 4.能利用比例尺算出實際地面的直線距離。

• 後記

長度的表徵是直線段，它可以任意疊合，因此長度在表現直線、直接、間接、個別單位及普遍單位比較時，都非常明顯。如果能把長度的教學做透澈了解，則對其他量的教學也很有幫助。82年實驗數材的配置，基本上按照註200及各年級內容綱要進行，在部編本中，僅對數線做了較多修改，同時把小數化聚移到小數概念較成熟的六年級來。

九年一貫教學時數減少，既然學童生活中的長度經驗很多，課程設計應多注重連結，以及生活中較少接觸的規範化的部分。總之，整體架構不必改，細節上的修飾可以做得更好。

國小數學教材分析—長度

主 編：黃敏晃 周筱亭

編 著 者：朱建正 鍾 靜 呂玉英 胡鈺麟

封面設計：林貞宇

發 行 人：何福田

發 行 所：教育部臺灣省國民學校教師研習會

地 址：臺北縣三峽鎮三樹路二號

電 話：(02)86711100

展 示 處：中華民國政府出版品展售中心

地 址：臺北市衡陽路二十號三樓

電 話：(02)23821394

印 刷 者：世偉打字印刷有限公司

地 址：台北市德昌街 185 巷 85 號

電 話：(02)23012786

中華民國九十一年六月初版一刷

統一編號

006C49890341



ISBN 957-02-7646-0



9 789570 276466

91.06, 3000本