

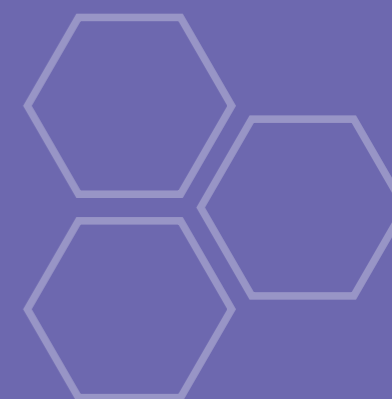


出版機關 國家教育研究院  
 編著者 數學能力測驗試題研發小組  
 發行人 柯華葳

國民小學教師資格檢定考試數學能力測驗——一〇二年預試及一〇三年首次測驗分析

# 國民小學教師資格檢定考試數學能力測驗 102年預試及103年首次測驗分析

Elementary Teacher Qualification Assessment of Mathematics  
2013 Pilot and 2014 First Test Report



國家教育研究院  
National Academy for Educational Research  
www.naer.edu.tw



國家教育研究院



國家教育研究院  
National Academy for Educational Research  
www.naer.edu.tw



# 國民小學教師資格檢定考試數學能力測驗 102年預試及103年首次測驗分析

Elementary Teacher Qualification Assessment of Mathematics  
2013 Pilot and 2014 First Test Report

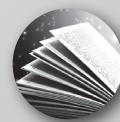


國家教育研究院

National Academy for Educational Research

[www.naer.edu.tw](http://www.naer.edu.tw)





# 目錄

## 壹、緒論

一、數學能力測驗緣起.....	3
二、102年預試簡介.....	3
三、103年首次測驗簡介.....	4
四、目的及架構.....	4

## 貳、整數試題表現

一、普通數學.....	7
二、數學教材教法.....	10
三、小結.....	17

## 參、分數、小數試題表現

一、普通數學.....	21
二、數學教材教法.....	23
三、小結.....	29

## 肆、代數試題表現

一、普通數學.....	33
二、數學教材教法.....	41
三、小結.....	42

## 伍、量與實測試題表現

一、普通數學.....	47
二、數學教材教法.....	49
三、小結.....	55

## 陸、幾何試題表現

一、普通數學.....	59
二、數學教材教法.....	66
三、小結.....	71

## 柒、統計與機率試題表現

一、普通數學.....	75
二、數學教材教法.....	80
三、小結.....	84

## 捌、總結

一、普通數學.....	89
二、數學教材教法.....	90

附錄一102年預試試題.....	95
附錄二103年首次檢測試題.....	115



# 壹、緒論







## 壹、緒論

### 一、數學能力測驗緣起

依據高級中等以下學校及幼兒園教師資格檢定辦法之「高級中等以下學校及幼兒園教師資格檢定類科及應試科目表」，我國自民國103年起，國民小學教師資格檢定科目增列「數學能力測驗」。由於數學是國小教師包班教學的教學科目之一，「數學能力測驗」列入國小教師資格檢定科目，有助於職前教師數學教學專業能力的品質檢核。

「數學能力測驗」目的是檢核國民小學職前教師數學教學專業知能與經驗，確保國民小學教師對數學相關知識的理解與应用能力。本科考試對於我國國民小學師資培育與任用，以及教師的數學教學專業能力提升，具有重要的正面意義。「數學能力測驗」命題範圍包含「普通數學」及「數學教材教法」二個領域，「普通數學」命題範圍為國民中小學數學相關知識內容，「數學教材教法」命題範圍為國民小學數學教材教法。

教育部「數學能力測驗」公布列入教師資格檢定科目後，師資培育各界相當關心此科考試的內容和方式。國家教育研究院也成立本考科試題研發小組，進行本考科評量架構和內容等研擬。為廣徵學術和師資培育等各界對於本考科的建言，本考科試題研發小組在102年1月間陸續在北、中、南三區舉辦公聽會，收集與會人員的意見並形成共識。本考科試題研發小組在民國102年9月進行「數學能力測驗」預試，期能瞭解試題量、考生作答時間、試務等相關問題，使試題研發作業更臻完善。民國103年3月所進行的首次「數學能力測驗」考試結束後，本考科的重要性和考試方式也受到各界的正面肯定。

以上所述的預試和首次考試的測驗資料相當珍貴，若能針對資料進行分析，瞭解師資培育學生的學習結果，將有助於師資培育課程、師資培育學生學習精進和提昇。

### 二、102年預試簡介

#### (一) 樣本說明

國家教育研究院發函文至設有國民小學教育學程之20所大學，參加預試考生採自願性質報名參加。每所大學報名人數有限制，合計至少30人、至多50人者，始能在該校安排考場進行預試。截至報名時間止，有13所大學參加，總計報名人數580人，實際參加預試人數477人。102年9月27日進行預試，施測時間共計100分鐘，包含考前說明及基本資料填答20分鐘、正式施測80分鐘。基本資料填答內容為考生的背景資料，包括性別、學制、有無修完普通數學、有無修完數學教材教法、準備普通數學和數學教材教法的情形等資料。

#### (二) 試題內容

「普通數學」的內容向度包含數與量、代數、幾何、統計與機率，並考慮試題的認知層次。「數學教材教法」包含數學教材內容、兒童數學概念、數學教學與評量，並兼顧數（含代數）量、幾何、統計圖表等向度。「普通數學」和「數學教材教法」各佔50分，滿分100分。試題型式包含選擇題和非選擇題兩種題型，題數和配分如表1所示。

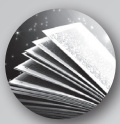


表1 102年數學能力測驗預試題型和配分

題型	領域	
	普通數學	數學教材教法
選擇題	15題 / 30分	15題 / 30分
非選擇題	填充題5題 / 10分 計算題及證明題2題 / 10分	問答題4題 / 20分

根據考生的資料填答內容顯示，68.97%的考生預試前沒有準備「普通數學」，81.97%的考生預試前沒有準備「數學教材教法」。考生預試整體表現分析結果，「普通數學」平均分數為28.24分，「數學教材教法」平均分數為22.85分，數學能力測驗預試總平均為51.09分。

### 三、103年首次測驗簡介

#### (一) 樣本說明

103年高級中等以下學校及幼兒園教師資格檢定考試於103年3月9日舉行，本科考試時間總計80分鐘，總計考生人數2200人。本科考試成績公佈後，進行本分析報告撰寫。由於非選擇題需進行診斷編碼與表現分析相當耗時，本報告乃採考卷抽樣來分析。以考區（臺北考區、臺中考區、高雄考區、花蓮考區）為分層，採分層系統隨機抽樣，共抽得733份，有效樣本數為680份，約佔全體考生人數31%。

#### (二) 試題內容

「普通數學」的內容向度包含數與量、代數、幾何、統計與機率，並考慮試題的認知層次。「數學教材教法」包含數學教材內容、兒童數學概念、數學教學與評量，並兼顧數（含代數）量、幾何、統計圖表等向度。「普通數學」和「數學教材教法」各佔50分，滿分100分。普通數學內容加強生活情境題，數學教材教法加強教學情境題，俾使考試內容與生活和數學教學情境連結。試題型式包含選擇題和非選擇題兩種題型，題數和配分如表2所示。

表2 103年首次數學能力測驗題型和配分

題型	領域	
	普通數學	數學教材教法
選擇題	15題 / 30分	15題 / 30分
非選擇題	填充題5題 / 10分 計算題及證明題2題 / 10分	問答題4題 / 20分

103年第一次數學能力測驗考試分析結果，「普通數學」平均分數為29.38分，「數學教材教法」平均分數為33.03分，數學能力測驗總平均為62.41分。

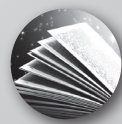
### 四、目的及架構

本數學能力測驗分析報告，根據民國102年9月所進行的「數學能力測驗」預試和民國103年3月教師資格檢定考試資料，進行試題分析與討論；其目的期能提供國小師資培育者和師資生參考，以豐富普通數學和數學教材教法授課內容，並提升國小師資生數學教學能力。本分析報告分別依整數、分數與小數、代數、量與實測、幾何、統計與機率分章節撰寫，各章節再分為普通數學與數學教材教法進行敘寫。

## 貳、整數試題表現







## 貳、整數試題表現

### 一、普通數學

#### (一) 選擇題

##### 1、102年預試第4題

內容向度	數與量				
評量目標	運用集合概念解決生活中的問題				
某班學生有29人，全班每位學生都有養狗或養貓。若養狗的學生有20人，養貓的學生有17人，問同時養狗也養貓的學生有多少人？					
(A) 8					
(B) 9					
(C) 12					
(D) 37					
選項	A*	B	C	D	其他
選項率	0.81	0.08	0.06	0	0.05

#### 說明與建議：

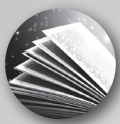
本題的目標是在評量考生是否能應用集合概念解題，利用范恩圖形來解決集合的聯集與交集問題。該題有81%的考生能解決此問題，利用  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$  公式解題， $29 = 17 + 20 - n(A \cap B)$ ，所以  $n(A \cap B) = 8$ ，這種題目在目前中小學的教材都不出現，集合概念是數學基礎的概念，建議師培課程的普通數學的教材內容應納入集合概念。

##### 2、103年教檢第1題

內容向度	數與量				
評量目標	利用除法原理解決問題				
將413除以某正整數，可得商為29，問餘數是多少？					
(A) 7					
(B) 14					
(C) 21					
(D) 28					
選項	A*	B	C	D	其他
選項率	0.9	0.06	0.03	0.01	0

#### 說明與建議：

本題的目標在於評量考生是否能利用除法原理解題。若題目是將413除以29，則餘數是多少？則非常簡單，容易解題，但是本題稍微作一點變化，將413除以某正整數，可得商為29，則餘數是多少？其實這兩個題目的本質相同，只是陳述方式不同。但仍然有10%的考生沒有覺知到這兩題之間的關係，而求算不出來。



3、103年教檢第3題

內容向度	數與量				
評量目標	利用因數、倍數解決問題				
有二個正整數 $a$ 、 $b$ ，滿足 $a+b=90$ ，且 $a$ 是 $b$ 的 5 倍；問 $a$ 的值可以用下列哪一個算式求出？					
(A) $90 \div 5$					
(B) $90 \div (5+1)$					
(C) $90 \div 5 \times (5+1)$					
(D) $90 \div (5+1) \times 5$					
選項	A	B	C	D*	其他
選項率	0.01	0.31	0.05	0.63	3/0

說明與建議：

本題的目標是要評量考生對於從已知的題意列成二元一次聯立方程式，及聯立方程式的解題過程，而非只是求出答案。 $a+b=90$ ， $a=5b$ ， $5b+b=90$ ， $b(5+1)=90$ ，所以  $b=90 \div (5+1)$ ，故  $a=5 \times 90 \div (5+1)$ 。這是國中基本教材，但只有 63% 的考生作對，有 31% 的考生錯誤選出  $90 \div (5+1)$ ，可能考生將題目看錯，只算到  $b$  的值，忘了求出  $a$  值。

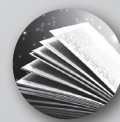
(二) 填充題

1、102年預試第2題

內容向度	數與量	
評量目標	觀察出數字關係、找出數列的規則，並求算下一項的數	
已知 1、1、2、3、5、8、13、21、34、55、89、144、233、... 為費氏數列 (Fibonacci series)，請觀察此數列之規則，並寫出 233 的下一項為 ( )。		
編碼	說明	百分比
2A	答案 377	90%
0Z	其它答案	3%
0X	空白	7%

說明與建議：

本題的目標是在評量學生是否理解費氏數列的規律性。費氏數列的規律為後一項的數字是前面相鄰兩項的和。費氏數列的規律性是一種特殊的類型，尋求規律性的問題是學習代數的基礎，雖然考生對這題表現很亮麗，達到 90% 的考生能正確回答，但仍建議師培機構將數列題材列為普通數學的教材內容。



## 2、103年教檢第5題

內容向度	數與量											
評量目標	觀察出數字關係、找出數列的規則											
若將正整數從1開始依序排列，其規律如下表：												
<table border="1" style="width: 100%;"> <tbody> <tr><td>第1列</td><td>1</td></tr> <tr><td>第2列</td><td>2 3</td></tr> <tr><td>第3列</td><td>4 5 6</td></tr> <tr><td>第4列</td><td>7 8 9 10</td></tr> <tr><td>...</td><td></td></tr> </tbody> </table>			第1列	1	第2列	2 3	第3列	4 5 6	第4列	7 8 9 10	...	
第1列	1											
第2列	2 3											
第3列	4 5 6											
第4列	7 8 9 10											
...												
則第100列最後一個數是 ( )。												
編碼	說明	百分比										
2A	答案5050	41%										
0A	答案100	1%										
0B	答案1001	1%										
0C	答案199	1%										
0Z	其它答案	26%										
0X	空白	29%										

## 說明與建議：

本題的目標是要評量考生觀察數字、發現關係、尋找規律、用各種方式來描述所發現的規律，再推廣到一般化，這是學習代數很重要的基礎。對國小學生所處理的代數範圍不到一般化，只是找已知數列的下一項或後幾項。但身為教師所應具備的知識應當超過國小學生所要學習的深度與廣度，考生要能成功解決此題必須發現到此題的規律性為：第一排排1個數，第二排排2個數，第三排排3個數，...，所以第100排應排100個數。也可以觀察到的規律是第二排的最後一個數3是1+2，第三排的最後一個數是6是1+2+3，第四排的最後一個數10是1+2+3+4，第五排的最後一個數是1+2+3+4+5...，第100排的最後一個數是1+2+3+4+...+100，所以答案為 $50 \times 51 = 5050$ 。此題不僅是涉及到看到數字的變化關係，還涉及到等差級數的和，所以難度更高，這是致使考生答對率低(41%)的理由。



## 二、數學教材教法

### (一) 選擇題

#### 1、102年預試第16題

類別向度	數學教材內容				
評量目標	瞭解加減法問題的類型				
<p>有一問題「操場上有6位男生在跳繩，又來了5位女生一起玩，現在共有多少位小朋友在玩跳繩？」，此問題是屬於下列何種題型？</p> <p>(A) 併加型問題 (B) 添加型問題 (C) 追加型問題 (D) 平衡型問題</p>					
選項	A	B*	C	D	其他
選項率	0.19	0.52	0.25	0	0.04

#### 說明與建議：

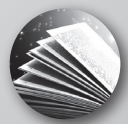
本題的評量目標主要是瞭解考生是否理解加減法問題的語意結構。小學中、低年級階段的加減法問題有各種不同的語意結構類型，該題是屬於添加型問題的語意結構，因為添加型的問題是從一個起始量開始，經過不同時間的改變，而改變了原始量而得到最終量。該題只有52%的學生做對，考生將此類型與併加型和追加型混淆，加減法的各種語意結構類型是教師在加減法文字布題時，必須要考慮的。因此，國小數學科教材教法的課程應納入加減法的各種語意結構類型。

#### 2、102年預試第23題

類別向度	數學教學與評量				
評量目標	瞭解國小學生有關整數乘法的語意				
<p>老師在低年級建立乘法概念教學時，出了一個數學問題：「媽媽買了8打鉛筆，一打有12枝，請問媽媽一共買了多少枝鉛筆？」，下列是四位小朋友的說法，請問誰的說法正確？</p> <p>(A) 小明說：8乘以12 (B) 小中說：8的12倍 (C) 小華說：8個12 (D) 小偉說：8有12個</p>					
選項	A	B	C*	D	其他
選項率	0.23	0.06	0.62	0.09	0

#### 說明與建議：

本題的目標是要評量考生是否能判斷學生有關乘法倍的語言的說法正確。一打鉛筆有12枝，8打一共有幾枝？以乘法算式將問題記錄為，表示12有8個或8個12，或12的8倍。這是國小二年級乘法的啟蒙教材，只有62%的考生作對，竟然高達23%的考生錯誤選答。可能考生順著題目的順序，先出現了8打，再出現一打鉛筆有12枝，由此可見，有23%的考生不瞭解乘法的紀錄格式必需要滿足單位量×單位數。因此，建議國小數學科教材教法課程必須要加強學生對於乘法紀錄格式單位量×單位數，並著重紀錄格式背後的各種數學語意。



## 3、102年預試第24題

類別向度	數學教學與評量				
評量目標	瞭解國小學生在除法問題的橫式記錄是否符合教學目標				
老師出了一個題目「有12個蛋塔，每人分4個，最多可以分給幾個人？」，要評量是否達成教學目標「理解除法的意義，並運用橫式記錄解題過程」。下列學生出現的解法，哪一個不適合給分？					
(A) $4+4=8$ ， $8+4=12$ ，答：3人					
(B) $12-4=8$ ， $8-4=4$ ， $4-4=0$ ，答：3人					
(C) $4\times 1=4$ ， $4\times 2=8$ ， $4\times 3=12$ ，答：3人					
(D) $12\div 4=3$ ，答：3人					
選項	A	B	C	D*	其他
選項率	0.55	0.07	0.27	0.1	0.02

## 說明與建議：

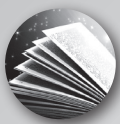
本題的目標是要評量考生是否能正確解讀課程綱要能力指標內容「理解除法的意義，並用橫式記錄解題過程」。此處「理解除法的意義」是指學生尚未學習除法，所以學生會使用先備知識加法、減法、乘法進行解題。考生在該題的表現不佳，只有10%的考生能正確回答，有55%的考生誤認以為學生的解法為選項A：「利用累加方法解題」，為不適合的答案，也有27%的考生誤以為學生的解法為選項C：「利用累乘方法解題」，也是不適合的答案。本題是要讓考生理解未來進行教學時要著重學生格式背後數學意義的瞭解，而非立即進入數學格式化或形式化的教學。因此，建議國小數學教材教法應加強師培生對能力指標的解讀，及強調學生進入格式記錄學習之前，尊重學生利用先備知識來解題是需要的。

## 4、102年預試第26題

類別向度	數學教學與評量				
評量目標	判斷學生舉出例子是否適合作為「正比的意義」的布題				
老師在課堂上想知道學生瞭解「正比的意義」，他請學生舉出正比關係的例子，有四位學生舉出的例子如下：					
甲、正方形的面積與邊長的關係					
乙、正方形的周長與邊長的關係					
丙、麵粉的斤數與總價的關係					
丁、等速運動的距離與時間的關係					
哪位學生所舉的例子是錯誤的？					
(A) 甲            (B) 乙            (C) 丙            (D) 丁					
選項	A*	B	C	D	其他
選項率	0.3	0.19	0.17	0.32	0.02

## 說明與建議：

本題的目標是要評量考生解讀並判斷學生舉出的例子是否適合作為「正比的意義」的布題，並理解考生對正比的意義的理解。只有三成的考生答對該題，其餘各個選項都有考生選答，由此可見考生對兩量的正比關係概念不清楚，通常考生誤認為正比是：「若一個量增加，另一個量也隨者增加」，這樣的概念是錯誤的。是否成正比的兩個數量最容易區別的作法是：「若這兩個量，一個量增加另一個量也隨者增加，其在座標圖上是不通過原點的直線」。而兩量成正比的關係，其在平面座標圖上是通過原點的直線。建議師培課程的普通數學或教材教法要納入正比的意義之教學內容。



5、103年教檢第16題

類別向度	數學教材內容				
評量目標	瞭解數學問題多步驟的意義				
有一數學問題為「水果糖5盒共105元，牛奶糖8盒共248元，牛奶糖一盒比水果糖一盒貴多少元？」，該數學問題是幾步驟問題？ (A) 1                      (B) 2 (C) 3                      (D) 4					
選項	A	B	C*	D	其他
選項率	0.01	0.1	0.87	0.01	0

說明與建議：

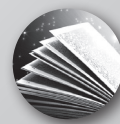
本題的評量目標主要是瞭解考生是否理解兩步驟問題的意義，兩步驟問題是課程綱要能力指標3-n-07的內容，因此考生需要具備此概念。一個問題是「幾步驟」決定於幾個運算符號，例如以該題「水果糖5盒共105元，牛奶糖8盒共248元，牛奶糖一盒筆水果糖一盒貴多少元？」此題算式列為，此算式中一共有三個運算符號，所以是三步驟問題。從此題的表現，有87%的考生瞭解多步驟問題的意義，但也有10%的考生可能以為「水果糖5盒共105元」，「牛奶糖8盒共248元」，考生以為只要有兩個算式就是兩步驟問題。

6、103年教檢第24題

類別向度	兒童數學概念				
評量目標	瞭解國小學生解決加法問題的解題策略				
老師問一加法問題「桌上有5顆紅色彈珠和8顆綠色彈珠，合起來有幾顆彈珠？」。有位學生很快地回答「5加8等於13」；問該學生最可能使用哪一種解題策略？ (A) 已知的加法事實 (B) 一一點數，共數出13顆 (C) 先把8顆記住，再往上數9、10、11、12、13顆 (D) 先把5顆記住，再往上數6、7、8、9、10、11、12、13顆					
選項	A*	B	C	D	其他
選項率	0.87	0.01	0.04	0.08	0.00

說明與建議：

本題的目標是要評量考生是瞭解國小學生解決加法問題的解題策略。國小學生解決5顆和8顆糖合起來是13顆，學生展現出的解題策略，在不同階段的認知發展會有所不同，例如：選項D是往上數的策略，選項C也是往上數的策略，但是比選項C的策略有效率，因為會選用比較大的數8先放在心裡頭記住，再往上點數到13。



## (二) 問答題

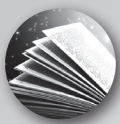
## 102年預試第9題

類別向度	數學教材內容	
評量目標	瞭解除法問題中等分除與包含除的意義與學生解題的差異	
有關「 $12 \div 4 = ( \quad )$ 」的算式，請回答下列問題：		
(1) 各擬一個「等分除」與「包含除」類型的問題。【3分】		
(2) 針對此兩類型問題，說明學生在解題想法上的差異。【2分】		
(1) 編碼	說明	百分比
3A	「等分除」與「包含除」擬題舉隅(僅看情境、不管數字)皆正確	23%
1.5A	僅「等分除」擬題舉隅(僅看情境、不管數字)正確	30%
1.5B	僅「包含除」擬題舉隅(僅看情境、不管數字)正確	1%
0A	「等分除」與「包含除」擬題舉隅顛倒	4%
0B	有擬題但未指出何種除法類型	9%
0Z	其它答案	6%
0X	空白	28%
(2) 編碼	說明	百分比
2A	★以巧克力為例；等分除是一次分給1個人1顆，共分了3次。包含除是一次分掉4顆，共分了3次。 ★舉例或圖示說明亦可。	4%
2B	等分除是分組、分群、平分…等的概念。 包含除是分裝、遞減…等的概念。	3%
1A	★僅敘述上列2A、2B、2C的等分除。 ★舉例或圖示說明亦可。	4%
1B	★僅敘述上列2A、2B、2C的包含除。 ★舉例或圖示說明亦可。	1%
1Z	其它答案	0%
0A	單位量與單位數的差別	0%
0B	解釋顛倒	0%
0Z	其它答案	18%
0X	空白	69%

## 說明與建議：

本題主要是評量學生是否理解等分除和包含除問題的意義，並瞭解考生是否理解國小學生如何解決這兩種類型問題。這兩種類型問題是除法教學最基本的類型，是身為一個國小老師必備的教材內容知識。包含除問題是給定總量與單位量，求出單位數，而等分除是給定總量與單位數，求出單位量。從資料分析顯示：23%的考生能同時給對等分除和包含除問題，等分除問題對考生比較熟悉，有30%只能設計出正確的等分除問題，但有些考生所設計的包含除問題是錯誤的。

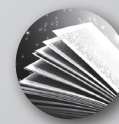
有關考生說明國小學生在這兩類問題的解題上的差異，資料分析表中，發現只有7%的考生能成功說明國小學生解決此問題的想法。這些考生對於等分除的解釋是：「分組、分群、平分的概念，等分除是一次分給一個人，共分了3個，等分除是除法問題中求單位量的問題。而包含除是分裝、遞減的概念，是求單位數的問題，是一次分掉4顆，共分了3次」。總而言之，只有約兩成的考生得到該題的全部分數，30%的考生得到該題的部分分數，而多數考生對於國小學生的解法需要加強，因為只有7%的考生能確說明國小學生的解法。因此，建議國小師培課程數學教材教法課程應當加強師培生有關學生學習的認知。



國民小學教師資格檢定考試數學能力測驗  
—102年預試及103年首次測驗分析

2、103年教檢第8題

類別/向度	數學教材內容							
評量目標	設計「加乘混合」兩步驟問題及其併式紀錄							
請針對「加乘混合」兩步驟問題，設計以下兩種不同文字題，並寫出該問題的併式紀錄：								
(1) 先加後乘。【2.5分】								
(2) 先乘後加。【2.5分】								
(1) 編碼	說明_先加後乘文字題							百分比
1.5	A	情境為併加型等組型的兩步驟問題						50%
	B	情境為添加型等組型的兩步驟問題						4%
	C	情境為併加型（添加型）倍數的兩步驟問題						15%
	D	情境為併加型（添加型）打折的兩步驟問題						2%
	Z	其它						1%
1Z	情境符合先加後乘，但有部分不完整或不合理						1%	
0Z	其它答案						8%	
0X	空白						19%	
(1) 編碼	說明_先加後乘併式紀錄							百分比
1A	$(a+b) \times c$ (右分配)						56%	
1B	$a \times (b+c)$ (左分配)						1%	
0A	展開式 $a \times b + c \times d$						1%	
0B	非併式（兩步驟） $2+2=4$ 、 $4 \times 3=12$						7%	
0Z	其它答案						3%	
0X	空白						31%	
8 (1) 文字題	8 (1) 併式紀錄							總和
		0A	0B	0X	0Z	1A	1B	
	0X	0%	0%	12%	0%	6%	0%	19%
	0Z	0%	0%	3%	2%	2%	0%	8%
	1.5A	0%	5%	10%	0%	33%	1%	50%
	1.5B	0%	0%	1%	0%	3%	0%	4%
	1.5C	0%	1%	4%	0%	10%	0%	15%
	1.5D	0%	0%	0%	0%	1%	0%	2%
	1.5Z	0%	0%	0%	0%	0%	0%	1%
	1Z	0%	0%	0%	0%	1%	0%	1%
總和	1%	7%	31%	3%	56%	1%	100%	
(2) 編碼	說明_先乘後加文字題							百分比
1.5	A	情境為等組型添加型的兩步驟問題						29%
	B	情境為等組型併加型的兩步驟問題						7%
	C	情境為陣列型添加型的兩步驟問題						5%
	D	情境為被除數未知且有餘數的除法問題						2%
	E	情境為倍數併加型（添加型）的兩步驟問題						8%
	Z	其它						1%
1Z	情境符合先乘後加，但有部分不完整或不合理						1%	
0A (0B)	情境為三步驟問題						11%	
0Z	其它答案						15%	
0X	空白						21%	
(2) 編碼	說明_先乘後加併式紀錄							百分比
1A	$(b \times c) + a$						44%	
1B	$a + (b \times c)$						1%	



0A	$a \times b + c \times d$						9%	
0B	非併式						10%	
0Z	其它答案						3%	
0X	空白						33%	
		8 (2) 併式紀錄						總和
		0A	0B	0X	0Z	1A	1B	
8 (2) 文字題	0A	8%	1%	2%	0%	0%	0%	11%
	0X	0%	0%	14%	0%	6%	1%	21%
	0Z	1%	2%	7%	3%	1%	0%	15%
	1.5A	0%	2%	5%	0%	22%	0%	29%
	1.5B	0%	1%	1%	0%	4%	0%	7%
	1.5C	0%	1%	1%	0%	2%	0%	5%
	1.5D	0%	0%	0%	0%	2%	0%	2%
	1.5E	0%	1%	2%	0%	6%	0%	8%
	1.5Z	0%	0%	1%	0%	0%	0%	1%
1Z	0%	0%	0%	0%	0%	0%	1%	
總和		9%	10%	33%	3%	44%	1%	100%

說明與建議：

本題的目標是要透過擬題來瞭解考生是否理解加乘混合兩步驟問題，並瞭解考生是否理解併式紀錄的意義。該問題要考生能區分先加後乘和先乘後加的不同布題及併式紀錄，以下分別呈現先加後乘的表現及先乘後加的表現。

#### 一、先加後乘

從表格中，顯示有70%考生能設計出合理的情境，考生設計的情境問題非常多元，我們更進一步分析問題的語意結構發現：

##### (一) 先加後乘的問題結構：

- 1.有50%的考生設計的類型為併加型+等組型的兩步驟問題。例如牛奶一瓶50元，餅乾一盒30元，媽媽買2瓶牛奶、2盒餅乾，總共多少錢？
- 2.有15%的考生設計的類型為併加型（添加型）+倍數型的兩步驟問題。例如：妹妹有10元，弟弟有8元，哥哥的錢是妹妹和弟弟的錢加起來的5倍，則哥哥有多少錢？
- 3.有4%的考生設計的類型為添加型+等組型的兩步驟問題。例如：香蕉原先每公斤的售價30元，又漲了8元，媽媽買了5公斤，請問媽媽花了多少元買香蕉？
- 4.有1%的考生設計的題目不完整，仍然有19%的學生無法設計出正確的問題。

##### (二) 對於併式紀錄

考生依據所設計問題之後要記錄為併式，資料分析發現：

有57%的考生所記錄的算式為 $(30+8) \times 5$ 的形式，只有1%的考生記錄為 $5 \times (30+8)$ 。約有8%的考生仍然用分開的兩個算式表示來兩步驟問題，沒有以併式來表示。



### （三）問題結構與併式紀錄的對應

從表中的問題結構與併式紀錄的列連表資料發現，能設計出正確的問題情境又能列出正確的併式紀錄共約有46%的考生，也就是約有五成的學生具備此概念。

## 二、先乘後加

### （一）先乘後加的問題結構：

- 1.有51%的考生能設計正確的題目，其中有29%的考生設計的類型為等組型+添加型的兩步驟問題，為所有類型中最多。例如媽媽買了5杯20元的柳橙汁後剩下5元，請問媽媽原來有多少錢？
- 2.其次倍數型+併加型（添加型）的兩步驟問題為所有類型中次多的類型，有10%的考生設計此類型。例如：爸爸的體重是小花的6倍再多5公斤，若已知小花是12公斤，請問爸爸的體重是幾公斤？
- 3.有5%的考生設計的類型為陣列型+添加型的兩步驟問題。例如：小菲採收了橘子裝在一個箱子中裝了橘子，每排有8個排了5排，還剩下4顆橘子，請問小菲一共採收多少顆橘子？
- 4.仍然有2%的考生設計的題目不完整。

### （二）對於併式紀錄

考生依據所設計問題之後要記錄為併式，資料分析發現：有44%的考生所記錄的算式為 $(8 \times 5) + 4$ 的形式，只有1%的考生記錄為 $4 + (8 \times 5)$ 。約有19%的考生仍然用分開的兩個算式表示來兩步驟問題，無法以併式來表示。

### （三）問題結構與併式紀錄的對應

從表中的問題結構與併式紀錄的列連表資料發現，能設計出正確的問題情境又能列出正確的併式紀錄共約有36%的考生，也就是約有四成的學生具備此概念。

整體而言，約有四到五成的考生能設計一個先乘再加或先加再乘的兩步驟問題並將其用併式紀錄表示，先加再乘考生比較容易設計題目為「添加型+等組型」問題，而先乘再加比較容易設計出等組型+添加型問題類型。考生要能理解兩步驟問題的意義及併式紀錄的意義，和依據算式擬出一個合理的數學問題的專業知識，故建議在國小師培課程的數學教材教法加強職前教師擬題的經驗。



### 三、小結

根據102年預試和103年首次數學能力測驗有關數的內容，普通數學共計5題（選擇題3題、填充題2題），其中含選擇題及填充題預試題各1題，預試題共2題；數學教材教法共計8題（選擇題6題及問答題2題），其中含選擇題預試題4題及問答題預試題2題。本次普通數學試題的評量內容涵蓋觀察數字的變化、發現關係、找出規律性、整數除法原理、因數倍數概念、及集合概念，數學教材教法試題的評量內容則包括課程綱要能力指標的解讀、加減法問題的語意結構及多步驟問題、國小學生對整數除法的先備知識、國小學生解決加法問題的解題策略及瞭解學生解法背後的意義。根據評量結果，分別就普通數學和數學教材教法，綜合整理如下：

#### （一）普通數學

普通數學選擇題3題中涉及的數學概念為整數除法原理、因數倍數概念及集合概念。考生對這三個概念的表現中以利用因數倍數概念來列出代數的解題過程較差，通過率約為六成。利用集合概念解決生活中的問題，考生的答題表現達到九成。從資料中顯示，考生在預試題和正式檢測題的表現答對率沒有差別。

填充題的兩題都是涉及到觀察數字的變化、發現關係、找出規律性，但因為這兩題所隱含的規律性難易差別很大，其中之一為費氏數列，答對率高達90%；而第5題的答對率只有41%，因為該題的不意察覺數字的變化關係，還需要瞭解等差級數的求和公式，所以難度更高。

#### （二）數學教材教法

在數學科教材教法共6題試題，其中預試的4題預試題答對率分別為52%、62%、10%、30%；2題正式檢測題答對率分別為87%、87%。這些題目中以預試題中選擇題第24題和第26題答對率最低，分別為10%、30%。第24題主要評量考生是否能正確解讀課程綱要能力指標內容「理解除法的意義，並用橫式記錄解題過程」。考生看到「理解除法的意義」是指以為就是要國小學生學習除法，而忽略學生會使用先備知識加法、減法、乘法進行解題。因此，建議教材教法課程要讓師培生瞭解課程綱要能力指標內容並能掌握教材的發展脈絡，來掌握國小學生對每一概念該具備的先備知識。

這些教材教法涉及的教材內容知識，包含課程綱要解讀能力指標的意義、加減法問題的語意結構及多步驟問題；有關學生學習的知識涉及到學生對整數除法的先備知識；有關教學與評量知識的評量試題涉及的概念，包含學生解決加法問題的解題策略及瞭解學生解法背後的意義。考生對三種類別知識並沒有明顯的差異。

問答題2題（含1題預試題）滿分是五分，每題都包含兩個子題。這兩個題目的類型差別不大，都是請考生擬題，是透過擬題的手段來評量考生是否理解等分除和包含除問題的意義及其差異，及評量考生對於先乘後加的概念及列算式的瞭解情況。考生中有23%同時正確擬出包含除和等分除問題，但不到10%的考生能正確掌握核心概念說出包含除和等分除問題在語意結構上的不同。有關考生對於「先乘後加」及「先加後乘」的擬題及列算式的表現，從這次考生在教檢的表現發現：設計「先加後乘」的題目（70%）比「先乘後加」（51%）的表現佳，考生設計的情境問題非常多元，類型中以為先等組型再添加型的兩步驟問題為所有類型中最多。考生依據所設計問題之後要記錄為併式，資料分析發現：考生所記錄的算式為括號（）在算式中的第一個位置如 $(30+8) \times 5$ 而非 $5 \times (30+8)$ 或 $(8 \times 5) + 4$ 而非 $4 + (8 \times 5)$ 。



# 參、分數、小數試題表現







## 參、分數、小數試題表現

### 一、普通數學

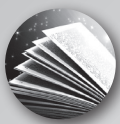
#### (一) 選擇題

##### 1、102年預試第1題

內容向度	數與量				
評量目標	瞭解帶分數÷帶分數的一般通則				
判斷算式 $7\frac{1}{8} \div 2\frac{1}{3}$ 的值，與下列何者相等？ (A) $(7 \div 2) + (\frac{1}{8} \div \frac{1}{3})$ (B) $(7\frac{1}{8} \div 2) + (7\frac{1}{8} \div \frac{1}{3})$ (C) $(7\frac{1}{8} \div 2) + \frac{1}{3}$ (D) $(7 \div 2\frac{1}{3}) + (\frac{1}{8} \div 2\frac{1}{3})$					
選項	A	B	C	D*	其他
選項率	0.08	0.26	0.03	0.59	0.04

#### 說明與建議：

本題的目標是要學生理解帶分數÷帶分數的一般通則，雖然國小學生常求算出帶分數÷帶分數的值。若不理解算則背後的意義，考生不容易答對此題。只有59%的考生正確答對此題，有26%的考生將乘法對加法分配律錯誤地類化到除法，而選出B：「 $7\frac{1}{8} \div 2\frac{1}{3} = 7\frac{1}{8} \div 2 + 7\frac{1}{8} \div \frac{1}{3}$ 」作為答案。這類的概念建議放入師培課程的普通數學教材內容中。



2、102年預試第2題

內容向度	數與量				
評量目標	解決有倍數關係的基準量與比較量問題				
有關「妹妹的錢是哥哥的0.2倍，也是姐姐的0.8倍。已知哥哥有2000元，求姐姐有多少元？」的問題，下列哪一個算式可以算出正確答案？					
(A) $2000 \div 0.2 \times 0.8$					
(B) $2000 \times 0.2 \div 0.8$					
(C) $2000 \times 0.2 \times 0.8$					
(D) $2000 \div 0.2 \div 0.8$					
選項	A	B*	C	D	其他
選項率	0.09	0.69	0.16	0.04	0.01

說明與建議：

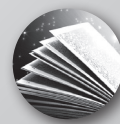
本題主要評量考生能否依據基準量與比較量兩者關係而採取正確運算來解題。對有倍數關係的數量問題，如已知基準量而要求比較量可用乘法運算來求出；相對地，如已知比較量而要求基準量則可用除法運算來求出。本題是同時結合兩種概念，先由已知的第一個數量關係中的基準量（哥哥的錢）透過乘法運算以求出第一個比較量（妹妹的錢），接著再由求出的第一個比較量（妹妹的錢）做為第二個數量關係中的比較量，透過除法運算以求出第二個基準量（姐姐的錢）。因此正確答案是「 $2000 \times 0.2 \div 0.8$ 」。此題有69%的考生答對。另有9%的考生選了「 $2000 \div 0.2 \times 0.8$ 」可能是混淆了兩者的求法；而16%的考生選了「 $2000 \times 0.2 \times 0.8$ 」可能是看到關鍵字「倍」，故皆採用乘法。建議加強對使用哪一種運算可求出有倍數關係的基準量以及使用哪一種運算可求出有倍數關係的比較量之概念性理解。

3、103年教檢第2題

內容向度	數與量				
評量目標	分數與百分數的換算				
根據行政院主計處的資料，某年某月份全台灣人口失業率為4.16%。若該失業率以最簡 $\frac{a}{b}$ 分數表示，則下列何者為真？					
(A) $a=26$ 、 $b=625$					
(B) $a=52$ 、 $b=625$					
(C) $a=26$ 、 $b=1250$					
(D) $a=52$ 、 $b=1250$					
選項	A*	B	C	D	其他
選項率	0.69	0.07	0.08	0.16	2/0

說明與建議：

本題的目的是要評量考生是否能將百分數換算為最簡分數，這種概念是國小學生須具備的概念，所以準備當小學老師應當具備這個概念，研究發現卻只有69%的考生做對。最關鍵的概念是4.16%換算為 $416/10000$ ，再逐步約分，即可得到最簡分數為 $26/625$ 。



## (二) 填充題

### 1、102年預試第1題

內容向度	數與量	
評量目標	瞭解0.9的實際值	
在所有整數中，大於的最小整數為（ ）。		
編碼	說明	百分比
2A	答案2	3%
0A	答案1	88%
0B	答案0	4%
0Z	其它答案	1%
0X	空白	4%

#### 說明與建議：

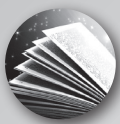
本題主要評量考生能否掌握特殊的循環小數之實際值。因為 $0.\bar{9}=1$ ，所以大於 $0.\bar{9}$ 的最小整數為2。此題只有3%的考生答對，幾乎全軍覆沒。而有88%的考生皆誤認大於 $0.\bar{9}$ 的最小整數為1。可能是這些考生雖都知道 $0.\bar{9}$ 是 $0.999\cdots$ 比0.9大，但受了直觀的影響，覺得 $0.999\cdots$ 仍不到1，所以比1小。因此大於的 $0.\bar{9}$ 最小整數為1。一般而言， $0.333\cdots$ 和 $\frac{1}{3}$ 劃上等號，不難接受。因為 $\frac{1}{3}=1\div 3$ ，再透過長除法即可得出 $0.333\cdots$ ；但 $0.999\cdots$ 要和1劃上等號就不是那麼容易理解，還要有極限的概念，才能接受 $0.999\cdots=1$ 。國小教材雖有探討到分數與小數互換的問題，但都是侷限在有限小數，即使在分數轉換成小數遇有除不盡時，也都以四捨五入法取到近似值。但對教授國小數學的老師而言，所具備的學科知識就應再超越國小的範圍。大家對於循環小數0.9的符號不會感到陌生，知道它就是 $0.999\cdots$ 一直延續下去，永遠不會停止。應再藉此引出極限的想法並對極限概念有一些初步認識，以增加數學的廣度與深度。

## 二、數學教材教法

### (一) 選擇題

#### 1、102年預試第17題

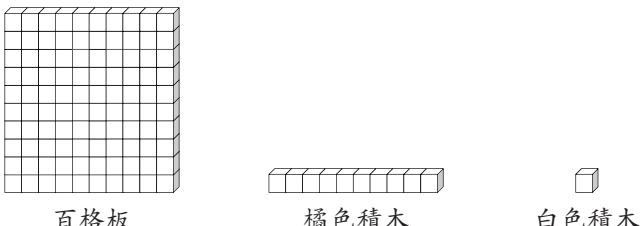
類別向度	數學教材內容				
評量目標	理解分數「單位分數內容物為單一個物」的問題情境				
有關分數的教材，下列四個選項何者為「單位分數內容物為單一個物」的問題？					
(A) 1箱飲料有24罐， $\frac{1}{3}$ 箱有幾罐？					
(B) 1箱飲料有24罐， $\frac{1}{8}$ 箱有幾罐？					
(C) 1箱飲料有24罐， $\frac{1}{12}$ 箱有幾罐？					
(D) 1箱飲料有24罐， $\frac{1}{24}$ 箱有幾罐？					
選項	A	B	C	D*	其他
選項率	0.02	0.01	0.01	0.92	0.04



說明與建議：

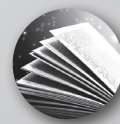
本題主要是評量考生是否理解單位分數內容物為單一個物的概念。內容物單一個物是每一份內容物所包含的數量。例如，24罐等分成3份，每一份是8罐，所以選項A為內容物為多個個物，同樣地選項B和C都是內容物為多個個物。而選項D的24份中每一份都是只有一個，內容物為單一個物。考生對該題的通過率為92%，由此可見，考生對該概念的表現不錯。

2、102年預試第25題

類別向度	數學教學與評量				
評量目標	適當的使用教具於一位小數的教學				
我們時常使用下列的積木來進行教學：					
					
下列哪一個表徵方式，最適合進行一位小數的啟蒙教學？					
<p>(A) 橘色積木是1條，白色積木是0.1條</p> <p>(B) 百格板是1張，橘色積木是0.1張</p> <p>(C) 橘色積木是1，白色積木是0.1</p> <p>(D) 百格板是1，橘色積木是0.1</p>					
選項	A*	B	C	D	其他
選項率	0.61	0.04	0.31	0.03	0.01

說明與建議：

本題主要評量考生能否選用適當的教具來表徵一位小數以進行一位小數教學。在國小的數學教材中，一位小數是分數十分之幾的另一種表示方式。欲進行一位小數教學時，應呈現具體情境，並能從中明顯看到一個單位量已被10等分的結果。因此本題用橘色積木（1條）做為單位量較為適合，而10等分後的一份即可用白色積木來表示。所以橘色積木是1條，則白色積木就是0.1條。此題只有61%的考生答對。另外，有31%的考生選了「橘色積木是1，白色積木是0.1」，混淆了數與量的意義。在國小進行有關數概念的啟蒙教學時，都應透過量來學習，也就是藉由量的大小和多寡（如1條和0.1條、1個和0.1個…）將數概念（如1和0.1）抽取出來。



## 3、103年教檢第17題

類別向度	數學教材內容				
評量目標	瞭解國民小學階段分數的教材內容和順序				
有關下列三個分數教材內容：					
甲、認識等值分數					
乙、能用通分作簡單異分母分數的比較與加減					
丙、能用約分、擴分進行等值分數的換算					
這些教材內容的安排先後次序，下列何者最為合適？					
(A) 丙→甲→乙					
(B) 乙→甲→丙					
(C) 丙→乙→甲					
(D) 甲→丙→乙					
選項	A	B	C	D*	其他
選項率	0.04	0.14	0.02	0.8	0

## 說明與建議：

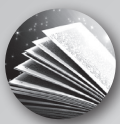
本題主要是評量考生對於高年級有關等值分數的意義、等值分數的換算及利用通分解決異分母分數的大小比較的教材順序安排的瞭解程度。解決簡單異分母分數的大小比較，中年級學生可能可以用各種不同的方法來比較大小，而導致約有14%的學生錯誤選答(B)。但因為該選項是特別指定「利用通分解決異分母分數的大小比較」，故教材安排順序應為認識等值分數、能用約分擴分進行等值分數的換算、利用通分解決異分母分數的大小比較，經分析結果，有八成的考生已具有這方面的教材知識。

## 4、103年教檢第18題

類別向度	數學教材內容				
評量目標	能區別不同的分數表徵圖及其分數意義，並掌握其學習順序				
在國小分數教材中，有關「 $\frac{1}{4}$ 的意義」的不同表徵，下列哪一項是最晚學習的？					
(A)		(B)			
(C)		(D)			
選項	A*	B	C	D	其他
選項率	0.67	0.15	0.07	0.12	0

## 說明與建議：

選項B是一維度的繩子做出 $\frac{1}{4}$ 、選項C和D都是二維度的表徵方式。選項B、C、D的表徵都是分數的部分整體意義，而選項A的 $\frac{1}{4}$ 是數線上的一點。數線上的一點除了須具有部分-整體意義的理解之外，還要具有某點到原點的距離的概念，因此涉及的概念難度較為複雜，在教材上安排在四年級學習，比部分整體的意義的學習進程較晚。該題考生只有67%能區分分數的這兩個不同的意義。



5、103年教檢第23題

類別向度	兒童數學概念				
評量目標	能瞭解國小學生學習「整數的分數倍」的先備知識				
進行「整數的分數倍」啓蒙教學時，下列哪一個最不可能是學生所需的先備知識？					
(A) 理解分數的意義					
(B) 理解乘法的意義					
(C) 認識兩數互質的意義					
(D) 分數是兩整數相除的結果					
選項	A	B	C*	D	其他
選項率	0.01	0.01	0.88	0.1	0

說明與建議：

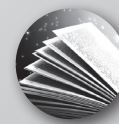
本題主要是評量考生是否理解國小學生在學習整數的分數倍之前，需要具有的先備知識。凡是和分數相關的概念都可視為是學習整數的分數倍之前的先備知識，但是先備知識涉及到程度多寡，越相關的程度越直接影響到該概念的學習，因此此題的題幹上特別以「最不可能」來提問，意思是要從選項選出最不相關的概念，所以兩數的互質與本概最不相關，為本題的答案。資料分析顯示，有88%的考生能掌握學生整數的分數倍的先備知識，有10%的考生認為分數是兩數相除的結果不是整數的分數倍的先備知識，可能認為它比整數的分數倍還要難。

6、103年教檢第26題

類別向度	數學教學與評量				
評量目標	設計診斷學生「乘會使結果變大」迷思概念的數學題目				
有學生認為「乘會使結果變大」，老師想要舉出算式讓學生產生認知衝突；下列哪一個算式不適合？					
(A) $1\frac{1}{7} \times \frac{3}{2}$					
(B) $12 \times \frac{1}{2}$					
(C) $2.3 \times 0.5$					
(D) $18 \times 0.3$					
選項	A*	B	C	D	其他
選項率	0.84	0.05	0.06	0.04	0

說明與建議：

本題是要評量考生是否具有診斷教學的能力，是否有能力設計適當的題目來診斷出學生的迷思概念「乘會使結果變大」，此處乘會使結果變大的意義是積與被乘數比較大小，在設計誘答的三個選項中，有小數、真分數、有「1」，均能於「乘」之後，數字沒有變大。只要乘數是比1大，乘積一定會比被乘數大，因此答案應為選項A，檢測結果，仍有16%的學生無法答對此題。



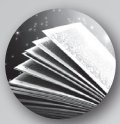
## (二) 問答題

## 1、102年預試第8題

類別向度	兒童數學概念	
評量目標	瞭解國小學生有關乘除的迷思概念	
小英將「 $8 \div 0.2$ 」輸入電子計算機後，得到一個比8大的答案；當她輸入「 $8 \times 0.2$ 」時，得到一個比8小的答案。她對這兩個答案感到困惑，因此要求老師給她一個新的電子計算機重新計算。針對這兩個答案的困惑，小英最可能的迷思概念分別是什麼？		
(乘) 編碼	說明	百分比
2.5A	乘的結果會變大	45%
2.5B	乘的意義是加倍/連加	8%
2.5Z	其它答案	-
1A	不瞭解小數的乘法	3%
1B	停留在整數乘法	3%
1Z	其它答案	-
0A	不瞭解如何使用計算機	-
0Z	其它答案	23%
0X	空白	18%
(除) 編碼	說明	百分比
2.5A	除的結果會變小	45%
2.5B	除的意義是分	8%
2.5Z	其它答案	-
1A	不瞭解小數的除法	3%
1B	停留在整數除法	3%
1Z	其它答案	-
0A	不瞭解如何使用計算機	-
0Z	其它答案	21%
0X	空白	20%

## 說明與建議：

本題主要評量考生能否瞭解國小學生在乘除概念上最可能的迷思概念。在國小的數學教材中，乘法概念是先透過等組型問題來學習而除法概念則是先透過等分除問題與包含除問題來獲得。所以，學生最初學習到的乘除概念是來自乘的意義是加倍或連加而除的意義是平分或分裝；也因此，乘的結果會變大而除的結果會變小。如延伸到純小數的乘除時，乘的結果不會再變大而除的結果也不會再變小。但國小學生深受正整數乘除概念的影響，仍可能認為乘以純小數的結果會變大而除以純小數的結果會變小。在此題乘法「」的部分，有53%的考生能指出迷思概念（2.5A、2.5B）、23%的考生寫錯答案以及18%的考生是答案空白。而在此題除法「」的部分，也有53%的考生能指出迷思概念（2.5A、2.5B）、21%的考生寫錯答案以及20%的考生是答案空白。另外，還有一些考生所寫內容僅輕輕點到，過於簡略，只能得到部分分數，例如不瞭解小數的乘法/除法（1A / 1A）、停留在整數乘法 / 除法（1B / 1B）等等。建議加強瞭解國小學生的迷思概念。



國民小學教師資格檢定考試數學能力測驗  
—102年預試及103年首次測驗分析

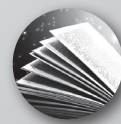
2、103年教檢第10題

類別向度	數學教學與評量	
評量目標	瞭解國小學生有關小數減法的迷思概念和補救教學重點	
某生進行「10.73-0.5」直式計算時，某生列出的直式作法如下：		
$\begin{array}{r} 10.73 \\ - 0.5 \\ \hline 1.068 \end{array}$		
(1) 請指出該生可能的迷思概念為何？【2分】		
(2) 請寫出針對該生的補救教學重點為何？【3分】		
(1) 編碼	說明	百分比
2 敘寫較完整 / 1 敘寫不完整	A 缺乏位值概念、位值概念不清	11% / 29%
	B 受整數運算影響（向右對齊）	37% / -
	C 差的位數是2位加1位變3位、差的位數決定是受小數乘法位數的影響	2% / 3%
	D 其它	- / -
0Z	其它答案	9%
0X	空白	11%
(2) 編碼	說明	百分比
3 敘寫較完整 / 1.5 敘寫略完整	A 強調小數的多階單位，並加強位值概念教學	8% / 21%
	B 以數感製造認知衝突，再加強位值概念教學	0% / -
	C 小數先化為單階單位，以整數減法計算後，再聚為小數	- / -
	D 其它	- / -
1A	強調小數點對齊	27%
0B	強調小數點對齊【已在迷思概念上重複敘述不給分】	13%
0Z	其它答案	18%
0X	空白	14%

說明與建議：

本題包括兩小題。第一小題主要評量考生能否瞭解國小學生在做不同位數的小數減法直式計算時可能犯的迷思概念，而第二小題主要評量考生能否針對此迷思概念寫出補救教學重點。國小學生在做不同位數的小數減法直式計算時，最容易出現向右對齊（2B），而此可能是受到整數運算直式的影響（2B），也可以說是因為缺乏位值概念或位值概念不清（2A）所造成。另外，兩位小數與一位小數相減後變為三位小數，有可能是其差的位數決定受到小數乘法中積的位數的影響（2C）。第一小題有50%的考生可以寫出以上情形（2A、2B、2C）。而有29%的考生大都是只寫小數點沒有對齊，僅點到為止，因說明不完整，得到部分分數（1A）。另有9%的考生寫錯答案以及11%的考生是答案空白。針對這些迷思概念，補救教學可從小數是多階單位的記法切入（強調位名與其對應的位值），加強位值概念教學與瞭解同單位才能相加減（3A）；或將小數先化為單階單位，以整數減法計算後，再聚為小數（3C）；或先以數感製造認知衝突（如：比10大的數減去比1小的數，怎麼可能只有1點多），再加強位值概念教學（3B）。第二小題僅有8%的考生可以寫出3A，而有21%的考生因說明不完整（1.5A），只得到部分分數。

另外，40%的考生只是強調小數點要對齊（1A和0B），未再說明為何要如此做，偏向知識的灌輸。又其中13%考生已在迷思概念上重複敘述（0B），故不再給分；而另27%考生則可得到部分分數（1A）。還有18%的考生寫錯答案以及14%的考生是答案空白。建議加強瞭解國小學生的迷思概念以及與其對應的補救教學重點。



### 三、小結

根據102年預試和103年首次數學能力測驗有關分數和小數的內容，其中分數部分，有關普通數學的題目2題都是選擇題，其中含1題預試題；而在數學科教材教法部分，5題也都是選擇題，其中含1題預試題。本次普通數學試題的評量內容涵蓋「帶分數÷帶分數」的一般通則及分數與百分數互換，數學教材教法試題的評量內容則包括單位分數內容物個物的個數、分數部分整體及數線上的一點的表徵方式、及分數教材的安排順序、國小學生對整數的分數倍之先備知識；診斷國小學生「乘越乘越大」的診斷教學布題。

而在小數部分，普通數學共計2題（選擇題1題、填充題1題），且這2題都是預試題；數學教材教法共計3題（選擇題1題、問答題2題），其中含預試題2題。本次普通數學試題的評量內容包括利用乘除運算求有倍數關係的基準量與比較量以及轉換循環小數為實際值等問題；而本次數學教材教法試題的評量內容則包括國小學童在小數計算的迷思概念以及有關小數的教學知識等問題。根據評量結果，分別就普通數學和數學教材教法，綜合整理如下：

#### （一）普通數學

有關分數部分，這次檢測的普通數學選擇題2題中涉及的數學概念為帶分數÷帶分數的一般通則及分數與百分數互換。考生對這兩個概念的表現不理想，帶分數÷帶分數的一般通則的通過率約為六成，分數與百分數互換的通過率約為七成。整體而言，分數是小學的教材內容，考生在有關分數知識的表現不理想，因此建議師培機構或學程的普通數學課程內容宜納入分數相關教材。

在有關小數的2題試題中，考生的答題表現都不好，尤其是考生不易掌握特殊的循環小數之實際值，很難認同循環小數=1。有近九成的考生存在 $<1$ 的直觀迷思概念，顯示欠缺極限的概念。另外，對選出正確運算以求出有倍數關係的基準量與比較量問題，不到七成的考生能選對。有近兩成的考生可能是受到關鍵字「倍」的影響，同時選用乘法運算來求基準量與比較量，還有近一成的考生可能是混淆了乘除運算，以除法運算來求比較量而用乘法運算來求基準量。對於求出有數量關係的基準量與比較量之類的問題常出現在國小的數學教材中，也是國小學童深感困難的數學問題。依據上述結果，建議師資培育課程加強對使用哪一種運算可求出基準量或比較量之概念性理解以及可將循環小數的概念連結到極限概念，以增加學科知識的廣度與深度。

#### （二）數學教材教法

在數學科教材教法的選擇題5題（含1題預試題）這些題目中涉及到教材內容知識包含單位分數內容物個物的個數、分數部分整體及數線上的一點的表徵方式、及分數教材的安排順序。有關學生學習的知識涉及到學生對整數的分數倍之先備知識；有關教學與評量知識的評量試題涉及的概念包含診斷學生「乘越乘越大」的診斷教學布題。考生在這些題目的表現尚佳，以第18題的表現略差，但也有67%的考生答對。整體而言，這一年度的考生對有關分數的教材教法的知識無論是教材內容、學生學習、教學與評量相關的知識都學習得不錯。

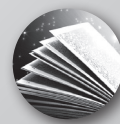
在有關小數的3題試題中，有五成多的考生可瞭解國小學生在純小數乘除的迷思概念、也有五成的考生可瞭解國小學生在不同位數小數減法的迷思概念。但不到一成的考生能針對學生在不同位數小數減法的迷思概念，提出完整的補救教學重點說明，而近五成的考生因說明不完整或採取偏向知識的灌輸教學，僅能得到部分分數。另外一題是涉及選用適當的教具表徵一位小數的教學知識，只有六成的考生能答對，而有三成的考生是混淆了數與量的意義（如0.1vs.0.1條）。依據上述結果，建議師資培育課程加強瞭解國小學生的迷思概念以及偏向概念性理解的教學知識。



# 肆、代數試題表現







## 肆、代數試題表現

## 一、普通數學

## (一) 選擇題

## 1、102年預試第5題

內容向度	代數				
評量目標	利用文字符號可代表任意數的概念以比出各式子的大小				
已知甲 = $x-4$ 、乙 = $x+2$ 、丙 = $\frac{x}{3}$ 、丁 = $5x$ ，如果 $x$ 是正整數，問下列哪一個數最大？					
(A) 甲					
(B) 乙					
(C) 丙					
(D) 丁					
選項	A	B	C	D*	其他
選項率	0.01	0.02	0	0.96	0.01

說明與建議：

本題主要評量考生能否利用文字符號可代表任意數的概念以比出各式子的大小。此題答對率很高，96%的考生皆能答對，表現很好。

## 2、102年預試第6題

內容向度	代數				
評量目標	瞭解並應用等量公理				
有面積相同的長方形和星形兩種圖形，陰影是重疊部分，長方形被切成A和B兩個圖形，星形被切成B和C兩個圖形，如下圖：					
下列三項是有關A、B、C面積的關係：					
甲、 $A+B=C+B$					
乙、 $A-B=C-B$					
丙、 $A \div B=C \div B$					
根據這些關係，下列哪一個選項正確？					
(A) 只有甲      (B) 只有甲、乙      (C) 只有甲、丙      (D) 甲、乙、丙					
選項	A	B	C	D*	其他
選項率	0.08	0.14	0.02	0.72	0.03



說明與建議：

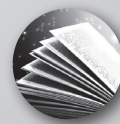
本題主要評量考生能否瞭解並應用等量公理。依據本題題意，長方形和星形兩種圖形面積相同，因此 $A+B=C+B$ ，由此推出 $A=C$ ，因而 $A-B=C-B$ 、 $A\div B=C\div B$ 。所以甲、乙、丙三種關係皆正確。此題有72%的考生答對。另有14%的考生不認為「 $A\div B=C\div B$ 」正確、8%的考生不認為「 $A-B=C-B$ 」以及「 $A\div B=C\div B$ 」正確、2%的考生不認為「 $A-B=C-B$ 」正確；可能是這些考生未能察覺出此題可應用等量公理，因而只能靠視覺來判斷。建議加強瞭解並能應用等量公理。

### 3、102年預試第9題

內容向度	代數				
評量目標	瞭解比與比例的意義				
媽媽給哥哥和弟弟共800元的零用錢，兩人決定以「兄：弟=3：2」分配零用錢，若 $x$ 表示弟弟分到的錢，問下列何者正確？					
(A) $\frac{2}{3} = \frac{800}{x}$ (C) $\frac{2}{5} = \frac{800}{x}$ (B) $\frac{2}{3} = \frac{x}{800}$ (D) $\frac{2}{5} = \frac{x}{800}$					
選項	A	B	C	D*	其他
選項率	0.01	0.06	0.07	0.84	0.02

說明與建議：

本題主要評量考生能否瞭解比與比例的意義並能列式求解。依據本題已知條件「兄：弟=3：2」，所以兄得到全部錢的 $\frac{3}{5}$ 、弟得到全部錢的 $\frac{2}{5}$ 。表示弟弟分到的錢，而全部錢是800元，因此可列式為「 $\frac{2}{5} = \frac{x}{800}$ 」。此題有84%的考生答對。另有7%的考生將比與原值的對應錯誤而選了「 $\frac{2}{5} = \frac{800}{x}$ 」、6%的考生由於部分對全部意義錯誤而選了「 $\frac{2}{3} = \frac{x}{800}$ 」、1%的考生兼具前兩項錯誤而選了「 $\frac{2}{3} = \frac{800}{x}$ 」。建議加強瞭解比與比例的意義。



## 4、102年預試第10題

內容向度	代數				
評量目標	求解一元二次方程式並代入根式求值				
已知 $a$ 為 $x^2-5x-6=0$ 的一個正根，求 $\sqrt{(a-1)(a-2)(a-3)(a-4)+24}$ 的值為何？					
(A) $2\sqrt{6}$					
(B) 12					
(C) $8\sqrt{6}$					
(D) $12\sqrt{6}$					
選項	A	B*	C	D	其他
選項率	0.13	0.66	0.09	0.03	0.09

## 說明與建議：

本題主要評量考生能否求解一元二次方程式並代入根式求值。先將  $x^2-5x-6$  因式分解為  $(x-6)(x+1)$ ，因此得知正根  $a=6$ ，再將其代入根式內直接計算得出12。此題有66%的考生答對。另有13%的考生可能將以2或3代入根式內算出結果是  $2\sqrt{6}$ 、9%的考生可能將  $a$  以-2代入算出結果是  $8\sqrt{6}$ 、3%的考生可能將  $a$  以-3 代入算出結果是  $12\sqrt{6}$ 。本題不難，考生犯錯主要是不夠細心，在執执行程序時產生錯誤。

## 5、102年預試第11題

內容向度	代數				
評量目標	列式並求解二元一次方程式的整數解				
小明到文具店用300元共買了單價20元及30元的筆記本各數本（不能為0本），問有多少種可能的購買方式？					
(A) 3					
(B) 4					
(C) 5					
(D) 6					
選項	A	B*	C	D	其他
選項率	0.09	0.66	0.08	0.14	0.03

## 說明與建議：

本題主要評量考生能否依據題意與條件限制列式並求解二元一次方程式的整數解。依據本題已知條件可列式為  $20x+30y=300$  且  $x、y>0$ 。求解得出  $(x,y)=(3,8)、(6,6)、(9,4)、(12,2)$ ，因此共有4種可能的購買方式。此題有66%的考生答對。另有14%的考生選了6種、9%的考生選了3種、8%的考生選了5種。這些選錯的考生可能是不夠細心，忽略了條件限制（不能為0本）或在求解過程中漏掉了可能的解。



6、102年預試第12題

內容向度	代數				
評量目標	列式並求解二元一次聯立方程式				
小喬在計算 $840 \div M$ 時，誤將840看成480，得到的答案比原來的答案小30，問M介於哪兩數之間？					
(A) (3, 6)					
(B) (7, 10)					
(C) (11, 14)					
(D) (15, 18)					
選項	A	B	C*	D	其他
選項率	0.05	0.1	0.67	0.07	0.1

說明與建議：

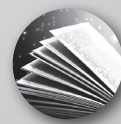
本題主要評量考生能否依據題意列式並求解二元一次聯立方程式。依據本題題意可先列式為  $840 \div M = x$ 、 $480 \div M = x - 30$ 。因此  $(840 - 480) = 30M$ ，求解得出  $M = 12$ ，所以M介於(11,14)。此題有67%的考生答對。其餘答錯的考生可能是列式錯誤或在求解時因計算產生錯誤。

7、103年教檢第4題

內容向度	代數				
評量目標	求解一元一次方程式				
若 $a \div \frac{2}{3} = \frac{1}{4}$ 、 $b \div 1\frac{1}{3} = \frac{1}{4}$ 則下列敘述何者正確？					
(A) $a + b = \frac{17}{48}$					
(B) $a + b = \frac{17}{24}$					
(C) $a + b = \frac{1}{2}$					
(D) $a + b = \frac{9}{16}$					
選項	A	B	C*	D	其他
選項率	0.03	0.05	0.6	0.32	0

說明與建議：

本題主要評量考生能否求解一元一次方程式。由已知  $a \div \frac{2}{3} = \frac{1}{4}$ 、 $b \div 1\frac{1}{3} = \frac{1}{4}$ ，所以  $a = \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$ 、 $b = \frac{1}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{1}{3}$ 。此題只有60%的考生能答對。而令人跌破眼鏡的是居然有32%的考生都選了  $a + b = \frac{9}{16}$ ，究其原因可能是這些考生因迷思概念或錯覺而用錯了移項法則或乘除互逆概念，因而  $a = \frac{1}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{8}$ 、 $b = \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$ ，得出  $b = \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$ 。建議加強對移項法則或乘除互逆概念的理解能力以避免產生迷思概念或錯覺而用錯之。



## 8、103年教檢第5題

內容向度	代數				
評量目標	求解二元一次聯立方程式				
若二元一次聯立方程式為 $\begin{cases} 2x + y = 11 \\ 3x + 4y = 29 \end{cases}$ ，則 $x + y = ?$					
(A) 5					
(B) 8					
(C) 10					
(D) 15					
選項	A	B*	C	D	其他
選項率	0.02	0.94	0.03	0.01	0

## 說明與建議：

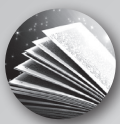
本題主要評量考生能否求解二元一次聯立方程式。此題為一基本題，可用代入消去法或加減消去法即可求出未知數的解。有94%的考生皆能答對，表現很好。

## 9、103年教檢第6題

內容向度	代數				
評量目標	乘法分配律的應用				
估算 $2000 \times \left(-\frac{2000}{1999}\right)$ 的值，它最接近下列哪一個數？					
(A) -1999					
(B) -2000					
(C) -2001					
(D) -2002					
選項	A	B	C*	D	其他
選項率	0.08	0.27	0.63	0.03	0

## 說明與建議：

本題主要評量考生能否應用乘法分配律以簡化問題。由於  $2000 \times \left(-\frac{2000}{1999}\right) = -2000 \times \left(1 + \frac{1}{1999}\right) = -2000 - \frac{2000}{1999} = -2000 - \left(1 + \frac{1}{1999}\right) = -2001 - \frac{1}{1999}$ ，所以其值最接近 -2001。此題有63%的考生答對。另有27%的考生選的是最接近-2000，可能是未察覺出此題要應用乘法分配律，就直接估算乘開後的答案，由於乘數  $-\frac{2000}{1999}$  大約為1.0005多，直接乘開後為-2000多，未再應用數感能力以確認「-2000多」究竟可多到哪裡，就直接選了最接近-2000；也有可能是雖用了乘法分配律但未將式子完全乘開或化簡，即原式  $= -2000 \times \left(1 + \frac{1}{1999}\right)$ ，或原式  $= -2000 \times \left(1 + \frac{1}{1999}\right) = -2000 - \frac{2000}{1999}$ ，又數感不佳，錯估此值最接近的是-2000。建議加強對乘法分配律的應用以及培養數感能力。



10、103年教檢第12題

內容向度	代數				
評量目標	列式並求解一元一次方程式				
咖啡屋舉辦週年慶，每杯咖啡的促銷價均相同，且買滿3杯送1杯；當消費總額滿500元以上，再打九折。已知某顧客帶走5杯咖啡及1條200元的巧克力蛋糕，共花費540元；問每杯咖啡的促銷價為多少元？					
(A) 72					
(B) 80					
(C) 85					
(D) 100					
選項	A	B	C	D*	其他
選項率	0.03	0.07	0.09	0.81	0

說明與建議：

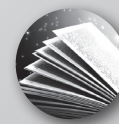
本題主要評量考生能否列式並求解一元一次方程式。此題無法由題意就能直接列出式子，尚需用到推理能力以轉化題意才能列對式子。先由買滿3杯送1杯的條件和已知某顧客帶走5杯的結果，反推此顧客原來是買了4杯。因此列式為  $(4x+200) \times 0.9=540$ 。再求解得出  $x=100$ 。此題有81%的考生答對。其餘答錯的考生可能是直接用了5杯訊息列式、忘了要打九折或將花費  $\times 0.9$  而產生錯誤。

11、103年教檢第14題

內容向度	代數				
評量目標	求解一元二次方程式				
有一方程式 $x^2+18x-9919=0$ ，下列何者是它的一個解？					
(A) -109					
(B) -91					
(C) 100					
(D) 109					
選項	A*	B	C	D	其他
選項率	0.74	0.15	0.03	0.08	0

說明與建議：

本題主要評量考生能否求解一元二次方程式。此題為一基本題，直接用因式分解或配方法即可求出未知數的值。由於係數不小，需要花點時間處理。但可從選項中出現的數字下手，試著進行因式分解，可成功試出得到  $(x-91)(x+109)$ ，所以  $x=91$  或  $x=-109$ 。此題也可應用配方法，將原式改寫成  $x^2+18x+9^2=9919+9^2$ ，因此  $(x+9)^2=10000$ ，得出  $x=(-9) \pm 100$ ，即  $x=91$  或  $x=-109$ 。此題有74%的考生答對。其餘答錯的考生大都是取錯正負號。



## (二) 填充題

### 1、102年預試第3題

內容向度	代數	
評量目標	瞭解等量公理	
設 $a$ 、 $X$ 、 $Y$ 為任意的有理數，若 $a \times X = a \times Y$ ，則 $a$ 在 ( ) 的條件下，才可以得到 $X=Y$ 。		
編碼	說明	百分比
2A	答案 $\neq 0$ / 不等於0	26%
0A	0 / 等於0	29%
0B	1 / 等於1	9%
0C	答案 $>0$ 或 $<0$ 或 $N$ 或 $Z$ 或部分集合	12%
0Z	其它答案	6%
0X	空白	19%

#### 說明與建議：

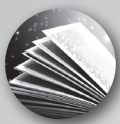
本題主要評量考生能否瞭解等量公理。此題為一基本概念題，乃應用等量公理中的「等式的等號左右兩邊同除以一不為0的數，此等式仍然成立」，但只有26%的考生答對，表現很差，頗令人感到訝異！另有29%的考生填了等於0的條件，不知是否由於粗心而筆誤或片段以為 $a$ 等於0時，才會讓等號兩邊的式子相等。還有12%的考生填了大於0、小於0、 $N$ 、 $Z$ 或部分集合，以及9%的考生填了等於1等情形。另外，此題尚有19%的考生是答案空白。建議加強瞭解等量公理。

### 2、102年預試第4題

內容向度	代數	
評量目標	列式並求解一元一次方程式	
假設 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$ 、 $F$ 是六個由小到大的連續正整數，且其總和等於165，求 $F = ( )$ 。		
編碼	說明	百分比
2A	答案30	73%
0A	答案35	3%
0Z	其它答案	11%
0X	空白	12%

#### 說明與建議：

本題主要評量考生能否列式並求解一元一次方程式。此題如欲列式成功，尚需利用數的關係先列出6個未知數。由於是6個連續正整數，可先用符號  $x$ 、 $x+1$ 、 $x+2$ 、 $x+3$ 、 $x+4$ 、 $x+5$  表之，且  $x > 0$ 。再依題意，將此6個數相加使其總和為165，即列式為  $6x+15=165$ ，所以  $x=25$ ，因此最大數是30。此題有73%的考生答對。另有14%的考生答錯，可能是列式錯誤或計算錯誤；還有12%的考生可能是不會列式而使答案空白。



3、103年教檢第2題

內容向度	代數	
評量目標	利用乘法公式求值	
若 $x=1+\sqrt{3}$ ，則 $x^2-4=$ ( )。		
編碼	說明	百分比
2A	答案 $2\sqrt{3}$	69%
0A	答案 0	10%
0B	答案 6	2%
0C	答案 1	2%
0Z	其它答案	13%
0X	空白	5%

說明與建議：

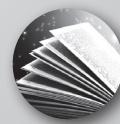
本題主要評量考生能否利用乘法公式求值，此題還涉及二次方根的計算。已知  $x = 1 + \sqrt{3}$ ，所以  $x^2 - 4 = (1 + \sqrt{3})^2 - 4 = 1 + 2\sqrt{3} + 3 - 4 = 2\sqrt{3}$ 。此題有69%的考生答對。另有12%的考生算出的答案是0或6，可能是用錯乘法公式，即  $(1 + \sqrt{3})^2 = 1 + 3 = 4$  或  $(1 + \sqrt{3})^2 = 1 + 3^2 = 10$ ；還有16%的考生算成其它答案。建議加強熟練乘法公式以及二次方根的計算。

4、103年教檢第3題

內容向度	代數	
評量目標	瞭解因式的定義並依此反求原多項式	
若 $x+2$ 是 $x^2-3x+2+a$ 的因式，則 $a=$ ( )。		
編碼	說明	百分比
2A	答案 -12	57%
0A	答案 8	3%
0B	答案 24	3%
0C	答案 0	2%
0D	答案 -4	2%
0E	答案 12	2%
0F	答案 2	2%
0G	答案 -8	2%
0Z	其它答案	16%
0X	空白	12%

說明與建議：

本題主要評量考生能否瞭解因式的定義並依此反求原多項式，此題還涉及多項式的四則運算。已知  $x+2$  是  $x^2-3x+2+a$  的因式，因此被除式  $x^2-3x+2+a$  除以除式  $x+2$  的餘式為0，即  $a+12=0$ ，所以  $a=-12$ 。另外，此題也可用因式定理求之，也就是將-2代入原多項式使其值為0，但此為高中教材。此題有57%的考生答對。另有32%的考生答錯以及12%的考生是答案空白，可能是不熟練多項式的運算或者是根本不瞭解或不曾利用因式定義。建議加強瞭解因式的定義並能應用之以及熟練多項式的四則運算。



## 二、數學教材教法

### (一) 選擇題

#### 1、102年預試第22題

類別向度	數學教學與評量				
評量目標	判斷出適合用來教乘法交換律的問題情境				
有關乘法交換律的啟蒙教學，下列哪一個問題最適合用來布題？					
(A) 一隻青蛙有4條腿，5隻青蛙共有幾條腿？					
(B) 小明有4顆彈珠，哥哥的彈珠是小明的5倍，哥哥有幾顆彈珠？					
(C) 操場上有一隊學生，排了4排5列，學生共有幾個人？					
(D) 媽媽有4件不同的上衣、5件不同的裙子，共可搭配出幾種穿法？					
選項	A	B	C*	D	其他
選項率	0.15	0.05	0.45	0.34	0.01

#### 說明與建議：

本題主要評量考生能否判斷出適合用來教乘法交換律的問題情境。選項C是陣列型問題，在此情境中，可先計算排再計算列、或先計算列再計算排，所得結果都一樣且未改變原情境的意義，因此很適合將其引入做為乘法交換律的啟蒙教學；有45%的考生選對。而選項D是配對型問題，有34%的考生選答；選項A是等組型問題（連加型問題），有15%的考生選答；選項B是倍數比較型問題，有5%的考生選答。建議加強瞭解各乘法問題類型的意義與其適用時機。

#### 2、103年教檢第29題

類別向度	數學教材內容				
評量目標	瞭解數量關係所具備的特性				
有一數學課本的題目為「安安今年10歲，爸爸年齡和安安年齡合起來是45歲，問幾年後爸爸的年齡是安安的2倍？」；這個題目的特性是屬於哪一種數量關係？					
(A) 和不變					
(B) 差不變					
(C) 積不變					
(D) 比值不變					
選項	A	B*	C	D	其他
選項率	0.03	0.77	0.02	0.18	0

#### 說明與建議：

本題主要評量考生能否瞭解數量關係所具備的特性。常用的數量關係包括和不變、差不變、積不變、比值不變…等等。父子年齡的差不因時間而改變，是屬於差不變的數量關係。此題有77%的考生答對。另有18%的考生認為此年齡問題是屬於比值不變的數量關係，可能是受到題目中的關鍵字「2倍」的影響，而朝向比值概念思考。建議加強瞭解常用的各數量關係所具備的特性。



### 三、小結

根據102年預試和103年首次數學能力測驗的代數內容，普通數學共計15題（選擇題11題、填充題4題），其中含預試題8題；數學教材教法共計2題（全部為選擇題），其中含預試題1題。本次普通數學試題的評量內容包括利用比例概念列式、代數式比大小、等量公理、方程式的直接求解或方程式的列式與求解（含一元一次方程式、一元二次方程式與二元一次方程式）、乘法分配律的應用、乘法公式的應用以及利用因式定義求解等問題；本次數學教材教法試題的評量內容包括適合教乘法交換律的問題情境以及數量關係的特性等問題。根據代數的評量結果，分別就普通數學和數學教材教法，綜合整理說明如下：

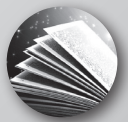
#### （一）普通數學

在普通數學有關代數的15題試題中，有2題答對率是九成多、2題答對率是八成多、3題答對率是七成多、6題答對率是六成多、1題答對率是五成多以及1題答對率是兩成多。由此看來，這15題的答對率大都是集中在六至八成。而這15題試題中比例最重的就屬方程式問題，佔了8題，其中一題的答對率為九成多，而另七題的答對率約六至八成。直接求解方程式的問題有4題，有九成多的考生能求出二元一次聯立方程式的解，表現最好。有七成左右的考生能求出一元二次方程式的解、六成的考生能求出一元一次方程式的解，而其餘考生主要犯錯的原因則是取錯了正負號以及用錯移項法則或乘除互逆概念。有關二元一次方程式的列式與求解問題有兩題，都有近七成考生能答對；有關一元一次方程式的列式與求解問題也有兩題，也都有七、八成的考生能答對。整體而言，考生在方程式問題的表現還算不錯。

有關等量公理的問題計有兩題。其中一題是應用等量公理來判斷面積關係，有七成多的考生能答對。其餘考生答錯的原因可能是未察覺出該題可應用等量公理因而僅靠視覺來判斷。另外一題是基本概念題，卻只有兩成多的考生知道在「 $a \neq 0$ 」的條件下，才能從  $aX = aY$   $a \times X = a \times Y$  得到  $X = Y$ 。考生在此題表現最差，令人感到訝異。

至於另外5題，一題是代數式比大小的問題，有九成多的考生能比出各式子的大小，表現最好。一題是比例問題，有八成多的考生能瞭解比與比例的意義並應用於解題。一題是利用乘法公式求值問題，有近七成的考生答對，其餘考生答錯的原因可能是用錯乘法公式，即  $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ ，還有方根計算有錯。一題是應用乘法分配律估算答案的問題，有六成多的考生答對，而近三成的考生錯估  $2000 \times \left(-\frac{2000}{1999}\right)$  的值比較接近-2000而非-2001，可能是未察覺出此題要應用乘法分配律或是數感不佳以致錯估。一題是應用因式定義反求原多項式問題，不到六成的考生能答對，而有約三成的考生答錯以及一成多的考生是答案空白，可能是不熟練多項式的運算或者是根本不瞭解或不曾利用因式的定義。

依據考生在上述15題答題結果，顯示考生較不會使用已學過的等量公理、乘法分配律、因式定義等以解決問題。還有考生對乘法公式的熟悉度以及方根計算與多項式四則運算的熟練度都有待加強。建議師資培育課程加強能應用所學的諸如重要概念、公理、定理、性質等以解決問題的能力。還有，數感能力的培養以及程序執行的能力也不應忽視。



## (二) 數學教材教法

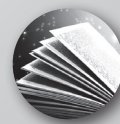
在數學教材教法有關代數的2題試題中，其中一題是有關整數乘法的教學知識，只有四成多的考生瞭解陣列型問題是適合用來教乘法交換律的問題情境，而有三成多的考生卻誤認為是配對型問題以及一成多的考生誤認是等組型問題。另外一題是有關數量關係的教材知識，有七成多的考生瞭解父子年齡的問題是屬於差不變的數量關係問題，而有近兩成的考生卻誤認為是屬於比值不變的數量關係，可能是受到題目中的關鍵字「倍」的影響，而朝向比值概念思考。依據上述結果，建議師資培育課程加強瞭解各乘法問題類型的意義與其適用時機以及瞭解常用的各數量關係所具備的特性。



# 伍、量與實測試題表現







## 伍、量與實測試題表現

## 一、普通數學

## (一) 選擇題

## 1、102年預試第3題

內容向度	數與量				
評量目標	能知道平行四邊形的面積為底乘以高，或圖形重組的面積關係				
<p>有一個長方形ABCD的田地，如下圖，其面積為96平方公尺，在這田地中有一條寬為2公尺的道路。已知 <math>BC=12</math> 公尺，則道路的面積是多少平方公尺？</p>					
<p>(A) 8                      (B) 14                      (C) 16                      (D) 24</p>					
選項	A	B	C*	D	其他
選項率	0.04	0.03	0.79	0.1	0.04

說明與建議：

本題關鍵是在該道路寬2公尺的界定，若將寬（底）視為與  $\overline{AD}$  或  $\overline{BC}$  平行，則此三段平行四邊形道路的長（高）度就是田地的  $\overline{AB}$  或  $\overline{CD}$  邊長。因此， $2 \times (96 \div 12) = 16$  就是答案，79%的考生正確作答；但是有13%的考生，直接用題目上的數字( $2 \times 12 = 24$ 、 $2 + 12 = 14$ )求算，未掌握題意；4%的考生只算出田地的邊長  $96 \div 12 = 8$  就選答。此題亦可先算出  $\overline{AB}$  或  $\overline{CD}$  邊長是8公尺，再將道路併掉後，只算空白田地的面積是  $8 \times (12 - 2) = 80$ ， $96 - 80 = 16$ ，就是答案16平方公尺。考生應瞭解長方形的長寬、平行四邊形的底高和其面積的關係。



## (二) 填充題

### 1、103年教檢第1題

內容向度	數與量	
評量目標	利用最小公倍數求解邊長和體積的問題	
有一堆相同的長方體盒子，每個盒子的長是18公分、寬是15公分、高是10公分；問最少需要（      ）個長方體盒子，才能拼成一正方體。		
編碼	說明	百分比
2A	270個長方體盒子	34%
0A	90個長方體盒子	16%
0B	2700個長方體盒子	7%
0C	30個長方體盒子	3%
0D	180個長方體盒子	3%
0Z	其它	28%
0X	空白	10%

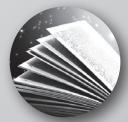
說明與建議：

本題需先求算長18公分、寬15公分、高10公分的最小公倍數是90公分，可能有考生誤算成30公分或180公分；就直接將此數字當做答案。因為題目中正方體的最小邊長是90公分，所以 $(90 \div 18) \times (90 \div 15) \times (90 \div 10) = 270$ 就是需要的長方體盒子數；有7%的考生可能誤算成2700。至於28%考生的其它答案是9、27、180、2160...等，就不知是如何得到的；本題只要看清楚題意，應該不難。

## (三) 計算題及證明題

### 1、103年教檢第6題

內容向度	數與量	
評量目標	能利用比例概念解決生活中的容量問題	
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;">                     將橘皮放入95%濃度的酒精中，浸泡後再用煮沸後的冷開水稀釋成70%~75%的酒精濃度，有最佳的消毒效果。                 </div> 若有0.6公升的95%濃度的酒精，放入橘皮浸泡（其釋出的成份可不計）後，想要達到上述最佳消毒效果的酒精濃度；問最少和最多需加入多少毫公升的冷開水？（答案請四捨五入取至個位）		
編碼	說明	百分比
5A	濃度公式正確，以加入水量為未知數，例如： $(\frac{600 \times 95\%}{600+x} = \frac{70}{100}$ 、 $\frac{600 \times 95\%}{600+x} = \frac{75}{100}$ )，最少和最多答案正確	10%
5B	濃度公式正確，算出溶液的量，再減去600，例如： $(600 \times 95\%) \times \frac{100}{70} \approx 814$ 、 $814 - 600 = 214$ )，最少和最多答案正確	1%
4A	濃度公式正確以加入水量為未知數，例如： $(\frac{600 \times 95\%}{600+x} = \frac{70}{100}$ 、 $\frac{600 \times 95\%}{600+x} = \frac{75}{100}$ )，只算對最少或最多	2%
4B	濃度公式正確，算出溶液的量，再減去600，例如： $(600 \times 95\%) \times \frac{100}{70} \approx 814$ 、 $814 - 600 = 214$ )，只算對最少或最多	1%



3C	濃度公式和計算過程正確，但最多和最少計算錯誤	1%
1A	公式錯誤（無濃度意義）但公升毫公升轉換正確	6%
0A	公式錯誤（例如： $\frac{0.95}{0.6+x} = \frac{70}{100}$ 、 $\frac{0.95}{0.6+x} = \frac{75}{100}$ 、 $\frac{95x}{100} = \frac{70}{100}$ 、 $\frac{95y}{100} = \frac{75}{100}$ ； $1:0.7=0.6:x$ 、 $1:0.75=0.6:y$ ）未具濃度意義的公式或計算	5%
0B	只設未知數、只寫數字、只寫答案（錯誤答案）	3%
0C	算式無意義或錯誤（例如： $0.6 \times \frac{70}{100} = 0.04$ ； $95\% - 70\% = 25\%$ 、 $95\% - 75\% = 20\%$ ）	7%
0D	濃度概念錯誤（例如： $0.6:95\% = x:70\%$ ）	3%
0Z	其它答案（95%酒精為100公升中95%酒精加5%純水）	2%
0X	空白	57%

### 說明與建議：

本題是生活情境題，是有關環保議題的濃度問題。考生需知道有消毒水效果的濃度範圍，應用濃度公式、液量單位的換算，進行假設未知數求解(代數解)或計算求解(算式解)。

本題主要有兩種正確解題策略，策略一是直接以加入水量為未知數，根據濃度 = 溶質 / 溶液的公式、最高與最低濃度範圍，算出所需加入的毫公升水量範圍( $\frac{600 \times 95\%}{600+x} = \frac{70}{100} \sim \frac{75}{100}$ ，最少  $x=160$ 、最多  $x=214$ )；策略二根據濃度 = 溶質 / 溶液的公式、最高與最低濃度範圍，算出稀釋後的溶液液量，再減去原有的溶液，所得的差即為需加入的毫公升水量( $(600 \times 95\%) \times \frac{100}{70} - 600 \approx 214$ 、 $(600 \times 95\%) \times \frac{100}{75} - 600 = 160$ )。有11%的考生完全正確，兩種策略中以使用策略一的人數較多。

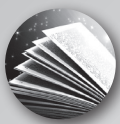
本題完全空白未作答者約57%，顯示過半的考生無法針對本題進行解題。在各種解題錯誤中，以「算式無意義或錯誤」最多(佔7%)、「公式錯誤但公升毫公升轉換正確」次之(佔6%)、「公式錯誤且未具濃度意義的公式或計算」再次之(佔5%)。本題為生活情境中的濃度問題，考生需根據濃度範圍算出需加入的水量；但頗多考生可能無法瞭解題意或無法提出解題策略。簡單的濃度問題在國小階段也會出現，且在自然科學中也常使用；整體而言，考生表現尚待加強。

## 二、數學教材教法

### (一) 選擇題

#### 1、102年預試第18題

類別向度	數學教材內容				
評量目標	知道時間教材的順序或結構				
在教育部97年頒布之九年一貫數學學習領域課程綱要中，下面是有關時間的學習內容：					
甲、認識幾點鐘					
乙、認識幾點幾分					
丙、認識幾點半					
丁、認識一日有24時					
根據這些學習內容，最適當的教學安排順序為何？					
(A) 甲→丁→丙→乙 (B) 甲→丙→丁→乙					
(C) 甲→丙→乙→丁 (D) 丁→甲→丙→乙					
選項	A	B	C*	D	其他
選項率	0.12	0.08	0.32	0.47	0.02



說明與建議：

國小低年級的時間教材，在一年級是「1-n-08：能認識常用時間用語，並報讀日期與鐘面上整點、半點的時刻」，到二年級是「2-n-12：能認識鐘面上的時刻是幾點幾分」，到三年級是「3-n-13：能認識時間單位日、時、分、秒及其間的關係，…」，且兒童時間概念的認知發展是先從比對刻度觀點認識時鐘的時刻、日/月曆的日期，才能進一步到建立量感階段：1日=24時、1時=60分、1分=60秒。因此，本題的正確答案是「甲、認識幾點鐘→丙、認識幾點半→乙、認識幾點幾分→丁、認識一日有24時」，只有32%的考生答對；卻有47%的考生選「丁→甲→丙→乙」，可見對時間教材的脈絡順序有待加強。

2、102年預試第19題

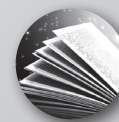
類別向度	數學教材內容				
評量目標	瞭解長度教材的順序或結構				
在安排下列長度教材的順序時，哪一個是學生最晚學習的內容？					
(A) 用公分及毫米說出鉛筆長度					
(B) 比較二位學生的身高					
(C) 用繩子比出公佈欄的長，再和黑板的長比較					
(D) 用手掌測量桌面寬度並報告數據					
選項	A*	B	C	D	其他
選項率	0.79	0.05	0.08	0.07	0.01

說明與建議：

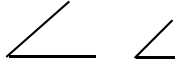
本題有關長度教材的順序，「(B) 比較二位學生的身高」是屬於直接比較，「(C) 用繩子比出公佈欄的長，再和黑板的長比較」是屬於間接比較，「(D) 用手掌測量桌面寬度並報告數據」是屬於個別單位測量，「(A) 用公分及毫米說出鉛筆長度」是屬於常用單位測量；所以(A)是最晚學習的內容。本題有79%的考生正確作答。

3、102年預試第21題

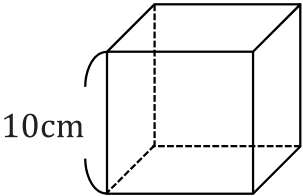
類別向度	兒童數學概念				
評量目標	瞭解學童對「角的大小比較」的迷思概念				
有關「角的大小比較」，有三種說法如下：					
甲、角的邊愈長，角度就愈大					
乙、角張開的程度愈大，角度就愈大					
丙、角內部的區域愈大，角度就愈大					
哪些是學生常出現的迷思概念？					
(A) 甲和乙					
(B) 甲和丙					
(C) 乙和丙					
(D) 三者皆是					
選項	A	B*	C	D	其他
選項率	0.06	0.55	0.13	0.23	0.03



說明與建議：

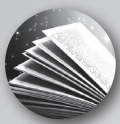
本題從角的數學概念來看，若有A、B兩個角度相同的角，如：。則此A角的邊和內部區域都比B角的大，但此兩角張開的程度是一樣的。因此，有些國小學生對角概念不清楚，不能瞭解角度是角張開的程度時，就會有「甲、角的邊越長，角度就越大」、「丙、角的內部區域越大，角度就越大」的迷思概念。本題只有55%的考生答對，有23%的考生認為「乙、角張開的程度越大，角度就越大」也是迷思概念並不正確，它是正確觀念。

#### 4、103年教檢第19題

類別向度	數學教材內容				
評量目標	瞭解國小數學教學中容量單位的常用教具				
<p>有一個每邊長10 cm的正方體透明空盒，如下圖：</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>老師利用此透明空盒進行容量教學，此透明空盒的容量是多少？</p> <p>(A) 1毫公升 (B) 1分公升 (C) 1公升 (D) 1公秉</p>					
選項	A	B	C*	D	其他
選項率	0.06	0.12	0.79	0.03	0

說明與建議：

本題中的正方體（每邊長10cm）透明空盒，是國小數學教學常用的教具，當它裝滿 $10 \times 10 \times 10 = 1000$ 個小白積木（邊長1cm）時，體積是1000立方公分；如果裝水就是1000毫公升，也稱1公升盒。因此本題的標準答案是「(C) 1公升」，有79%的考生答對；但是有12%的考生選「(B) 1分公升」，它是接近一瓶養樂多的量；有6%的考生選「(A) 1毫公升」，它是接近一粒花生米的量。有關量感的教學不宜死記1公升=10分公升=1000毫公升，而應強化外部連結，培養數學概念和生活中物件的關聯。



5、103年教檢第20題

類別向度	數學教材內容				
評量目標	瞭解重量教材的測量活動特性				
將兩個物件分別置於彈簧秤上，利用記號或刻度比出兩物件的輕重；這種重量比較方式屬於哪一種測量活動？					
(A) 感覺比較					
(B) 間接比較					
(C) 直接比較					
(D) 個別單位比較					
選項	A	B*	C	D	其他
選項率	0.01	0.41	0.35	0.23	0

說明與建議：

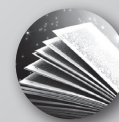
重量屬於肌肉覺，不同於長度、容量、角度、面積、體積是屬於幾何（視覺）量。因此，用兩手同時、分別掂二物比出輕重是直接比較；但是當二物都過輕、過重，或輕重差異不大時，無法透過肌肉覺比出輕重，而是利用等臂天平來直接判定孰輕孰重。本題是「將兩個物件分別置於彈簧秤上，利用記號或刻度比出兩物件的輕重」，此兩物件並非直接判定輕重，而是透過記號或刻度的中介，因此正確答案是「(B) 間接的比較」，只有41%的考生答對；但有35%的考生選「(C) 直接比較」是不正確的。有關感官量（重量&幾何量）的教學脈絡是由某量認識→直接比較→間接比較→個別單位→常用單位→單位化聚→面積/體積公式，考生需針對不同量的特性，分別瞭解在各階段的內涵。

6、103年教檢第27題

類別向度	數學教學與評量				
評量目標	能利用適當的例子檢測學生周長與面積的概念				
老師想要評量學生能否分辨周長與面積的概念，下列哪個面積問題 <u>不適合</u> ？					
(A) 計算邊長是8公分的正方形面積					
(B) 計算長寬分別是6公分與4公分的長方形面積					
(C) 計算邊長是4公分的正方形面積					
(D) 計算長寬分別是8公分與4公分的長方形面積					
選項	A	B	C*	D	其他
選項率	0.04	0.1	0.76	0.09	0

說明與建議：

國小學生對周長、面積的概念不清楚時，經常會混淆周長和面積的解題。因此，國小老師要有能力設計題目，瞭解學生的概念是否正確。選項「(C) 計算邊長是4公分的正方形面積」，其周長是16公分、面積是16平方公分，不易區辨學生是正確求出面積，或以周長誤算。本題有76%考生正確作答。



## (二) 問答題

## 1、102年預試第10題

類別向度	兒童數學概念	
評量目標	理解學童解決容量間接比較的方法	
老師進行「容量間接比較」的教學時，提供了下圖容器甲與容器乙的水量，讓學生比較哪一個容器的水量比較多。		
請寫出學生常用的三種比較方法。		
編碼	說明（每種方法敘述完整給2分，僅部分敘述給1分）	百分比
2方法之敘述完整/ 1方法僅部份敘述	A 將某一杯的水作記號後倒出，將另一杯的水倒入再比較。	12% / 7%
	B 甲、乙兩杯倒入另一個大容器（大量杯），利用高度、作記號或刻度再比較。	17% / 26%
	C 甲、乙分別倒入多個相同小杯（量杯），再比較杯數。	9% / 2%
	D 使用單一小杯去量出甲、乙的水量，再比較杯數。	7% / 1%
	E 甲、乙兩杯倒入兩個相同容器，利用高度或直觀再比較。	5% / 4%
	Z 其它答案	- / -
0A	使用視覺直觀比較、直接測量、容器高度比較、容器底面積比較…等	81%
0B	利用體積或容積或公式比較	19%
0C	誤解決問題意，利用迷思概念	1%
0D	利用水的重量比較	10%
0Z	其它答案	14%
0X	空白	86%

## 說明與建議：

當兩個形狀不一樣的容器併置，無法判定誰的水量多時，就不能直接比較；而容器容量的「間接比較」會利用到其它同類量的測量物，其比較方法可能是：

- (1) 以另一個較大容器（大量杯）進行比較，如編碼2B / 1B。
- (2) 使用兩個大小相同容器進行比較，如編碼2E / 1E。
- (3) 使用多個相同小杯（量杯）進行比較，如2C / 1C。
- (4) 使用單一小杯分別量出杯數再進行比較，如編碼2D / 1D。

「間接比較」亦可利用原題中容器之一，涉及作記號複製後進行比較，如編碼2A / 1A。

本題需寫出三種比較方法，看來2A有12%（1A有7%）、2B有17%（1B有26%）、2C有9%（1C有2%）、2D有7%（1D有1%）、2E有5%（1E有4%）的考生作答；有81%的考生寫出一種比較方法屬0A、19%屬0B，均不符正確作答。整體而言，只有3%的考生得5分、12%得4分、6%得3分、19%得2分、18%得1分，卻有42%得0分；這是一個容量教學上很實務的問題，老師應瞭解何謂間接比較外？國小學生常用的方法也應掌握。



2、103年教檢第9題

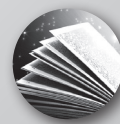
類別向度	兒童數學概念	
評量目標	瞭解學童使用量角器測量角度、報讀角度時，常發生的錯誤及其原因	
學生使用量角器測量角度及報讀角度時，常發生錯誤。請分別針對以下兩類活動，各舉出一項學生常見的錯誤及其原因：		
(1) 測量角度。【2.5分】		
(2) 報讀角度。【2.5分】		
(1) 編碼	說明	百分比
2.5說明錯誤及原因， 敘寫較完整 /	A 角的頂點沒有對準量角器的中心點。	- / - / 15%
	B 角的邊沒有對準量角器的線。	1% / 3% / 49%
1.5說明錯誤及原因， 敘寫略完整 /	C 角的一邊雖對準量角器的線，但另一邊沒有在量角器內。	- / - / -
1 說明錯誤及原因， 敘寫不完整	D 其它	- / - / 1%
0A	沒有放妥量角器，起點沒對頂點	1%
0B	量角器二邊都有0度，學生常看錯	-
0C	不清楚要測量的角度為何	
0Z	其它答案	17%
0X	空白	13%
(2) 編碼	說明	百分比
2.5說明錯誤及原因， 敘寫較完整 /	A 角的二邊沒有延長，無法從量角器的刻度報讀。	- / - / -
	B 角的一邊在量角器的線上，但報讀錯誤。	9% / 13% / 36%
1.5說明錯誤及原因， 敘寫略完整 /	C 角的二邊都在量角器的刻度上，但報讀錯誤。	- / - / -
1 說明錯誤及原因， 敘寫不完整	D 其它	- / - / 11%
0Z	其它答案。	13%
0X	空白。	17%

說明與建議：

本題探討國小學生使用量角器時，在(1)測量角度、(2)報讀角度，分別有何常見錯誤及其原因。測量角度是以量角器的使用為主，報讀角度則以角度的數值為主；考生未能瞭解二者間的差異，很多混為一談。

使用量角器測量角度時，需指導國小學生要將角的頂點對準量角器的中心點、角的一邊對準量角器的線；因此，學生會出現的錯誤，依據考生所寫如(1)編碼中2.5A / 1.5A / 1A、2.5B / 1.5B / 1B等。因為本小題只要寫出一項錯誤及其原因，所以依據敘寫完整程度分為三級(2.5分、1.5分、1分)計分。

使用量角器報讀角度時，需指導國小學生知道量角器上有兩圈刻度，通常需將角的兩邊延長才能對到刻度，再視角正確擺放的位置來報讀角度；因此，學生常會報成互補的角、小(大)刻度報成大(小)刻度、內(外)圈報成外(內)圈、鈍(銳)角報成銳(鈍)角等，依據考生的寫法都屬於(2)編碼中2.5B / 1.5B / 1B。因為本小題只要寫出一項錯誤及其原因，所以依據敘寫完整程度分為三級(2.5分、1.5分、1分)計分。



### 三、小結

根據102年預試和103年首次數學能力檢測的量與實測內容，普通數學共計3題（選擇題1題、填充題1題、計算證明1題），其中含預試題1題；數學教材教法共計8題（選擇題6題、問答題2題），其中含預試題4題。本次普通數學試題的評量內容涵蓋平行四邊形組合圖形的面積計算、小長方體邊長和大正方體體積的關係、生活中與濃度有關的容量問題；本次數學教材教法試題的評量內容涵蓋時間教材順序、長度教材順序、學童對角度的迷思概念、容量的常用教具、重量的測量活動、對學童周長與面積概念的評量、理解學童解決容量間接比較的方法、瞭解學童使用量角器測量及報讀角度時的錯誤。根據量與實測的評量結果，分別就普通數學和數學教材教法，綜合整理說明如下：

#### （一）普通數學

量與實測屬「數與量」向度，所以在普通數學的份量並不多。考生在102年預試選擇題第3題田地中道路面積的評量表現有79%正確，但在103年教檢非選題第1題，只有34%考生能利用最小公倍數正確求算小長方體盒子邊長和大正方體邊長或體積的關係；在103年教檢非選題第6題，只有11%考生能知道濃度的意義，應用濃度公式、液量單位的換算，進行代數解或算式解。這三題中，濃度題有57%考生是空白，建議師培機構可加強普通數學課程，數學內容在生活情境的運用。

#### （二）數學教材教法

在國小量與實測課程中，通常包括幾何（視覺）量：長度、面積、體積、角度、容量五種，以及重量和時間。以此次分析的試題來看，102年預試選擇題第18、19題，103年教檢選擇題第19、20題是屬數學教材內容題；包括時間、長度的教材順序，及容量單位的常用教具、重量教材的測量活動特性。其中時間題只有32%的考生答對、重量題只有41%的考生答對，考生宜加強工具量（例：時間）、感官量（例：重量）的教材內容及教學脈絡。102年預試選擇題第21題、非選題第10題，以及103年教檢非選題第9題均屬兒童數學概念題；包括：瞭解學童對「角的大小比較」的迷思概念、學童解決容量間接比較的方法、學童使用量角器測量或報讀角度常發生的錯誤。這一類試題考生答對率並不高，尤其是問答題有三至四成考生得0分，值得重視；考生宜加強現場教學經驗，才能瞭解學童的表現和想法。師培機構宜鼓勵考生加強數學教學試教，以增進數學教與學的關連。至於103年教檢選擇題第27題是屬數學教學與評量題，在評量考生能否利用適當的例子檢測學生周長與面積的概念，此題有76%考生答對。

總之，有關這六種量（幾何量和重量）在直接比較、間接比較、個別單位、常用單位、面積/體積公式等階段的教材和教學內容要瞭解外；時間是看不見、摸不到的量，也需瞭解在不同年級的教材和教學內容。還有學童在各種量的迷思概念、常見錯誤，學習困難均應加強。同時，在量與實測課程中會使用到很多教具或學具，例如：公升盒（每邊長10cm的正方體透明空盒）、容器或量杯、量角器等，也出現在考題中。考生應瞭解教具或學具的功能、正確的使用方法，還要知道和教學目標的關連，學生使用上常見的錯誤和困難。



# 陸、幾何試題表現





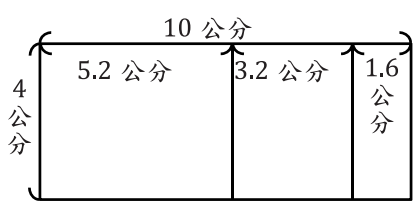


## 陸、幾何試題表現

## 一、普通數學

## (一) 選擇題

## 1、102年預試第7題

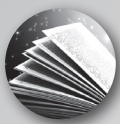
內容向度	幾何				
評量目標	能利用相似形的成比例性質解答問題				
<p>有一個大長方形的長與寬分別為10公分與4公分，將大長方形切成三個小長方形，如下圖，問這三個小長方形中有多少個與大長方形相似？</p> 					
<p>(A) 0                      (B) 1                      (C) 2                      (D) 3</p>					
選項	A	B*	C	D	其他
選項率	0.24	0.62	0.04	0.06	0.04

## 說明與建議：

本試題主要評量考生是否能利用邊長成正比的相似形性質，檢查三個小長方形是否與原來大長方形相似。在解決問題時，學生想要直觀的看出那兩個長方形相似難度很高，因此考生應先知道小長方形長寬比分別為 $5.2:4$ ， $4:3.2$ ， $4:1.6$ ，然後與大長方形的長寬比（ $10:4$ ）相比，檢驗是否相等；或者因為已知大長方形之長和寬，以及小長方形之一邊長4，得出小長方形另一邊應符合 $10:4 = 4:( )$ 或者 $10:4 = ( ):4$ ，然後得 $( ) = 1.6$ 或者10（原長方形）。評量發現，有62%的考生能正確回答；但有24%的考生找不到小長方形與大長方形相似，顯示這些考生可能沒有相似形概念，或者無法正確使用相似形性質。建議考生加強對相似概念與邊長成正比例性質的連結。

## 2、102年預試第8題

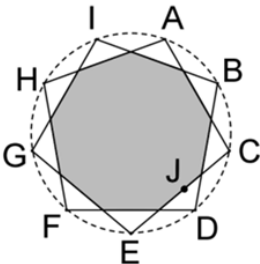
內容向度	幾何				
評量目標	能判斷長方形、正方形和菱形的包含關係				
<p>長方形、正方形和菱形的包含關係，下列敘述何者正確？</p> <p>(A) 長方形是正方形的一種</p> <p>(B) 菱形是正方形的一種</p> <p>(C) 正方形是菱形的一種</p> <p>(D) 菱形是長方形的一種</p>					
選項	A	B	C*	D	其他
選項率	0.03	0.15	0.75	0.06	0.01



說明與建議：

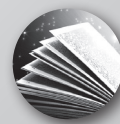
在學習認知發展上，小學生剛開始學習長方形、正方形、菱形時，是經由直觀來認識幾何形體，因此不談或者不瞭解彼此之間的關係。到了國中，學生需要經由定義與性質瞭解其間的包含關係。評量發現有75%的考生能正確回答，正方形是菱形的一種，但是有15%的考生認為菱形是正方形的一種，也就是使用逆概念來回答問題；顯示這些考生可能無法瞭解正方形和菱形的包含關係，或者無法區分正、逆概念之間的差異。建議考生應加強利用長方形、正方形、菱形的定義與性質，瞭解其間的關係，或者瞭解正概念與逆概念之間的異同。

### 3、102年預試第14題

內容向度	幾何				
評量目標	能利用圓周角、內角、外角等角度概念與性質解決問題				
將正九邊形的每一邊延長後，分別相交於圓上A、B、C、D、E、F、G、H、I等九點，如下圖。小美從點J出發，沿著直線分別經過點E、G、I、B、D、F、H、A、C，然後再回到J點。則小美行進的過程中總共轉了幾度？					
					
<p>(A) 360                      (B) 720                      (C) 900                      (D) 1260</p>					
選項	A	B*	C	D	其他
選項率	0.11	0.32	0.26	0.23	0.08

說明與建議：

本問題在瞭解小美行進的過程中，總共轉了幾度，也就是所有9個內角的外角總和。考生的解法，可以使用具體模擬的方式，發現小美走到  $\overline{BD}$  還沒轉到  $\overline{CE}$  與的方向，因此還沒有轉  $360^\circ$ ；等到小美走到  $\overline{DF}$  時，已轉超過  $360^\circ$ ，因此再回到原來J點時，已轉了二圈的角度。考生也可以先從每個弧都等長，再利用圓周角的性質，發現每一個角（例如  $\angle CEG$ ）所對的弧長是圓周長的  $\frac{5}{9}$ ，得知每一個內角是  $100^\circ$ ，所以一個外角為  $80^\circ$ ，九個外角和為  $80^\circ \times 9 = 720^\circ$ 。評量發現，只有32%的考生能正確回答，有26%，23%，11%的考生分別回答  $900^\circ$ ， $1260^\circ$ ， $360^\circ$ ；其中回答  $900^\circ$  的考生可能是先利用圓心角的性質，發現每一個內角是  $100^\circ$ ，再算出九個內角和；回答  $1260^\circ$  的考生可能是算成九邊形的內角和；回答  $360^\circ$  的考生是以為所有外角和都是  $360^\circ$ 。建議考生可以加強使用模擬的方式，或者利用圓的相關性質來解決問題。



## 4、103年教檢第7題

內容向度	幾何				
評量目標	能瞭解同一種類三角形的相似性				
有關三角形的敘述，下列何者不正確？					
(A) 所有正三角形皆相似					
(B) 所有等腰直角三角形皆相似					
(C) 所有等腰銳角三角形皆相似					
(D) 有一角為 $15^\circ$ 的所有直角三角形皆相似					
選項	A	B	C*	D	其他
選項率	0.03	0.07	0.75	0.15	0

## 說明與建議：

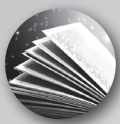
本題主要評量考生對同一種類三角形相似性質的瞭解。評量發現，有75%能認知等腰銳角三角形不一定相似。有15%的考生以為有一角為 $15^\circ$ 的直角三角形不會相似；事實上，已經知道一角是 $15^\circ$ 的直角三角形，另一角是 $90^\circ$ ，由AA相似性質，可知有一角為 $15^\circ$ 的所有直角三角形都會相似。建議考生應加強使用相關數學性質解決問題的能力。

## 5、103年教檢第8題

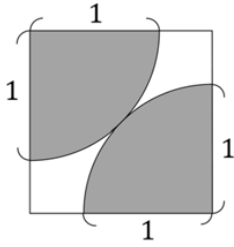
內容向度	幾何				
評量目標	能瞭解圓形的對稱軸數量				
一個圓有幾條對稱軸？					
(A) 0					
(B) 1					
(C) 2					
(D) 無限多					
選項	A	B	C	D*	其他
選項率	0.01	0.01	0	0.98	0

## 說明與建議：

本題主要評量考生是否能瞭解圓形的對稱軸有無限多條的概念。評量發現，幾乎所有的考生（98%）都能正確認知。



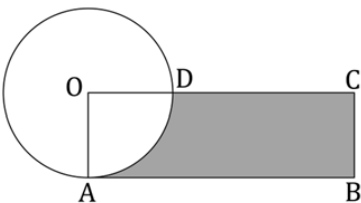
6、103年教檢第9題

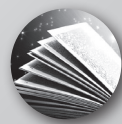
內容向度	幾何				
評量目標	能利用畢氏定理和正方形面積解決問題				
在正方形內畫兩個半徑為1的四分之一圓，且兩弧相切，如下圖；問此正方形的面積是多少？					
					
<p>(A) <math>\sqrt{2}</math></p> <p>(B) 2</p> <p>(C) 2.25</p> <p>(D) <math>4\sqrt{2}</math></p>					
選項	A	B*	C	D	其他
選項率	0.14	0.56	0.19	0.11	0.01

說明與建議：

本題主要評量考生是否能從題意中發現正方形的對角線是兩個半徑的和，進而利用畢氏定理（或者等腰直角三角形的邊長性質） $1:1:\sqrt{2}$ ，求出正方形邊長，再求出正方形面積。評量發現，有56%的考生能正確回答；有19%的考生選答2.25，可能直觀的觀察圖形，發現正方形邊長可能是 $\frac{3}{2}$ ，因此面積為 $\frac{9}{4}=2.25$ 。也分別有14%，11%的考生回答 $\sqrt{2}$ ， $4\sqrt{2}$ ；這些考生可能以為要求正方形的邊長，或者周長。建議考生應加強題意的瞭解，或者運用數學性質解答。

7、103年教檢第15題

內容向度	幾何				
評量目標	能利用圓與扇形的周長公式解決問題。				
四邊形OABC為長方形，且 $\overline{AB}$ 為圓O的切線，如下圖。已知圓O的周長是4，且圓O的面積等於長方形OABC的面積；問陰影部分圖形之周長為何？					
					
<p>(A) <math>1 + \frac{4}{\pi}</math></p> <p>(B) 4</p> <p>(C) 5</p> <p>(D) <math>4 + \frac{4}{\pi}</math></p>					
選項	A	B	C*	D	其他
選項率	0.15	0.12	0.35	0.36	0.01



說明與建議：

本題主要評量考生利用圓形、扇形的面積、周長，以及長方形面積、周長的概念解決問題，因此屬於多驟問題。若考生能稍微分析問題，可以發現 $\overline{BC}=\overline{OD}$ ，因此陰影部份的周長 $=2 \times \overline{BC} + \frac{1}{4}$ ，或許可以降低一點難度。評量發現，只有35%的考生能正確回答，有36%的考生可能沒有計算，以直觀的感覺，圓形半徑的分母有 $\pi$ ，或者圓形面積是 $\frac{4}{\pi}$ ，就選答 $4 + \frac{4}{\pi}$ 。分別有15%，12%的考生回答 $1 + \frac{4}{\pi}$ ，4；這些考生可能把長方形面積直接加上扇形周長，或者少算了扇形周長。建議考生應加強綜合面積和周長概念以解決問題的能力。

## (二) 填充題

### 1、102年預試第5題

內容向度	幾何	
評量目標	能利用三角形的內角、外角、平角、內角和的概念解決問題	
<p>已知D、B、C、E共線，A為線外一點，如下圖。若<math>\angle ABD=110^\circ</math>、<math>\angle ACE=120^\circ</math>，則<math>\angle BAC</math>的度數為( )。</p>		
編碼	說明	百分比
2A	答案50 / 50° / 50度	88%
0A	答案130 / 130° / 130度	2%
0Z	其它答案	7%
0X	空白	4%

說明與建議：

本題主要利用三角形三內角和是 $180^\circ$ ，以及平角是 $180^\circ$ 的概念進行解決問題。評量發現有88%的考生能正確回答 $50^\circ$ ，約2%的考生回答 $\angle A$ 的補角 $130^\circ$ 。從圖形的直觀來看，回答 $130^\circ$ 的考生可能缺乏量感。建議考生加強三角形相關性質以及角度的量感。



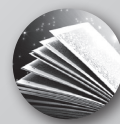
### (三) 計算題及證明題

#### 1、102年預試第7題

內容向度	幾何	
評量目標	能利用畢氏定理解決生活問題	
<p>現在市面上常見的液晶螢幕有A、B兩型，A型的長寬比是4：3、B型的長寬比是16：9，如下圖。同樣是對角線20吋的液晶螢幕，求A型和B型的「周長比」是多少？</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-end;"> <div style="text-align: center;">  <p>長寬比 4:3</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>長寬比 16:9</p> </div> </div>		
編碼	說明	百分比
5A	分別求出 $x$ 、 $y$ 的值，並正確解出答案 $7\sqrt{337} : 125$	2%
5B	求出 $x$ 、 $y$ 的比例關係，並正確解出答案 $7\sqrt{337} : 125$	0%
4A	分別求出 $x$ 、 $y$ 的值，但未求出最後答案	-
4B	求出 $x$ 、 $y$ 的比例關係，但未求出最後答案	-
4Z	其它	-
3A	只求到 $x$ 、 $y$ 的值	-
3B	只求到 $x$ 、 $y$ 的比例式，例如 $14x : 50y$	0%
3Z	其它	-
2A	只列出兩個橫等式	1%
2B	只算A的周長56	0%
2Z	其它	-
1A	只假設變數	2%
1Z	其它	-
0A	$7 : 25$ 、 $25 : 7$ 、比值為 $\frac{7}{25}$ 、 $\frac{25}{7}$ 或 $7 : 20$ 、 $20 : 7$ 、比值為 $\frac{7}{20}$ 、 $\frac{20}{7}$ 、...等	35%
0Z	其它答案	33%
0X	空白	26%

#### 說明與建議：

在日常生活中，很容易見到長、寬比是4：3的螢幕（單槍投影）和16：9的螢幕（寬液晶螢幕），因此本題是評量考生是否能利用他所學會的數學知識，解決日常生活問題的數學素養。評量發現，只有2%（5A）的考生完全答，同時考生是直接算出兩個螢幕的邊長，再求解；沒有（5B）考生察覺只要知道邊長比，便可以求出周長比值。有35%（0A）的考生直接以4，3和16，9當做兩個螢幕的長和寬，因此算出4：3和16：9螢幕的周長比為7：25或者 $\frac{7}{25}$ ；或者看到20吋，便以20進行周長的比值計算。有33%（0Z）沒有計算過程，只給答案，例如28：25，14：25，4：3，1：2或者A型8：6，B型32：18。也有26%（0X）的考生答案是空白，不知道如何作答。不到6%的考生有觸及正確概念。顯示考生運用畢氏定理解決問題的能力有待加強。建議考生應加強數學概念解答生活數學問題的能力，尤其是有較大的無理數問題。



## 2、103年教檢第7題

內容向度	幾何	
評量目標	利用三角形邊長性質與交集解決問題	
四邊形 ABCD 中， $AB=5$ 、 $AD=6$ 、 $BC=10$ 且 $CD=4$ ，如下圖。若 $BD$ 長為整數，則 $BD$ 長的所有可能值為何？		
編碼	說明	百分比
5A	列出兩邊和 $>$ 第三邊、兩邊差 $<$ 第三邊，並正確求解。	29%
5B	用列舉法，並正確求解。	3%
5C	列舉法與不等式併用，並正確求解。	2%
4A	列出兩邊和 $>$ 第三邊、兩邊差 $<$ 第三邊，但未正確求解。	4%
2A	只列出兩邊和 $>$ 第三邊，再應用其他概念解決問題，例如畢氏定理，但答案錯誤。	2%
2B	知道兩邊和 $>$ 第三邊、兩邊差 $<$ 第三邊，但不等式交集錯誤或計算錯誤。	4%
2C	只列出兩邊和 $>$ 第三邊，但計算錯誤或未計算。	7%
0A	畢氏定理概念的過度類化。	6%
0B	三角形不等式列式錯誤，例如兩邊和 $<$ 第三邊、兩邊差 $>$ 第三邊；應用面積或直觀等方法。	7%
0Z	其它答案，或只寫出數字。	8%
0X	空白。	29%

## 說明與建議：

本題主要評量考生是否能正確使用三角形三邊長性質與兩集合的交集解決問題。在解決問題時，考生若能瞭解 $\overline{BD}$ 的長度比其他兩邊之和小，比其他兩邊之差大，再運用兩集合的交集便可正確求出答案。評量發現，有29%（5A）的考生能運用上述概念正確求解；有4%（4A）的考生求出 $6 < \overline{BD} < 11$ ，但未寫出其間的整數；分別有3%（5B），2%（5C）的考生，使用列舉法，把數字代入（例如，分別把1,2,3, ..., 10, 11代入），或者不等式與列舉法並用求解（例如，先求出 $\overline{BD} < 11$ 且 $\overline{BD} < 14$ ，再代入比11小的數字，檢查是否符合任兩邊和大於第三邊）；有13%（2A, 2B, 2C）的考生只瞭解兩邊之和小於第三邊，或者使用交集錯誤，或者使用其他錯誤概念解決問題。也發現有29%（0X）考生的試卷是空白的；8%的考生只給數字，沒有任何做法；有7%的考生以兩邊之和小於第三邊，或者以兩邊之差大於第三邊解答問題；有6%（0A）的考生過度類化畢氏定理，運用它來解決三角形的問題。建議考生加強使用三角形性質解決問題的能力。



## 二、數學教材教法

### (一) 選擇題

#### 1、102年預試第20題

類別向度	數學教材內容				
評量目標	從課程綱要中分年細目的內涵，瞭解所屬的主題				
根據教育部97年頒布之九年一貫數學學習領域課程綱要，有關於「能理解長方形和正方形的面積與周長公式」，這項分年細目涉及哪些數學主題？					
(A) 幾何、代數					
(B) 數與量、幾何					
(C) 代數、統計與機率					
(D) 數與量、代數					
選項	A	B*	C	D	其他
選項率	0.29	0.61	0.01	0.06	0.03

#### 說明與建議：

有時候一個數學概念可能觸及不同的數學主題。長方形和正方形本來是幾何的概念，將邊長和角度量化以後，可以求得其周長與面積，它便觸及長度與面積的測量（量）概念。因此97年九年一貫數學學習領域將「能理解長方形和正方形的面積公式與周長公式」列為數與量以及幾何的主題。評量發現，有61%的考生能正確回答；有29%的考生回答屬於幾何與代數的範疇，這些考生可能以「公式」為分年細目的重點，認為應該屬於代數，事實上本分年細目的重點在理解長方形和正方形的面積與周長，最後再形成公式。建議考生加強分年細目的解讀能力。

#### 2、102年預試第28題

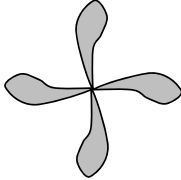
類別向度	數學教材內容				
評量目標	瞭解圓形的線對稱性質				
有關圖形線對稱的相關概念如下：					
甲、對稱軸					
乙、對稱點					
丙、對稱邊					
丁、對稱角					
在國小教材內容中，哪些是有關於「圓形」的線對稱概念？					
(A) 甲、乙					
(B) 甲、丙					
(C) 甲、乙、丙					
(D) 甲、乙、丙、丁					
選項	A*	B	C	D	其他
選項率	0.49	0.13	0.2	0.15	0.04

#### 說明與建議：

對一般圖形而言（可能是曲線邊圖形），線對稱圖形只能談對稱點，以及對稱軸；當圖形只有直線邊時，才會有對稱邊和對稱點的性質。評量發現，有49%的考生能正確回答；分別有20%、15%、13%的考生，認為圓形有對稱邊但沒對稱角、圓形有對稱邊和對稱角、圓形有對稱邊但沒有對稱點。顯示有一半以上的考生對線對稱圖形的概念不完全正確。建議考生應加強直線段邊和非直線段的線對稱圖形概念異同的瞭解。



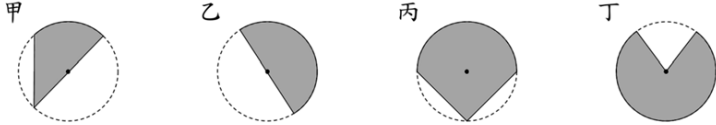
## 3、103年教檢第21題

類別向度	數學教材內容				
評量目標	能判別圖形是否為線對稱				
老師選擇一圖形做為「對稱」概念的教材，如下圖：					
					
有關此圖形「對稱」的描述，何者正確？					
(A) 是線對稱，有四條對稱軸					
(B) 是線對稱，有二條對稱軸					
(C) 是線對稱，有一條對稱軸					
(D) 不是線對稱，沒有對稱軸					
選項	A	B	C	D*	其他
選項率	0.04	0.13	0.01	0.82	0

## 說明與建議：

日常生活中常見的有規律平面圖形為線對稱和點對稱圖形。本題主要評量考生是否會誤認點對稱圖形為線對稱圖形；考生只要運用線對稱圖形是從對稱軸折疊會重合的概念心像，便可正確解答。評量發現，有82%的考生能正確回答；有18%的考生以為它是線對稱圖形，且以為有2條（13%）、4條（4%）、1條（1%）對稱軸。建議考生應加強運用啟蒙概念解決問題的能力，不要直觀的回答問題。

## 4、103年教檢第25題

類別向度	兒童數學概念				
評量目標	能判斷學生回答扇形概念的理由				
老師為瞭解學生的扇形概念，畫了四個圖形如下，請學生判斷哪些陰影部分是扇形。					
					
下列選項是不同學生的說法，問哪個說法是正確的？					
(A) 只有丙和丁是扇形，因為扇形兩邊要一樣長					
(B) 只有乙和丁是扇形，因為扇形兩邊應是圓的半徑					
(C) 只有甲和丙是扇形，因為扇形的角度應小於90度					
(D) 只有丙是扇形，因為扇形的角度要小於90度且兩邊等長					
選項	A	B*	C	D	其他
選項率	0.03	0.8	0.03	0.14	0

## 說明與建議：

本題主要評量考生是否能正確認知學生回答有關扇形的概念與理由。評量發現，有80%的考生能正確認知學生的回答；有14%的考生以為只要兩邊等長且圓心角只能小於90度；有3%的考生以為扇形只要兩邊等長即可；有3%的考生以為只要圓心角小於90度即可。建議考生應加強扇形基本概念的瞭解。



## (二) 問答題

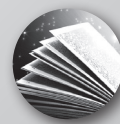
### 1、102年預試第11題

類別向度	數學教學與評量	
評量目標	瞭解圓周率的先備知識，以及圓周率為定值的教學重點	
有關圓周率的教學，試回答下列問題：		
(1) 請舉出認識圓周率最相關的兩項先備知識。【2分】		
(2) 請說明讓國小學生瞭解「圓周率為定值（例如：3.14）」的教學重點為何？【3分】		
(1) 編碼	說明	百分比
2A	圓周長、直徑或半徑、比值（除法概念或分數概念），寫出兩個以上	17%
1A	僅有圓周長（圓周或認識圓）	13%
1B	僅有半徑、直徑	19%
1C	僅有比值（除法概念或分數概念）	1%
0A	圓周率 $\pi$ 、圓周率3.14	5%
0B	圓周率=圓周長 $\div$ 直徑、圓周率=圓面積 $\div$ 半徑 $\div$ 半徑	1%
0Z	其它答案	15%
0X	空白	28%
(2) 編碼	說明	百分比
3A	有兩個圓以上的周長及半徑的測量活動，再計算圓周長除以直徑的值，都很接近。	1%
3B	有兩個圓以上的滾動活動，測量起點與終點的長度（即為圓周長），再計算圓周長除以直徑的值，都很接近。	-
2A	只討論一個圓的周長及半徑的測量活動，再計算圓周長除以直徑的值，都很接近。	3%
2B	只討論一個圓的滾動活動，測量起點與終點的長度（即為圓周長），再計算圓周長除以直徑的值，都很接近。	-
1A	僅描述數個圓的觀察、計算或關係	3%
1B	僅描述找周長和直徑（半徑）的關係	3%
0A	利用面積概念	3%
0B	僅描述圓周率和直徑（半徑）的公式意義或圓面積的公式	5%
0C	利用圓周長和直徑（半徑）直接計算或宣告	5%
0Z	其它答案	17%
0X	空白	62%

#### 說明與建議：

本題主要評量與圓周率最為相關的先備知識，並利用這些先備知識建立小學生瞭解圓周率是定值的教學重點。在先備知識方面，評量發現，只有17%（2A）的考生正確回答，周長、半徑（或直徑）、比值之中的二個，是最為相關的概念；分別有19%（1B），13%（1A）的考生只回答半徑（或直徑），或者只回答周長（圓周或認識圓）；甚至有5%（0A）的考生回答圓周率本身；同時，有28%的考生沒有作答；有17%（0Z）的考生回答其它答案，例如，乘法的由來、角度。顯示考生無法充分瞭解與圓周率最相關的概念。

在圓周率教學重點方面，只有1%（3A）的考生能瞭解要利用二個以上圓形，讓小學生測量周長和半徑（或直徑）再相除，發現其比值相近（或者定值）；有62%（0X）的考生沒有作答；有17%（0Z）的考生回其他答案，例如，「不管從一點出發走到底，都是繞了一圈，所以這一圈是固定的」；有13%（0A,0B,0C）的考生利用面積公式或者直接教圓周率的定義。顯示絕大部份的考生無法理解如何正確教導圓周率是定值。建議考生應加強利用許多個圓才能強化圓周率是定值的教學重點。



## 2、103年教檢第11題

類別向度		數學教學與評量	
評量目標	能說明從指定形體找出幾何屬性，相較於從幾何屬性的描述反推幾何形體，前者的歷程較為簡單。		
老師出了兩個有關角柱的試題如下：			
甲題：「一個五角柱，它有幾個面？① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8」 乙題：「一個角柱有7個面，它是什麼形體？」 ① 三角柱 ② 四角柱 ③ 五角柱 ④ 六角柱			
請比較這兩試題的難度，並說明理由。			
編碼	說明		百分比
5判斷正確(2分)，理由說明涉及理論面與實務面(3分) / 4判斷正確(2分)，理由說明僅涉及理論面、實務面之一(2分) / 3判斷正確(2分)，理由說明不完整(1分)	A	【內容面】甲題較易/乙題較難；理由是教材安排上先出現形體找面的數目（甲題），再出現從面的數目找形體（乙題）。	1%/3%/0%
	B	【教學面】甲題較易/乙題較難；理由是教學順序或學習順序先教/學形體找面的數目（甲題），再教/學從面的數目找形體（乙題）。	1%/1%/1%
	C	【認知面】甲題較易/乙題較難；理由是由形體找面屬於正推/正思考/正概念（甲題），由面找形體屬於逆推/逆思考/逆概念（乙題）。	21%/10%/3%
	D	甲題較易/乙題較難；其它合理說法。	3%/8%/6%
3E	甲題較易/乙題較難；但僅說較具體或較抽象。		6%
3F	未判斷或判斷錯誤，但對理論面或實務面做了完整說明。		1%
2A	判斷正確，但未寫理由。		2%
2B	判斷正確，但理由不正確（例如：類推能力）。		5%
2C	未判斷，理由說明僅涉及理論面、實務面之一。		0%
0A	判斷錯誤，且理由不正確。		6%
0B	未判斷，且理由不正確（例如：類推能力）。		3%
0Z	其它答案。		2%
0X	空白。		18%

## 說明與建議：

本題主要評量考生是否能正確說明從五角柱求面數，以及知道面數求五角柱的正、逆試題的難易程度。一般而言，在教材安排或者教/學順序上，小學生會先學五角柱，瞭解其頂點、邊、面的個數之後；再使用逆推/逆向思考/逆概念，求出7個面的角柱是五角柱。因此，從教材安排、教/學順序、學生認知，可以得知對小學生而言，乙題比甲題難。評量發現，有21%（5C）的考生能瞭解乙題較難，且從學生認知的面向，同時使用理論與實務面來說明，例如，有考生回答「因為甲題是以五角柱為前提，學生可以藉具體思考（N角柱的面數=2底面+N側面）推出答案，而乙題在沒有此前提的情形下，請學生回推，學生依據柱體原則（N角柱的面數=2底面+N側面）仍可得到，但逆向思考對學生而言較難」，其中提及逆向思考的認知可屬於理論面、指出五角柱的面數是2個底面加5個側面可屬於實務面；有13%的考生僅以學生認知的理論面或者實務面來回答（4C，3C），例如，「乙題會難一些，因為乙題是回去推算，是屬於逆向思考」。



有17% (5D, 4D, 3D) 的考生綜合使用教材安排、教 / 學順序、學生認知的方面來回答；例如，「乙題比甲題難度要高。因為在教學上先給一個具體五角柱的概念，學生可依照對角柱的判斷去算面，而乙題是先給一個角柱有幾個面去判斷形體，學生需要逆向思考」。

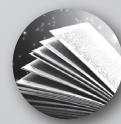
有4% (5A, 4A, 3A) 的考生僅從教材的理論面或者實務面來說明，例如，「甲題較簡單，甲試題為瞭解五角柱有5個面再加上，上、下2面；乙題的7個面要先瞭解柱有上下2個面，因此要減掉2個面，再由剩下的5個面去判斷此一柱體為五角柱」。

有3% (5B, 4B, 3B) 的考生從教 / 學順序的理論面或者實務面來說明，例如，「乙題較難，因為在角柱和角錐的教學上，先教五角柱有幾面，再教個面是什麼角柱」。

有9% (0A, 0B) 的考生回答是概念錯誤，例如，「依據vanHiele幾何認知思考層次，初階為觀察大概外觀，第二階為認識構成要素，第三階為說出包含概念。甲題為第三階，乙題為第二階，故甲題較難」。或者，「五角柱是立體的，你必需思考算出它總共的面，上面+下面， $5+1=6$ 。一個角柱有7個面較難，孩子易以為7角柱，其實要扣掉1， $7-1=6$ 」。

有20% (0X, 0Z) 的考生空白或者沒有意義的回答。例如，「學生可能忽略上下兩面，直接看到數字即選相對應的數字，教師應教導兒童正確判斷，才不致讓學生出錯」。

為了加強理論與實務的連結，建議考生在回答類似的問題時，可以同時從教材安排、教 / 學順序、學生認知的理論面和實務面來回答問題。



### 三、小結

根據102年預試和103年首次數學能力測驗的統計與機率內容，普通數學共計10題（選擇題7題、填充題1題、計算證明2題），其中含預試題5題；數學教材教法共計6題（4題選擇題，2題問答題），其中含預試題3題。本次普通數學試題的評量內容大致可以分為角度、三角形性質、面積與周長、線對稱、相似概念、圖形包含關係、以及利用畢氏定理解決生活問題。數學教材教法試題的評量內容大致可以分為分年細目的主題、線對稱、扇形、圓周率、柱體等的教材內容、學生認知與教學評量。根據幾何試題的評量結果，分別就普通數學和數學教材教法，綜合整理說明如下：

#### （一）普通數學

評量結果，考生對圓形的對稱軸個數表現最佳，幾乎全對；利用三角形內角和解決簡單問題次之，約9成；圖形包含關係與三角形的相似概念次之，約六、七成；利用三角形性質、周長問題、與外角和解決問題，答對率約三到五成；利用畢定理解決生活問題最差，答對率不到一成。考生的幾何基本概念和運用還可以，但解決問題的能力有待加強。建議考生應加強利用幾何概念解決問題的能力，尤其是生活中的問題；因為生活中的真實數據問題，有時候數據比較不好算。

#### （二）數學教材教法

評量結果，考生在線稱圖形的判斷，以及扇形的判斷上，表現最佳，答對率約8成；分年細目所屬主題的解讀，約6成；在圓形的線對稱性質表現不佳，約5成。顯示考生在小學相關數學教材的瞭解，以及能力指標的解讀上，仍有待加強。

有關圓周率的先備知識，大約有一半的考生沒有分數，顯示考生應加強重要概念先備知識的瞭解。在圓周率為定值的教學重點上，約有九成以上的考生沒有分數，顯示考生應加強重要數學概念的教學重點的瞭解。

在從已知柱體求面的個數，以及已知面的個數求柱體的逆概念問題難易判斷上，約七成學生可以正確判斷，但是在理由的說明上，考生仍有加強的空間。建議考生在說明問題的難易上，可以思考從教材、教與學、學生認知等理論面向和從實務面向來回答問題。若考生能養成從理論與實務面來剖析問題，對將來的教學與專業發展，將有更大的助益。



# 柒、統計與機率試題表現







## 柒、統計與機率試題表現

## 一、普通數學

## (一) 選擇題

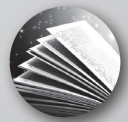
## 1、102年預試第13題

內容向度	統計與機率				
評量目標	能理解盒狀圖的意義。				
某班普通數學成績的盒狀圖如下：					
下列敘述何者正確？					
(A) 班上一定有人考3分					
(B) 班上一定有人考72分					
(C) 平均數為55分					
(D) 四分位距為17分					
選項	A*	B	C	D	其他
選項率	0.18	0.26	0.38	0.07	0.11

## 說明與建議：

本題評量考生對盒狀圖的概念理解和報讀，考生需瞭解盒狀圖中極小值、極大值、中位數、四分位數、四分位距等數據意義。26%的考生認為「班上一定有人考72分」、38%的考生認為「平均數為55分」，由於72、55分別是第三四分位數 $Q_3$ 、第二四分位數 $Q_2$ （中位數），所以考生對於盒狀圖所呈現的相對地位量數不甚清楚。此外，也有7%考生對於盒狀圖中四分位距的概念不清楚。建議加強統計學相對地位統計量數的意義理解，以及盒狀圖認識和數據解讀。





4、103年教檢第11題

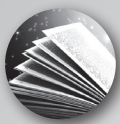
內容向度	統計與機率				
評量目標	能對應圖形表徵與資料分佈。				
在某音樂網站，針對五種音樂類型被下載的次數進行統計，得知流行音樂下載次數最多、鄉村音樂比爵士音樂下載次數多、古典音樂和兒童音樂下載次數一樣多。若將統計資料製成圓形圖如下，則下列選項何者正確？					
(A) 區域A是鄉村音樂 (B) 區域B是古典音樂 (C) 區域D是爵士音樂 (D) 區域E是兒童音樂					
選項	A*	B	C	D	其他
選項率	0.99	0	0.01	0	0

說明與建議：

本題評量考生對圓形圖中各類型的數量關係理解，據以指出圓形圖中各音樂類型。本題除了必須瞭解圓形圖中各類型的次數和其圓心角（或扇形面積、弧長）成正比外，也需應用各數量的大小判斷邏輯關係。本題僅有1%的考生無法正確判斷各種音樂類型，建議能善用圓形圖中數量大小的邏輯判斷來解決問題。

5、103年教檢第13題

內容向度	統計與機率				
評量目標	能解讀圓餅圖。				
劉先生家上個月各項生活支出共50000元，其圓形圖如下。本月因出國旅遊，娛樂支出增加10000元，其餘項目金額不變；問本月生活支出的圓形圖中，娛樂支出的圓心角為幾度？					
(A) 60      (B) 90      (C) 108      (D) 120					
選項	A	B*	C	D	其他
選項率	0.22	0.51	0.24	0.03	0



說明與建議：

本題評量考生對圓形圖中總量和各類百分率的理解，以及根據總量計算圓心角的角度。本題必須先根據圓心角和本月娛樂增加支出，算出上個月和本月的娛樂支出和本月總量，再計算本月的娛樂支出所佔圓心角，本題不需複雜計算但要瞭解總量和部分量之百分率、圓心角的關係。有24%考生算出圓心角為108度，可能計算策略為 $(360 \times 10\%) + 360 \times (10000 / 50000) = 108$ ；有22%考生算出圓心角為60度，可能計算策略為 $(10000 / (10000 + 50000)) \times 360 = 60$ ，顯示這些考生未理解總量與部分量改變後，部分量所佔的圓心角也會改變。總計有49%的考生無法正確回答，建議在統計學圓形圖學習中，加強理解圓形圖中總量和部分量之百分率、圓心角的數量關係。

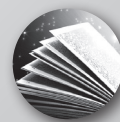
(二) 填充題

1、103年教檢第4題

內容向度	統計與機率	
評量目標	能計算算術平均數。	
班上30位同學的數學成績由小到大依序分成低分組、中分組和高分組各10人。若全班平均70分、高分組平均85分、中分組平均75分，則低分組的平均成績（     ）分。		
編碼	說明	百分比
2A	答案50	82%
0A	答案65	6%
0B	答案60	2%
0Z	其它答案	5%
0X	空白	5%

說明與建議：

本題評量考生對平均數的概念和計算，可先算出全班分數總和，以及算出低分組分數總和後，再計算低分組的平均；或以權數的概念（三組人數各10人，各佔全班人數1/3），求解低分組平均。本題約有6%考生寫出65，可能以高、中、低各組平均數的數列組型85、75，認為低分組平均數為65，共計18%的考生求解錯誤或未作答。建議平均數的概念理解和程序計算，理解總量不變的情形下，會利用平均數推算部分量並計算其平均數。



### (三) 計算題及證明題

#### 1、102年預試第6題

內容向度	統計與機率														
評量目標	能計算分組資料的平均數、中位數和眾數。														
老師調查班上20位學生每週的讀書時數，並整理成下列的次數分配表：															
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>每週讀書時數</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>7</td> <td>9</td> <td>11</td> </tr> <tr> <td>人數</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>8</td> <td>2</td> </tr> </table>				每週讀書時數	3	5	7	9	11	人數	1	4	5	8	2
每週讀書時數	3	5	7	9	11										
人數	1	4	5	8	2										
試求這20位學生每週讀書時數的平均數、中位數和眾數為何？															
平均數編碼	說明		百分比												
2A	答案7.6		64%												
1A	算式正確，無答案或答案錯誤		0%												
0A	只有答案70.6或76		1%												
0B	只有答案7		5%												
0Z	只有其它答案		22%												
0X	空白		8%												
中位數編碼	說明		百分比												
2A	答案8		35%												
0A	答案7		40%												
0B	答案9		1%												
0Z	其它答案		9%												
0X	空白		14%												
眾數編碼	說明		百分比												
1A	答案9		78%												
0A	答案7		0%												
0B	答案8		2%												
0Z	其它答案		5%												
0X	空白		14%												

#### 說明與建議：

本題評量考生對平均數、中位數、眾數三個集中量數統計量數的理解，根據原始資料整理後的次數資料表，進行這些統計量數的計算。根據此題的評量表現，考生對中位數的理解和計算較為困難。在平均數部分，有5%的考生直接以時數居中的7為平均數，未能以人數進行加權求和；在中位數部分，有40%的考生直接以時數居中的7為中位數，沒有進行人數累計；在眾數部分，有2%的考生直接以最多的人數8為中位數，沒有觀察人數所對應的時數。根據此題的評量表現，建議加強平均數、中位數、眾數集中量數的概念理解和程序計算。



## 二、數學教材教法

### (一) 選擇題

#### 1、102年預試第27題

類別向度	數學教學與評量				
評量目標	瞭解圓形圖的資料特性。				
有關下列生活中的資料，何者最不適合用來進行圓形圖的教學？					
(A) 全班學生血型調查的資料					
(B) 全校學生的父親職業資料					
(C) 臺北市一週的每日平均氣溫					
(D) 臺南市市長各候選人的得票數					
選項	A	B	C*	D	其他
選項率	0	0.12	0.85	0.02	0

#### 說明與建議：

本題評量考生對圓形圖資料特性的理解，以及判斷適合國小圓形圖教學的資料。類別資料適合圓形圖的製作，本題中「一週的每日平均氣溫」是7個平均數，不能製作成圓形圖。有12%的考生認為「全校學生的父親職業資料」不適合做為圓形圖，這些考生對此資料性質不理解。建議深入瞭解圓形圖的意義，多觀察並判斷生活中的適合做為圓形圖教學的資料。

#### 2、102年預試第29題

類別向度	兒童數學概念																																																																																																																																																																								
評量目標	1.能報讀火車時刻表2.能報讀時刻並計算時間。																																																																																																																																																																								
媽媽帶小安從板橋到左營為外公祝壽，預計上午十時前需要抵達左營高鐵站，小安依據下面的高鐵時刻表來訂購高鐵票。																																																																																																																																																																									
<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="10">■南下列車</th> </tr> <tr> <th>行駛日</th> <th>車次</th> <th>台北</th> <th>板橋</th> <th>桃園</th> <th>新竹</th> <th>台中</th> <th>嘉義</th> <th>台南</th> <th>左營</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>551</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>06:30</td> <td>06:57</td> <td>07:17</td> <td>07:30</td> </tr> <tr> <td></td> <td>605</td> <td>06:30</td> <td>06:38</td> <td>06:52</td> <td>07:05</td> <td>07:32</td> <td>07:57</td> <td>08:16</td> <td>08:30</td> </tr> <tr> <td></td> <td>103</td> <td>06:36</td> <td>06:44</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>07:28</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>08:12</td> </tr> <tr> <td></td> <td>609</td> <td>07:00</td> <td>07:08</td> <td>07:21</td> <td>07:33</td> <td>08:01</td> <td>08:26</td> <td>08:45</td> <td>09:00</td> </tr> <tr> <td>六</td> <td>1611</td> <td>07:18</td> <td>07:26</td> <td>07:39</td> <td>07:51</td> <td>08:19</td> <td>08:44</td> <td>09:03</td> <td>09:18</td> </tr> <tr> <td></td> <td>111</td> <td>07:30</td> <td>07:38</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>08:22</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>09:06</td> </tr> <tr> <td></td> <td>613</td> <td>07:36</td> <td>07:44</td> <td>07:57</td> <td>08:10</td> <td>08:38</td> <td>09:02</td> <td>09:21</td> <td>09:36</td> </tr> <tr> <td>四五一二三</td> <td>1615</td> <td>07:48</td> <td>07:56</td> <td>08:09</td> <td>08:22</td> <td>08:50</td> <td>09:14</td> <td>09:33</td> <td>09:48</td> </tr> <tr> <td></td> <td>115</td> <td>07:54</td> <td>08:02</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>08:46</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>09:30</td> </tr> <tr> <td></td> <td>617</td> <td>08:00</td> <td>08:08</td> <td>08:21</td> <td>08:33</td> <td>09:01</td> <td>09:26</td> <td>09:45</td> <td>10:00</td> </tr> <tr> <td>六</td> <td>1117</td> <td>08:12</td> <td>08:20</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>09:04</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>09:48</td> </tr> <tr> <td>六一</td> <td>1619</td> <td>08:18</td> <td>08:26</td> <td>08:39</td> <td>08:51</td> <td>09:19</td> <td>09:44</td> <td>10:03</td> <td>10:18</td> </tr> <tr> <td></td> <td>119</td> <td>08:30</td> <td>08:38</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>09:22</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>10:06</td> </tr> <tr> <td></td> <td>621</td> <td>08:36</td> <td>08:44</td> <td>08:57</td> <td>09:10</td> <td>09:38</td> <td>10:02</td> <td>10:21</td> <td>10:36</td> </tr> </tbody> </table>										■南下列車										行駛日	車次	台北	板橋	桃園	新竹	台中	嘉義	台南	左營		551	-	-	-	-	06:30	06:57	07:17	07:30		605	06:30	06:38	06:52	07:05	07:32	07:57	08:16	08:30		103	06:36	06:44	-	-	07:28	-	-	08:12		609	07:00	07:08	07:21	07:33	08:01	08:26	08:45	09:00	六	1611	07:18	07:26	07:39	07:51	08:19	08:44	09:03	09:18		111	07:30	07:38	-	-	08:22	-	-	09:06		613	07:36	07:44	07:57	08:10	08:38	09:02	09:21	09:36	四五一二三	1615	07:48	07:56	08:09	08:22	08:50	09:14	09:33	09:48		115	07:54	08:02	-	-	08:46	-	-	09:30		617	08:00	08:08	08:21	08:33	09:01	09:26	09:45	10:00	六	1117	08:12	08:20	-	-	09:04	-	-	09:48	六一	1619	08:18	08:26	08:39	08:51	09:19	09:44	10:03	10:18		119	08:30	08:38	-	-	09:22	-	-	10:06		621	08:36	08:44	08:57	09:10	09:38	10:02	10:21	10:36
■南下列車																																																																																																																																																																									
行駛日	車次	台北	板橋	桃園	新竹	台中	嘉義	台南	左營																																																																																																																																																																
	551	-	-	-	-	06:30	06:57	07:17	07:30																																																																																																																																																																
	605	06:30	06:38	06:52	07:05	07:32	07:57	08:16	08:30																																																																																																																																																																
	103	06:36	06:44	-	-	07:28	-	-	08:12																																																																																																																																																																
	609	07:00	07:08	07:21	07:33	08:01	08:26	08:45	09:00																																																																																																																																																																
六	1611	07:18	07:26	07:39	07:51	08:19	08:44	09:03	09:18																																																																																																																																																																
	111	07:30	07:38	-	-	08:22	-	-	09:06																																																																																																																																																																
	613	07:36	07:44	07:57	08:10	08:38	09:02	09:21	09:36																																																																																																																																																																
四五一二三	1615	07:48	07:56	08:09	08:22	08:50	09:14	09:33	09:48																																																																																																																																																																
	115	07:54	08:02	-	-	08:46	-	-	09:30																																																																																																																																																																
	617	08:00	08:08	08:21	08:33	09:01	09:26	09:45	10:00																																																																																																																																																																
六	1117	08:12	08:20	-	-	09:04	-	-	09:48																																																																																																																																																																
六一	1619	08:18	08:26	08:39	08:51	09:19	09:44	10:03	10:18																																																																																																																																																																
	119	08:30	08:38	-	-	09:22	-	-	10:06																																																																																																																																																																
	621	08:36	08:44	08:57	09:10	09:38	10:02	10:21	10:36																																																																																																																																																																
小安曾學過的數學概念如下：																																																																																																																																																																									
甲、報讀二維統計表																																																																																																																																																																									
乙、認識時間與時刻																																																																																																																																																																									
丙、時間的加減計算																																																																																																																																																																									
丁、時間的先後順序																																																																																																																																																																									
小安要訂購高鐵票時，需要用到哪些數學概念？																																																																																																																																																																									
(A) 甲、乙      (B) 乙、丁      (C) 甲、乙、丙      (D) 甲、乙、丁																																																																																																																																																																									
選項	A	B	C	D*	其他																																																																																																																																																																				
選項率	0.02	0.3	0.08	0.59	0																																																																																																																																																																				



說明與建議：

本題評量考生對國小學生報讀二維表格所需的數學概念，題目情境為高鐵時刻表，依題目問題描述，所需的數學概念為報讀二維統計表格、認識時間與時刻和瞭解時間先後順序。本題約有41%的考生不完全瞭解國小學生報讀此二維表格問題所需的數學概念，建議在國小報讀二維統計表格教學的問題情境中，應加強瞭解並分析國小學生所需的數學概念。

3、102年預試第30題

類別向度	數學教材內容				
評量目標	能選用並連結生活中的統計圖表，整理後做為教材內容。				
<p>王老師取自教育部102年出版之「中華民國教育統計」之生師比數據內容，他製作了「各級學校生師比統計圖」如下：</p>					
<p>王老師想在四年級利用此統計圖進行折線圖教學，但同學年的三位老師提出不適合作為折線圖教學的看法如下：</p> <p>甲師：這個統計圖中有六類的學校，資料過於複雜</p> <p>乙師：這個統計圖的各級學校生師比需涉及比值概念</p> <p>丙師：這個統計圖縱軸的間距應該以1為單位</p> <p>問哪些老師的看法是成立的？</p> <p>(A) 甲師、乙師 (B) 乙師、丙師 (C) 甲師、丙師 (D) 甲師、乙師、丙師</p>					
選項	A*	B	C	D	其他
選項率	0.56	0.13	0.11	0.15	0.05

說明與建議：

本題評量考生對折線圖和其數據概念理解，以及正確折線圖的知識，並能判斷適合國小數學教學的折線圖。本題折線圖中有六類學校（超過兩類），屬複雜折線圖，且涉及比值概念，因此不適合做為國小折線圖的教學。本題約有44%的考生不完全瞭解適合國小數學教學的折線圖，折線圖在日常生活中雖然常見，建議加強對國小數學課程的折線圖瞭解，並應符合國小學生數學概念發展和數學課程綱要內容。



4、103年教檢第22題

類別向度	數學教材內容				
評量目標	瞭解國民小學階段統計圖表的教材內容和順序。				
有關統計圖的教材，下列何者是國小學生最早學習的統計圖？					
(A) 直方圖					
(B) 長條圖					
(C) 折線圖					
(D) 圓形圖					
選項	A	B*	C	D	其他
選項率	0.19	0.65	0.04	0.13	0

說明與建議：

本題評量考生對國小學生學習統計圖順序的瞭解，這四種統計圖中，國小學生最早學習的統計圖是長條圖。統計圖之目的，是將雜亂的原始資料，整理成適合且可讀的統計圖，以便掌握資料的重點；不同統計圖涉及相關的先備數學概念不同。長條圖根據離散型自變數資料，將其次數以長條畫出，觀察長條高度來瞭解次數高低，是最早學習的統計圖。直方圖根據連續變數分組後的自變數資料，將其次數以長條畫出並觀察次數高低，需要組距和區間概念，是較晚學習的統計圖，且根據九年一貫課程綱要數學學習領域內容，在國小階段不需學習直方圖。折線圖適用於橫軸自變數具有次序性，需要次序的數學概念，藉由觀察折線來瞭解次數高低變化情形，其學習較長條圖晚。圓形圖適用於比較離散型自變數資料的相對比例，需要百分率、比例、圓心角、扇形等先備數學概念，其學習較長條圖晚。

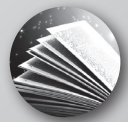
而本題19%、13%的考生分別認為直方圖、圓形圖是最早學習的統計圖，可知考生對統計圖學習順序的判斷並不清楚。建議加強對統計圖意義和適用資料的理解，知道學習各種統計圖所需先備數學概念，並對國小學生學習統計圖順序能提出理由依據。

5、103年教檢第28題

類別向度	數學教學與評量				
評量目標	幫助學生建立簡便易懂的計數方法。				
教低年級學生整理資料時，老師會指導學生用「正」字來劃記，其主要目的為何？					
(A) 學習符號					
(B) 學習單位					
(C) 易於分類					
(D) 易於計數					
選項	A	B	C	D*	其他
選項率	0.07	0.05	0.02	0.87	0

說明與建議：

本題評量考生是否瞭解國小數學教學中，以「正」字劃記進行事件或活動做初步的分類與記錄的目的。「正」字劃記是常用的分類計數方法，宜瞭解教導國小學生學習此種劃記之目的。本題答對率相當高，但約有13%考生未理解「正」字劃記的目的，建議要對國小整理資料分類與記錄的目的深入瞭解。



6、103年教檢第30題

類別向度	兒童數學概念				
評量目標	能比較資料初步整理表的異同。				
<p>老師提供健康中心檢查19位學生的蛀牙數資料，要求學生將資料加以整理，瞭解蛀牙狀況，圖1和圖2是兩位學生完成的結果：</p>					
圖 1			圖 2		
<p>老師讓學生進行討論，有三位學生的說法如下：</p> <p>甲生：「圖1和圖2，都可以看到14號同學蛀掉8顆牙。」</p> <p>乙生：「只有圖2可以看到11號同學蛀掉7顆牙，但圖1不能。」</p> <p>丙生：「只有圖1可以看到蛀掉2顆牙的有2人，但圖2不能。」</p> <p>有關三位學生的說法，問哪些人的說法不正確？</p> <p>(A) 甲生、乙生 (B) 甲生、丙生 (C) 乙生、丙生 (D) 甲生、乙生、丙生</p>					
選項	A	B*	C	D	其他
選項率	0.02	0.9	0.04	0.03	0

說明與建議：

本題評量考生對國小學生進行資料分類與記錄的理解，以及課堂中學生同儕數學溝通的評價。圖1的分類以蛀牙顆數進行人數劃記，只能知道蛀牙顆數的對應人數，無法知道哪位同學蛀掉幾顆牙；圖2是記錄每位同學（座號）的蛀牙顆數，是尚未分類的原始資料，可知道蛀牙顆數的對應人數，也可知道哪位同學蛀掉幾顆牙。本題答對率相當高，但約有10%的考生未能完全正確評價國小學生的統計資料記錄和討論內容。其原因可能是無法瞭解學生的記錄意義，或無法評價學生同儕的數學溝通內容的正確性。建議加強對生活資料之分類與記錄格式的理解，並增加國小數學教學現場的觀察或教學經驗。



### 三、小結

根據102年預試和103年首次數學能力測驗的統計與機率內容，普通數學共計7題（選擇題5題、填充題1題、計算證明1題），其中含預試題3題；數學教材教法共計6題（全部為選擇題），其中含預試題3題。本次普通數學試題的評量內容涵蓋盒狀圖和圓形圖意義瞭解和資料關係解讀、相對次數表和累積相對次數表的概念和數據關係、集中量數的使用時機、中位數和集中量數（平均數、中位數和眾數）的計算等；本次數學教材教法試題的評量內容涵蓋適合國小圓形圖和折線圖教學的資料、國小階段統計圖表的教材內容和順序、學童二維時刻表格的報讀與問題解決所需數學概念、學童資料整理劃記與資料表的解讀意義等。根據統計與機率的評量結果，分別就普通數學和數學教材教法，綜合整理說明如下：

#### （一）普通數學

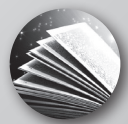
在統計圖概念和問題解決方面，考生對盒狀圖所呈現的統計量數概念不甚清楚，且在圓形圖問題解決方面無法正確回答。考生在102年預試第13題的評量表現中，對於盒狀圖的相對地位統計量概念有誤，常用直覺的想法來解題。約有四成的考生認為盒狀圖中的中位數即為平均數，約有三成的考生認為四分位數所呈現數值一定是樣本點的資料。在103年教檢第11題中，約有99%的考生對於圓形圖中部分量和其對應扇形大小的關係能夠理解，但在103年教檢第13題中，已知部分量改變的情形下，約有五成的考生無法根據圓形圖中的百分率計算部分量，再根據改變後部分量和總量，計算部分量所佔的圓心角。考生對於圓形圖中部分量改變前後，對於百分率和圓心角的關係掌握不甚清楚。建議考生加強理解盒狀圖的概念以及圓形圖中的部分量、百分率和圓心角各種量的關係性理解。

在次數統計表的概念和數據關係理解方面，考生對於「相對次數」和「累積相對次數」的數據關係與意義較難掌握，可能考生對於統計學中「相對」和「累積」語義和關係性理解不甚清楚。考生在102年預試第15題中評量表現中，約有四成的考生無法根據「相對人數」和「累積相對人數」意義，推理並計算總人數和各細格數據。所以，建議考生對於統計術語意義要清楚瞭解，才能對統計表格的數據關係進行正確推論。

在集中量數的適用時機理解方面，考生較難理解資料極端值存在下的適用性。根據103年教檢第10題評量表現，約六成考生無法正確判斷各種集中量數在資料極端值存在下的適用性，可能無法瞭解「極端值」的意義或「中位數」的性質。因此，對於考生對於集中量數的學習，除了統計量數的公式外，宜再瞭解集中量數的適用性。

在集中量數的計算方面，考生大多會進行平均數和眾數的計算，但較難進行中位數的計算。在103年教檢第4題中，約有八成的考生能理解分組資料的平均數意義，也能理解分組後各組平均數和總平均數關係並進行計算。但在102年預試第6題中，請考生根據次數分配表進行平均數、中位數和眾數三種集中量數的計算，分別約有六成和八成的考生會進行平均數、眾數計算，但僅有三成多的考生會進行中位數的計算。大部分考生對於平均數和眾數的計算表現尚屬良好，但在中位數的解題表現較低，可能和中位數涉及資料的高低排序概念有關，建議考生加強中位數的概念性知識與計算的程序性知識。

根據102年預試和103年統計與機率內容的普通數學考生表現，在統計量數方面，建議師資培育課程中對於集中量數的適用性再多加介紹，且對於中位數的概念與程序知識宜再加強。在統計圖方面，有關盒狀圖的概念意義和圓形圖所表示的數量間關係宜再熟悉瞭解。



## （二）數學教材教法

在判斷適合國小教學的統計圖和方面，考生已能瞭解適合製作國小圓形圖教學的資料，但卻較難判斷適合國小教學的折線圖。在102年預試第27題的評量表現中，約有八成五的考生瞭解生活中適合製作圓形圖的資料；但在102年預試第30題中，約有六成考生會正確判斷適合國小數學教學的折線圖。建議考生理解折線圖的目的和意義，並瞭解適合國小教學的折線圖的資料。

在統計表的教學知識方面，考生能瞭解學童進行「正」字方法劃記的目的，也能判斷學童對資料整理表的解讀正確性，但較難掌握學童解決二維時刻表格的生活數學應用問題中，其所需的數學先備概念。在103年教檢預試第28題的評量表現中，顯示約有八成七的考生瞭解教導學童進行「正」字劃記的目的。在103年教檢第30題的評量表現中，也約有九成考生瞭解國小學生進行資料分類與記錄的內容，並能判斷國小學生同儕間數學溝通的正確性。但在102年預試第29題的評量結果顯示，僅約有六成瞭解學童解決二維時刻表格的時間問題所需的數學先備概念。高鐵或火車時刻表為生中常見的二維表格，但考生對於學童解決此二維時刻表所需時間先備數學概念並未完全掌握，建議考生加強瞭解學童解決二維統計表格的所應用的數學相關概念。

對於適合國小學童學習的統計圖類型和其學習順序瞭解方面，仍有部分的考生無法理解。在103年教檢預試第22題的評量表現中，僅有六成五的考生知道長條圖是最早學習的統計圖，且約有二成誤認為最早學習的是直方圖，可能考生未能理解國小階段的三種統計圖（長條圖、折線圖和圓形圖）學習所需的先備數學概念和其教學順序的原因。建議考生對於九年一貫數學學習領域課程綱要，有關統計圖的分年細目意義和詮釋，多加深入瞭解。並增加對國小數學教學現場的觀察或教學經驗。

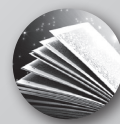
根據102年預試和103年統計與機率內容的數學教材教法考生表現，建議師資培育課程內容中，加強說明適合國小教學的折線圖資料，並多利用生活實例，瞭解學童解決二維統計表格的所需的數學概念。此外，對於統計圖的分年細目意義和詮釋，也應深入瞭解並鼓勵職前師資學生對國小數學教學現場的觀摩與教學經驗。



# 捌、總結







## 捌、總結

本分析報告根據102年數學能力測驗預試和103年首次數學能力測驗分析內容，期能提供國小職前教師的數學教學能力檢核之參考。根據本報告各章節之重要內容，提出總結說明如下：

### 一、普通數學

#### (一) 102年預試和103年首次數學能力測驗各內容的得分率表現

依普通數學內容和題型，其得分率整理如表3和表4，可知在選擇題中，幾何和統計與機率得分率均較低；在非選擇題中，數與量和幾何得分率均較低。因此，建議師資培育數學課程宜加強這方面的數學內容知識。

表3 102年數學能力測驗預試普通數學各內容的表現

內容	選擇題		非選擇題	
	題數	平均得分率	題數	平均得分率
數與量	4	0.72	2 (填充題)	0.46
代數	6	0.75	2 (填充題)	0.50
幾何	3	0.56	1 (填充題) 1 (計算證明題)	0.46
統計與機率	2	0.38	1 (計算證明題)	0.56
總計	15	0.66	5 (填充題) 2 (計算證明題)	0.50

表4 103年首次數學能力測驗普通數學各內容的表現

內容	選擇題		非選擇題	
	題數	平均得分率	題數	平均得分率
數與量	3	0.74	2 (填充題) 1 (計算證明題)	0.31
代數	5	0.74	2 (填充題)	0.63
幾何	4	0.66	1 (計算證明題)	0.41
統計與機率	3	0.62	1 (填充題)	0.82
總計	15	0.70	5 (填充題) 2 (計算證明題)	0.54

#### (二) 循環小數和極限初步概念應加強

在102年預試填充題第1題 (p.23) 中，考生對於實際值的正確理解相當低，對於此特殊循環小數的極限概念不易掌握。雖然國小數學教材中分數與小數互換只限於有限小數，但老師應對循環小數的概念有所認識，俾加強數學的廣度與深度。



### (三) 等量公理的意涵及解題應用需加強

在102年預試填充題第3題 (p.39) 中，考生以等量公理中的「等式的等號左右兩邊同除以一不為0的數，此等式仍然成立」，來處理等式關係的能力表現不佳。等量公理是國小高年級數學課程的重要概念，也是國中數學課程移項法則的基礎。因此，建議師資培育課程應強調等量公理的意涵和在解題上的應用。

### (四) 比例概念在濃度問題的應用宜加強

在103年教檢計算證明題第6題 (p.48) 中，考生應用比例概念來解決生活中濃度問題的能力有待加強，為加強數學與生活問題的連結，本科檢定考試的普通數學內容引入生活情境問題。本題是生活中常見的環保議題且問題不困難，可用數字算術或代數計算求解。因此，建議師資培育數學課程宜連結數學概念在實際生活問題的解決。

### (五) 畢氏定理在生活問題的應用宜深化

在102年預試計算證明題第7題 (p.64) 中，是有關畢氏定理應用於求算兩種液晶螢幕周長比的問題，但考生解題表現不佳。畢氏定理是重要的數學知識，在生活應用頗多，但考生無法理解本題的關鍵概念為畢氏定理。此外，考生在畢氏定理應用中，對於根號內有較大的數字運算掌握不易。

### (六) 對盒狀圖的意義和瞭解和解讀應加強

在102年預試選擇題第13題 (p.75) 中，考生對於盒狀圖所呈現極小值、極大值、中位數、四分位數、四分位距等數據的意義概念不清。建議在師資培育的數學課程的統計圖議題內容中，宜加強統計學中盒狀圖的意義解讀。

## 二、數學教材教法

### (一) 102年預試和103年首次數學能力測驗各內容的得分率表現

依數學教材教法內容和題型，其得分率整理如表5和表6。在表5的102年數學能力測驗預試中的選擇題和非選擇題中，幾何的內容平均得分率均較低。在表6的103年首次數學能力測驗數學教材教法的選擇題和非選擇題中，量的內容平均得分率均較低。所以，建議師資培育數學教材教法內容課程應深化這方面的知識。

表5 102年數學能力測驗預試數學教材教法各內容的表現

內容	選擇題		非選擇題	
	題數	平均得分率	題數	平均得分率
數 (含代數)	7	0.50	2 (問答題)	0.41
量	3	0.56	1 (問答題)	0.27
幾何	2	0.55	1 (問答題)	0.16
統計圖表	3	0.71	---	
總計	15		4 (問答題)	



表6 103年首次數學能力測驗數學教材教法各內容的表現

內容	選擇題		非選擇題	
	題數	平均得分率	題數	平均得分率
數(含代數)	7	0.81	2(問答題)	0.50
量	3	0.65	1(問答題)	0.33
幾何	2	0.81	1(問答題)	0.56
統計圖表	3	0.78	---	---
總計	15	0.78	4(問答題)	0.46

## (二) 瞭解數學教材的脈絡與掌握數學教學活動的重點

數學課程綱要之能力指標或分年細目的詮釋，不宜片斷記憶或斷章取義，應著重在教材教材脈絡和教學重點的瞭解，並與實際教學情境有所關連。有關教材脈絡的瞭解，例如102年預試選擇題第18題(p.49)，要評量考生知道時間教材的順序或結構，可根據分年細目1-n-08、2-n-12與3-n-13的掌握就可正確回答，但考生表現並不佳。有關教學重點瞭解和教學情境，例如102年預試選擇題第24題(p.11)，要評量考生對分年細目3-n-05中，有關除法的意義並用橫式記錄解題過程的教學重點，但大部分考生無法瞭解該重點，以致於無法判讀何種橫式解題記錄符合教學目標，所以宜引導師資培育學生瞭解數學教材的脈絡與教學重點。

## (三) 應加強瞭解學童學習某一數學概念所需的先備知識

學童學習某一數學概念時需從舊經驗入手，因此教師在設計教學活動時，應掌握學童所需具備的先備知識；所以師資生應瞭解學習某一數學概念所需的先備知識。例如102年預試問答題第11題(p.68)，要評量考生能瞭解學童學習圓周率所需先備知識及其教學重點，但多數考生無法回答學童認識圓周率所需的先備知識；本題中也需說明要藉由多個圓才能強化圓周率是定值的觀念。所以，建議師資培育課程應加強師資培育學生對於學童學習數學概念所需先備知識的瞭解。

## (四) 建議從理論面與實務面充實數學教學相關能力

數學教學專業能力的培養，宜兼顧理論面與實務面的知識。數學教材教法的問答題中，部分試題若能從理論面與實務面來回答問題會更完整；而且有助於專業能力的提升。例如103年教檢問答題第11題(p.69)是要求考生比較兩個幾何試題的難度，並說明理由；若該題的回答能從教材安排、教/學順序、學生認知的理論面與實務面來闡述，將使該題的回答更為完整。同時，建議師培者能兼顧理論面與實務面來指導師培生，可協助師培生瞭解兩者間的關聯。

## (五) 鼓勵職前師資培育學生加強數學教學觀摩與試教經驗

數學能力測驗的數學教材教法重視教學情境問題，期能引導考生能將學理知識應用於數學教學情境。另一方面，也希望考生能在師資培育課程與實習過程中，多加觀察實際數學教學的脈絡和學童數學概念問題，方能對於本身的數學教學專業能力發展有所助益。數學能力測驗有多題是有關教學情境問題，例如：102年預試選擇題第21題(p.50)和問答題第10題(p.53)，以及103年教檢選擇題第24題(p.12)和問答題第9題(p.54)等，都是有關兒童數學概念的問題，考生答題表現並不高，如能增加數學教學現場的經驗，將有助於本檢定考試的表現。



# 附錄一 102年預試試題







## 附錄一 102 年預試試題

## 高級中等以下學校及幼兒園教師資格檢定考試

類別：國民小學

科目：數學能力測驗（預試）

## —作答注意事項—

考試時間：80分鐘

作答方式：

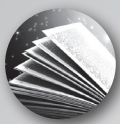
- 選擇題請以黑色 2 B 鉛筆於「答案卡」上作答，修正時應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液(帶)。
- 非選擇題請以黑色、藍色原子筆或鋼筆於「答案卷」上由左而右、由上而下、橫式書寫。

注意事項：

- 請核對類別及科目是否與准考證內容一致。
- 試題本共 14 頁，選擇題 30 題，非選擇題 11 題。
- 請在下欄方格內，填妥准考證號碼；考完後請將「答案卡」、「答案卷」及「試題本」一併繳回，謝謝您的幫忙，祝您考試順利！

准考證號碼：□□□□□

考試開始鈴(鐘)響時，請先填寫准考證號碼，再翻閱試題本作答。



一、選擇題，每題 2 分，共 60 分（第 1~15 題為普通數學、第 16~30 題為數學教材教法，請以黑色 2B 鉛筆於答案卡上作答；單選題，答錯不倒扣）

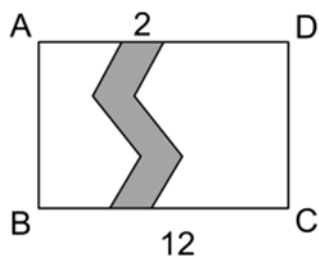
1. 判斷算式  $7\frac{1}{8} \div 2\frac{1}{3}$  的值，與下列何者相等？

- (A)  $(7 \div 2) + (\frac{1}{8} \div \frac{1}{3})$
- (B)  $(7\frac{1}{8} \div 2) + (7\frac{1}{8} \div \frac{1}{3})$
- (C)  $(7\frac{1}{8} \div 2) + \frac{1}{3}$
- (D)  $(7 \div 2\frac{1}{3}) + (\frac{1}{8} \div 2\frac{1}{3})$

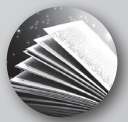
2. 有關「妹妹的錢是哥哥的 0.2 倍，也是姐姐的 0.8 倍。已知哥哥有 2000 元，求姐姐有多少元？」的問題，下列哪一個算式可以算出正確答案？

- (A)  $2000 \div 0.2 \times 0.8$
- (B)  $2000 \times 0.2 \div 0.8$
- (C)  $2000 \times 0.2 \times 0.8$
- (D)  $2000 \div 0.2 \div 0.8$

3. 有一個長方形 ABCD 的田地，如下圖，其面積為 96 平方公尺，在這田地中有一條寬為 2 公尺的道路。已知  $\overline{BC} = 12$  公尺，則道路的面積是多少平方公尺？



- (A) 8
- (B) 14
- (C) 16
- (D) 24



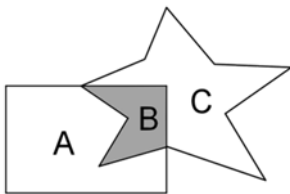
4.某班學生有 29 人，全班每位學生都有養狗或養貓。若養狗的學生有 20 人，養貓的學生有 17 人，問同時養狗也養貓的學生有多少人？

- (A) 8 (B) 9  
(C) 12 (D) 37

5.已知甲 =  $x - 4$ 、乙 =  $x + 2$ 、丙 =  $\frac{x}{3}$ 、丁 =  $5x$ ，如果  $x$  是正整數，問下列哪一個數最大？

- (A) 甲 (B) 乙  
(C) 丙 (D) 丁

6.有面積相同的長方形和星形兩種圖形，陰影是重疊部分，長方形被切成 A 和 B 兩個圖形，星形被切成 B 和 C 兩個圖形，如下圖：



下列三項是有關 A、B、C 面積的關係：

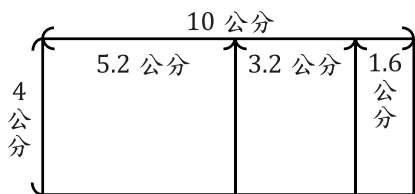
- 甲、 $A + B = C + B$   
乙、 $A - B = C - B$   
丙、 $A \div B = C \div B$

根據這些關係，下列哪一個選項正確？

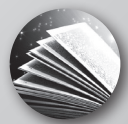
- (A) 只有甲 (B) 只有甲、乙  
(C) 只有甲、丙 (D) 甲、乙、丙



7. 有一個大長方形的長與寬分別為 10 公分與 4 公分，將大長方形切成三個小長方形，如下圖，問這三個小長方形中有多少個與大長方形相似？



- (A) 0 (B) 1  
(C) 2 (D) 3
8. 長方形、正方形和菱形的包含關係，下列敘述何者正確？
- (A) 長方形是正方形的一種  
(B) 菱形是正方形的一種  
(C) 正方形是菱形的一種  
(D) 菱形是長方形的一種
9. 媽媽給哥哥和弟弟共 800 元的零用錢，兩人決定以「兄：弟=3：2」分配零用錢，若  $x$  表示弟弟分到的錢，問下列何者正確？
- (A)  $\frac{2}{3} = \frac{800}{x}$  (B)  $\frac{2}{3} = \frac{x}{800}$   
(C)  $\frac{2}{5} = \frac{800}{x}$  (D)  $\frac{2}{5} = \frac{x}{800}$
10. 已知  $a$  為  $x^2 - 5x - 6 = 0$  的一個正根，求  $\sqrt{(a-1)(a-2)(a-3)(a-4) + 24}$  的值為何？
- (A)  $2\sqrt{6}$   
(B) 12  
(C)  $8\sqrt{6}$   
(D)  $12\sqrt{6}$



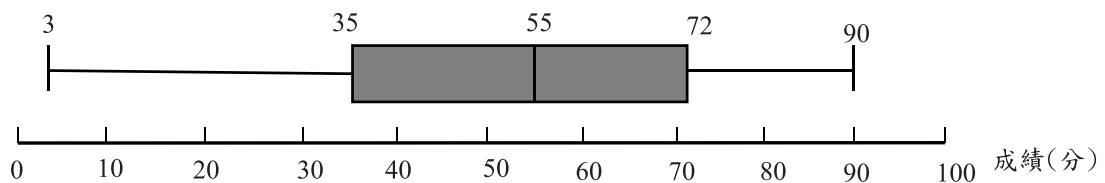
11. 小明到文具店用 300 元共買了單價 20 元及 30 元的筆記本各數本（不能為 0 本），問有多少種可能的購買方式？

- (A) 3
- (B) 4
- (C) 5
- (D) 6

12. 小喬在計算  $840 \div M$  時，誤將 840 看成 480，得到的答案比原來的答案小 30，問 M 介於哪兩數之間？

- (A) (3,6)
- (B) (7,10)
- (C) (11,14)
- (D) (15,18)

13. 某班普通數學成績的盒狀圖如下：

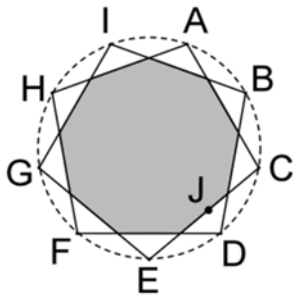


下列敘述何者正確？

- (A) 班上一定有人考 3 分
- (B) 班上一定有人考 72 分
- (C) 平均數為 55 分
- (D) 四分位距為 17 分



14. 將正九邊形的每一邊延長後，分別相交於圓上 A、B、C、D、E、F、G、H、I 等九點，如下圖。小美從點 J 出發，沿著直線分別經過點 E、G、I、B、D、F、H、A、C，然後再回到 J 點。則小美行進的過程中總共轉了幾度？

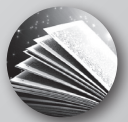


- (A) 360  
(B) 720  
(C) 900  
(D) 1260
15. 劉老師根據甲、乙兩班的數學期中評量成績，做成「兩班成績累積人數和累積相對人數表」如下：

分數	甲班		乙班	
	相對人數	累積相對人數	相對人數	累積相對人數
0-20	0.04	$a$	0.04	0.04
20-40	0.08	$b$	0.20	0.24
40-60	0.24	0.36	0.12	0.36
60-80	0.24	0.60	0.36	0.72
80-100	0.40	$c$	0.28	$d$

已知甲、乙兩班中，成績低於 20 分的人數都各有 1 人，則下列敘述何者正確？

- (A)  $a + b = 0.36$   
(B)  $c + d = 1$   
(C) 兩班成績 60 分以上的人數各有 16 人  
(D) 兩班人數不相同



16.有一問題「操場上有 6 位男生在跳繩，又來了 5 位女生一起玩，現在共有多少位小朋友在玩跳繩？」，此問題是屬於下列何種題型？

- (A) 併加型問題
- (B) 添加型問題
- (C) 追加型問題
- (D) 平衡型問題

17.有關分數的教材，下列四個選項何者為「單位分數內容物為單一個物」的問題？

- (A) 1 箱飲料有 24 罐， $\frac{1}{3}$ 箱有幾罐？
- (B) 1 箱飲料有 24 罐， $\frac{1}{8}$ 箱有幾罐？
- (C) 1 箱飲料有 24 罐， $\frac{1}{12}$ 箱有幾罐？
- (D) 1 箱飲料有 24 罐， $\frac{1}{24}$ 箱有幾罐？

18.在教育部 97 年頒布之九年一貫數學學習領域課程綱要中，下面是有關時間的學習內容：

甲、認識幾點鐘

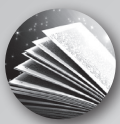
乙、認識幾點幾分

丙、認識幾點半

丁、認識一日有 24 時

根據這些學習內容，最適當的教學安排順序為何？

- (A) 甲 → 丁 → 丙 → 乙
- (B) 甲 → 丙 → 丁 → 乙
- (C) 甲 → 丙 → 乙 → 丁
- (D) 丁 → 甲 → 丙 → 乙



19.在安排下列長度教材的順序時，哪一個是學生最晚學習的內容？

- (A) 用公分及毫米說出鉛筆長度
- (B) 比較二位學生的身高
- (C) 用繩子比出公佈欄的長，再和黑板的長比較
- (D) 用手掌測量桌面寬度並報告數據

20.根據教育部 97 年頒布之九年一貫數學學習領域課程綱要，有關於「能理解長方形和正方形的面積與周長公式」，這項分年細目涉及哪些數學主題？

- (A) 幾何、代數
- (B) 數與量、幾何
- (C) 代數、統計與機率
- (D) 數與量、代數

21.有關「角的大小比較」，有三種說法如下：

- 甲、角的邊愈長，角度就愈大
- 乙、角張開的程度愈大，角度就愈大
- 丙、角內部的區域愈大，角度就愈大

哪些是學生常出現的迷思概念？

- (A) 甲和乙
- (B) 甲和丙
- (C) 乙和丙
- (D) 三者皆是

22.有關乘法交換律的啟蒙教學，下列哪一個問題最適合用來布題？

- (A) 一隻青蛙有 4 條腿，5 隻青蛙共有幾條腿？
- (B) 小明有 4 顆彈珠，哥哥的彈珠是小明的 5 倍，哥哥有幾顆彈珠？
- (C) 操場上有一隊學生，排了 4 排 5 列，學生共有幾個人？
- (D) 媽媽有 4 件不同的上衣、5 件不同的裙子，共可搭配出幾種穿法？



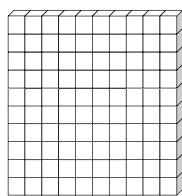
23.老師在低年級建立乘法概念教學時，出了一個數學問題：「媽媽買了8打鉛筆，一打有12枝，請問媽媽一共買了多少枝鉛筆？」，下列是四位小朋友的說法，請問誰的說法正確？

- (A) 小明說：8乘以12
- (B) 小中說：8的12倍
- (C) 小華說：8個12
- (D) 小偉說：8有12個

24.老師出了一個題目「有12個蛋塔，每人分4個，最多可以分給幾個人？」，要評量是否達成教學目標「理解除法的意義，並運用橫式記錄解題過程」。下列學生出現的解法，哪一個不適合給分？

- (A)  $4 + 4 = 8$ ， $8 + 4 = 12$ ，答：3人
- (B)  $12 - 4 = 8$ ， $8 - 4 = 4$ ， $4 - 4 = 0$ ，答：3人
- (C)  $4 \times 1 = 4$ ， $4 \times 2 = 8$ ， $4 \times 3 = 12$ ，答：3人
- (D)  $12 \div 4 = 3$ ，答：3人

25.我們時常使用下列的積木來進行教學：



百格板



橘色積木



白色積木

下列哪一個表徵方式，最適合進行一位小數的啟蒙教學？

- (A) 橘色積木是1條，白色積木是0.1條
- (B) 百格板是1張，橘色積木是0.1張
- (C) 橘色積木是1，白色積木是0.1
- (D) 百格板是1，橘色積木是0.1



26.老師在課堂上想知道學生瞭解「正比的意義」，他請學生舉出正比關係的例子，有四位學生舉出的例子如下：

甲、正方形的面積與邊長的關係

乙、正方形的周長與邊長的關係

丙、麵粉的斤數與總價的關係

丁、等速運動的距離與時間的關係

哪位學生所舉的例子是錯誤的？

(A) 甲

(B) 乙

(C) 丙

(D) 丁

27.有關下列生活中的資料，何者最不適合用來進行圓形圖的教學？

(A) 全班學生血型調查的資料

(B) 全校學生的父親職業資料

(C) 臺北市一週的每日平均氣溫

(D) 臺南市市長各候選人的得票數

28.有關圖形線對稱的相關概念如下：

甲、對稱軸

乙、對稱點

丙、對稱邊

丁、對稱角

在國小教材內容中，哪些是有關於「圓形」的線對稱概念？

(A) 甲、乙

(B) 甲、丙

(C) 甲、乙、丙

(D) 甲、乙、丙、丁



29.媽媽帶小安從板橋到左營為外公祝壽，預計上午十時前需要抵達左營高鐵站，小安依據下面的高鐵時刻表來訂購高鐵票。

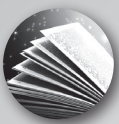
■南下列車									
行駛日	車次	台北	板橋	桃園	新竹	台中	嘉義	台南	左營
	551	-	-	-	-	06:30	06:57	07:17	07:30
	605	06:30	06:38	06:52	07:05	07:32	07:57	08:16	08:30
	103	06:36	06:44	-	-	07:28	-	-	08:12
	609	07:00	07:08	07:21	07:33	08:01	08:26	08:45	09:00
六	1611	07:18	07:26	07:39	07:51	08:19	08:44	09:03	09:18
	111	07:30	07:38	-	-	08:22	-	-	09:06
	613	07:36	07:44	07:57	08:10	08:38	09:02	09:21	09:36
四五一二三	1615	07:48	07:56	08:09	08:22	08:50	09:14	09:33	09:48
	115	07:54	08:02	-	-	08:46	-	-	09:30
	617	08:00	08:08	08:21	08:33	09:01	09:26	09:45	10:00
六	1117	08:12	08:20	-	-	09:04	-	-	09:48
六一	1619	08:18	08:26	08:39	08:51	09:19	09:44	10:03	10:18
	119	08:30	08:38	-	-	09:22	-	-	10:06
	621	08:36	08:44	08:57	09:10	09:38	10:02	10:21	10:36

小安曾學過的數學概念如下：

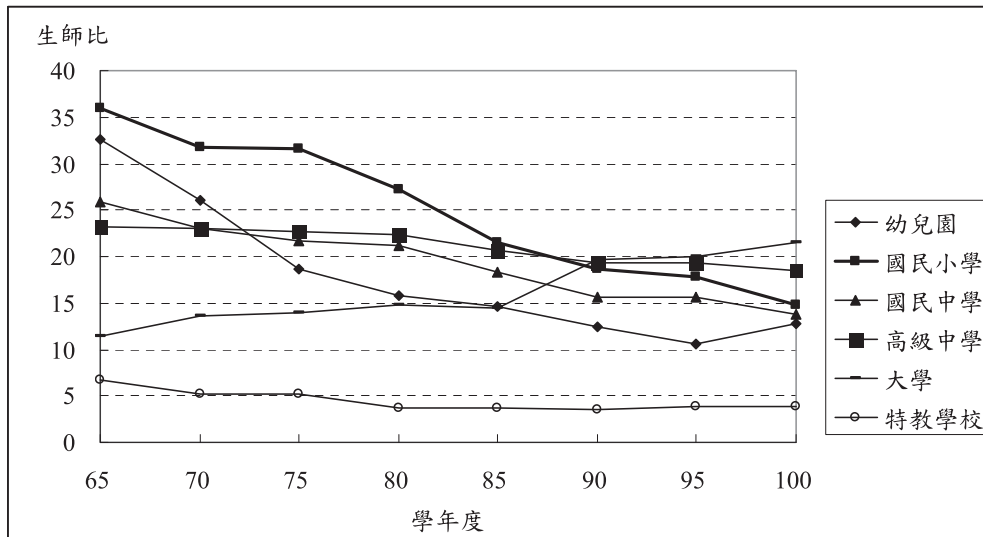
- 甲、報讀二維統計表
- 乙、認識時間與時刻
- 丙、時間的加減計算
- 丁、時間的先後順序

小安要訂購高鐵票時，需要用到哪些數學概念？

- (A) 甲、乙
- (B) 乙、丁
- (C) 甲、乙、丙
- (D) 甲、乙、丁



30.王老師取自教育部 102 年出版之「中華民國教育統計」之生師比數據內容，他製作了「各級學校生師比統計圖」如下：



王老師想在四年級利用此統計圖進行折線圖教學，但同學年的三位老師提出不適合作為折線圖教學的看法如下：

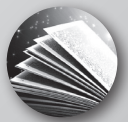
甲師：這個統計圖中有六類的學校，資料過於複雜

乙師：這個統計圖的各級學校生師比需涉及比值概念

丙師：這個統計圖縱軸的間距應該以 1 為單位

問哪些老師的看法是成立的？

- (A) 甲師、乙師
- (B) 乙師、丙師
- (C) 甲師、丙師
- (D) 甲師、乙師、丙師



二、非選擇題，共 40 分（請以黑色、藍色原子筆或鋼筆於答案卷上由左而右、由上而下、橫式書寫；請註明題號，答錯不倒扣）

(一) 普通數學填充題，每題 2 分，共 10 分

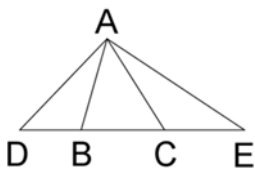
1. 在所有整數中，大於  $0.\bar{9}$  的最小整數為( )。

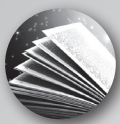
2. 已知 1、1、2、3、5、8、13、21、34、55、89、144、233、... 為費氏數列(Fibonacci series)，請觀察此數列之規則，並寫出 233 的下一項為( )。

3. 設  $a$ 、 $X$ 、 $Y$  為任意的有理數，若  $a \times X = a \times Y$ ，則  $a$  在( )的條件下，才可以得到  $X = Y$ 。

4. 假設  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$ 、 $F$  是六個由小到大的連續正整數，且其總和等於 165，求  $F =$ ( )。

5. 已知  $D$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $E$  共線， $A$  為線外一點，如下圖。若  $\angle ABD = 110^\circ$ 、 $\angle ACE = 120^\circ$ ，則  $\angle BAC$  的度數為( )。





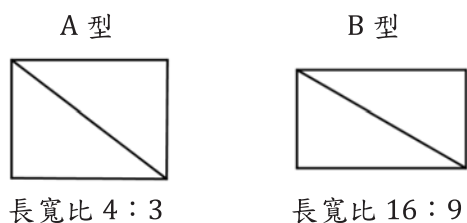
(二) 普通數學計算題及證明題，每題 5 分，共 10 分

6. 老師調查班上 20 位學生每週的讀書時數，並整理成下列的次數分配表：

每週讀書時數	3	5	7	9	11
人數	1	4	5	8	2

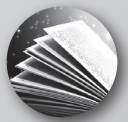
試求這 20 位學生每週讀書時數的平均數、中位數和眾數為何？

7. 現在市面上常見的液晶螢幕有 A、B 兩型，A 型的長寬比是 4：3、B 型的長寬比是 16：9，如下圖。同樣是對角線 20 吋的液晶螢幕，求 A 型和 B 型的「周長比」是多少？



(三) 數學教材教法問答題，每題 5 分，共 20 分

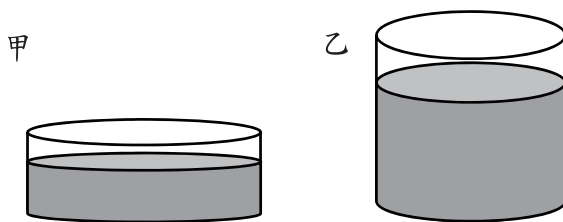
8. 小英將「 $8 \div 0.2$ 」輸入電子計算機後，得到一個比 8 大的答案；當她輸入「 $8 \times 0.2$ 」時，得到一個比 8 小的答案。她對這兩個答案感到困惑，因此要求老師給她一個新的電子計算機重新計算。針對這兩個答案的困惑，小英最可能的迷思概念分別是什麼？



9.有關「 $12 \div 4 = ( \quad )$ 」的算式，請回答下列問題：

- (1)各擬一個「等分除」與「包含除」類型的問題。【3分】
- (2)針對此兩類型問題，說明學生在解題想法上的差異。【2分】

10.老師進行「容量間接比較」的教學時，提供了下圖容器甲與容器乙的水量，讓學生比較哪一個容器的水量比較多。



請寫出學生常用的三種比較方法。

11.有關圓周率的教學，試回答下列問題：

- (1)請舉出認識圓周率最相關的兩項先備知識。【2分】
- (2)請說明讓國小學生瞭解「圓周率為定值(例如：3.14)」的教學重點為何？【3分】

試題至此為止





## 102年度高級中等以下學校及幼兒園教師資格檢定考試

## 選擇題參考答案

類別：國民小學

科目：數學能力測驗(預試)

題號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	B	C	A	D	D	B	C	D	B

題號	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	B	C	A	B	C	B	D	C	A	B

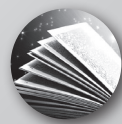
題號	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
答案	B	C	C	D	A	A	C	A	D	A



# 附錄二 103年首次檢測試題







## 附錄二 103 年首次檢測試題

## 103 年度高級中等以下學校及幼兒園教師資格檢定考試

類別：國民小學

科目：數學能力測驗

## —作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

作答方式：

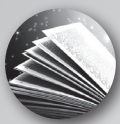
- 選擇題請以黑色 2 B 鉛筆於「答案卡」上作答，修正時應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液(帶)。
- 非選擇題請以黑色、藍色原子筆或鋼筆於「答案卷」上由左而右、由上而下、橫式書寫。

注意事項：

- 請核對類別及科目是否與准考證內容一致。
- 試題本共 14 頁，選擇題 30 題、非選擇題 11 題。
- 請在下欄方格內，填妥准考證號碼；考完後請將「答案卡」、「答案卷」及「試題本」一併繳回，謝謝您的幫忙，祝您考試順利！

准考證號碼：

考試開始鈴(鐘)響時，請先填寫准考證號碼，再翻閱試題本作答。



一、選擇題，每題 2 分，共 60 分（第 1~15 題為普通數學、第 16~30 題為數學教材教法，請以黑色 2B 鉛筆於答案卡上作答，單選題，答錯不倒扣）

1. 將 413 除以某正整數，可得商為 29，問餘數是多少？

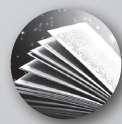
- (A) 7
- (B) 14
- (C) 21
- (D) 28

2. 根據行政院主計處的資料，某年某月份全台灣人口失業率為 4.16%。若該失業率以最簡分數  $\frac{a}{b}$  表示，則下列何者為真？

- (A)  $a = 26$ 、 $b = 625$
- (B)  $a = 52$ 、 $b = 625$
- (C)  $a = 26$ 、 $b = 1250$
- (D)  $a = 52$ 、 $b = 1250$

3. 有二個正整數  $a$ 、 $b$ ，滿足  $a + b = 90$ ，且  $a$  是  $b$  的 5 倍；問  $a$  的值可以用下列哪一個算式求出？

- (A)  $90 \div 5$
- (B)  $90 \div (5 + 1)$
- (C)  $90 \div 5 \times (5 + 1)$
- (D)  $90 \div (5 + 1) \times 5$



4.若 $a \div \frac{2}{3} = \frac{1}{4}$ 、 $b \div 1\frac{1}{3} = \frac{1}{4}$ ，則下列敘述何者正確？

(A)  $a+b = \frac{17}{48}$

(B)  $a+b = \frac{17}{24}$

(C)  $a+b = \frac{1}{2}$

(D)  $a+b = \frac{9}{16}$

5.若二元一次聯立方程式為 $\begin{cases} 2x + y = 11 \\ 3x + 4y = 29 \end{cases}$ ，則 $x + y = ?$

(A) 5

(B) 8

(C) 10

(D) 15

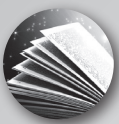
6.估算 $2000 \times \left(-\frac{2000}{1999}\right)$ 的值，它最接近下列哪一個數？

(A) -1999

(B) -2000

(C) -2001

(D) -2002



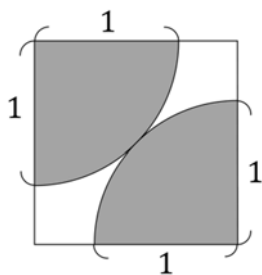
7.有關三角形的敘述，下列何者不正確？

- (A) 所有正三角形皆相似
- (B) 所有等腰直角三角形皆相似
- (C) 所有等腰銳角三角形皆相似
- (D) 有一角為 $15^\circ$ 的所有直角三角形皆相似

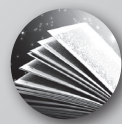
8.一個圓有幾條對稱軸？

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 無限多

9.在正方形內畫兩個半徑為1的四分之一圓，且兩弧相切，如下圖；問此正方形的面積是多少？



- (A)  $\sqrt{2}$
- (B) 2
- (C) 2.25
- (D)  $4\sqrt{2}$



10. 當一組資料存在極端值時，下列哪一個統計量最適合來描述這組資料的集中趨勢？

- (A) 算術平均數
- (B) 加權平均數
- (C) 眾數
- (D) 中位數

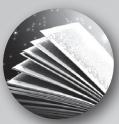
11. 在某音樂網站，針對五種音樂類型被下載的次數進行統計，得知流行音樂下載次數最多、鄉村音樂比爵士音樂下載次數多、古典音樂和兒童音樂下載次數一樣多。若將統計資料製成圓形圖如下，則下列選項何者正確？



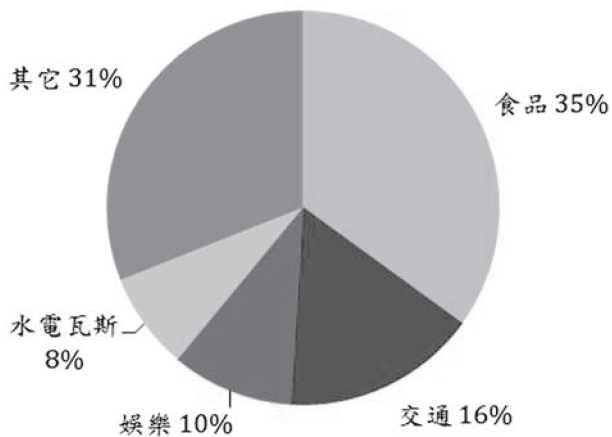
- (A) 區域 A 是鄉村音樂
- (B) 區域 B 是古典音樂
- (C) 區域 D 是爵士音樂
- (D) 區域 E 是兒童音樂

12. 咖啡屋舉辦週年慶，每杯咖啡的促銷價均相同，且買滿 3 杯送 1 杯；當消費總額滿 500 元以上，再打九折。已知某顧客帶走 5 杯咖啡及 1 條 200 元的巧克力蛋糕，共花費 540 元；問每杯咖啡的促銷價為多少元？

- (A) 72
- (B) 80
- (C) 85
- (D) 100



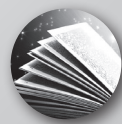
13. 劉先生家上個月各項生活支出共 50000 元，其圓形圖如下。本月因出國旅遊，娛樂支出增加 10000 元，其餘項目金額不變；問本月生活支出的圓形圖中，娛樂支出的圓心角為幾度？



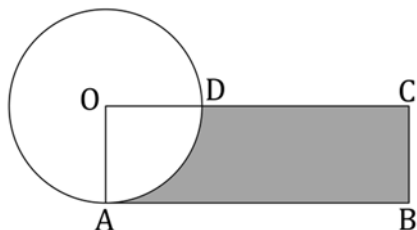
- (A) 60
- (B) 90
- (C) 108
- (D) 120

14. 有一方程式  $x^2 + 18x - 9919 = 0$ ，下列何者是它的一個解？

- (A) -109
- (B) -91
- (C) 100
- (D) 109



15. 四邊形OABC為長方形，且 $\overline{AB}$ 為圓O的切線，如下圖。已知圓O的周長是4，且圓O的面積等於長方形OABC的面積；問陰影部分圖形之周長為何？



- (A)  $1 + \frac{4}{\pi}$   
 (B) 4  
 (C) 5  
 (D)  $4 + \frac{4}{\pi}$
16. 有一數學問題為「水果糖5盒共105元，牛奶糖8盒共248元，牛奶糖一盒比水果糖一盒貴多少元？」，該數學問題是幾步驟問題？
- (A) 1 (B) 2  
 (C) 3 (D) 4
17. 有關下列三個分數教材內容：

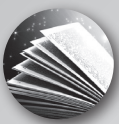
甲、認識等值分數

乙、能用通分作簡單異分母分數的比較與加減

丙、能用約分、擴分進行等值分數的換算

這些教材內容的安排先後次序，下列何者最為合適？

- (A) 丙 → 甲 → 乙 (B) 乙 → 甲 → 丙  
 (C) 丙 → 乙 → 甲 (D) 甲 → 丙 → 乙

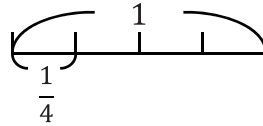


18.在國小分數教材中，有關「 $\frac{1}{4}$ 的意義」的不同表徵，下列哪一項是最晚學習的？

(A)



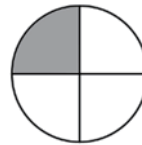
(B)



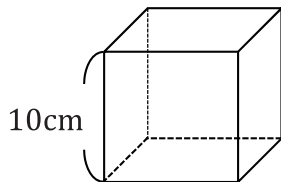
(C)



(D)



19.有一個每邊長 10cm 的正方體透明空盒，如下圖：



老師利用此透明空盒進行容量教學，此透明空盒的容量是多少？

(A) 1 毫公升

(B) 1 分公升

(C) 1 公升

(D) 1 公秉

20.將兩個物件分別置於彈簧秤上，利用記號或刻度比出兩物件的輕重；這種重量比較方式屬於哪一種測量活動？

(A) 感覺比較

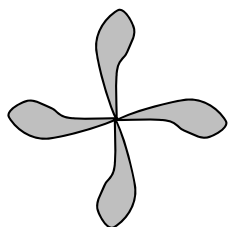
(B) 間接比較

(C) 直接比較

(D) 個別單位比較



21.老師選擇一圖形做為「對稱」概念的教材，如下圖：



有關此圖形「對稱」的描述，何者正確？

- (A) 是線對稱，有四條對稱軸
- (B) 是線對稱，有二條對稱軸
- (C) 是線對稱，有一條對稱軸
- (D) 不是線對稱，沒有對稱軸

22.有關統計圖的教材，下列何者是國小學生最早學習的統計圖？

- (A) 直方圖
- (B) 長條圖
- (C) 折線圖
- (D) 圓形圖

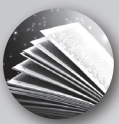
23.進行「整數的分數倍」啟蒙教學時，下列哪一個最不可能~~是~~學生所需的先備知識？

- (A) 理解分數的意義
- (B) 理解乘法的意義
- (C) 認識兩數互質的意義
- (D) 分數是兩整數相除的結果

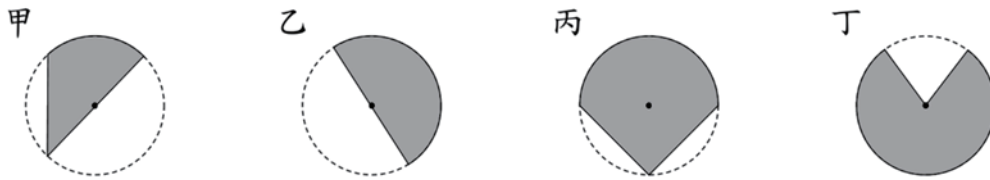
24.老師問一加法問題「桌上有 5 顆紅色彈珠和 8 顆綠色彈珠，合起來有幾顆彈珠？」。

有位學生很快地回答「5 加 8 等於 13」；問該學生最可能使用哪一種解題策略？

- (A) 已知的加法事實
- (B) 一一點數，共數出 13 顆
- (C) 先把 8 顆記住，再往上數 9、10、11、12、13 顆
- (D) 先把 5 顆記住，再往上數 6、7、8、9、10、11、12、13 顆



25.老師為瞭解學生的扇形概念，畫了四個圖形如下，請學生判斷哪些陰影部分是扇形。



下列選項是不同學生的說法，問哪個說法是正確的？

- (A) 只有丙和丁是扇形，因為扇形兩邊要一樣長
- (B) 只有乙和丁是扇形，因為扇形兩邊應是圓的半徑
- (C) 只有甲和丙是扇形，因為扇形的角度應小於 90 度
- (D) 只有丙是扇形，因為扇形的角度要小於 90 度且兩邊等長

26.有學生認為「乘會使結果變大」，老師想要舉出算式讓學生產生認知衝突；下列哪一個算式不適合？

- (A)  $1\frac{1}{7} \times \frac{3}{2}$
- (B)  $12 \times \frac{1}{2}$
- (C)  $2.3 \times 0.5$
- (D)  $18 \times 0.3$

27.老師想要評量學生能否分辨周長與面積的概念，下列哪個面積問題不適合？

- (A) 計算邊長是 8 公分的正方形面積
- (B) 計算長寬分別是 6 公分與 4 公分的長方形面積
- (C) 計算邊長是 4 公分的正方形面積
- (D) 計算長寬分別是 8 公分與 4 公分的長方形面積



28.教低年級學生整理資料時，老師會指導學生用「正」字來劃記，其主要目的為何？

- (A) 學習符號
- (B) 學習單位
- (C) 易於分類
- (D) 易於計數

29.有一數學課本的題目為「安安今年 10 歲，爸爸年齡和安安年齡合起來是 45 歲，問幾年後爸爸的年齡是安安的 2 倍？」；這個題目的特性是屬於哪一種數量關係？

- (A) 和不變
- (B) 差不變
- (C) 積不變
- (D) 比值不變

30.老師提供健康中心檢查 19 位學生的蛀牙數資料，要求學生將資料加以整理，瞭解蛀牙狀況，圖 1 和圖 2 是兩位學生完成的結果：



圖 1

圖 2

老師讓學生進行討論，有三位學生的說法如下：

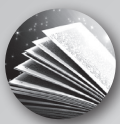
甲生：「圖 1 和圖 2，都可以看到 14 號同學蛀掉 8 顆牙。」

乙生：「只有圖 2 可以看到 11 號同學蛀掉 7 顆牙，但圖 1 不能。」

丙生：「只有圖 1 可以看到蛀掉 2 顆牙的有 2 人，但圖 2 不能。」

有關三位學生的說法，問哪些人的說法不正確？

- (A) 甲生、乙生
- (B) 甲生、丙生
- (C) 乙生、丙生
- (D) 甲生、乙生、丙生



二、非選擇題，共 40 分（請以黑色、藍色原子筆或鋼筆於答案卷上由左而右、由上而下、橫式書寫；並於題號欄標明題號，如：1、2、…、10(1)、10(2)、11）

(一) 普通數學填充題（直接寫出答案即可），每題 2 分，共 10 分

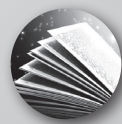
1. 有一堆相同的長方體盒子，每個盒子的長是 18 公分、寬是 15 公分、高是 10 公分；

問最少需要( )個長方體盒子，才能拼成一正方體。

2. 若  $x = 1 + \sqrt{3}$ ，則  $x^2 - 4 = ( )$ 。

3. 若  $x + 2$  是  $x^2 - 3x + 2 + a$  的因式，則  $a = ( )$ 。

4. 班上 30 位同學的數學成績由小到大依序分成低分組、中分組和高分組各 10 人。若全班平均 70 分、高分組平均 85 分、中分組平均 75 分，則低分組的平均成績( )分。



5.若將正整數從 1 開始依序排列，其規律如下表：

第 1 列	1
第 2 列	2 3
第 3 列	4 5 6
第 4 列	7 8 9 10
	...

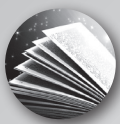
則第 100 列最後一個數是( )。

(二) 普通數學計算題及證明題 (需寫出演算過程或理由)，每題 5 分，共 10 分

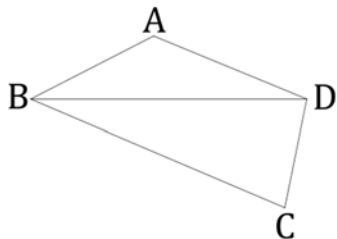
6.環保人士推動消毒水的製作方式如下：

將橘皮放入 95%濃度的酒精中，浸泡後再用煮沸後的冷開水稀釋成 70%~75%的酒精濃度，有最佳的消毒效果。

若有 0.6 公升的 95%濃度的酒精，放入橘皮浸泡(其釋出的成份可不計)後，想要達到上述最佳消毒效果的酒精濃度；問最少和最多需加入多少毫公升的冷開水？(答案請四捨五入取至個位)



7. 四邊形 ABCD 中， $\overline{AB} = 5$ 、 $\overline{AD} = 6$ 、 $\overline{BC} = 10$  且  $\overline{CD} = 4$ ，如下圖。若  $\overline{BD}$  長為整數，則  $\overline{BD}$  長的所有可能值為何？



(三) 數學教材教法問答題，每題 5 分，共 20 分

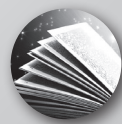
8. 請針對「加乘混合」兩步驟問題，設計以下兩種不同文字題，並寫出該問題的併式紀錄：

- (1) 先加後乘。【2.5 分】
- (2) 先乘後加。【2.5 分】

9. 學生使用量角器測量角度及報讀角度時，常發生錯誤。請分別針對以下兩類活動，

各舉出一項學生常見的錯誤及其原因：

- (1) 測量角度。【2.5 分】
- (2) 報讀角度。【2.5 分】



10.某生進行「 $10.73 - 0.5$ 」直式計算時，某生列出的直式作法如下：

$$\begin{array}{r} 10.73 \\ - \quad 0.5 \\ \hline 1.068 \end{array}$$

(1)請指出該生可能的迷思概念為何？【2分】

(2)請寫出針對該生的補救教學重點為何？【3分】

11.老師出了兩個有關角柱的試題如下：

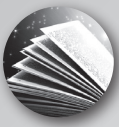
甲題：「一個五角柱，它有幾個面？① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8」

乙題：「一個角柱有 7 個面，它是什麼形體？

①三角柱 ②四角柱 ③五角柱 ④六角柱」

請比較這兩試題的難度，並說明理由。

試題至此為止





## 103年度高級中等以下學校及幼兒園教師資格檢定考試

## 選擇題參考答案

類別：國民小學

科目：數學能力測驗

題號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	A	D	C	B	C	C	D	B	D

題號	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	A	D	B	A	C	C	D	A	C	B

題號	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
答案	D	B	C	A	B	A	C	D	B	B

國家圖書館出版品預行編目資料

國民小學教師資格檢定考試數學能力測驗—102年預試  
及103年首次測驗分析 / 數學能力測驗試題研發小組著.

-- 初版. -- 新北市：國家教育研究院, 民104.07

面；公分

ISBN：9789860450415

1.小學教師 2.教師專業資格 3.能力測驗

523.5

104009224

書名：國民小學教師資格檢定考試數學能力測驗

—102年預試及103年首次測驗分析

編著者：數學能力測驗試題研發小組

出版機關：國家教育研究院

地址：新北市三峽區三樹路2號

網址：<http://www.naer.edu.tw>

電話：(02) 8671-1111

出版年月：民國 104 年 7 月

版次：初版

其他類型版本說明：本書另有電子版本，網址為：<http://teric.naer.edu.tw>

定價：新臺幣 260 元

展售：政府出版品展售中心

五南文化廣場：臺中市中山路6號

電話：04-22260330；傳真：04-22258234

網址：<http://www.wunan.com.tw/>

國家書店松江門市：臺北市松江路209號1樓

電話：02-25180207；傳真：02-25180778

網址：<http://www.govbooks.com.tw/>

GPN：1010400833

ISBN：9789860450415

©本院保有所有權利，欲利用本書內容者，需徵求本院同意。