

中學數學應刪除此三

內容以容納新的題材

／張平東 作
／洪志生 譯

數學的歷史清楚的指出數學來自真實世界的經驗。經濟、科學、社會等各領域的知識皆有賴於數學上的解題。數學科教師將前人努力的成果教給學生，就像是：數算物件，將分數相加，解方程式，描繪圖表和幾何圖形，測量力、時間與能量，決定物體的大小和性質，計算稅額和收入。

就一般的經驗而言，學生能以相似的方法學習數學，此一看法似乎合理。遺憾的是，若只用紙和筆，他們就沒有機會處理生活環境中的實際問題。由於數學與實際生活分離，多數的學生對於數學缺乏學習動機和良好的學習態度。如果學生只是很吃力的去背數學公式、做幾何證明題、解四則應用題，他就看不出數學能幫助他進行有意義的解題。他們學習數學的唯一理由，是因為數學是他們必須念的一門課。由於在臺灣的高中及大學入學考試競爭激烈，學生必須能在考試時獲得高分，才能進入他們所想的學校，在這種升學壓力下，難怪學生體會不到：數學是科學的工具，也是職業活動和日常生活所需的原理原則。

數學教師有責任啟發學生，使他們不但能發展數學的技能，也能喜愛數學，並且將數學應用於解決實際的問題。爲了配合一些重要的數學觀念和技巧的改變，顯然有必要刪除掉一些傳統的題材，這些題材多年來在數學課程中份量頗多。在臺灣，國中二年級學生必須學習將 $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ 因式分解這類的問題，這

種練習對一個十四歲的學童來說，有什麼意義嗎？稍後，他們要用更多的時間學習這類的問題：

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2}-\sqrt{x}} \text{ 的分母有理化}$$

找出最小公分母，以完成分式的加法：

$$\frac{x+1}{4x^2-x-5} + \frac{4}{x^2+5x-6}$$

Usiskis 堅決主張某些題材可以刪除，例如：第一年代數課程中的三項式因式分解，因為這些東西在稍後所學的數學中用不上，也沒有什麼實際可以應用之處（Usiskin, 1980）。當然，在我們決定要刪除任何題材時，必須很謹慎小心，以免刪除掉的東西有礙其後的學習或職業上的需要。中學數學課程必然會因爲調整而刪除掉某些題材，例如：有關保險的應用、混合問題、對數、多變項的因式分解，至於幾何證明題則有待進一步的考慮似決定其地位。

我們需要進行更多的實驗研究，以決定數學課程應包括那些題材，才能兼顧通才教育和職業教育的目標。至於如何將題材以適切的方式呈現給學生，使他們能經驗到「做」數學（「doing mathematics」），這將是更困難的工作。

數學的教學必須追隨當前科技的進步。電算器的使用，使得課堂上用在學習計算技能的時間減少很多。電算器能有助於學生學習數學，這是令人興奮的事。當然，電算器並非只是為計算題算出答案的工具「Beardstee, 1978」，但是為了使教師有更多時間指導學生學習新的東西，如：解題和約估，可將用於算術和代數練習題的時間做大幅刪減。將電算機與日常生活的問題結合，可使學生有機會處理實際的問題。今後應該強調的是：如何使電算機在課堂上的使用更具有創造性？微電腦的出現或許能為數學課程的改變帶來令人興奮的新局面（Downes, 1979）。

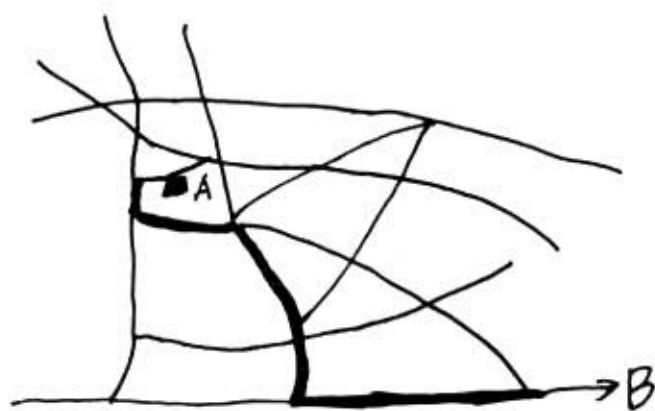
在教師訓練方面，如果我們希望教師能培養出思考與學術導向的學生，則教師訓練計畫應該反映一種新的態度，那就是：對於數學教學的適切性表現得關心（Cicero, 1979）。達到這個目標的方法之一是介紹更多的有限數學，包括：圖形導論、線性規劃、初等統計和電腦程式設計，以取代那些對解決實際問題無關緊要的題材。

顯然電腦已改變我們的社會，正如工業革命曾改變幾世紀以前的歷史，電腦控制的自動化為工業社會帶來經濟的大變動，我們有理由預期另一類似的大變動將發生於教育方面。尤有甚者，微電腦將對數學課程的設計者提出挑戰，要他們利用模擬和圖形的能力，以及文字處理的能力。未來的十年，教育工作者將要耗費大量的時間於軟體的發展（Downes, 1979）。

解題應是中學數學課程的核心，或許教師可以提出一個學生還沒有學過的難題，使他們體會到：在科技的社會中，新的知識是如何擴展他們的思想領域並增益其所不能。這種方式的增強，能使學生受益，並使他們與教師建立密切的關係。當然，教師必須學會如何指導解題的過程。為了使教師成為有效率的解題者，教師本身有許多該做的。目前，教科書和課程仍停留在傳統的階段，弊多於利。假設課程改革的努力付諸實行，則教師訓練計畫可能是達到成功的最有效途徑。

（本文原文為張平東教授發表於第四屆國際數學教育會議之報告）

（上接第十四頁）



認知圖
圖四

別人看到我走在街上，如果他不問我，就不會曉得我到底是有一特定的目標，還是隨處走走以擴展我的認知圖。同樣的情形，當我們看到學生正在做數學，我們也常弄不清楚他的心智狀態（mental state），到底他只是「在紙上畫畫還是全神貫注於數學？」

組成數學的東西並非我們所曉得的題材（subject matter），而是和數學有關的某種特別的知識，關係式的數學和機械式的數學可以是同樣的內容，然而却是兩種截然不同的知識，因此有充分的理由將它們看成是不同種類的數學，而關係式理解的數學顯然較具威力。

如果此一看法可被接受，則對許多兒童來說，「數學」一詞實際上是個不真實的朋友！