

建構主義教學實例

討論人：江永明

國語實小研究處主任

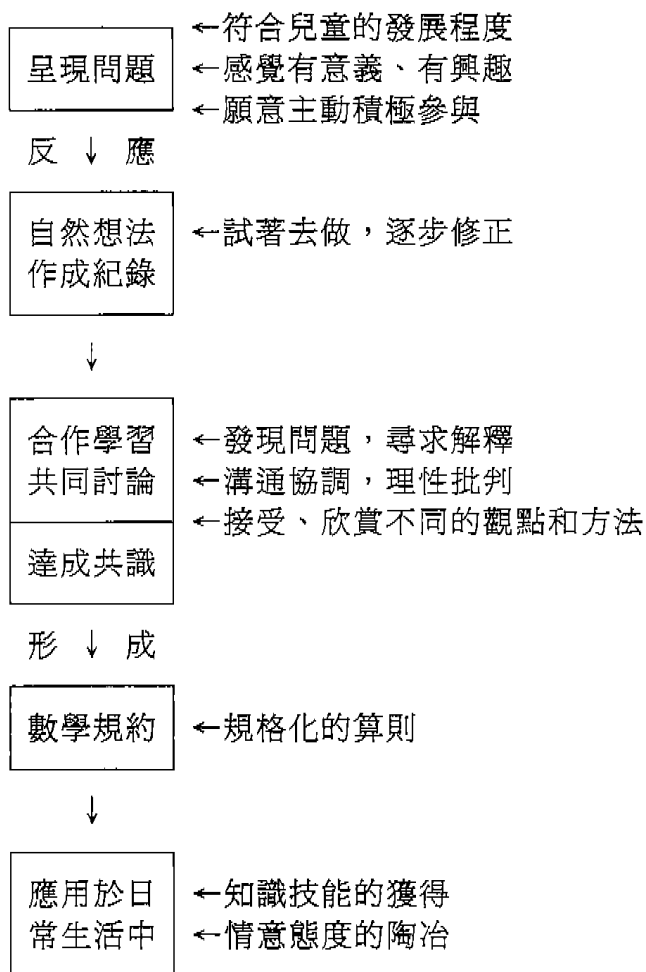
壹、前言

在教育的歷程中，無論是家庭教育或者是學校教育，其教育的效果都是在施教者與受教者交感互動中產生的，所以，在「學與教並重」的教育下，教師必須先行了解學生如何學習來確定如何教是非常重要的（張春興1996），在國民小學數學科的教學更是如此，在目前國小的數學教育中，逐漸形成一種「建構式」的教學法，它是結合了認知心理學和教育社會學的理论，從兒童個人的經驗去察覺周遭的事物而建構出個人的數學意義，這只是個人的主觀建構，接著仍需透過社會成員（師生、同儕等）的共同討論以達成爲大家所接受的共識（數學規約），最後內蘊化成爲自己個人人格的一部份，而身爲國小數學教育工作的老師，必須體驗到自己是站在如何協助孩子去學數學，而不是替代孩子學習。筆者自小喜歡數學，也熱衷於數學教育的工作，對於數學解題遊戲教學情有獨鍾，後文會將數學討論教學提出實例就教各位先進。

貳、國小數學是什麼？

在國小數學課程標準中提到數學是一門處理有關數、量、形及其間相互關係的學科，國小數學科的教學目標在輔導兒童由日常生活的經驗中去發展並培養有效運用數學的方法，以解決實際問題的態度及能力。故其數學教學的主張及流程如下：

- 知識是兒童主動建構的，只有讓兒童認爲「有意義」，感覺「有興趣」，並且願意「主動積極參與」教學活動，真正的學習才會發生。
- 強調「解題」是數學活動的特性，兒童能將「非例行性」的問題，以兒童的「自然想法」逐漸找到解題的關鍵和方法，來解決問題。
- 數學教材是依據兒童發展程度編排的，從舊經驗開始，逐漸組織發展新經驗、新知識。
- 數學知識的意義是由個人的主動建構後，經由同儕的合作，教師適時的介入而達成共識的。
- 在討論的過程中，培養接受並欣賞不同的意見和解法的溝通能力。
- 建立共識，形成規約的過程中，必須透過發現問題、尋求解釋、辯證協調、理性批判、接受欣賞等社會協商的態度來得到共識。



參、教師的態度：

- 培養親切的討論氣氛，營造孩子願意參與討論。
- 傾聽孩子的解說，鼓勵孩子思考。
- 適時適量的介入，以關鍵性的問話導引孩子的思考方向。
- 與孩子討論時，允許孩子有思考時間的「時間差」，循序漸進解出問題。
- 與孩子共同解題時，允許孩子有不同方法的「路徑差」，拓展孩子的思考領域。
- 尊重孩子的自然想法，欣賞孩子從嘗試錯誤中尋求解題策略。
- 不要急於告訴他解法或替代他學習。
- 鼓勵孩子的成就，提昇孩子的信心。

肆、數學教學舉例：

一、低年級

教師布題：老師買了9張聖誕卡，再買2張，老師共買了多少張？（楊美伶主任）

學生解題：S1：○○○○○○○○○○○○○+○○○=11

S2：9+2=11

S3：○○○○○○○○○○○○○+○○○=○○○○○○○○○○○○○○○

S4：○○○○○○○○○○○○○ ○○ 11

S5：○○○○○○○○○○○○○/○○○

S6：○○○○○○○○○○○○○=11

+

○○

S7：9 10 11

二、低年級

教師布題：媽媽買了9個青蘋果，6個紅蘋果，哪一種多？多幾個？

學生解題：S1：解法：9，8，7，6，5，4 餘3個

紀錄：9-6=(3)

S2：解法：9，8，7 餘6個

紀錄：9-(3)=6

S3：解法：6，7，8，9

1 2 3

紀錄：6+(3)=9

三、三年級

教師在題(1)：一包巧克力有5個，有一位小朋友帶了9包，另外一位小朋友帶了2包，請問他們共帶多少個巧克力？（楊美伶主任）

學生分組：第一組：5×9=45+5×2=10=45+10=55

因為兩個人帶的巧克力加起來是55

第三組：5×9=45 45
 5×2=10 + 10
 55

第二、五組：5×9=45

第六組解(1) 5×2=10

45+10=55

第六組解(2) 5×9=45

45+5=50

50+5=55

5×11=55

四、三年級

教師布題(2)之1：一包口香糖有7片，8包有多少片？（楊美伶主任）

學生分組：

第一組

第二、三組

$7 \times 8 = 56$

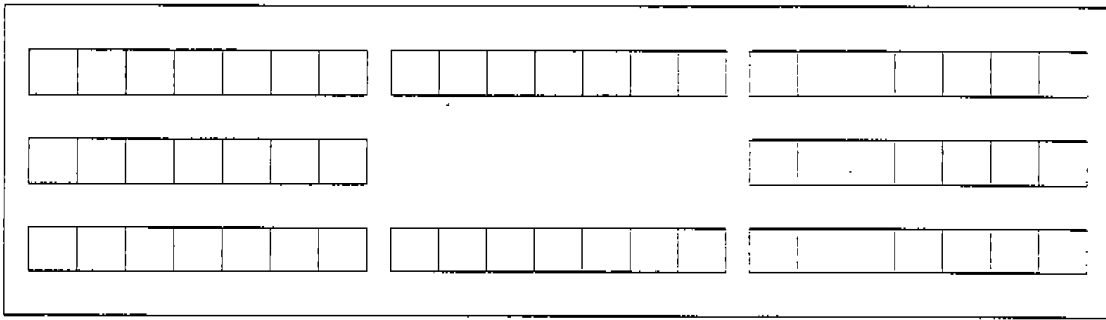
$7 \times 8 = 56$

第四組

一樣好，因為都一樣的答案

○○○○○○○○	○○○○○○○○
○○○○○○○○	○○○○○○○○
○○○○○○○○	○○○○○○○○
○○○○○○○○	○○○○○○○○
○○○○○○○○	○○○○○○○○
○○○○○○○○	○○○○○○○○
○○○○○○○○	○○○○○○○○
○○○○○○○○	○○○○○○○○
○○○○○○○○	○○○○○○○○
○○○○○○○○	○○○○○○○○
8	7

第 五 組



教師布題(2)之2：有另一位小朋友帶4包，8包和4包合起來12包，請小朋友算算看12包，一共有幾片？（楊美伶主任）

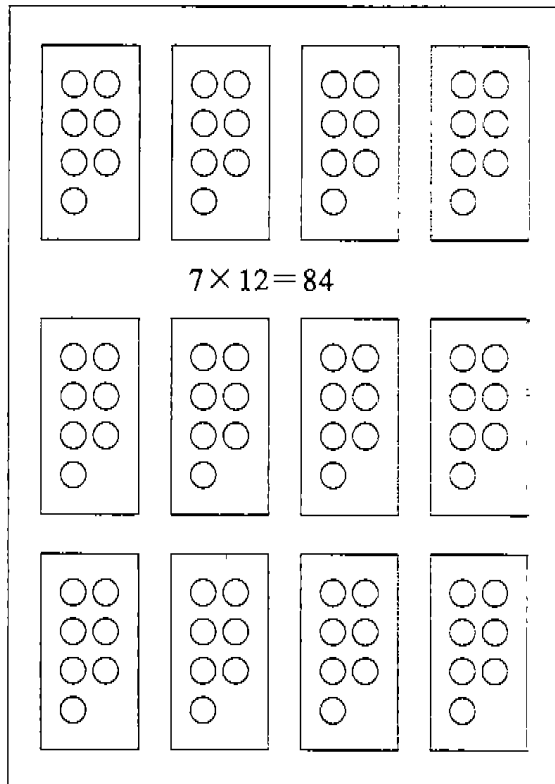
學生分組：

第四組

第一組

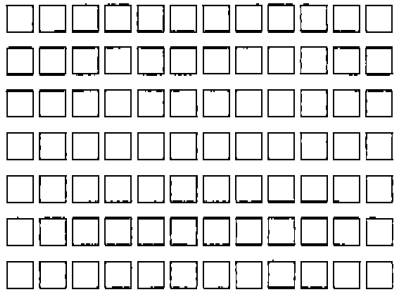
$7 \times 10 = 70$ 70 $+ 14 \rightarrow 7 \times 2 = 14$ 84 A: 84片	$7 \times 9 = 63$ $7 \times 10 = 70$ $7 \times 2 = 14$	12 包 70 $+ 14$ 84	70 $+ 14$ 84
--	--	----------------------------------	------------------------

第五組

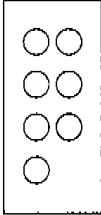
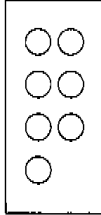
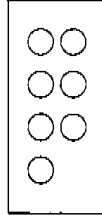
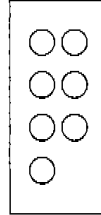
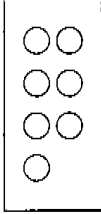
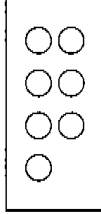
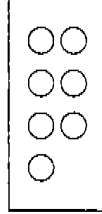
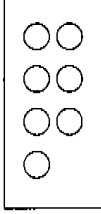
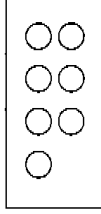


↑ 有一個S拿著墊板 $7 \times 9 = 63$
 $63 + 7 = 70$, $70 + 14 = 84$

第三組

$7 \times 10 = 70$	$70 + 14 = 84$
	

第二組

			
			
			
7 $\times 10$ 70	70 $+ 14$ 84		

五、四年級（本題是筆者與小兒宜展四年級時玩的數學遊戲）

布題：請你用1、2、4、7這四個數組成一個算式，請依你的算式寫出一個應用題。

解題(1)： $4+2+1=7$

姊姊做功課花了4小時，看書花了2小時，補習花了1小時，她共花了幾小時？

筆者：很好，還有沒有？（筆者一再鼓勵增強）

解題(2)： $2 \times 4 - 1 = 7$

一包糖果有兩顆，媽媽買了四包，被哥哥吃了一顆，剩幾顆糖果？

解題(3)： $7 - 2 - 1 = 4$

公車上有7人，第一站2人下車，第二站1人下車，問車上剩幾人？

解題(4)： $(7+1) \div 2 = 4$

桌上有7個梨子，媽媽又買了一個，再把梨子分給兄弟倆，平均一人得多少？

六、高年級：詳見一個數學解題教學的實例。

（本題為筆者在私立華興小學擔任數學遊戲的演示教學，並在國語實小擔任高年級數學遊戲組教學綜合學生解題的結果整理出來）。

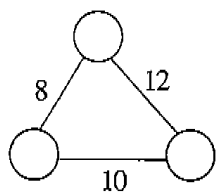
參考資料：略

一個數學解題教學的實例

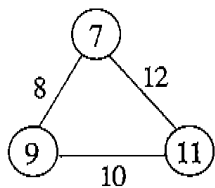
如何幫助學生有效的學習是教師最重要的工作之一，這種工作並不簡單，需要相當的時間、經驗、熱心以及正確的方法相互配合著。其中最讓吾人不容忽視的是教師應懂得「適時的介入」及「適量的指導」的技巧，這樣才不致使學生因缺乏指導下的獨自應付問題而進步緩慢，也不致於教師幫助得過多而使學生因過分的依賴而毫無所得。

筆者自小喜歡數學，也熱衷於數學教育的工作，對「數學解題遊戲教學」情有獨鐘，經常在數學教學師生互動的過程中，獲得令人意想不到而且有趣的結果，因而常使吾人認為「有效的數學教學」是師生均獲益的「雙贏」的工作，現就從吾人平時數學教學上課中提出一例與各位分享：

例題一：請小朋友幫他們找好朋友，分別寫左圓圈裡，並說明理由。

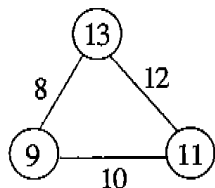


解 1 之 1 :



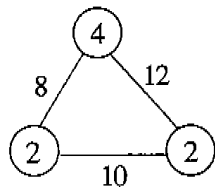
它們是從7~12的連續數列

解 1 之 2 :



它們是從8~13的連續數列

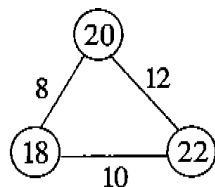
解 2 之 1 :



它們是兩數的差

$$\begin{aligned} 12 - 8 &= 4 \\ 12 - 10 &= 2 \\ 10 - 8 &= 2 \end{aligned}$$

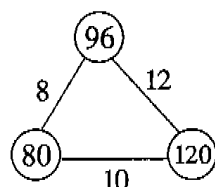
解 2 之 2 :



它們是兩數的和

$$\begin{aligned} 12 + 8 &= 20 \\ 12 + 10 &= 22 \\ 8 + 10 &= 18 \end{aligned}$$

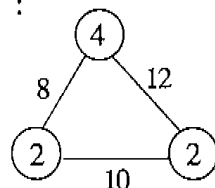
解 2 之 3 :



它們是兩數的積

$$\begin{aligned} 12 \times 8 &= 96 \\ 12 \times 10 &= 120 \\ 8 \times 10 &= 80 \end{aligned}$$

解 3 之 1 :

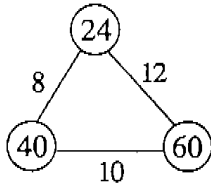


它們是最大公因數的關係

$$\begin{aligned} 8 \text{ 和 } 12 \text{ 的最大公因數是 } 4 \\ 12 \text{ 和 } 10 \text{ 的最大公因數是 } 2 \\ 10 \text{ 和 } 8 \text{ 的最大公因數是 } 2 \end{aligned}$$

※註：解 3 之 1 與解 2 之 1 的解答相同，但解釋的理由不同。

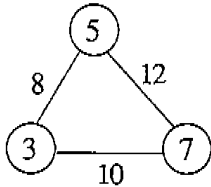
解 3 之 2 :



它們是最小公倍數的關係

8和12的最小公倍數是24
12和10的最小公倍數是60
10和8的最小公倍數是40

解 4 之 1 :



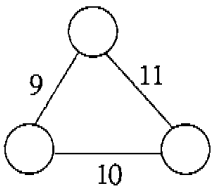
它們是兩數的和 $12 = 5 + 7$

$10 = 7 + 3$
 $8 = 3 + 5$

※解 4 之 1 與解 2 之 2 的解題理由同為兩數的和
解 4 之 1 : 線上的數為兩圓圈數的和
解 2 之 2 : 圓圈內的數為兩線上數的和

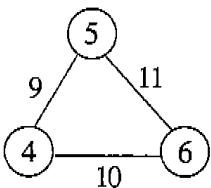
例題二：教師重新佈題：請小朋友在圓圈裡放象棋，使每兩個圓圈裡象棋數的和等於線上的數。

(1) 線上的數



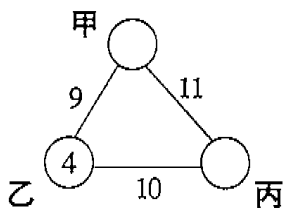
解 1 :

$(9 + 10 + 11) \div 2 = 15 \dots\dots\dots$ 總和
 $15 - 10 = 5$
 $15 - 9 = 6$ (或 $11 - 5 = 6$)
 $15 - 11 = 4$ (或 $9 - 5 = 4$, $10 - 6 = 4$)

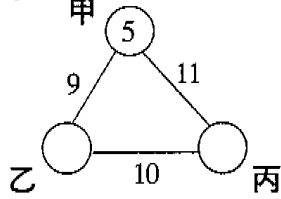


解 2 :

圓圈裡的數分別以甲、乙、丙設立之
求乙丙的差，以和差問題處理之 $(和 - 差) \div 2 = \dots$ 教
 $11 - 9 = 2 \dots\dots\dots$ 丙比乙多
 $(10 - 2) \div 2 = 4 \dots\dots\dots$ 乙
 $10 - 4 = 6 \dots\dots\dots$ 丙
 $9 - 4 = 5 \dots\dots\dots$ 甲



解 3 :



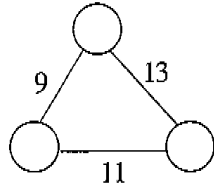
$$[(\text{甲} + \text{丙}) + (\text{甲} + \text{乙}) - (\text{乙} + \text{丙})] \div 2 = 2\text{甲} \div 2 = \text{甲}$$

$$(11 + 9 - 10) \div 2 = 5 \dots\dots \text{甲}$$

$$9 - 5 = 4 \dots\dots \text{乙}$$

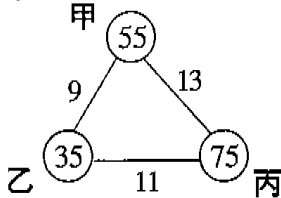
$$11 - 5 = 6 \dots\dots \text{丙}$$

(2)



經小朋友試作，討論的結果
 ①如果圓圈裡放象棋則無解
 ②如果圓圈裡的數不設限則唯一解

解 :



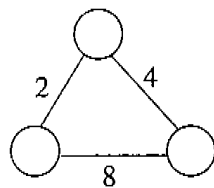
$$(9 + 11 + 13) \div 2 = 16.5 \dots\dots \text{三數的和}$$

$$16.5 - 11 = 5.5 \dots\dots \text{甲}$$

$$16.5 - 13 = 3.5 \dots\dots \text{乙}$$

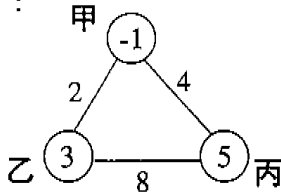
$$16.5 - 9 = 7.5 \dots\dots \text{丙}$$

(3)



經小朋友試作，討論的結果
 ①如果圓圈裡放象棋則無解
 ②如果圓圈裡的數不設限則唯一解

解 :



$$(2 + 4 + 8) \div 2 = 7 \dots\dots \text{三數的和}$$

$$7 - 4 = 3 \dots\dots \text{乙}$$

$$7 - 2 = 5 \dots\dots \text{丙}$$

$$7 - 8 = -1 \dots\dots \text{甲}$$

學生的解題策略是可愛且有趣的，在數學解題教學的過程中，經由學生的個人試作、分組討論、腦力激盪、質疑批判的方式，運用推理、溝通、找關係（連結）及分析等交互作用的策略，一切是那麼自然且有效，在此，再一次的提醒大家的是：教師的介入指導要適時、適量，過與不及，均非所宜，切記、切記。