國中小數學教材與教學探討

－一元一次方程式篇(一)

國家教育研究院籌備處　出版

國中小數學教材與教學探討－一元一次方程式篇(一)國家教育研究院籌備處出版

統一編號
1009702323

ISBN 978-986-01-5310-1

9 789860 153101

97.11.3000

定 價：220元

國中小數學教材與教學探討
- 一元一次方程式篇(一)

國家教育研究院籌備處　出版

中華民國九十七年十一月

李 主 任 序

民國 83 年通過「師資培育法」之後，國中、小學師資培育的重責，已不再由師範體系的院校所獨力承擔，但開放師資培育管道之後，是否達到提升教師專業知能以及公平原則之初衷？相關之研究仍不多見。第一次全國科學教育會議之後，國科會提出了具體的政策白皮書做為數理師資培育的依據，因此現階段數理師資培育問題主要不在於理論與方法的缺乏，而是在於如何有效的付諸實施與檢討改進。

1989 年的 3 月，NCTM 出版了 curriculum and evaluation standards for school mathematics，在這份文件中，NCTM 仔細地描述了自幼稚園以上至 12 年級學生所應學習的數學內容，其中，數學能力的培養則為學習之重點，數學能力的內涵，依 NCTM 的定義，涵蓋了對於數學世界探索、猜測、和進行邏輯推理的能力，以及能解決非例行的數學問題，以數學語言進行溝通，整合各種不同的數學概念，及能運用數學想法於其他生活領域的能力，數學能力也包含個人自信的發展和尋求評估、使用量化及空間資訊解決問題作決定的能力，而學生之彈性、持續力、興趣、好奇心和發明能力則會影響到學生數學能力的發展和實現，NCTM 強調發展學生的數學能力需要建立一種全新的課程和環境，以供數學教學及學習發生，為了適應這樣全新的課程及教學環境，中小學的數學教師需具備以下能力：1、能選擇適當的數學活動以引動學生的智慧與興趣；2、提供學生深化數學理解及應用的機會；3、能藉由課堂活動協助學生數學思維的成長及數學探索；4、能協助學生使用科技及其他工具探索數學；5、能協助學生連結之前所學的數學知識與目前發展中的知識；6、引導個人、小組和全班的工作(NCTM, 1991)。因此，數學教師需具備深廣的數學知識以因應學生於數學學習上的需求。許多研究指出高層次的數學資格證書，比不上數學教師對於數學課程的瞭解和數學課程內部作連結的能力 (French, 2003)。

荷蘭的 Freudenthal 研究中心（FI）提出反思（reflection）與敘事（narration）、建構（construction）同列為培育數學師資的三大重點。其主張的多元互動學習環境計畫（multiple interactive learning environment，MILE）將小學教學實務的場景錄影帶數位化，並運用到師資培育。MILE 的特點是讓師範生或在職教師透過教學實務來學習教學理論並反思自身的教學觀，以建構自我的教學基礎。此種方式，除了提供一個學習的實務

環境之外，同時也提供了教學實務的表徵，以作為師範生建構實務知識的基礎。

本處周筱亭研究員與劉君毅助理研究員自 91 年度起，即組成研究團隊開始進行「現實教學紀錄」對於數學教師專業成長影響之探討研究，後續計畫目前仍在進行中，研究以記錄教師們的「教學歷程」為主要的資料蒐集方式，包含：「教學實錄錄影」、教師在教學前所做的「教學活動設計」以及錄影後所做的「教學省思」等三大部分，目的在建置一個適合國民中小學數學教師使用的「現實教學紀錄」資料庫，內容結合學者專家的智慧以及國中小教師的實務，針對活動設計、數學內涵、班級經營、以及學生認知等向度進行分析與整理，最後透過媒體、專書、網站等方式呈現，以做為教師實務學習的資源。

這套叢書「國中小數學教材與教學探討」即是研究產出的一部分，自 93 年度起已陸續出版「長度篇」、「比例篇」、「時間篇（一）、（二）、（三）」、「小數篇」、「幾何篇（一）、（二）、（三）」、「分數篇（一）、（二）」、「整數的乘除篇（一）、（二）」、「因數與倍數篇」和「整數的數概念與加減運算篇」等，現在再出版「一元一次方程式篇（一）」。每本書都包含該數學主軸的各單元「教學活動設計」、「教學活動實錄」和「教學後的省思」，並附上各單元的教學實錄影音光碟。同時，研究群也逐步將本系列叢書內容(含文本與影片)與歷年來的研究成果數位化，建置成「國中小數學教師專業成長網」(網址為：http://math.naer.edu.tw)，期盼提供教師們更便利、更多元的服務。

本人自本(97)年 2 月接掌本處以來，即秉持「傳承化」、「效率化」、「整合化」、「大師化」、「聚焦化」等理念，寄望研究同仁能結合政策、理論與實務，充分發揮能力，並與國內的學者專家共同研究，讓本處再創顛峰。在這本書付梓之際，僅以此序向各位參與的人士表達誠摯的謝意，由於他們的專心投入與犧牲週末假日的無私奉獻，讓本處能出版、製作這些教學敘事，作為以學校為基地的數學教師成長學習資源。

於國家教育研究院籌備處

民國九十七年七月

編 輯 要 旨

一、本書為國家教育研究院籌備處預定陸續出版的一系列與國中小數學教材和教學相關的叢書之一， 96 年出版的三本中，兩本是以「整數的乘除」為主題，一本是以「因數與倍數」為主題。今（97）年出版的是以「整數的數概念與加減運算」和「一元一次方程式」為主題：整數的數概念與加減運算篇收錄國小一年級至國中一年級的教學主題單元、一元一次方程式篇(一)則收錄國小五年級至國中三年級的教學主題單元。

二、出版這類叢書的主要目的在於提供國中小教師欲提升專業能力時，可以參考或共同討論的教學案例。

三、本書分為兩個部分：文本和數位影音光碟(DVD)，前者包括「一元一次方程式」主題的各單元活動設計、教學實錄、教學說明和教學者教學後的省思；後者則為各單元的教學實況錄影以及擔任教學的教師於教學後所錄製的教學說明。

四、讀者在觀看影音光碟時，可以對照文本中的教學實錄。

五、本書並未涵蓋國中小數學教材中所有「一元一次方程式」主題的相關題材，係就參與的老師們當時任教的年級與使用的版本，配合原訂的教材和教學進度，選取與「一元一次方程式」有關的重要概念，在教授們的指導之下，先設計教學活動，經過反覆的討論與修正，定案後，由本處委外錄製教學實況和教學說明。錄影紀錄皆為自然真實的上課過程，由於採用雙機錄影，影片中呈現的教學實況的畫面已經過剪輯，但音效方面則是教室現場原音重現。

六、由於每位教師的教學風格不同，所教學生的背景、經驗與知識也不盡相同，因而讀者不應將本書的各個案例視為「範例」。

七、基於環保理念，本書將逐年縮減紙本印製量改採光碟發行，影音光碟部分則維持原形式不變，建議讀者可先將電子版「文本資料」內容載存於電腦硬碟中，再透過瀏覽工具開啟相關檔案閱讀，並可同步搭配觀看影音光碟影片。

八、本處保留本書及影片內容之著作權及所有權利，讀者若需引用或有任何問題，歡迎逕洽本處。

目　次

逐次減項 1

壹、教學活動設計 1

貳、教學實錄 6

參、教學說明 33

肆、教學後的省思 36

省略括號 39

壹、教學活動設計 39

貳、教學實錄 54

參、教學說明 78

肆、教學後的省思 80

等量公理 83

壹、教學活動設計 83

貳、教學實錄 95

參、教學說明 135

肆、教學後的省思 138

一次函數 141

壹、教學活動設計 141

貳、教學實錄 154

參、教學說明 176

肆、教學後的省思 179

一元一次不等式 181

壹、教學活動設計 181

貳、教學實錄 188
參、教學說明 214
肆、教學後的省思 216

逐次減項

壹、教學活動設計

一、**教學年級：**五年級下學期

二、**教 學 者：**台北市大橋國小 鄧玉芬 老師

三、**教學目標：**

1. 形成使用逐次減項的方式記錄解決多步驟問題解題過程的共識。
2. 使用逐次減項的方式記錄解決多步驟問題的解題過程。

四、**活動目標：**

【第一節】

1. 以併式填充題記錄多步驟四則問題，並使用括號區分運算次序。
2. 在兩步驟四則問題的情境中，形成使用逐次減項的方式記錄解題過程的共識。

【第二節】

1. 在多步驟四則問題的情境中，形成使用逐次減項的方式記錄解題過程的共識。
2. 在多步驟四則問題的情境中，使用逐次減項的方式記錄解題過程。

五、**教學概要說明：**

1. 從平均數問題的情境中，以併式填充題記錄多步驟四則問題，並使用括號區分運算次序。待完成部分解題過程之後，再將剩餘問題記錄成另一個算式填充題，再繼續解題。
2. 從平均數問題的情境記錄成的併式填充題中，藉由等號的遞移關係，討論逐次減項記錄方式的記法和意義，並形成逐次減項記法的共識。
3. 在梯形面積問題的情境記錄成的併式填充題中，形成使用逐次減項的方式記錄解題過程的共識（逐次減項記錄格式形成）。

4. 在梯形面積問題的情境中，使用逐次減項的方式記錄解題過程（利用逐次減項記錄格式解題）。

六、教學活動設計：

教學內容摘要	主要問題與活動	說明	評量重點
・教師布題	1. 利用併式填充題把問題記錄下來： 珊珊和婷婷兩人去郊遊，珊珊支出車資 246 元，婷婷支出餐費 368 元，若要平均分攤費用，每人應該分攤多少元？	・請學生進行解題。 ・提醒學生注意： 要讓別人一看就知道你第一步要算什麼，第二步要算什麼。	・能將問題記成併式填充題： (246+368) ÷ 2=(　)
・學生解題及發表	2. 說說看，你的併式填充題表示什麼意思？	・請學生說明自己記的併式填充題所對應的問題情境及運算次序的先後。	・能依問題情境說明併式的意義。
・學生解題及討論 （過程紀錄）	3. 現在，你要先算出來的是什麼？ 還有什麼沒有算出來？ 原來的問題都算完了嗎？ 請把你全部的紀錄寫在白板上。	・學生完成解題後，請幾位解題方式不同的學生上台展示並說明自己的紀錄。	・能依紀錄說明自己的解題過程和結果。
・歸納	4. (246+368)÷2=(　)中，括號裡的數字應填多少？	・請學生發表答案與想法。	・能以原文字題的答案作為併式填充題的答案。
・教師布題	5. 把你全部的紀錄整理一下。整理的時候，要用「等號」把一樣大的地方連起來。	・請學生進行解題 ・提醒學生注意： 「一樣大的地方」所代表的意義。	・能嘗試用連等式記錄問題、解題過程和結果。

・學生解題及發表	6. 看著自己的紀錄說說看，你是怎麼記的？	・請幾位記錄方式不同的學生說明自己的方式。	・能說明整理紀錄的原則。
・延伸布題與討論	7. 我們先來比較下面的算式： (1)(246+368)÷2 和 246+368 誰大誰小？ (2)(246+368)÷2 和 614 誰大誰小？ (3)246+368 和 614÷2 誰大誰小？ (4)(246+368)÷2 和 614÷2 誰大誰小？ ・從這幾個式子中，我們知道等號的兩邊所代表的答數必須相等。	・(246+368)÷2 <246+368 ・(246+368)÷2<614 ・246+368>614÷2 ・(246+368)÷2=614÷2	・能正確比較算式的大小。
・共同討論與形成共識（記錄格式形成）	8. 利用剛才的記錄格式，全班共同檢驗記錄格式的合理性： (1)有沒有把原來的問題記出來？ (2)有沒有把先算的答案記出來？ (3)有沒有把還沒算的問題記出來？ (4)有沒有重複紀錄的地方？ (5)等號兩邊算出來的答案有沒有不一樣大？ (6)有沒有把原問題的答案記出來？	・若學生的紀錄中含有不符合逐次減項算式記錄原則的缺失，則適時進行討論並加以澄清。 ・例如學生可以澄清下列的算式： (1)將(246+368)÷2 =246+368 =614÷2 =307 刪除”=246+368”即可 (2)將(246+368)÷2 =614 =614÷2 =307 刪除”=614”即可	・能利用等號的性質檢驗記錄格式的合理性。
・形成約定成俗的共識	9. 教師宣告： 像這種利用等號把紀錄中兩個一樣大的式		・能形成將「逐次減項的記錄方式」稱為「逐次減

	子連起來，而讓別人看到如何一步一步算出答案的記法，我們叫做「逐次減項」的記法。		項記法」的共識。
・補充練習題	10. 甲、乙、丙三個人去郊遊，甲支出車資 246 元，乙支出餐費 368 元，丙支出保險費 292 元，若要平均支出費用，每人應該分攤多少元？	・提醒學生注意： 完成解題後要檢查記錄格式的合理性。	・能將問題記成併式填充題，並利用逐次減項的記錄方式解題。
第一節完			
・重新布題	1. 利用併式填充題把問題記錄下來： 有一塊梯形土地，上底是 13 公尺，下底是 9 公尺，高是 5 公尺。則這個梯形的面積有多少平方公尺？	・提醒學生注意： 要讓別人一看就知道你第一步要算什麼，第二步要算什麼。	・能將問題記成併式填充題： [(13+9)×5]÷2=(　)
・學生解題及發表	2. 說說看，你的併式填充題表示什麼意思？	・請學生說明自己記的併式填充題所對應的問題情境及運算次序的先後。	・能依問題情境說明併式的意義。
・學生解題及討論 （過程紀錄）	3. 現在，你要先算出來的是什麼？ ・還有什麼沒有算出來？ ・原來的問題都算完了嗎？ ・把全部的紀錄整理一下，寫在小白板上。整理的時候，要用「等號」把一樣大的地方連起來。	・請幾位解題方式不同的學生上台展示並說明自己的紀錄。	・能依紀錄說明自己的解題過程和結果。

・學生解題及發表	4. 看著自己的紀錄說說看，你是怎麼記的？	・請幾位記錄方式不同的學生說明自己的方式。	
・歸納（使用逐次減項的記錄格式解題）	5. 上一節課我們學到：用等號連接算式，一步一步算出答案的記法，叫做「逐次減項」的記錄方式。現在請你用「逐次減項」的記法，把你的做法記下來。	・強調「逐次減項」這種記錄方式為約定成俗的共識。	・能用逐次減項的方法來記錄解題過程和結果。 [(13+9)×5]÷2 =[22×5]÷2 =110÷2 =55
・學生發表及討論	6. 看著自己的記錄格式說說看，你是怎麼做的？ （共同檢驗發表者記錄格式的合理性）	・學生可能的解題方式如下： [(13+9)×5]÷2 =22×5 =110÷2 =55 ・若有學生出現上面的記法，則需透過同儕互助與討論，更正”=[22×5]”成為=[22×5]÷2。	・能依記錄說明自己的解題過程和結果。
・學生解題及發表 ・延伸逐次減項記錄格式的意義	（重新布題） 7. 有一個算式是： 100-[8×(6+3)]=(　) 請你用「逐次減項」的記法算出它的答案。	・請學生用逐次減項的記法解題。	・能用逐次減項的方法來記錄解題過程和結果。
	8. 說說看你怎麼算的？ 9. 請你用這個算式擬出一個題目記下來。	・請學生說明自己的解題方式。	・能說明自己的解題過程。 ・能依據算式擬題。
第二節完			

貳、教學實錄

【第一節】

1. 老師：昨天上課的時候，我們講到要列成一個併式填充題，好，還有誰記得昨天說到的併式填充題，是要把式子怎麼列，才叫做併式填充題？好，郁文先說！
2. 郁文：要把那個算式先變成一個算式！
3. 老師：喔，很好，一個問題裡面它本來可能有很多個算式，郁文剛剛說了，把它列成一個式子就好了，這個式子是一個併式，問題的答案沒寫出來，要寫成什麼？易峰，請你站起來，把問題的答案，還沒算出來的答案要用一個什麼來代表？
4. 易峰：用一個算式填充。
5. 老師：填充題最後面有一個什麼？
6. 學生：括號。
7. 老師：有一個括號，很好，請坐，是一個框框來代表。現在這一題也是一樣，現在老師有一個題目在這裡，請你也是一樣先在你的紙上面，用最上面的一排就好了，先列出它的併式填充題，題目是這樣的：珊珊跟婷婷兩個人去郊遊，珊珊出了車資 246 元，婷婷去郊遊的時候付了餐費 368 元，他們兩個人如果要平分費用，請問一個人應該分攤多少元？好，你說，站起來！
8. 達毓：兩個人的錢先加在一起再分嗎？
9. 老師：請坐。很好，謝謝達毓的問題，關於達毓的問題，你們就要想一想，是不是呢？你先想一想再作答，現在先不告訴你，你剛剛一定沒有把題目聽得很清楚。珊珊跟婷婷去郊遊，郊遊的錢一定是兩個人怎樣？一起用的，對，所以珊珊在付錢的時候先付車資 246 元，然後婷婷先付了什麼費？餐費

368 元，要不要平分？要，兩個人付的錢要怎樣？一樣多。好，東良說要平均，所以，一人要分攤多少元呢？達毓還有沒有問題？好，請做答，在你的紙上面把併式填充題記下來。(學生進行解題中)還是有問題？寫好啦！這麼快，請檢查一下，還沒好的請舉手，併式填充題還沒好的請舉手，都好了。好，星延的拿上來，星延的寫好了，他很快就寫好了，我想請他先報告，沒關係，算式不用寫，我只要併式填充題就好了，因為我看星延一直寫，寫好快喔，來看一下，星延報告。星延寫很快，為什麼我說他很快，人家只說要寫併式填充題，他已經把下面的這邊也開始寫，所以我先不要看這個(計算過程)，我要看這個(算式填充題)，你先報告！

10. 星延：就 246 再加上 368 再除以 2！

星延的作法： (246+368)÷2=

11. 老師：來，你說一下怎麼算的？
12. 星延：就 246 再加上 368 再除以 2！
13. 老師：好，為什麼要這樣算？
14. 星延：因為老師說要算平均。
15. 老師：平均就是把 2 個先怎樣？
16. 星延：加起來！
17. 老師：然後咧？
18. 星延：再除以 2！
19. 老師：先加再分一半，對不對？這很簡單，對不對？這平均的概念我們上次才學過而已。你們看一下，有沒有發現星延的算式有什麼問題？來，請同學發言，請誰發言？
20. 學生：你的算式到最後，因為是算式填充題，所以最後應該要有一個括號。
21. 老師：你覺得咧？你覺得對不對？

22. 星延：對啊！

23. 老師：對，那你回去要怎麼樣？

24. 星延：括號。

25. 老師：把括號怎樣？很好，那…剛剛馨云還有沒有要補充？沒有，你也要講這個嗎？他要把一個括號加在這裡，所以這個併式填充題雖然有併式，可是他沒有填充，對不對？所以，就加上了一個括號，這邊等一下要寫什麼的？對，等一下要寫答案的，好，謝謝。來，請乙迪，你上來說！乙迪的在這邊，下面也先不要看，他這邊是併式填充題。

26. 乙迪：剛剛老師說的，把他們兩個拿出來的錢加在一起，我把這兩個錢先加在一起，然後要平分就再除以 2，就是兩個人平均的錢。

乙迪的作法：
(246+368)÷2=(　)

27. 老師：好，乙迪，你可不可以說一下你先算什麼？

28. 乙迪：我先算他們兩個出的錢的和。

29. 老師：的和，再算什麼？

30. 乙迪：再算他們兩個要各付多少錢。

31. 老師：喔！很好，請問同學有沒有問題？

32. 乙迪：請問同學有沒有問題？

33. 學生：沒有。

34. 老師：沒有問題。老師剛剛看到你們很多人都已經做好算式填充題，都做出非常正確的答案，再來要請你把下面的問題解出來。請你開始把自己的問題解出來，看看答數怎麼解。(學生進行解題中)，你的併式填充題的答怎麼解呢？老師請勁豪先報告一下，勁豪寫好了，會不會看不到？好，勁豪來這邊，勁豪說說看，你是怎麼算出答案來的？

35. 勁豪：246 是珊珊支出的車費，368 是婷婷支出的餐費，他們兩個要合在一起就等於支出的錢，他們支出的錢是 714，因為他們有兩個人，所以要除以 2，除以 2 的結果就是 357，每個人應該付 357 元，請問有沒有什麼問題？

勁豪的作法：

(246+368)÷2=(　)

$$\begin{array}{r} 246 \\ +\ 368 \\ \hline 714 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 357 \\ 2\overline{)714} \\ 6 \\ \hline 11 \\ 10 \\ \hline 14 \\ 14 \\ \hline 0 \end{array}$$

A：357 元

36. 老師：啊！這麼多問題，慢慢點，來！

37. 學生(甲)：我可不可以請你驗算一下：357 再加 357，答案是多少？

38. 學生(乙)：357 加 357 也就可以知道答案，那可不可以加一次？

39. 老師：他是不是錯在哪裡？有同學又有意見，你先點！

40. 學生(丙)：就是那個 246 加 328 不是等於 714，應該是等於 614，你多加 100。

41. 老師：是這樣嗎？

42. 學生：對！

43. 老師：對，好，這裡多加 100，對不對？嗯！勁豪怎麼辦，回去怎樣？回去把它訂正過來。請換另外一位，淳茜，勁豪加的部分是不是要先加起來？那兩個是不是要再除以 2？對啊，只是怎樣？算錯而已。那我們看看淳茜的。

44. 淳茜：我就先以 246 加上 368，因為它們平均數的話，就是要把這兩個數字加起來，所以答案是 614，然後我們再除以 2，因為他就是 2 個人，答案就是 307，有問題嗎？

淳茜的作法：

(246+368)÷2=(　)

$$\begin{array}{r} 246 \\ +\ 368 \\ \hline 614 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 307 \\ 2\overline{)614} \\ -\ 614 \\ \hline 0 \end{array}$$

246+368=614

614÷2=307

A：307 元

45. 學生：沒有。

46. 老師：剛剛淳茜已經做好了，看看淳茜的，淳茜的算式裡面怎麼會算的這麼多啊

！她有什麼跟什麼？乙迪說？你來說一下，什麼意思？

47. 乙迪：她有直式，還有橫式。

48. 老師：都有，對不對？他有算出直式的地方，也有算出橫式的地方。好，謝謝淳茜。淳茜，你的先借老師，你先回坐位。來看一下淳茜寫的，它上面呢，其實剛剛勁豪沒有寫橫式，他只有寫直式，寫兩個相加，然後再兩個相除，可是，淳茜呢，她又寫了一個橫式，兩個相加、也是兩個相除，但是，我看到藝臻的，你們看藝臻的怎樣？他寫什麼？他只有寫橫式而已，他沒有寫直式，你們覺得怎麼樣？兩種都要寫，還是一種代表就可以了？

藝臻的作法：
(246+368)÷2=(　)
246+368=614
614÷2=307
A：307 元

49. 學生：一種代表就可以了！

50. 老師：誰要說，郁文說，為什麼？

51. 郁文：因為你可以把其中一個式子去掉，把另外一個式子寫大一點。

52. 老師：很好，還有呢，誰要補充？馨云有沒有？沒有。所以我們在算算式的時候，最主要是要讓人家看懂我先算什麼、再算什麼，就可以了，對不對？所以，你用什麼算式當然都可以代表，可是，假設你用這個直式是在計算的，橫式是你的步驟，一個一個在算，像老師看到你們剛剛有 246 加 368，又有一個 614 除以 2。現在呢，老師這個題目擺旁邊，來看一下，老師再給你一個問題喔！給你一個小問題，小問題是這樣：246 加 368 括號起來除以 2，好，括號起來除以 2，跟 246 加 368 誰比較大？你們先想一下！誰已經知道答案了？舉手！好，請放下，昱傑，你要不要上來說？誰大誰小，昱傑

布題：
(246+368)÷2=
和 246+368
誰大誰小？

要不要上來說？不好意思呀！好，東良來說，東良很勇敢，你來說說看，這兩個誰大誰小，你是怎麼知道的？

53. 東良：我把它加起來。

54. 老師：你可以站這邊，這樣子，好。

55. 東良：我把它加起來，246 加 368。

56. 老師：加起來是多少？你把它加起來是多少？

57. 東良：614。

58. 老師：好，你把它寫上去，筆借你，寫在黑板下面，614。

59. 東良：然後，這個算完了之後，再把 246 加 368 等於 614，再除以 2，然後除以 2 的時候它的數字會變小，所以我就知道。614 除以 2 等於 307。

60. 老師：307，好。

61. 東良：所以就是，(學生記成：307<614)這個比它還大，請問還有誰有問題？

62. 學生：沒有！

63. 老師：沒有問題，表示東良講的很清楚喔，你們都認同囉！好，東良意思是說：因為它是什麼，所以它比它大？再請一位同學來說，馨云來說，很好，馨云再來說一遍，因為我要看馨云有沒有聽懂剛剛東良說的話，站在這邊！

64. 馨云：就是說 246 加 368 等於 614。

65. 老師：很好！

66. 馨云：然後，如果是前面這一個的話，它是減了一半，另一個它是完全兩個加起來，沒有再除以 2。因為除以 2 是等於一半，沒有比 614 大，614 是原本沒有再除以 2 的式子。

67. 老師：很好！

68. 馨云：所以它除以 2 比較小，沒有除以 2 比較大！還有誰要補充嗎？

69. 老師：馨云，妳先不要下去，老師問妳喔！剛剛東良已經寫這是 307、這是 614，如果老師把剛剛的題目抄下來，(246+368)÷2，然後這邊是 246+368，這兩邊誰比誰大，來，妳幫老師比較一下，應該怎麼表示？對啊，大於、等於、小於怎麼表示？這樣子嗎？到底是怎樣？到底這個框框是大於，還是小於？[學生馨云記成：(246+368)÷2＜246+368]

70. 學生：小於。

71. 老師：好，謝謝，馨云先回座位，然後，請一位同學說一下，為什麼？誰要說？好，育維說。

72. 育維：因為這個[指(246+368)÷2]加起來我們知道答案是 307，那這個[指(246+368)]加起來答案是 614，307 跟 614，代表 614 一定會比較大嘛，我們就用一個叫做小於的符號來代表它，然後，小於是這個(＜)，大於是這個(＞)，所以是要用小於的符號！

73. 老師：喔！很好。育維，你再幫老師看一下，你站旁邊一點點，先不要回去，這裡是不是小於？小於是只有小於「除以 2」，還是小於「全部」？凱薇，是小於「除以 2」就好了，還是小於「全部」？全部都要。大於是只有大於「246」，還是大於「246+368」？全部都要。很好，全部的這裡合起來是 614，這裡合起來是 307，所以，這裡全部合起來是比那裡大。好，這是一題喔，你幫老師拿起來，那個不要了，換這題，如果換一題是這樣子咧？這樣怎麼辦？誰大誰小呢？誰要說說看？題目是：(246+368)÷2 跟 614 (在 614 之後，繪一朵小花，表示遮住 614 後面的部分)，這是一朵可愛的小花，誰知道答案？好，達毓先來，對啊！可愛的小花是我故意製造的。

布題：
(246+368)÷2
和 614 ✿
誰大誰小？

來，聽聽看達毓怎麼說？

74. 達毓：就是 246 加 368 加起來答案是 614，然後再除以 2 變成 307，307 會小於 614。 學生作法：614÷2 = 307 ， 307 < 614

75. 老師：所以呢？

76. 達毓：所以就是 614 會比(246+368)÷2 還要大，請問同學還有什麼問題嗎？

77. 學生：沒有！

78. 老師：沒有問題，好，謝謝達毓，來借給老師一下，剛剛這邊達毓已經寫出來了，這邊是(246+368)，算出來答案等於 307，我當然要抄回原來的，原來的題目是(246+368)÷2，這是原來的題目，然後，另外這邊題目是 614，那邊算出來是 307，這邊是 614，結果，246 加 368 就等於 614？可是它還要再除以 2，對不對？所以，如果這樣子相比之下，這兩邊已經知道這邊比較大，這裡一個跟這全部一樣大。記成(246+368)÷2 < 614，可是，現在老師如果把這朵小花拿下來，好，小花拿下來，有沒有聰明？

布題：
(246+368)÷2
和 614÷2
誰大誰小？

79. 學生：兩個一樣大！

80. 老師：是嗎？

81. 學生：是！

82. 老師：剛剛誰還沒有說？凱薇，你先來說，等一下藝臻也可以上來說說看！為什麼？

83. 凱薇：(246+368)加起來是 614，除以 2 的話是 307，然後這就把 614 除以 2 等於 307，所以它們兩個數字都一樣大。

84. 老師：請問！

85. 凱薇：請問還有沒有問題？

86. 學生：沒有！

87. 老師：那你再請藝臻。

88. 藝臻：就是(246+368)÷2 會等於 307。

89. 老師：要不要筆？好，妳想寫就寫！

90. 藝臻：我要寫。

學生記錄：
(246+368)÷2 = 307
614÷2 = 307

91. 老師：寫的好漂亮喔！

92. 藝臻：答案是 307，因為這兩個加起來也是等於 614，跟這個也是一樣。所以我發現兩個答案是一樣，所以它們兩個是等於的，是一樣大小的，請問誰有問題？

93. 學生：沒有！

94. 老師：沒有問題，好，謝謝藝臻。所以，看到黑板這邊了，惠如看到了喔！因為這個 [(246+368)÷2] 算出來的答案，它全部一整個的答案就是這個，這個一整個[指(246+368)÷2]的答案是等於 307，那這個一整個[指 614÷2]的答案也是等於 307，那 307 跟 307 怎樣？一樣大嘛！所以這兩個就會一樣大。如果把它搬下來，搬上去一樣大，誰會寫？把 614 除以 2(614÷2)搬到上面來，跟它一樣大，把 307 去掉，誰會寫？好，聆聆妳來寫，聆聆聽懂了。可能老師剛剛沒有講清楚，沒關係，聆聆來把它搬上去，這個不要，對不對？好，搬上去，看看聆聆寫的，對還是不對？對不對？

聆聆記成：
(246+368)÷2 =
614÷2

95. 學生：對！

96. 老師：對啊？乙迪，你說為什麼對？妳自己要再講一下，好？妳先講，你等一下

講！

97. 聆聆：因為剛剛藝臻算出來 614 除以 2 等於 307，所以，列出來(246+368)÷2 也是等於 614÷2，有誰有問題？

98. 老師：有沒有誰要補充？

99. 聆聆：還有誰要補充？

100. 老師：你啊？

101. 聆聆：乙迪！

102. 老師：很好，不要緊張。

103. 乙迪：我跟鄭聆聆說的差不多，因為藝臻剛剛算出來它們兩個答案是一樣的，所以，可以用一個等號代表這兩個算式等於一模一樣的算式。

104. 老師：很好，謝謝。

105. 乙迪：請問誰還有問題？

106. 老師：沒有了。好，所以注意一下喔！現在老師要請你做下一件事，但是你要先清楚喔！第一個就是，假設我現在有一個符號，叫做「等於」(=)，「等於」的時候，我本來說等於可能是：2+3 = 5，「等於」是「答案」對不對？可是現在「等於」不只是答案了喔！「等於」是要讓它們兩邊怎樣？來，新璇起立說，「等於」是要讓它們兩邊怎樣？很好，講大聲一點！

107. 學生：一樣大！

108. 老師：對！就這麼簡單，請坐下。「等於」就是兩個東西要一樣的意思，對不對？而且這個是大小，這兩邊要一樣大，一樣大的時候不是只有看一個數字，614，就好了，這個（÷2）要不要看？要。你要全部整個一起看，跟那全部一整個一起看，叫做等於，一樣大，一樣大的地方就把它連起來。例如說

，剛剛這個跟剛剛那個一樣大就把它連起來。所以，你們不是有寫一個…，藝臻的在我這裡，你們剛剛寫了很多個算式，現在直式的地方就先不要用，因為直式沒有連等於嘛，我們用橫式的。你們剛剛橫式的地方，你可不可以把這個算式裡面有好幾個步驟的，跟人家說，我先算什麼、再算什麼的這麼多個步驟，都是分開來的，你可不可以把一樣大的步驟連起來，然後連成一整個的算式，告訴別人說，我是怎麼算出答案的，可以嗎？這張寫不下的，你可以再拿一張，把你的答案整理一下，一樣大的把它連起來，整理出來，從題目開始整理到你的答案，有沒有聽懂？沒有聽懂的舉手，好，請放下。誰聽懂了？聽懂的請舉手？(大部分學生沒舉手，表示不懂)再講一遍，你現在這裡不是有好幾個算式嗎？你看這裡有個「等於」，對不對？這裡有個「等於」，這邊又有個「等於」，有好幾個「等於」，「等於」就是有一樣大的地方。可是這個算式[(246+368)÷2 = 614÷2]跟這個算式(614÷2=307)之間要怎麼樣讓它等於？你可以把一樣大的地方從題目開始，這裡，從題目開始，你要讓它怎麼樣把一樣大的算式全部整理出來？變成這一個算式可以等於誰？還可以再等於誰？還可以再等於誰嗎？然後，到最後是你的答案，答案是幾？

109. 學生：307！

110. 老師：307 就可以算出來了！好，沒關係，你先做做看，等一下看到誰做好了，我們可以先討論，好開始做。(學生進行解題中)把一樣大的整理一下喔！你可以換另外一張寫，對！因為那張已經寫不下了。你可以像老師剛剛這個一樣，這裡有個「等於」，對不對？把一樣大的地方用「等於」連上去，再來要怎麼樣「等於」，就可以把你的答案算出來，然後，你就把你的式子按照這個題目的過程一步一步的算出來。

你剛剛那一張呢？拿起剛剛那一張來看，不要空想，對，你要把你剛剛這一張拿起來看，整理一下，你的算式誰跟誰相加，對不對？然後就要怎樣就會等於誰，從它這邊往下接下去，懂了沒？沒關係！對，有點像，像這樣子。有人寫好了，有人知道要寫什麼了，已經找到「等於」、「一樣大」的地方了嗎？你們一定在想：唉唷！不一樣大，怎麼「等於」？找不到耶！有人找到了，怎麼讓它等於，就像剛剛這兩個沒有「等於」，那要怎麼樣就會讓它變成「等於」？加上了一朵花就變不等於的，那你把花拿走就變等於的了，現在你的算式裡面可以怎麼等於？你寫好啦？我們請育晟先說，育晟剛剛整理了一下。

111. 育晟：246 加 368 除以 2 等於括號，因為它還不知道答案，所以把它括起來。也等於 246 加 368，等於 614，然後再除以 2，答案等於 307，答案是 307，每人分攤 307 元，講完了，請問誰有問題？

育晟的作法：
(246+368)÷2=(307)
=614÷2
=307
A：每人分攤 307 元

112. 老師：好，有人有問題了！

113. 學生：那個題目又沒有說那個單位是元，直接寫 307 就可以了。

114. 學生：因為我是看上一題的平均分攤的費用。

115. 老師：好，再請問。

116. 學生：請問誰還有問題？

117. 老師：東良有沒有問題？沒有了，好，謝謝。育晟這裡算了一下，他這邊直接寫。來，我們先看剛剛這個，老師問你喔，如果(246+368)÷2 的答案，你們覺得可不可以等於 614？認為可以這樣子「等於」的舉手！認為不可以這樣子「等於」的舉手！請放下，好，瑋駿，為什麼不行？惠如，為什麼這樣不行？

118. 惠如：因為(246+368)÷2 是等於 307，不是等於 614。

119. 老師：達毓，你要不要補充？好，你站起來說，萬一要讓它「等於」，該怎麼辦？

120. 達毓：就在那個 614 後面加「÷2」！

121. 老師：唉！加上一個什麼，就會等於了？

122. 學生：除以 2。

123. 老師：就像剛剛的那個一樣，我加上 (÷2) 就會等於了。所以，剛剛不是說要把「一樣大」的、「等於」的地方連起來，萬一這樣子不能等於，你要找找看，它為什麼會「等於」？為什麼會「不等於」？為什麼「除以 2」要加上去？因為這是 2 個人合起來付的錢，可是我要把它怎樣？平分。可是，我分了沒？

124. 學生：還沒！

125. 老師：還沒分啊！我還沒有分，所以，我這個還沒分的動作要把它留著等一下分，我等一下要分喔，分給 2 個人。所以，我這裡也還沒分，就把它留著，可是這兩個算出來是「合起來今天出去玩花了多少錢」，所以，等一下這裡是不是也要算出來「我花了多少錢」，算出來了沒？

126. 學生：我有一個問題，為什麼育晟的算式裡，第一個算式中要有括號？

127. 老師：喔！剛剛這裡，對不對？這裡的算式他直接記，育晟這邊沒有把它寫出來，育晟這邊是不是有個怪怪的地方？他直接在這邊寫「等於」，可是，問題是，這邊上面其實是一個什麼？算式填充題嘛！對不對？所以，你是不是再抄一次題目就好了？他把題目再抄一次就好了。因為我要讓它等於，他就要在下面把這個算式加上去，表示我這個步驟還沒算，要留著，最後全部都算完變成多少？307。先記成一橫排，這樣子你的答案才是算出來了。現在整理過了算式，老師有個習慣，我要把它的「等於」全部搬過來，

後面這裡就不要寫這麼長了，我會把它對齊，對到這邊，因為都一樣大就搬過去，好，請藝臻再幫老師寫一下，妳這個寫得這麼漂亮，妳再幫老師搬過去，把這個算式搬過去對齊一下，我們看看會怎樣？乙迪有一個問題，你要拿你的上來，對不對？

藝臻幫忙記的： (246+368)÷2 =614÷2 =307

128. 乙迪：老師，我想問你的是，「=」一定要加在前面嗎？可不可以加在我們寫的後面？

129. 老師：「等於」，對不對？乙迪有一個問題，乙迪的跟老師的好像，你們看看哪裡不一樣而已。他的跟我的很像，可是哪裡不一樣？好，淑惠說，哪裡不一樣？

乙迪的寫法： (246+368)÷2= 614÷2= 307

130. 淑惠：他的等於…

131. 老師：這個叫什麼？「等於」怎樣？

132. 學生：他的「=」寫錯邊！

133. 老師：他寫在哪邊？

134. 淑惠：等於應該寫在這邊…

135. 老師：他把「=」放在最後一邊，好，謝謝淑惠。育維要不要補充？

136. 學生：因為他不是寫錯邊，他並不是把「=」擺在前面，他是把「=」擺在數字的後面！

137. 老師：你們看看喔！把「=」擺在後面，你們會覺得這邊好像怎樣？好像有一點空空的，這邊也有一點空空的。其實乙迪的意思是一樣的，對不對？這裡算完就等於這個，這裡算完就等於這個，其實他的等於都是 307，這也是 307，這也是 307，它可以一直等於下來的，但是，我們在寫數學算式的時候，會把我要的答案的這個橫式，這是一個橫式的算式，它的答案接到「=

」這裡，搬到這裡來，然後這裡有一個算式了，要接下一個算式的時候，把「=」對在這裡，把「=」對在前面有個好處是什麼？你會不會一下子就看到有個「=」？可是，乙迪的「=」會怎樣？要找、找、找，沒有對齊，可能在最後面的地方，對不對？好，現在老師要問你一下，老師剛剛的這個算式，看看這個藝臻寫好的算式，我要問你六點，你要仔細的聽喔！第一個，有沒有記錄原來的問題？第二個，有沒有把先算出來的寫下來？第三個，有沒有把還沒有算的記下來？第四個，有沒有把重複的地方去掉？不能重複。第五個，有沒有發現等號的「=」接的地方不一樣大的？要都一樣大喔！第六個，有沒有把最後的答案也寫下來？有符合？好，星延，你說，怎樣說有？誰要說說看，我剛剛問了這六個問題的答案？(學生問，可以再說一次嗎？)我先暫時只說一次！誰先要說說看？誰有聽到剛剛講的？瓔珞，你剛剛聽到哪一個，好，瓔珞起立，好，你說說看？

138. 瓔珞： 有記錄答案。

139. 老師： 瓔珞說有記錄答案。結果上面有沒有？瓔珞來說，答案在哪裡？妳指一下。

140. 瓔珞：答案在這邊！(學生指 307)

141. 老師：所以，老師剛剛說有沒有記錄答案？有，那我問妳，有沒有記錄問題？在那裡比一下，[學生比(246+368)÷2] 原來的問題的算式記下來，在這裡，很好。我就一條條問瓔珞好了，瓔珞請站旁邊一點；第二個，有沒有把先算的記下來？在哪裡？先算的答案在哪裡？(學生比 614)614 喔！這兩個是不是先算，614，我是不是先算這一個？對！那有沒有還沒算的第二步驟，還沒算的是誰？(學生比÷2)除以 2，還沒算要記下來，不能漏掉喔！第三個，有沒有重複啊？這個橫式跟這個橫式跟這個橫式，有沒有發現兩個 614÷2

，然後下面又寫一個 614÷2，有沒有重複？有嗎？(學生搖頭)沒有重複，對不對？有沒有發現這樣又等於這樣？沒有，對不對？等號是不是都一樣大？(學生點頭)。然後，瓔珞說，最後答案怎樣？還有記下來。好，謝謝瓔珞，老師最後告訴你，如果說像這樣子，一步、一步、一步跟別人說你的算式是怎麼算出來的，而且它的算式是用等號去連結起來，這樣的方法有一個名字叫做… (教師板書「逐次減項」) 。

142. 學生：逐～次～減～項！

143. 老師：對！叫做「逐次減項」的記法，逐次減項，數學的記法，用這種記錄的方式來算答案叫做逐次減項的記法。誰可以說說看，老師的逐次減項是什麼意思？有人可以說說看！好，達毓先說？

144. 達毓：每一次都讓算式變得簡單！

145. 老師：讓算式變很簡單，好，乙迪？

146. 乙迪：我覺得老師說的逐次減項，就是在算的時候逐漸減少次數的項目。

147. 老師：育維？

148. 育維：因為那個逐次的意思就是代表一次一次嘛！那減項就是譬如說，我剛開始是(246+368)÷2，第二次，下面畫個「=」，就把 246+368 先加起來，然後再除以 2，最後就直接寫出答案。

149. 老師：好，謝謝育維。

【第二節】

150. 老師：剛才下課的時候，我們講到逐次減項的記法，因為原來我們的算式，在算這個問題的時候你會用兩個算式來算，可是這個是第一步先算出來的答案，所以，瓔珞剛剛說，這是第一步先算出來的答案，這答案就記在這裡，

可是，第二步是不是要算除以 2，因為我們有一個括號，這邊要第一步先算，這除以 2 是第二步再算，可是第二步我還沒算啊，第二步還沒算的時候，除以 2 不能不見，對不對，所以除以 2 要把它留著，放在這裡，表示這個我還沒算，記下來，然後再來下一步，第二步再來算這一個的時候，再把答數記在這裡，如果還有第三步，就在下一步再把答數記下去。所以，第一個是原來的問題，最後一個就是你的答案，中間就是你的過程，過程就是你要算的步驟有一步、兩步、三步的步驟，把它合併在這裡用等號去連起來，然後一次一次算完，第一次、第二次，一次一次慢慢的，把你的項目一項一項的算好，你們會發現這很像什麼？

第一步：
246+368 =614
第二步：
614÷2 =307
合併成：
(246+368)÷2
= 614÷2
= 307

151. 學生：樓梯！

152. 老師：誰說的？郁文你說，怎樣，怎麼說？郁文，你說說看？

153. 學生：像樓梯！

154. 老師：很像樓梯怎樣？你來這裡說，來比一下。

155. 郁文：這個很像繞過來的樓梯！

156. 老師：樓梯怎麼樣？面向同學說。

157. 學生：嗯！不知道。

158. 老師：不知道，那就藝臻。

159. 藝臻：就是從最長的算式一直縮減，縮減到最後一個答案！

160. 老師：喔！很好，謝謝。從最長的這個算式，這樣子就少了一個，這樣子又少了一些，之後答案就出來了，對不對？很特別吧！所以你要記得這種記法，以後老師如果請你用逐次減項的記法把它記下來，你就用這個方式來記記

看，你現在對逐次減項的記法有沒有問題？

161. 學生：沒有！

162. 老師：沒有問題，我們再來做一個。現在老師再換一個問題，這個問題也是一樣，第一個，用併式填充題先記在最上面一排，暫時還不用寫逐次減項，請你先寫併式填充題，跟剛剛一樣。題目是這樣：有一塊梯形土地，上底是 13 公尺，下底是 9 公尺，高是 5 公尺，這個梯形的面積有多少平方公尺呢？請一個同學幫老師唸，立強，你再唸一遍給同學聽，你坐得比較近，比較看的清楚，請你站起來，唸給他們聽！

163. 立強：有一塊梯形的土地，上底是 13 公尺，下底是 9 公尺，高是 5 公尺，這個梯形的面積有多少平方公尺？

164. 老師：好，謝謝立強。都聽得很清楚了，(學生進行解題中)請你先記成一個算式填充題，一樣，上面先把算式填充題記下來，在這邊，等於括號，等一下我們先講算式填充題，報告一下，然後再來做。我要先討論算式填充題，看對不對，萬一算式填充題不對，就不能算啦！好，這個是惠如的算式填充題，你說說看！

惠如的算式填充題： (13+9)×5÷2 = (　)

165. 惠如：因為這上底是 13，下底是 9，我就 13 加 9，然後再乘以它的高，然後再除以 2，就是它的總面積！

166. 老師：好，請問！

167. 學生：請問還有沒有問題？

168. 老師：好，拿下來。她的算式填充題就是我們都覺得對了，好，易峰的。

169. 易峰：因為梯形的公式是：上底加下底乘以高再除以 2，因為上底是 13 公尺，然後下底是 9 公尺，所以我就把它加起來，13 加 9，可是要括號，然後高是 5，我就把它乘以 5，然後還要再除以 2，所以我就再把它除以 2，報告完畢

易峰的寫法：
(13+9)×5÷2 = (　)

！請問同學有沒有問題？

170. 學生：沒有！

171. 老師：你們沒有問題，我要來問易峰了，易峰，上次我們在算梯形面積的時候，不是把兩塊拼起來嗎？對不對？兩塊拼起來之後變成一個新的長邊，然後再乘上它的高度，就像在算平行四邊形一樣，可是因為它有幾塊，所以要除以 2？

172. 學生：2 塊！

173. 老師：有 2 塊，所以才要除以 2，這是公式，上次就講過，你不要忘記喔！怎麼來的你要記得。可是我們現在只看這個算式，來看易峰的算式，易峰，你第一步驟要算什麼？

174. 易峰：上底加下底！(學生比：13+9)

175. 老師：13 加 9 的上底加下底叫第一步驟，你們猜猜看易峰有幾個步驟？

176. 學生：三個。

177. 老師：二個？三個？

178. 學生：三個！

179. 老師：認為是兩個的舉手。認為是一個的舉手。認為是三個的舉手。認為是四個的舉手。你們都覺得是三個，哪三個？易峰，第二個步驟是什麼？

180. 易峰：乘以高！

181. 老師：乘以 5，算出來的答案再乘以 5，乘以 5，剛剛沒算喔！第一步驟沒算，第二步驟才算。第三步驟是什麼？惠晴，你知道他的第三個步驟是什麼？(學生回答「÷2」)昱綺，你覺得咧？(學生回答「÷2」)也是除以 2。好，他們三個都覺得第三個步驟就是要除以 2，在這個問題的步驟，先算什麼步驟、再算什麼步驟、再算什麼步驟？現在這是一個算式填充題，但是，你

不要跟剛剛育晟一樣喔！請你把算式填充題留在上面，等一下答案要寫在這裡，你現在把這個題目的算式跟老師一樣再抄一遍，假設現在一個算式填充題(13+9)×5÷2=（　），你們有沒有學過中括號？

182. 學生：有。

183. 老師：這裡，中括號要括在哪裡？

184. 學生：5。

185. 老師：誰知道？好，請放下，家瑋來，家瑋動作最快，因為他的椅子在最前面，對，你的中括號要括在哪裡？好，括起來，那前面呢？

家瑋的紀錄：
[(13+9)×5]÷2 = (　)

易峰，你覺得對不對？你覺得他括得對不對？對！因為這個步驟先加，加完了之後再來什麼？乘，乘完了，下一個步驟才要再怎樣？除。來，乙迪說，最外面是不是？所以在算這個算式的時候，你就要把剛剛這個算式抄下來，剛剛是一個算式填充題，現在易峰回去以後就要把算式(13+9)×5÷2抄下來，然後再用逐次減項算一下，會不會逐次減項的記法？

186. 學生：會！

187. 老師：好，馬上記記看，謝謝易峰。請你記記看逐次減項，這個題目怎麼記出來，你寫完啦？有沒有逐次減項？還沒。看一下，喔！剛剛家瑋不是逐次減項，他是用分步驟的。

家瑋分步驟的記法：
(13+9)×5÷2 = (　)
13+9 = 22
22×5 = 110
110÷2 = 55

這張借我，你再拿另外一張，這是分步驟的，等一下可以先講，但是你再用逐次減項也記記看，好不好？對，這張借我。你也是分步驟的，分步驟你們都會了，對不對？因為這以前就學過了，可是我現在要請你做一張逐次減項的記法。好，停筆！沒有算完的等一下會再給你時間算，現在先看

前面，昱傑要說囉！看昱傑這個算式之前，我們先看家瑋的這一個，第一步是什麼？所以家瑋就算 13 加 9 等於 22，昱傑，你怎麼樣？

昱傑的解法：
(13+9)×5÷2 = (　)
(13+9)×5÷2
=(13+9)×5
= 110÷2
= 55

188. 學生：13 加 9 然後乘以 5。

189. 老師：等一下，這是你的題目，然後咧？

190. 學生：13 加 9 括號乘以 5，然後等於 110，然後這邊有一個除 2，然後答案就是 55。

191. 老師：你們覺得這樣子怎麼樣？有沒有記錄第一個 22 的答案？

192. 學生：沒有。

193. 老師：22 在哪裡？對，怎麼辦？因為這裡第一個是 22，是不是應該要記錄下來？在這裡就沒有記錄出 22。我再問你，第二個步驟，我們先看第一步驟，這個沒有變成 22，第二步驟要乘以 5，他沒有算，對不對？是不是要照抄？你還發現什麼東西有問題？你要請誰說？達毓，你發現了什麼問題？

194. 達毓：他的第二個算式後面沒有除以 2。

195. 老師：是不是覺得這樣有問題？為什麼有問題？這樣為什麼不行？你說說看。

196. 學生：因為 22 乘以 5 等於 110，110 沒有除以 2 就不是 55。

197. 老師：這樣懂了嗎？你這裡是不是還沒算？既然這裡有除以 2，是不是要把它保留？懂了！因為你這裡還要再除以 2，還要算。好，謝謝達毓，你再請問誰要幫你補充？剛剛有舉手的還有誰要幫忙說？

198. 乙迪：這兩個加起來的話應該要先寫出來，因為有括號，所以這兩個加起來要先算，然後這邊，然後這兩個再算，乘以 5 就等於 110，這邊還有，然後這個就把除以 2 記錄下來，再算出來答案就是 55，應該還要寫答 55。

199. 老師：你拿你的過來，拿你的來比較一下。剛剛乙迪說了，現在拿他自己的來比

較。好，貼上去，現在可以跟昱傑的比較一下。來，看一下乙迪的。

200. 乙迪：算式寫出來，然後這個括號要先計算出來是 22，這兩個還是先抄下來，22 乘以 5 是等於 110，除以 2 放下來，然後呢，110 再除以 2 等於 55，就是 55。

乙迪的作法：
(13+9)×5÷2 = (　)
(13+9)×5÷2
= 22×5÷2
= 110÷2
= 55
A：$55m^2$

201. 學生：請問還有沒有問題？

202. 學生：沒有。

203. 老師：沒有問題，乙迪的再借老師一下，你們兩個可以先回座位，謝謝。好，一起看黑板上的算式，看看乙迪這一個，因為剛剛的第一個步驟是 13 先加 9 等於 22 嘛！所以 22 要記下來，因為 22 是第一步驟算出來的答案，所以乙迪把它記在這裡，我算出 22，可是第二步驟乘以 5 算了嗎？還沒，第三步驟除以 2 算了嗎？還沒，所以就它們都留著，變成這個算式。可是，我要再算第二步驟了，第二步驟在剛剛家瑋算的這邊是 22 乘以 5 等於 110，那就是這一個 22 乘以 5 等於 110，22 乘以 5 的答數是幾？110。所以有沒有算出答數？答數先算，記下來，還沒算的除以 2，有沒有保留？第三步驟是不是除以 2，有沒有留下來？有，所以這個地方就要留著，不能不見了，算到這邊就是 110 除以 2，再看剛剛家瑋的，第三步驟，110 除以 2 等於 55，景怡看到了沒，這裡是不是 110 除以 2，答案是不是就是 55，答數已經算出來了，框框(括號)這邊要填什麼？

204. 學生：55！

205. 老師：答就是 55。很好。可是如果看看剛剛這個，不小心有一個記錯的地方，是不是就沒有符合這個條件？問題有記，可是答數沒有先記，先算的也沒有記下來，所以有沒有相等？剛剛達毓檢查過了，不相等，這是 110，這是

55，對不對？最後答案算對了，可是中間的過程是有問題的。好，這是逐次減項的記法，再來複習一遍，現在請一個同學來這邊，跟我一起算逐次減項的記法，再來複習。育維自告奮勇來算這個逐次減項的記法，題目就在這裡了，好，從這裡，你要一邊說一邊算，育維說說看！

206. 育維：我就是先把 13 加 9。

207. 老師：我們看育維的說法，等一下有問題再提出來喔！

208. 育維：13 加 9 就是 22，所以我就是把 22 寫上去，然後還要再乘以 5，然後還要再除以 2。

209. 老師：有一個括號，你要不要把中括號補上去？

210. 育維：我可以把中括號變成小括號。

育維的作法：

$[(13+9)\times 5]\div 2$

$= (22\times 5)\div 2$

$= 110\div 2$

$= 55$

211. 老師：喔！這樣子啊！好。

212. 育維：因為小括號是顯示原本的，把這兩個加起來的，中括號是要把這個加起來，然後再乘以這個，所以我就把這兩個用一個小括號框起來，然後，接下來就是等於。我把這兩個乘起來就是 110，後面這個除以 2 我還沒動到，所以我還要再給它除以 2，然後這樣子 1、2、3，是 3 種，最後還要把 110 除以 2 是 55，所以是三個步驟，然後我把這些再全部算一次，所以答案就是 55。

213. 老師：你檢查過，六點都符合是不是？

214. 育維：都符合，請問同學有沒有問題？

215. 學生：沒有！

216. 老師：喔！很好，育維講得很清楚喔！謝謝育維。育維剛剛就把我們逐次減項的記法一步一步的講給同學看，再幫大家複習一次，一步一步的讓人家知道你第一步在算什麼、第二步在算什麼、下一步在算什麼、最後答案算出來

了，而且這些是用等號把你的算法一步一步連起來的。如果這個沒問題了，最後一題要問你喔，有一個算式是這樣子，這個橫式的算式填充題，叫做併式的算式填充題，數字是：100-[8×(6+3)] =（　）。請你用逐次減項的記法解解看，請你把這個題目抄在紙上，再用逐次減項的記法解解看！看不到的唸一遍給你聽，誰看不到可以來前面看好了。(學生解題中)立強先說。

217. 立強：我就是第一步驟是題目，然後就是再用 100-8×9，等於 72，但是先用中括號，我不是用小括號，然後再等於 100-72，就是 8×9 的數字 72，然後等於 28，請問有沒有問題？

> 立強的作法：
> 100-[8×(6+3)] = (　)
> 100-[8×(6+3)]
> = 100-[8×9]
> = 100-72
> = 28

218. 學生：沒有。

219. 老師：東良，你可以問一下你剛剛的問題嗎？你要不要問一下？

220. 立強：東良請問！

221. 東良：就是為什麼那個要這樣寫，你就可以把那個，為什麼不把 100 減 8 乘以括號 6 加 3，你把那個通通寫在上面，就是把 6 加 3 寫在 100 中括號的前面！

222. 老師：好，沒關係，你來寫一下。你先回座位，東西留著借我。你寫一下，你的意思是要寫成怎樣？寫上去。東良有一個問題，東良剛剛問老師一個問題，為什麼不能寫成這裡這樣？等一下請勁豪或者是易峰幫忙想想看，東良這樣子為什麼不可以？好了，東良有個問題，他這樣子也是可以算出來答案，6 加 3 等於 9，他先算 6+3 等於 9，他就把 9 寫好了，9×8 多少？72。那就把 72 算出來了，100-72 等於 28，他的答案對耶！為什麼這樣有問題，你要請誰來告訴我們？藝臻啊？好，藝臻

> 東良解題中：
> 100-[8×(6+3)]
> = 6+3
> = 9×8
> = 100-72
> = 28

先來說，藝臻先幫我們解解看。你先回座位，很棒喔！東良有這個問題，大家來研究一下，為什麼這樣子不行呢？

223. 藝臻：因為 100-[8×(6+3)]這個算式怎麼會等於 6+3？6+3 也應該等於 9，為什麼會等於 9×8？所以，這樣不行啊！然後 9×8 為什麼又會等於 100-72？答案等於 28。

224. 老師：好，藝臻剛剛說了這些理由，再換一個同學了。郁文再來說說看，幫我們東良想想辦法，為什麼？這樣子哪裡出問題了呢？

225. 郁文：因為老師的題目是這樣子的，老師說要把這個一層一層的給它算出來，你不能這樣子寫，然後，把這個還沒有算過的寫過來，然後括號也要先算，這個 100 減 8 嘛，然後這邊已經算出來了，所以直接寫 6+3，因為這樣這兩個就不等，這樣 6+3 也不等於 9×8，9×8 也不等於 100-72，所以不能這樣，而且他也沒有用逐次減項的記法。

226. 老師：東良，這樣子有沒有稍微想一下，懂一點？再請一個同學幫忙，你有問題？

227. 學生：它這裡一層一層的擺下來，那這個等於(=)記號是不是代表它們兩個是一樣的？但是你的最後，這樣並沒有等於 28。

228. 老師：沒有嗎？

229. 學生：有啊！

230. 學生：100-[8×(6+3)]會等於 28 啊！最後算出來的答案還是會等於 28 啊！

231. 學生：剛剛老師不是說，等於是代表一樣的意思，最後這個也是一樣嗎？

232. 老師：對啊！你覺得那一個不是 28？

233. 學生：我說，老師你不是說這兩個要一樣嗎？那 100-72 會等於 28 嗎？那這兩個有

跟 28 一樣嗎？

234. 老師：這裡這一整個等於 28，這一整個也等於 28，這一整個也等於 28，這一整個也等於 28，有沒有哪一個不等於？答數，哪一個不一樣？你發現哪一個不一樣？喔！算式，我說答數要一樣大。

235. 學生：請問還有沒有問題？

236. 老師：東良，你現在發現你的問題了嗎？知道了哦？沒有錯，6+3 要先算，這是第一個步驟，先算的時候，並不是把 6+3 寫在這裡叫逐次減項，因為 6+3 等於 9，那你知道 9×8 等於 72，9 會等於 72 嗎？沒有，對不對？你不能只看 6+3 等於 9，也跟它等於 9 就好了，不是喔！6+3=9×8=72 這樣子就不對了。這一整個要相等下來，所以，這樣子的時候就不可以，必須像剛剛這樣子，這裡先算，先算出來 6+3 變成 9，如果，現在沒有逐次減項的話，這裡是變成 9，就變成一個 9，剛剛東良這邊是不是算出來一個 9？所以，你就把這個算式抄成第二個，100-8×9，但是，星延，8×9 多少？72，所以，這個 8×9 就變成什麼？這裡就變成一個 72。你們剛剛不是算出一個 100-72 嗎？抄到這邊就有 100-72，最後一個答案再算出來是 28。那我問你一下，有沒有人可以用這個算式出一個應用題？一定可能的啊！不然我怎麼會出給你呀？有沒有人的題目可以用這個算式來解，已經想到了？有沒有一個算式可以用這個來解？譬如說，100 塊，100 塊可以怎樣？想到了？東良說，再想一下，假設有個題目說 100 塊，再假設什麼東西有 8，然後有 6 什麼、9 什麼，講錯了沒關係，再換一位，這樣試了才會有答案，來，說說看！

237. 郁文：媽媽帶 100 元，帶 100 元去買水果，買了 6 斤的蘋果，然後 3 斤的葡萄！

238. 老師：6 斤的蘋果、3 斤的葡萄。

239. 郁文：然後混在一起，它們裝成一袋，要買 8 袋，然後…，重講。

240. 老師：重講，沒關係，她說要重講，等一下你們講自己的！

241. 郁文：買了 6 塊錢的橘子，還有 3 塊錢的蘋果，然後 2 個裝在一起，要買 8 袋，還剩下多少錢？

242. 老師：你們覺得可以嗎？

243. 學生：可以。

244. 老師：好，郁文再講一遍喔，然後等一下換人，開始！

245. 郁文：媽媽帶 100 元去買水果，買了 6 元的橘子和 3 元的蘋果，然後裝在一起，要買 8 袋，請問還剩下多少錢？

246. 老師：要買幾袋？

247. 學生：蘋果加橘子要合起來，裝起來，然後要買 8 袋。

248. 老師：裝起來買 8 袋，那蘋果有幾袋？蘋果，這是蘋果，這是橘子，然後加起來這樣子一袋，有幾袋？

249. 學生：8 袋！

250. 老師：要有 8 袋，5、6、7、8。每一袋都是有蘋果跟橘子，是不是？好，你們覺得可以嗎？可以啊！有沒有人有不一樣的？還有沒有誰想到了？達毓，還有沒有人想到，你想到啦？達毓的題目是什麼？

251. 達毓：老師有 100 塊，去糖果店買糖果，因為糖果店在促銷糖果，所以 3 元的巧克力跟 6 元的棒棒糖裝一袋，老師買了 8 袋當做上課的獎品，老師用 100 塊買這些東西，剩下多少錢？

252. 老師：他這樣說可以嗎？

253. 學生：可以！

254. 老師：好，還有一位，東良有想到嗎？你來！誰想到了？

255. 東良：這個買 6 條金魚、3 條吳郭魚，然後加起來，一袋總共有 9 條魚，然後再乘以 8，因為那時候有很多人要買，所以買了 8 袋，然後，他總共帶了 100 元，他剩下多少錢？

256. 老師：好！謝謝東良，你想到了，又有一個人想到了！

257. 乙迪：我有 100 公斤，早上減了 3 公斤，下午減了 6 公斤，我一共減了 8 天，請問我減了幾公斤？

258. 老師：你就減了 72 公斤，結果乙迪剩下幾公斤？

259. 學生：28 公斤。

260. 老師：好，停。譬如說，你們剛剛這個問題，我們舉個最簡單的例子好了，老師本來有 100 塊，可是老師在買東西的時候，假設我要買很漂亮的鉛筆好了，鉛筆 1 枝是 8 塊錢，很漂亮的喔！才會這麼貴。今天周家瑋表現很好，今天淑惠表現更好，我想要送給周家瑋 3 枝，我想要送給淑惠 6 枝，總共要買這麼多枝，可是一支 8 塊錢啊，所以我拿 100 塊，老闆是不是找我 28 塊？

261. 學生：對！

262. 老師：對啊，怎麼會沒題目呢？有沒有題目？

263. 學生：有！

264. 老師：你們再想想，好不好！

265. 學生：好！

參、教學說明

今天教學主要的內容是逐次減項記錄格式的形成，教學對象是五年級的學生，主要的教學目標是透過逐次減項記錄格式的形成，進一步藉由逐次減項的記錄格式來解

題，所以在教學活動的安排上，首先透過平均數問題的情境，讓學生利用併式填充題來記錄問題，接著再從多步驟的解題過程中，讓學生藉由等號的遞移性來形成逐次減項的記錄格式。逐次減項的記錄格式形成之後，第二節課，進一步透過他們已經學過的梯形面積的計算方式，藉由逐次減項的記錄格式解題。到了最後一個布題的時候，由老師先布好的一個逐次減項的算式，讓學生藉擬題的活動進一步對逐次減項的算式有更深入的認識。

在第一節課的第一個布題裡，透過二步驟的問題讓學生來布一個算式填充題，像第一題它是透過餐費與車資的平均來讓學生解這一個併式填充題，一開始學生在解這個題目的時候，因爲它是兩個步驟，大部分學生都透過直式，就是透過加法跟除法這樣子來解題，或者，他一樣也是用兩個步驟，可能是透過橫式的方式，透過橫式的計算來解這個題目。這個時候，我們就透過等號的遞移性關係，讓學生了解等號不只是一個算式的答案，而是可以藉由等號兩邊相等，代表的是一樣大的內容，然後透過這個遞移性的關係，把這些多步驟的問題連結起來，變成一個逐次減項的算式，好，像這樣子，學生就可以經過形成共識之後，將問題的答案先記下來，還沒有算的問題的算式就把它保留起來，然後再一步一步的算出它的結果，這就是所謂逐次減項的記法。

接下來，學生有這樣子的共識之後，在第二個布題就以三步驟的問題來布題，因爲這個布題的題型是屬於梯形面積的公式，學生在上個學期就已經學過這個部分的概念，我們透過這個算式，他要先知道上底跟下底之和，兩個相加，透過一個加法的步驟，再透過一個乘法的步驟，第三個是除法的步驟來解這個問題。一開始，我們請學生用逐次減項的記法來記的時候，有學生拿到題目很快的做，但是他還是用原來的多步驟方式來解題，所以他做了三個步驟，還沒有辦法直接透過逐次減項的方式來記錄，可是經過分析、討論，學生同儕間在討論的時候，慢慢的、慢慢的，他們就可以知道

逐次減項的記法是要一步一步的把問題記下來。但是在一開始的過程中，還是有學生在記錄的時候會出現一些不符合逐次減項記錄條件的現象，譬如：有的學生在計算的時候，沒有把一開始計算的答數寫下來，還有的學生對於沒有算的步驟，也沒有先把它記下來，在這邊就會遺漏掉了，所以他的等式就沒有辦法等於，沒有辦法讓他的每個等式的答數都是一樣的，這時候，就可以透過學生之間彼此的討論跟互動，來澄清他們的想法。

第四個布題的時候，因爲學生已經形成了逐次減項的共識，所以，在這邊我是先給學生一個算式，但是它是沒有情境的，就是只有一個純粹的算式，讓學生先來透過這個算式解題，但這個算式其實是比較困難的，因爲算式裡面優先算的順序是 6 要先加 3，這個部分是要先算的，但在記錄格式的時候它卻在算式裡面的中間，於是就發現有學生在算這個算式的時候，他就會發生這樣子錯誤的情形，他會認爲 6 加 3 要先算，所以他就把 6 加 3 先記錄下來，先算的記錄下來變成 9，乘以 8 等於 72，他再把 72，9 乘以 8 等於 72 記錄下來，下一個因爲要用 100 去減 72，再把 100 記錄下來減 72，最後他雖然可以算出答案來，可是這個學生對於等號遞移性的關係仍然沒有建立，他還是使用原來過程記錄的方式來記錄逐次減項的解答。在這個部分，學生剛好可以透過班級裡面的討論，一樣可以獲得一些澄清，所以，最後大部分的小朋友都可以將逐次減項的記錄格式做出正確的解答。因爲這個算式是沒有情境的，所以最後讓學生藉由自己擬題的方式來爲這個算式建立一個情境，這樣子可以讓學生進一步澄清這個算式的意義。

透過以上這樣子逐次減項記錄格式的形成，最重要的就是要讓學生隨時檢驗等號的遞移性的關係，其次，對於逐次減項的記錄格式有六個記錄的要點，第一個，他有沒有把原來的問題記進去；第二個，他有沒有把先算出來的答數記下來；第三個，他

是不是有把還沒有算的記進去；第四個，他有沒有檢驗等號連接的每個算式都相等；第五個，他在等號所列的算式裡面是不是有重複的地方；當然第六個，就是要把最後整個答案的答數都記進去。這樣子一連串檢驗的過程可以讓學生更加確定其逐次減項的紀錄是不是很合理。在形成了逐次減項的共識之後，可以進一步透過更多的練習，讓學生對於逐次減項的紀錄更熟練！

肆、教學後的省思

透過這次的教學，讓學生了解等號不只是用來記錄算式的答案，還必須強調等號兩邊所代表的算式是一樣大的，藉由這種等號的遞移性關係，把多步驟問題的解題結果連結起來，就變成一個逐次減項的記錄格式。

但是，學生在一開始使用逐次減項紀錄格式的時候，還是會出現一些不符合逐次減項記錄原則的情況，譬如：有的學生在解題的時候，沒有把先算出來的答數記下來，有的學生在列式的時候忘記把還沒有算的步驟記下來，造成等號兩邊所代表的算式不一樣大的現象；還有的學生會用過程記錄的方式來記錄逐次減項的算式，這也喪失了將多步驟問題以併式方式處理的意義。教學者希望透過學生們同儕之間的討論跟互動，澄清彼此的想法，藉以建立正確的觀念。

因此，班級中溝通討論氣氛的營造是非常重要的，學生若是不能夠主動將心中的疑問提出來討論，其疑惑往往就會在教學流程進行中被忽略了，而這個錯誤的想法也將繼續留存在學生的腦海中。由於這次教學的班級，已培養半年溝通討論式教學的互動與默契，所以學生能夠很坦然的發表自己的看法，並且和同儕討論心中的疑惑，進一步澄清了概念。

另外，對學生而言，雖然已經能夠以逐次減項的方式解出沒有情境的算式，例如

100-[8×(6+3)]=(　)。但是，教學者嘗試讓學生藉這個算式進行擬題的活動時，仍發現學生對於單位量的掌握顯得模糊，擬出來的題目也易與實際生活情境脫節，可以在日後的教學進一步引導學生深入討論。

省略括號

壹、教學活動設計

一、**教學年級及主題：**六年級下學期

二、**教 學 者：**台北市成德國小 鄭淑珍 老師

三、**教學目標：**在多步驟四則問題情境中，形成”利用「乘、除先算，再由最左往右」的運算規則，以省略在併式填充題中標示乘、除先算，再由最左往右計算步驟的括號”的共識。

四、**活動目標：**

1. 在多步驟加減問題情境中，形成”利用「由最左往右算」的運算規則，以省略在併式填充題中標示由最左往右計算步驟的括號”的共識。
2. 在多步驟乘除問題情境中，形成”利用「由最左往右算」的運算規則，以省略在併式填充題中標示由最左往右計算步驟的括號”的共識。
3. 在多步驟四則問題情境中，形成”利用「乘、除先算，再由最左往右」的運算規則，以省略在併式填充題中標示乘、除先算，再由最左往右計算步驟的括號”的共識。

五、**教學概要說明：**

1. 透過同時呈現兩個多步驟**加減**併式填充題（數字、運算符號皆相同，排列次序亦相同，唯括號的多寡不同）的解題紀錄，來介紹利用「由最左往右算」的運算規則，雖可省略括號的標示次數，但必須是在記錄相同的問題情境下方可為之。
2. 透過同時呈現兩個多步驟**乘除**併式填充題（數字、運算符號皆相同，排列次序

亦相同，唯括號的多寡不同）的解題紀錄，來介紹利用「由最左往右算」的運算規則，雖可省略括號的標示次數，但必須是在記錄相同的問題情境下方可為之。

3. 透過同時呈現兩個（以上）多步驟四則併式填充題（數字、運算符號皆相同，排列次序亦相同，唯括號的多寡不同）的解題紀錄，來介紹利用「乘、除先算，再由最左往右算」的運算規則，雖可省略括號的標示次數，但必須是在記錄相同的問題情境下方可為之。

六、教學活動設計：

活動一：在多步驟加減問題情境中，形成”利用「由最左往右算」的運算規則，以省略在併式填充題中標示由最左往右計算步驟的括號”的共識。

教學內容摘要	主要問題與活動	說明	評量重點
・在多步驟加減問題情境中，能用算式填充題記錄問題，並用「逐次減項」的記法把做法記下來	1. 心儀原有 21 顆糖，給了郁如 6 顆，佳蓁 4 顆，又去超商買了 8 顆，請問心儀現在有多少顆糖？ 請用算式填充題記錄問題，並用「逐次減項」的記法把你的做法記下來。	・學生可能的紀錄如下： （1）[(21-6)-4]+8=（　） [(21-6)-4]+8 =[15-4]+8 =11+8 =19 （2）[21-(6+4)]+8=（　） [21-(6+4)]+8 =[21-10]+8 =11+8 =19 （3）(21+8)-[6+4] =（　） (21+8)- [6+4] =29-[6+4] =29-10 =19	・能運用算式填充題記錄問題，並用「逐次減項」的記法把做法記下來。

		（4）21- 6 - 4+8=（　） 21-6-4+8 =15-4+8 =11+8 =19 ・請不同紀錄的學生上台展示並說明。 ・保留（1）和（4）的紀錄於黑板上，進行討論。	
甲生(可能的紀錄(1)) [(21-6)-4]+8=（　） [(21-6)-4]+8 =[15-4]+8 =11+8 =19		乙生(可能的紀錄(4)) 21-6-4+8=（　） 21-6-4+8 =15-4+8 =11+8 =19	
・透過討論，形成「全部加減時，由最左往右的記法可以省略括號」的共識	2. 乙生的算式沒有用括號告訴我們先算什麼、後算什麼，可是答案和甲生一樣，說說看你知不知道乙生是怎麼算的？ 3. 現在一步一步來比較他們的做法。	・學生的說法可能如下： (1) 我知道乙生是怎麼算的，他和甲生的做法一樣，只不過沒有寫出括號。 (2) 他是由左往右一步一步的算。 (3) 我不知道乙生怎麼算的，因為他沒有用括號告訴我們他要先算什麼？後算什麼？ ・第一步、第二步…一步一步的比較。	

	4. 甲生是由括號裡面一步一步向外算；乙生是由最左往右一步一步的算過去。甲生的紀錄有括號，乙生的紀錄沒有括號，如果這兩種算法是一樣的，只是紀錄格式不同，說說看你會選擇哪一種記法？為什麼？ 5. 當沒有括號告訴我們先算什麼、再算什麼的時候，都表示要由最左邊一步一步算過去，這種省略括號的記法，我們稱為「全部都是加減時，由最左往右」的記法。	・說明全部都是加減時，由最左往右的記法。	
・透過討論，瞭解並非所有全部加減都可以省略括號，由最左往右計算	重新布題 6. 這是一題算式填充題： [86-(64+5)]-10= （　） 算算看，括號裡要填多少？用「逐次減項」的記法把你的做法記下來。(丙生)		・能用「逐次減項」的記法把做法記下來。

	7. 剛才的算式填充題丁生記成「86-64+5-10=（　）」算算看，括號裡要填多少？用「由最左往右」的記法。	・當沒有括號表示先算時，由最左往右算。	
丙生的紀錄 [86-(64+5)]-10=（　） [86-(64+5)]-10 =[86-69]-10 =17-10 =7		丁生的紀錄 86-64+5-10=（　） 86-64+5-10 =22+5-10 =27-10 =17	
	8. 現在我們一步一步來比較他們的做法。結果一不一樣？ 9. 丙生和丁生的記法和做法會不會記錄著相同問題的解決方法？為什麼？ 10. 這個算式填充題有人把它記成 86-(64+5)-10=(　) 並像戊生這樣算出答案： 86-(64+5)-10=（　） 86-(64+5)-10 =86-69-10 =17-10 =7	第一步、第二步…一步一步的比較。	・能說出丙生的做法和結果與丁生不一樣，而且也不是記錄相同的問題並說明理由。

	11. 現在我們一步一步來比較丙生和戊生的做法。		
丙生的作法 [86-(64+5)]-10=（　） [86-(64+5)]-10 =[86-69]-10 =17-10 =7		戊生的作法 86-(64+5)-10=（　） 86-(64+5)-10 =86-69-10 =17-10 =7	
・運用逐次減項的記法記下來，並利用由最左往右的記法省略括號	12. 戊生這種做法叫做「先算括號內，再由最左往右」的記法。 重新布題 13. 罐子裡原有 15 顆軟糖，小英吃了 6 顆，媽媽又放進去了 18 顆，小英再吃了 7 顆，請問現在罐子裡有多少顆軟糖？ 14. 先用算式填充題將問題記錄下來，並用「逐次減項」的記法把你的做法記下來。記的時候要想辦法利用「由最左往右」的記法省略一些括號。	・說明先算括號內，再由最左往右的記法。	・能用逐次減項的記法記下來，並利用由最左往右的記法省略括號。

活動二：在多步驟乘除問題情境中，形成”利用「由最左往右算」的運算規則，以省略在併式填充題中標示由最左往右計算步驟的括號”的共識。

教學內容摘要	主要問題與活動	說明	評量重點
・在多步驟乘除問題情境中，能運用算式填充題記錄問題，並用「逐次減項」的記法把做法記下來	1. 12 枝鉛筆裝成一盒，6 盒裝成一箱。老師買了 5 箱鉛筆平分給班上的30位同學，請問每位可以得多少枝？先用算式填充題將問題記錄下來，並用「逐次減項」的記法把你的做法記下來。	・學生可能的紀錄如下： （1）[(12×6)×5]÷30= () [(12×6)×5]÷30 = [72×5]÷30 =360÷30 =12 （2）12×6×5÷30= (　) 12×6×5÷30 =72×5÷30 =360÷30 =12 （3）其他。	・能用「逐次減項」的記法把做法記下來。
	2. 說說看，你的算式填充題裡面記了什麼？你怎麼算出來的？	・請不同紀錄的學生上台展示並說明。 ・保留（1）和（2）的紀錄於黑板上，進行討論。	・能依問題情境說明算式填充題所表示的意義。
甲生[可能的紀錄(1)] [(12×6)×5]÷30 = (　　) [(12×6)×5]÷30 = [72×5]÷30 =360÷30 =12		乙生[可能的紀錄(2)] 12×6×5÷30 = (　　) 12×6×5÷30 =72×5÷30 =360÷30 =12	
・透過討論形成「全部乘除時，由最左往右的記法可以省略括號」的共識	3.現在我們一步一步來比較。 4.乙生的做法和結果是不是和甲生一模	・學生的說法可能如下： （1）她和甲生的做法一樣，只不過沒	

・透過討論，瞭解並非所有的全部都是乘除時都可以省略括號，由最左往右計算	一樣？ 5.當沒有括號告訴我們先算什麼、再算什麼的時候，都表示要由最左邊一步一步算過去，這種省略括號的記法，我們稱為「全部都是乘除時，由最左往右」的記法。 重新布題 6.這是一題算式填充題：[96÷(12×2)]×7=（　）算算看，括號裡要填多少？用「逐次減項」的記法把你的做法記下來。 7.剛才的算式填充題丁生記成：「96÷12×2×7=(　)」算算看，括號裡要填多少？用「由最左往右」的記法。	寫出括號。 (2)他是由左往右一步一步算。 ・說明全部都是乘除時，由最左往右的記法。 ・學生可能的紀錄如下： [96÷(12×2)]×7=（　） [96÷(12×2)]×7 = [96÷24]×7 =4×7 =28 ・丁生的紀錄 96÷12×2×7=（　） 96÷12×2×7 =8×2×7 =16×7 =11	・能用逐次減項的記法把做法記下來。
丙生的紀錄 [96÷(12×2)]×7=（　） [96÷(12×2)]×7 = [96÷24]×7 =4×7 =28		丁生的紀錄 96÷12×2×7=（　） 96÷12×2×7 =8×2×7 =16×7 =112	

	8.現在我們一步一步來比較他們的做法。 9.丙生和丁生的記法和做法是不是記錄著相同問題的解決方法？為什麼？ 這個算式填充題有人把它記成 96÷(12×2)×7=（　） 並像戊生這樣算出答案 96÷(12×2)×7 =96÷24×7 =4×7 =28 10.現在我們一步一步來比較丙生和戊生的做法。	・第一步、第二步…一步一步的比較。	・比較後能說出丙生的做法和結果與丁生不一樣，而且不是記錄相同的問題，並說明原因。
丙生的紀錄 [96÷(12×2)]×7= (　) [96÷(12×2)]×7 = [96÷24]×7 =4×7 =28		戊生的紀錄 96÷(12×2)×7=（　） 96÷(12×2)×7 =96÷24×7 =4×7 =28	
・運用逐次減項的記法記下來，並利用由最左往右的記法省略括號。	11.戊生這種做法叫做「先算括號內，再由最左往右」的記法。 重新布題 12.王先生一天工作 5 小時，工資 385 元	・說明先算括號內，再由最左往右的記法。	・能運用逐次減項的記法記下來，並利用由最左往右的記法省略括號。

	，如果一天工作 8 小時，一星期應得工資多少元？ 先用算式填充題將問題記錄下來，並用「逐次減項」的記法把你的做法記下來。記的時候要想辦法利用「由最左往右」的記法省略一些括號。		

活動三：在多步驟四則問題情境中，形成”利用「乘、除先算，再由最左往右」的運算規則，以省略在併式填充題中標示乘、除先算，再由最左往右計算步驟的括號”的共識。

教學內容摘要	主要問題與活動	說明	評量重點
・在多步驟四則問題情境中，先用算式填充題將問題記錄下來，並用「逐次減項」的記法把做法記下來。	1. 一盒巧克力有 3 排，一排有 5 個，小欣吃了 8 個，還剩下多少個巧克力？ 先用算式填充題將問題記錄下來，並用「逐次減項」的記法把你的做法記下來。	・學生可能的紀錄如下： （1）(5×3)-8=(　) (5×3)-8 =15-8 =7 （2）5×3-8=(　) 5×3-8 =15-8 =7 （3）其他。 ・請不同紀錄的學生上台展示並說明。 ・保留（1）和（2）的紀錄於黑板上。	・能用算式填充題將問題記錄下來，並用「逐次減項」的記法把做法記下來。 ・能說明自己的紀錄先做什麼、後做什麼的解題過程和結果。

・透過討論，形成可以由最左往右的記法省略括號的共識。	2. 這兩種算法是一樣的，只是紀錄格式不同，說說看，你會選擇哪一種記法？為什麼？		・能說出選擇的記法及理由。
	重新布題 3. 亞函原有一個50元和 6 個 5 元的硬幣，買 1 瓶 18 元的汽水後，亞函還剩多少錢？ 先用算式填充題將問題記錄下來，並用「逐次減項」的記法把你的做法記下來。	・學生可能的紀錄如下： （1）[50+(5×6)]-18= (　) [50+(5×6)]-18 =[50+30]-18 =80-18 =62 （2）50+(5×6)-18= (　) 50+(5×6)-18 =50+30-18 =80-18 =62 （3）50+5×6-18= (　) 50+5×6-18 =50+30-18 =80-18 =62 （4）其他	・能用算式填充題將問題紀錄下來，並用「逐次減項」的記法把做法記下來。
	4. 說說看，你的算式填充題裡面記了什麼？你怎麼算出來的？	・請不同紀錄的學生上台展示並說明。 ・保留（1）、（2）和（3）的紀錄於黑板上，進行討論。	・能說明自己的紀錄先做什麼、後做什麼的解題過程和結果。

甲生[可能的紀錄(1)] [50+(5×6)]-18=（　） [50+(5×6)]-18 =[50+30]-18 =80-18 =62		乙生[可能的紀錄(2)] 50+(5×6)-18=（　） 50+(5×6)-18 =50+30-18 =80-18 =62	丙生[可能的紀錄(3)] 50+5×6-18=（　） 50+5×6-18 =50+30-18 =80-18 =62
	5. 現在我們一步一步來比較他們的做法。 6. 甲、乙和丙生的做法和結果是不是一模一樣？ 7. 如果這三種算法是一樣的，只是紀錄格式不同，說說看，你會選擇哪一種記法？為什麼？	・第一步、第二步…一步一步的比較。	・能說出甲、乙、丙生的做法和結果一樣。 ・能說出選擇的記法及理由。
	8. 老師有一盒36枝的鉛筆，24枝彩虹筆和一盒25枝的原子筆。老師把24枝彩虹筆平分成4盒後，送給小文一盒鉛筆和一盒彩虹筆，送給小伯一盒原子筆。算算看，小文比小伯多幾枝筆？ 先用算式填充題將問題記錄下來，並用「逐次減項」的記法把你的做法記下來。	・學生可能的紀錄如下： （1）[36+(24÷4)]-25=(　) [36+(24÷4)]-25 =[36+6]-25 =42-25 =17 （2）36+(24÷4)-25=(　) 36+(24÷4)-25 =36+6-25 =42-25 =17 （3）36+24÷4-25=(　) 36+24÷4-25 =36+6-25 =42-25	・能用算式填充題將問題記錄下來，並用「逐次減項」的記法把做法記下來。

		=17 （4）其他。	
	9. 重複 5－7 的步驟	• 請不同紀錄的學生上台展示並說明 • 保留（1）和（2）（3）的紀錄於黑板上，進行討論。	• 能說明自己的紀錄先做什麼、後做什麼的解題過程和結果。
	10. 11 顆彈珠裝一包。小慧原有 3 包彈珠；後來媽媽又買了一些，她把 50 顆彈珠平分給小慧等 5 人。小慧有多少顆彈珠？ 先用算式填充題將問題記錄下來，並用「逐次減項」的記法把你的做法記下來。	• 學生可能的紀錄如下： （1）(11×3)+[50÷5]=(　) (11×3)+[50÷5] =33+[50÷5] =33+10 =43 （2）[11×3]+(50÷5)=(　) [11×3]+(50÷5) = [11×3]+10 =33+10 =43 （3）11×3+50÷5=(　) 11×3+50÷5 =33+50÷5 =33+10 =43 （4）其他。	• 能用算式填充題將問題記錄下來，並用「逐次減項」的記法把做法記下來。
	11. 重複 5－7 的步驟	• 請不同紀錄的學生上台展示並說明 • 保留（1）和（3）的紀錄於黑板上，進行討論。	• 能說明自己的紀錄先做什麼、後做什麼的解題過程和結果。
• 透過討論，瞭解並非所有的算式填充題都可以省略括號，由最左往右計算。	重新布題 12. 這是一個算式填充題： 80-[4×(5+6)]=(　) 算算看，括號裡要	• 學生可能的做法如下： （1）80-[4×(5+6)]=(　) 80-[4×(5+6)]	• 能用「逐次減項」的記法把做法記下來。

	填多少？用「逐次減項」的記法把你的做法記下來。 13. 如果算式填充題是「80-4×5+6=(　)」算算看，括號裡要填多少？用「由最左往右」的記法。 14. 若剛才的算式填充題，有人記成「80-4×(5+6)=(　)」的話，算算看，括號裡要填多少？用「由最左往右」的記法。	=80-[4×11] =80-44 =36 （2）80-4×5+6=(　) 80-4×5+6 =80-20+6 =60+6 =66 （3）80-4×(5+6)=(　) 80-4×(5+6) =80-4×11 =80-44 =36 （4）其他。	・能說明自己的紀錄先做什麼、後做什麼的解題過程和結果。 ・能說明自己的紀錄先做什麼、後做什麼的解題過程和結果。
[可能的做法(1)] 80-[4×(5+6)] =（　） 80-[4×(5+6)] =80-[4×11] =80-44 =36	[可能的做法(2)] 80-4×5+6=（　） 80-4×5+6 =80-20+6 =60+6 =66	[可能的做法(3)] 80-4×(5+6) =（　） 80-4×(5+6) =80-4×11 =80-44 =36	
	15.現在，我們一步一步來比較他們的做法。 16.做法(1)和做法(2)的記法和做法會不會記錄著相同問題的解決方法？為什麼？ 17.做法(1)和做法(3)的記法和做法會	・第一步、第二步…一步一步的比較。	・ 能說出做法(1)的過程和結果與做法(2)不一樣，而且也不是記錄相同問題。 ・ 能說出做法(1)的過程和結果與做

	不會記錄著相同問題的解決方法？為什麼？		法(3)一樣，而且是記錄相同問題。
・透過討論，形成「沒有括號時，乘除先算，再由左往右算來省略括號」的共識。	18.如果這兩種算法是一樣的，只是紀錄格式不同，說說看，你會選擇哪一種記法？為什麼？ 重新布題	・說明沒有括號時，乘除先算，再由左往右的做法。	・能說出選擇的記法及理由。
・透過討論，形成「先算括號，再算乘除，最後再由左往右算的記法」的共識。	19.算算看，下面的算式填充題的括號裡要填多少？ 「20+(5+4)×3=( )」用「逐次減項」的記法把你的做法記下來。		・能形成「先算括號，再算乘除，最後再由左往右算」的共識。

貳、教學實錄

1. 老師：我們現在要開始上數學課喔，這次也是延續之前幾天所教的部分，接下來我們來看這一題，請同學唸一遍！
2. 學生：心儀原有 21 顆糖，給了郁如 6 顆，佳蓁 4 顆，又去超商買了 8 顆，請問心儀現在有多少顆糖？
3. 老師：這個題目同學都看好了，老師要同學做兩件事情，第一件事情就是要列算式填充題，列完之後請同學依照逐次減項的方式，就是要一步一步寫下來，請同學寫出來，開始！
   好，我們看到有兩個寫法，首先我們先請這一個你說明一下你的做法，大聲一點喔！

> 做法甲：
> [(21-6)-4]+8=(　)
> [(21-6)-4]+8
> =[15-4]+8
> =11+8
> =19

4. 學生：原有 21 顆糖，他給了郁如 6，所以是 21 減 6…。
5. 老師：所以這是你先做的，然後呢？
6. 學生：然後給佳蓁 4 顆糖，所以我就 21 減 6 再減掉 4，最後就是他買了 8 顆，所以加 8。
7. 老師：所以，你的一步一步就是這個樣子，是不是？好，請坐，另外這一個，來說明一下你的做法！
8. 學生：心儀原本有 21 顆糖，他給了郁如 6 顆，然後佳蓁 4 顆，我先把他們給的糖加起來。
9. 老師：先加給郁如的糖果，加起來，然後呢？

> 做法丙：
> [21-(6+4)]+8=(　)
> [21-(6+4)]+8
> =[21-10]+8
> =11+8
> =19

10. 學生：然後心儀原有糖果再減掉給郁如跟佳蓁的糖果。
11. 老師：所以呢？
12. 學生：然後，心儀又去超商買了 8 顆，所以再加 8 顆！

13. 老師：所以這是你的做法，好，這兩個做法都可以，對不對？很好。現在我先把他的拿下來，我要再寫一個這樣子的方式，請同學跟我一起來寫，我把它寫成逐次減項的方式，第一個。你覺得應該可以寫怎樣的？
14. 學生：21 減 6。
15. 老師：是多少？15。然後減 4 加 8，然後呢？11 加 8 等於 19，我現在要來問同學，你覺得這樣子可不可以？
16. 學生：可以！
17. 老師：可是你看他這邊(做法甲)有小括弧也有中括弧，可是這個(做法乙)完全沒有括弧，你能不能知道他每一個步驟是先做什麼、再做什麼的？我們來看看，比較一下這兩個的不一樣，我們假設這個是甲(做法甲)這個是乙(做法乙)，我們來看一下這兩個，你可以告訴我，甲的第一個步驟是做什麼？21 減 6 是先求出心儀原來的 21 顆糖，然後給了郁如之後剩下的，對不對？好，請問乙這個呢，它的第一個步驟呢？

做法乙：
21-6-4+8=(　)
21-6-4+8
=15-4+8
=11+8
=19

18. 學生：一樣！
19. 老師：也是一樣，好，現在呢，它的第二個步驟是做什麼？
20. 學生：再給佳蓁 4 顆！
21. 老師：再給佳蓁的 4 顆減掉，那這邊乙的呢，它的第二個步驟是不是也是這樣嗎？是！好，第三個步驟呢？
22. 學生：加 8。
23. 老師：剩下的糖把它加上去，所以他再買了 8 顆，再加進去等於是 9 顆，這邊呢？
24. 學生：一樣！

25. 老師：一樣，好，你有沒有發現，它們的每一個步驟都一樣，它們算不算是相等的、一樣的算式？算。好，既然這兩個都可以，一個有括弧，一個沒有括弧，你覺得它(做法乙)是按照什麼樣的步驟算出來的？一個、一個來，從哪邊來？

26. 學生：從前面！

27. 老師：從左邊先算，他是先從左邊先算，算完一個，再算一個、再算一個，一個一個來，那這個呢？卻先算括弧的，小括弧先算，再算中括弧，最後才做最後一個步驟，現在這邊(做法乙)沒有括弧，可是我們一樣可以算出來，他採取的策略叫做什麼？從左到右算，這樣子也可以的話，你會選擇這種方式，還是這樣子的記錄方式，你會選擇甲的請舉手，沒有啊！沒有人說甲的這樣子很清楚啊！不會。你會選擇乙的請舉手，好，請放下，為什麼？

28. 學生：因為乙不用寫括號！

29. 老師：因為乙不用寫括號，比較簡單，是不是？好，你可以看到在這個裡面，全部都是什麼樣的計算符號？加、減，沒有其它的，它就是純粹加減，所以當我們在全部都是加、減的時候，有一個可以省略這些括號的方式，就是從左至右算，這樣子的話，就可以省略這個括號，你看他的第一步驟也是算這樣，再來，應該說這邊嘛，第一個步驟是先算這兩個，對不對？接下來呢再去算這兩個，再算到減 4 的，再來算到加 8 的，也就是說當我們從左至右算的時候，就可以省略了我們的括號，當它全部是加減的時候，請同學唸一遍！

30. 學生：全部加減時，由最左往右算！

31. 老師：接下來，這是一個算式填充題，請同學用逐次減項把它 [86-(64+5)]-10=(　) 做完，你可以不用抄題目，做逐次減項就可以了！那個算式填充題的部分你就不用再寫了！

好，筆放下，我們來看看你的跟賈玲的這一個一不一樣，請說明一下，你是先算什麼、再算什麼？

賈玲的做法：
[86-(64+5)]-10
=[86-69]-10
=17-10
=7

32. 學生：我先把 64 加 5 算出來等於 69，然後再用 86 減 69，然後 17 再去減 10！

33. 老師：再去減 10 等於 7，好，來，我們看看，現在假設有一個人，他列的算式填充題是列這樣子的：86-64+5-10=(　)，現在請你做做看這樣子的！我把賈玲的這一個方式抄在黑板上，看到這個題目，你要想想看我們剛剛說，像這樣子的，我們是從哪邊算到哪邊，所以在記錄的時候請看清楚喔！再給 2 秒鐘，好，停，筆放下，來，這是涵文記錄這個算式填充題所做的逐次減項，請涵文說一下你的逐次減項是怎麼做的。大聲一點！

涵文的紀錄：
86-64+5-10
=22+5-10
=27-10
=17

34. 學生：我先用 86 減 64，等於 22！

35. 老師：86 減 64，他是先做這個，然後呢？

36. 學生：然後等於 22，再用 22 加 5！

37. 老師：所以第二步驟是做這個！

38. 學生：然後等於 27，然後 27 再減…。

39. 老師：好，這是你的第三步驟。你是從這邊一步一步下來的，是不是？好，同學還記不記得，我們剛剛說當它全部是加、減的時候，我們省略括號的方式就是：如果是從左至右算，就可以省略括號，對不對？你比較這樣數目字，有沒有不同？都相同。但是我們來看一下，它們是不是記錄了相同的問

題，我們來看它們的步驟，這邊(賈玲的做法)的第一個步驟做的是什麼？

40. 學生：64 加 5！

41. 老師：他是先做了什麼？

42. 學生：64 加 5！

43. 老師：64 加 5，他是先做了這個，他是第一步驟是這個，可是這邊(涵文的紀錄)第一個步驟呢？

44. 學生：86 減 64！

45. 老師：86 減 64，有沒有發現他第一個步驟就不同了，就是記錄不同的事了。第二個步驟呢？

46. 學生：86 減 69！

47. 老師：86 減 69，他第二個步驟就是從用 86 去減掉這個，那涵文的呢？

48. 學生：22 加 5！

49. 老師：22 加 5，他是這時候才去加這個 5，再來呢？最後答案你可以看到他是先把這邊加起來再去減掉它，這是他的算法，對不對？可是這邊呢？他 (賈玲)是全部連 5 也一起減掉，對不對？全部去減掉這個部分，所以他除了減掉 64 之外，他還減了誰？也把 5 減掉了，可是這邊呢？他(涵文)減 64，5 有沒有減？他 5 不是用減的，他 5 是怎樣？加進去的，那你可以看到的，它們本身不是記錄著相同的算式，不是記錄相同的問題。但是兩個算式填充題，當它們數目字都相同，這邊有括號，那邊沒有括號，這個時候，你發現括號可不可以省略？有的好像不能省，對不對？因為它省了之後，全部都沒有括號，你從左至右算就會怎樣？就不對了！它就變成不一樣的事情了，對不對？好，所以是不是所有的加減都可以全部省略，而從左至右算呢？省略括號可以這樣嗎？

50. 學生：不是！

51. 老師：不是，好，現在我要同學來看一下這一個，有一個同學，他把相同的問題，記成這樣子的，那你覺得可不可以？

做法戊：
86-(64+5)-10=(　)
86-(64+5)-10
=86-69-10
=17-10
=7

52. 學生：可以。

53. 老師：可以的聲音沒有很大，是不是有人覺得不可以？

54. 學生：可以。

55. 老師：到底可不可以？我們要怎麼辦？我們一步一步來比較它們(賈玲的做法和做法戊)的步驟是不是相同的？我們來看一下，他的第一個步驟是什麼？

56. 學生：64 加 5！

57. 老師：他先把這兩個加起來，他的第一個步驟是不是？

58. 學生：是！

59. 老師：是啊，他也是算小括弧這裡，他把它完成，完成之後就會形成這樣子對不對？好，那這時候的我們的第二個步驟，這邊的是這個：(賈玲的做法[86-69]-10)，那這邊的是這個：(做法戊)，(86-69-10)，賈玲的第二個步驟，他在做什麼？他在做？

60. 學生：86 減 69！

61. 老師：那這邊(做法戊)，(86-69-10)都沒有括弧的時候呢？

62. 學生：86 減 69！

63. 老師：也是 86 減 69，是不是？好，你有沒有發現他雖然沒有中括弧，可是他採用了什麼樣的策略？

64. 學生：從左到右！

65. 老師：這時候中括弧就怎樣？可以省略了，在這邊的時候就可以省略了，好，那接下來後面都一樣嘛！對不對？你可不可以發現，都是加減的時候，我們可以省略括號，從左至右算，可是，要在一個什麼前提下？他必須要記錄的是相同問題，對不對？剛剛的這個(涵文的紀錄)有沒有記錄相同問題？

涵文的紀錄：
86-64+5-10
=22+5-10
=27-10
=17

66. 學生：沒有！

67. 老師：沒有，他不行，對不對！因為他做的第一個是把它加進去，可是他這個是整個要減掉的，所以你有沒有看到，當括弧在哪裡的時候，你是不可以省略的？中間？不一定？好，當你記錄相同問題的時候，他才可以省略，我們來試試看，我們實際用一個題目來試試看，先唸一遍，我們再來說明！

68. 學生：罐子裡原有 15 顆軟糖，小英吃了 6 顆，媽媽又放進去了 18 顆，小英又吃了 7 顆，請問現在罐子裡有多少顆軟糖？

69. 老師：好，這個題目我希望同學們試著想辦法省略一些可以省略的括號，但是不能省略的括號，你要不要省？想想看喔！試著用逐次減項把它算出最後的答案，儘量可以省略的括號你就省略，但是要清楚，不是每一個都可以省，怎樣的情況下可以省，你試著把可以省的省掉，只留下你覺得不能省的，然後把它寫成一個算式，再用逐次減項來完成這一題的解答。好，依據剛剛這一題我們來看看這兩個同學的(紀錄一與紀錄二)，你們看到就會笑了，看了之後給你一秒鐘想一下，看看這兩個是不是都是記錄這一題的？是不是？

紀錄一：	紀錄二：
{[(15-6)+18]-7}=(　)	15-6+18-7=(　)
{[(15-6)+18]-7}	15-6+18-7
=[9+18]-7	=9+18-7
=27-7	=27-7
=20	=20

70. 學生：是！

71. 老師：我們來檢視一下，這個(紀錄一)有好多的括號，這個(紀錄二)都沒有括號，我們來看一看，如果都是一樣的話，是不是代表有些括號是可以怎樣的？省略的。我們來看一下，他是不是一樣的步驟。首先他是先做小括號，對不對？好，小括號是做了什麼？

72. 學生：15 減 6！

73. 老師：15 減 6。然後他的第一個步驟是做什麼？對，他是從左至右算，對不對？所以他第一個步驟是做 15 減 6，他是從左邊這兩個來先做算式，先做處理，也是一樣。他的第二個步驟呢？看一下，他(紀錄一)的第一個步驟是先做這個嘛，然後他的第二個步驟呢？

74. 學生：9 加 18！

75. 老師：9 加 18 做的是中括弧裡的，對不對？那他(紀錄二)做的是什麼？

76. 學生：9 加 18！

77. 老師：他是做了接下來第 3 項這個地方，把它加起來，對不對？然後再下來呢，他做了什麼？

78. 學生：27 減 7！

79. 老師：最後，他把它這個做了，其實如果這樣的話，這邊還要加一個大括號，這樣他的括號一步一步嘛，那這邊呢？他是做最後一項，對不對？然後呢，

等於 20。你有沒有發現，都一樣，對不對？這一個大括弧可不可以省？

80. 學生：可以！

81. 老師：好，大括弧可以省，我把它畫掉，中括弧可不可以省？

82. 學生：可以！

83. 老師：也可以省略，因為它們做的是相同的事，中括弧可以省，小括弧呢？

84. 學生：可以！

85. 老師：也可以省，在這兩個的做法裡面，你可以發現它整個大括弧、中括弧、小括弧完全都可以省略，他可以直接從左至右算，就可以解這一題，對不對？好，但是我剛剛還有看到別的做法喲！我們請心儀說明一下她的做法，看看她是不是也是記錄這個題目，來！

心儀的紀錄：
15-(6+7)+18=(　)
15-(6+7)+18
=15-13+18
=2+18
=20

86. 學生：因為他說罐子裡有 15 顆糖，小英吃了 6 顆，可是他說媽媽又放進去 8 顆，最後小英又吃 7 顆，所以我先把 7 跟 6 加起來，這是小英總共吃掉的糖果！

87. 老師：他總共吃掉的，然後你用了括弧，這邊妳為什麼要用括弧？因為先算。好，接下來！

88. 學生：我再把 15 去減掉她總共吃的糖果！

89. 老師：妳這邊為什麼不再加一個括弧呢？

90. 學生：因為要省略。

91. 老師：要省略，什麼原則下它可以省略？

92. 學生：它還可以減！

93. 老師：它還是可以減，妳是用了什麼樣子的想法可以省？因為它是從哪邊做？這

一個為什麼可以不用中括弧？從左到右，因為接下來算它的時候，它是從左到右就可以做了，對不對，是不是？因為從左到右，我剛剛說有括號的話可以從左到右，如果是從左到右可以省略括號，那它是不是可以省掉？妳是不是因為這樣才把它省略掉的？好，接下來呢？

94. 學生：然後減掉之後再把它罐子裡面的糖果減掉小英吃的糖果，然後再加上媽媽放進去的糖果！

95. 老師：所以就可以算出答案來了。在這個算式裡面，他有沒有省略括號？有。她省略了一個什麼？中括號，她省略了一個中括號。她是採用了一個什麼樣的方式？從左至右，所以她省略了一個中括號，很好，請坐，接下來我們要來看下一個題目喔！題目唸一次！

96. 學生：12 枝鉛筆裝成 1 盒，6 盒裝成 1 箱，老師買了 5 箱鉛筆平分給 30 位同學，請問每位可以得多少枝？

97. 老師：看的清楚嗎？題目看的懂，對不對？一樣喔！我要請你們做兩件事，第一件事情，請你把它記錄成算式填充題，第二件事情，請用逐次減項把它的做法寫下來。請做！

好，我們接下來看，這是剛剛同學們擺上來的，我們來看他們的做法，首先我們先看這一個，這一個是瑋康的做法嗎？來，瑋康說明一下你的做法？：

瑋康的做法：
[(12×6)×5]÷30=(　)
[(12×6)×5]÷30
=[72×5]÷30
=360÷30
=12
A：12 枝

98. 學生：因為 12 枝鉛筆裝成 1 盒，因為要 6 盒，所以先把 12 乘以 6。

99. 老師：然後呢？所以 12 乘以 6 先算出 1 箱的，先算出 1 箱的，對！然後呢？

100. 學生：因為 6 盒是裝成 1 箱，所以再把 6 乘以 5…。

101. 老師：大聲一點喔！

102. 學生：再把那個 12 乘以 5…。

103. 老師：12 再乘以 5 就是第二個步驟，這個是做什麼的？

104. 學生：就是 5 箱的！

105. 老師：5 箱總共有多少枝，是不是？然後呢？然後你再平分給 30 個同學，所以這樣做了，所以你的做法是按照你的小括弧、中括弧才做最後面的，是不是？好，請坐！然後我們來看一下這一個，這個是佳慧的，來說明一下！

佳慧的做法：
12×(6×5)÷30=(　)
12×(6×5)÷30
=12×30÷30
=360÷30
=12

106. 學生：12 枝鉛筆裝 1 盒，我是先 6 盒乘以 5，因為 6 盒裝成 1 箱！

107. 老師：所以妳先做了它，是不是？

108. 學生：6 盒乘以 5，然後等於 30。

109. 老師：30，那妳這邊有沒有寫下來啊？這邊要不要寫？要？寫什麼？忘記寫了，我幫妳補上去！

110. 學生：然後 12 乘以 30。

111. 老師：12 乘以 30。

112. 學生：等於 360。

113. 老師：360，對不對，然後呢？這個是妳做這個部分的，然後再去做平分的，所以妳的做法一樣，妳這邊是先做小括弧的，做完之後，妳怎麼知道要先做前面的？妳為什麼會先做前面的？

114. 學生：從左到右！

俊伯的做法：
12×6×5÷30=(　)
12×6×5÷30
=72×5÷30
=360÷30
=12

115. 老師：因為妳是用從左到右的，妳用剛剛說的加、減的方式，從左到右做，是不是？然後呢妳才寫這樣子的題目，好，請坐。這一位，來，俊伯。

116. 學生：1 盒裡面有 12 枝鉛筆，然後 6 盒裝 1 箱。

117. 老師：嗯！

118. 學生：然後老師買了 5 箱。

119. 老師：嗯！

120. 學生：所以 12 乘以 6。

121. 老師：就有這麼多枝，這麼多枝是什麼的，全部…？6 盒有這麼多枝，然後呢？

122. 學生：再用 6 盒算出來的去乘以 5 箱。

123. 老師：去乘以 5 箱，然後呢？

124. 學生：然後再平分給 30 位同學。

125. 老師：再平分給 30 人，所以除以 30，然後，就得出答案來了。好，在他的算式裡面完全沒有括號，先把它(佳慧的做法)拿下來，我們先比較這兩個(瑋康的做法和俊伯的做法)，他們的第一個步驟一不一樣？

126. 學生：一樣。

127. 老師：一樣，瑋康是做 12 乘以 6，他是做小括弧的，俊伯也是做 12 乘以 6 會等於 72。第二個步驟呢？瑋康做 72 乘以 5，是做中括弧的，俊伯呢？也乘以第 3 項對不對，也是這樣做，然後呢？瑋康除以 30，俊伯呢？有沒有發現瑋康有小括弧、中括弧，他有用括弧來做，而俊伯是用從左至右做，你有沒有發現他們的結果怎樣？

128. 學生：一樣！

129. 老師：一樣，好。所以，當我這邊跟剛剛加、減一樣，這邊全部都是什麼？全部

的運算符號是什麼？

130. 學生：乘跟除！

131. 老師：都只有乘除，沒有別的，對不對？當全部都是乘除的時候，由左至右算，可以省略一些括號，對不對？所以，全部是乘除的時候，我們一樣可以由最左往右算。到底是不是都這樣呢？我們來看下一題，這邊有一個中括號喔！來，請你到黑板上把你的做法寫在上面，現在去寫，對，把你的做法寫在黑板上，不要張貼，因為妳的白板還要用。來，其它同學還在算當中，妳趕快寫！好了，同學們等一下，可以看一下她的跟你的有沒有一樣，還是你們有什麼不同的地方？好，謝謝。等一下妳就在前面說明妳的做法，好，現在都做完了嘛！筆放下，妳要面向同學喔，聲音要大一點，好，請說！

題目：
[96÷(12×2)]×7=(　)

做法：
[96÷(12×2)]×7
=[96÷24]×7
=4×7
=28

132. 學生：我先把…。

133. 老師：大聲一點！

134. 學生：先把 12 乘以 2 算出來。

135. 老師：你把 12 乘以 2，小括弧的做出來。

136. 學生：然後再做中括弧，就是 96 除以 24。

137. 老師：所以再做中括弧的！

138. 學生：就等於 4 乘以後面的 7。

139. 老師：把最後的 7 乘起來，然後等於 28，你的做法都跟他一樣的請舉手。好，大半都一樣，請放下。謝謝你，請回。但是呢，我們看一下下面一個：96÷12×2×7=(　)，如果他把所有的括弧都省略掉了，你做做看，用逐次減項的方式，你來把它完成，用逐次減項的方式，不一樣囉！現在這樣是完全都沒有括

號了，你用逐次減項的方式的話，你要用什麼樣的策略？想想看要用什麼樣的策略做？我看到人都完成了，筆放下，我們來看一下這一個，請賈玲說一下妳的步驟！

140. 學生：我先把 96 除以 12！

賈玲的做法：
96÷12×2×7
= 8×2×7
= 16×7
= 112

141. 老師：96 除以 12，請問一下妳使用的策略是什麼？

142. 學生：從左到右！

143. 老師：從左到右來算，所以先做左邊這兩項，好，繼續！

144. 學生：然後算出來是 8，然後 8 乘以 2。

145. 老師：算出來是 8，然後 8 再去乘以 2。

146. 學生：算出來是 16，然後再去乘以 7。

147. 老師：所以是一項一項往右邊做，對不對？好，請坐，這是我們剛剛的，就是有小括弧、中括弧，用括弧來做紀錄的，這是完全沒有括弧。我們來看看，這樣子可不可以把所有的括號省略掉？我們來看看是不是記錄相同的問題？我們來看它第一個步驟，這邊的第一個步驟，甲，這邊是乙，甲的第一個步驟是做什麼？

做法甲：
[96÷(12×2)]×7
=[96÷24]×7
=4×7
=28

做法乙：
96÷12×2×7
=8×2×7
=16×7
=112

148. 學生：12 乘以 2！

149. 老師：12 去乘以 2，對不對？先去做 12 乘以 2，那乙這邊呢？

150. 學生：96 除以 12！

151. 老師：他一開始是做 96 去除以 12，第一個步驟就不一樣了，96 去除以 12 就不一樣了。接下來第二個步驟呢？

152. 學生：96 除以 24！

153. 老師：甲用 96 去除以剛剛乘出來的 24，對不對？可是他呢？乙是用剛剛去除完之後的 8，再去乘以它變成 16。好，最後甲把這邊中括弧做完的、除出來的，再去乘以 7，得出來是 28，然後乙是前面 2 項做出來之後去乘以 7，乙得出來的是 112，答案就不一樣。你有沒有發現他們記錄的是不是相同的問題？不是！它們不是相同問題，它們的答案也不一樣！所以你有沒有發現，是不是都可以省略呢？好像又不行了！跟剛剛的加、減一樣，不是所有的都可以省略，只要從左至右算就好了。我們來看一下這一個，假設甲這一個紀錄是一樣有中括號的，同時有另一個同學乙把它記錄成這樣子的形式，請問這樣子可不可以？

做法甲：	做法乙：
[96÷(12×2)]×7	96÷(12×2)×7
=[96÷24]×7	=96÷24×7
=4×7	=4×7
=28	=28

154. 學生：可以。

155. 老師：可是它(做法乙)比它(做法甲)少了一個什麼？

156. 學生：中括弧。

157. 老師：很聰明！利用我們剛剛加、減的方式，他有省略了一個，對不對？他省略了一個中括弧。他省略了中括弧，影不影響他的結果？

158. 學生：不影響！

159. 老師：因為甲做的是中括弧的策略，乙這邊呢，採用什麼策略？這邊，他為什麼也可以去做這一個，甲這邊是用中括弧嘛，那乙這邊沒有中括弧，他是用了什麼樣的策略？

160. 學生：從左到右！

161. 老師：乙是從左到右來算，所以他先算前面這兩項，對不對？所以發現當他可以從左至右算跟有中括弧是一樣的時候，這一個括弧就可以怎麼辦？

162. 學生：省略！

163. 老師：就可以省略，對不對？好，下一題，這一題：48÷2×3= (　)，你怎麼做？

164. 學生：從左到右！

165. 老師：這題沒有括弧啊！所以只能怎麼辦？

166. 學生：從左到右！

167. 老師：我不知道，請你做這一題，然後做逐次減項，我來看一下，我不知道是不是從左至右，你自己做做看，因為這個很簡單，所以很快。我們來看一下這一個，好！我發現所有的同學都會使用從左至右先做它，然後第二步才做這個，對不對？就是把乘以 3 放進來。

圖示：
48÷2×3=(　)
<u>48÷2</u>×3
=<u>24×3</u>
=72

老師為什麼會出這一題，因為我在做類似這一題的時候，常常同學會出現怎樣的做法，你們猜猜看會怎樣？先算後面的，對不對？會先把這個怎樣？

168. 學生：算好！

169. 老師：怎麼樣，你覺得一不一樣？先乘起來，然後呢？8，你們看看差好多。

170. 學生：不一樣。

圖示：
48÷2×3
=48÷6
=8

171. 老師：不一樣，這樣子可不可以？我來請同學們布一個題目看看，怎麼樣的一個題目，它會是列這個樣子？你出一個題目，讓它列式會是列成這樣，對！出一個應用題，它會是列式成這樣！好，來，心儀，站起來說！

172. 學生：小明有 48 顆糖果。

173. 老師：48 顆糖！

174. 學生：然後他把它分成 2 堆。

175. 老師：他把它分成 2 堆。

176. 學生：然後 1 堆有 24 顆。

177. 老師：1 堆有幾顆，等一下再算嘛！然後呢？

178. 學生：其中 1 堆有 24 糖，然後他爸爸又給他那一堆糖果的 3 倍！

179. 老師：再給他那堆糖果的 3 倍，是不是？所以是不是這樣？這樣子的題目好像有點轉不過來喔！我來布一題好了：一個班級有 48 個人，我們要分成 2 隊，平均分成兩隊，然後，現在總共有三個班，請問有幾隊？是不是這樣？我再說一次，一班有 48 個人，每個班都有 48 個人，現在我平分成兩隊，那請問三個班有幾隊？是不是這樣的題目？好，如果是這樣子的題目，可以列這樣子的式子，對不對？這樣子的話，這邊的第一個步驟做出來的是 48 除以 2，除出來的是代表什麼意思？

180. 學生：一班分兩隊！

181. 老師：一班分兩隊，我剛剛說三隊…。

182. 學生：三班！

183. 老師：這樣子也不對呀！分成兩隊，一隊有多少人，對不對？分成兩隊，然後三隊的話幾人，應該這樣說。我再說一次：1 個班有 48 人，然後把它分成兩隊，如果我現在有三隊，我可能湊了別班的，三隊的話，有幾個人，是不

是？好，我們來看一下喔！這樣子的話，你第一個做出來的是什麼？

184. 學生：一隊有幾個人！

185. 老師：一隊有幾個人？

186. 學生：24。

187. 老師：然後呢？乘以 3？3 隊有多少人？這樣合不合理？他先去 2 乘以 3，又有什麼意思？他這一變會變成什麼？6 隊了！1 個班變成去分幾隊？

188. 學生：6 隊。

189. 老師：分 6 隊了，這樣子變成 1 隊有幾個人了？

190. 學生：8 個。

191. 老師：跟我們原來題目一不一樣？

192. 學生：不一樣！

193. 老師：不一樣，可不可以做這樣子的？

194. 學生：不可以！

195. 老師：是啊！可不可以後面這兩個先乘起來？

196. 學生：不可以！

197. 老師：不行，所以才要從左至右算。好，下一題。下面這一題，我們就是要讓同學們試試看，我先講喔！第一，你一定要列算式填充題，第二，你要逐次減項而且儘量省略括號！我們沒有再唸一次題目，所以你自己看喔！這個是冠霖的，請你說一下！

題目：
王先生一天工作五個小時，工資 385 元，如果一天工作 8 小時，一星期應得工資多少元？

198. 學生：總共 385，我先把 385 除以 5 等於一小時…

199. 老師：一小時有這麼多的工資！

200. 學生：現在他是工作這麼多小時，然後 385 除以 5 是一小時有多少，現在有 8 小時，然後乘以 8！

冠霖的作法：
385÷5×8×7
=77×8×7
=616×7
=4312

201. 老師：所以乘以 8 等於這個是一天的工資，一天 8 小時的工資，然後呢？一星期他的工資是 4312 元，他完全沒有用括號，他全部都用什麼樣的策略？

202. 學生：由左到右！

203. 老師：因為如果加括號的話，會變怎麼樣？請問他第一個步驟在哪？第一個步驟是不是先做它，然後呢？再做它，是不是？中括弧，然後最後呢？再乘以 7，所以他發現這些括號都是可以省略，這括號他剛好就是從最前面、再第二個、再第三個，你有沒有發現，只要是這樣子的形式的括號都可以省略？他的括號是從頭開始的時候，他是不是可以省略掉了？好，當這都是乘除的時候，很好，接下來呢，我們來看一下，所以我們剛剛已經說了，全部都是加減或全部都是乘除的時候，有時候我們可以把括號省略，省略掉之後就是採用從左至右算，對不對？不是所有的時候都可以省略，當括弧是從頭開始的時候，它可以省略。

好，接下來我們來看下一題！

圖示：
{[(385÷5)×8]×7}
={[77×8]×7}
={616×7}
=4312

204. 學生：亞函原本有一個 50 元和 6 個五元的硬幣，買一瓶 18 元的汽水後，亞函還剩多少元？

205. 老師：好，請列算式填充題跟逐次減項的記法，然後解這一個題目喔！我發現已經有人開始想著怎麼去省略，你覺得不好寫，你可以用你自己覺得比較沒有問題的方式來做這個題目！你字寫得很大，都完成了，好，筆放下。我們來看這兩張，這一個是郁文的，來，郁文說一下你的做法，來先說明一下你是怎麼做的？大聲一點！

郁文的做法：
50+(6×5)-18=(　)
50+(6×5)-18
=50+30-18
=80-18
=62
A：62 元

206. 學生：我先把 6 個 5 元和 1 個 50 元加起來！

207. 老師：你第一個步驟做的是什麼？

208. 學生：6 個 5 元！

209. 老師：6 個 5 元到底多少元，對不對？然後呢？

210. 學生：然後把 1 個 50 跟 6 個 5 元就是 30 元加起來！

211. 老師：把他所有的錢加起來，然後呢？

212. 學生：然後再減掉 18 元！

213. 老師：再去減掉 18 元，好，所以妳的做法是這樣做的。我們來看俊伯的，俊伯，請你說明，我們沒有看到你的括弧，你到底是怎麼做的呢？你說要先乘除，先把乘除部分這個 6 乘以 5 的部分先做，是不是？把乘的東西先做下來了，好，再來？

俊伯的做法：
50+6×5-18
=50+30-18
=80-18
=62
A：62 元

214. 學生：加原本有的 50！

215. 老師：再加原本有的 50 塊。

216. 學生：然後再減掉買汽水的。

217. 老師：再減掉買汽水的，然後就是他的…答案都一樣，我們來看一下他們兩個的差異，他們的差異在這邊，他的 6 乘以 5 說要先做，他也說要先做，可是他(郁文)這邊的 6 乘以 5 用括弧括起來了，而他(俊伯)沒有括弧，他也清楚要先做，你們看得懂他這樣做，對不對？因為他把

乘的先算，乘的算了之後，你看他們兩個乘的算了之後，他們都沒有括弧了，採用了什麼策略？從左到右，因為剩下的是什麼？都是加減，沒有其它的了，純粹加減所以從左至右來算，好，我們現在來看，到底乘的，括弧可不可以省掉？

218. 學生：可以！

219. 老師：當它是乘的時候，沒有錯，當它是乘的時候，它就可以省略括弧，因為我們有一個共識，就是乘的、除的在一個式子當中我們要先做，乘除都做完了，當然只剩下什麼？

220. 學生：加減！

221. 老師：只剩下加減，加減就可以用加減的方式來做，好，我們現在看下一個題目。題目唸一遍！

222. 學生：11 顆彈珠裝 1 包，小慧原有 3 包彈珠，後來媽媽又買了一些，媽媽把 50 顆彈珠平分給小慧等 5 人，小慧有多少顆彈珠？

223. 老師：看清楚喔！小慧原來就有 3 包彈珠了，然後是媽媽又去買了一些，最後把這些平分給 5 個人，小慧等人就是不是只有小慧，除了小慧還有別的人，例如，小雯啊！平分給 5 個人，然後問你，小慧最後有多少顆彈珠？一樣算式填充題跟逐次減項。

224. 學生：5 個人包括小慧嗎？

225. 老師：是啊！我們來看他們兩個的，其它同學把筆放下，首先，我們先看這一個有括號的！請函文說明一下你的做法。

226. 學生：11 顆彈珠裝一包，小慧有 3 包彈珠，所以11×3。

227. 老師：就是小慧原來就有這麼多的！

函文的做法：
(11×3)+[50÷5]=(　)
(11×3)+[50÷5]
=33+[50÷5]
=33+10
=43

228. 學生：對，後來媽媽又買了一些，媽媽把 50 顆彈珠平分給小慧等 5 個人，所以 50 除以 5！

229. 老師：50 除以 5。

230. 學生：然後我再用小慧原本的彈珠加媽媽平分給小慧，平分給 5 個人…。

231. 老師：所以再把這兩個加起來的算出來，所以妳有這些的括弧，是不是？好，請坐，妳用妳的括弧，小括弧做完，做中括弧，最後才把它加起來。我們來看修偉的，修偉，你說明一下。

232. 學生：11 顆去乘以 3 包…。

233. 老師：大聲一點，這樣後面聽不清楚喔！

234. 學生：加上媽媽有 50 顆平分給小慧等 5 人，所以除以 5，然後，除以 5 的答案是 10，再用 33 顆加 10！

修偉的做法：
11×3+50÷5=(　)
11×3+50÷5
=33+50÷5
=30+10
=43

235. 老師：請坐，他都沒有括弧，你知道他是怎麼做的？他用的是什麼策略？

236. 學生：先乘除、後加減。

237. 老師：先乘除、後加減，所謂的後加減是什麼，本來就只有加，也只能加起來，如果它還有好幾項呢？像剛剛那個呢？從左到右來算，好，所以這邊他雖然沒有括弧，你也知道他用的策略就是先乘除，做完之後才從左至右算，對不對？然後就可以把我們的括號，這邊括乘的、括除的，就可以省略掉了。好，接下來下一個題目，我們來看一下這一個題目：80-[4×(5+6)]=(　)我們讓同學們來做做看，你用逐次減項把它完成，我們來看看是不是都可以省略！當他加減乘除混合的時候，可不可以把括號都省掉，我們來看這個完全都有括號的！

應該差不多了吧！我們來看，這是信偉的，好，信偉說明一下你怎麼做的，我邊把你的寫下來，你邊說，你先做什麼？

信偉的做法：
80-[4×(5+6)]
=80-[4×11]
=80-44
=36

238. 學生：他第一步是要 5 加 6…。

239. 老師：第一步驟是 5 加 6，先做小括弧的，然後呢？

240. 學生：乘以 4。

241. 老師：然後你做乘以 4 是什麼的？中括弧的？

242. 學生：然後再相減！

243. 老師：再相減，最後才做最後面的，好，請坐。我們剛剛前一題把括弧通通去掉，它也可以，對不對？那我看看這題把括弧都去掉的時候，行不行？80-4×5+6=(　)，請坐，趕快喔！我們要把它算完，快完了，加油！好，我們來請思妤說一下你是怎麼做的？你的策略，你第一步驟是做什麼？你為什麼這麼做？

思妤的做法：
80-4×5+6
=80-20+6
=60+6
=66

244. 學生：第一步驟是 4 乘以 5！

245. 老師：4 乘以 5，為什麼你會 4 乘以 5？我們剛剛說了什麼？哪一個策略，所以先 4 乘以 5？

246. 學生：先乘除後加減。

247. 老師：為什麼你不去用 80 減 4，要 4 乘以 5！

248. 學生：因為先乘除後加減。

249. 老師：因為你用了乘除的策略，對不對？乘除要先做，在式子當中乘除一定要先做，你要把乘除的先做完，所以你去做了 4 乘以 5 的，然後 4 乘以 5 算出來的是 20，接下來呢？

250. 學生：然後 80 去減 20！

251. 老師：你用 80 去減 20，80 減 20？等於 60，你用什麼樣的策略？為什麼？你是用從左到右去做的，然後呢？

252. 學生：然後 60 再加 6！

253. 老師：60 再加 6，就把它完成，你們可以看到這信偉的和思妤的做法一不一樣？哪裡不一樣？在這個題目：80-[4×(5+6)]=(　)當中，希望的是誰先做？

254. 學生：5 加 6！

255. 老師：加的這個地方先做，可是你把括弧省略的時候，他會變成什麼先做？乘的，因為我們彼此的共識是誰要先做？都沒有括弧的時候乘除先做，所以這個時候你可不可以任意的把它省略掉？不行，這就會變了，如果它是這樣子的一個題目，我把它寫在這邊，如果我把這個題目寫成這樣！這樣子的話我們來告訴我接下來應該是什麼先做？

題目：
80-4×(5+6)
=80-4×11
=80-44
=36

256. 學生：5 加 6。

257. 老師：好，其它的我把它照抄，這邊是多少？11，然後呢，我該什麼先做？

258. 學生：4 乘以 11。

259. 老師：乘除的要先做，他要先做 80 的，我就先把它照抄，這多少？44，然後呢？

260. 學生：36。

261. 老師：我們一起來比較黑板上這兩個做法，它們差了一個中括號，但是結果好像一樣，這個中括號可不可以省？它省，是用什麼樣的依據省略掉的？

80-[4×(5+6)]
=80-[4×11]
=80-44
=36

80-4×(5+6)
=80-4×11
=80-44
=36

262. 學生：先乘除後加減！

263. 老師：這時你發現它是乘的時候，當這邊是乘的時候需不需要括號？不需要，因

為你一定會先去做什麼？

264. 學生：乘的！

265. 老師：所以當這個式子裡面有什麼？有加、減、乘、除四個混合在一起，加、減、乘、除一起做的時候，什麼要先做？

266. 學生：括號。

267. 老師：括弧，都沒有括弧之後呢？

268. 學生：乘除。

269. 老師：就像剛剛這樣子，接著做乘除，接下來最後呢？

270. 學生：由左到右！

271. 老師：所以就要由左至右算。這個就是當我們在做加、減、乘、除四則混合的時候，我們如何去省略括號，這樣子今天的這個課有沒有問題？

272. 學生：沒有。

273. 老師：好，上到這邊，下課。

參、教學說明

這一次要做的是省略括號的教學，一開始要設計這個部分的教案時，想到我的學生可能之前都沒有併式記錄跟逐次減項的一個學習歷程，(因為用的版本不同，也就沒有這個部分)，所以在設計的時候，我有想過先設計前面這個部分，因此在錄影之前先做這部分的教學，然後才接下來後面省略括號的教學。在省略括號的教學部分，我設計了三個重點，第一個重點就是全部單純的加減部分，第二個重點是乘除的部分，然後第三個就是四則混合的時候，省略括號的情形。針對這三個部分尤其是加減，我的策略是：第一個就是先布了一個題目，這個題目是讓學生，當他有用括號去呈現他的每一個步驟時，跟當他全部都沒有括號的時候，他的解題的情形會是一樣的，結果也

會一樣。讓學生去感受到不一定要括號，他可以利用由左至右來算，解決這樣子的問題，如此就可以省略掉括號，這是第一個部分。第二個部分，當然不是所有的括號都可以省略，要給學生一個這樣子的情境，所以布了一個算式填充題，然後讓同學們解有括號的算式填充題，之後，如果我們把括號全部省略之後會是怎麼樣的一個情形，學生可能就會察覺到其實他們是不一樣的，結果就已經不同了，再一步一步的討論，就是比較他們第一步驟、第二步驟、第三步驟的情形，發現根本不是記錄相同的問題，這樣子去澄清不是所有的括號都可以省略。最後再重新布一個題目，讓同學們學習什麼時候他的括號可以省略，什麼時候括號不能省略。所以在加減的部分跟乘除的部分都採用這樣的方式，到了加、減、乘、除四則混合時，也是這樣的一個策略，讓同學們去感受，什麼時候可以省略、什麼時候不能省略，這是第一個在設計的時候做這個部分。

在課程的進行裡我就根據這部分來做，根據剛剛所說的這三個部分之外，我這次有加布了一個題目：就是這個題目：48÷2×3，我是放在乘除的部分，當談論省略了所有括號之後，它會變成不一樣的題目，也就是不是所有省略括號都可以的這個部分之後，我就布了這個題目：48÷2×3，布這個題目，當初是因為學生在他們平常的數學課上常常會犯這樣的錯誤，他們會把後面的 3 跟 2，2 跟 3 先乘在一塊，然後再用 48 去除以它，布了這個題目之後，我發現學生的整個思慮都轉移到這個部分，而忘記了剛剛我們談到了不是所有的括號都可以省略的這個部分，因此我想在下一次教學的時候，我應該要將最後面的一個情境題先布了之後，再來轉移到這樣子的題目上面，然後讓學生們再做一個思考練習，我想這樣子是會比較好的。

接下來上課進行的部分，學生表現的樣式，可以發現不是很多，我想前面我有談

到，我們班的小朋友因為版本的問題，他們之前沒有學過併式記錄跟逐次減項的部分，所以我在上個禮拜才剛考完月考，接著這個禮拜便開始補這個部分，因為才剛上過，學生對於併式記錄跟逐次減項的情形還記得很清楚每一步驟，所以他們的解題狀況就會比較單純化，他們以前可能的各式各樣的解題情形就比較沒有呈現出來了，所以就比較單一。另外，可能因為我今天有時間的壓力，所以我選擇了一些我上課想要的，雖然他們可能有很多不同的樣式，可是它並不是在這節課我想給他們看到的比較部分，所以那些部分學生的表現，他們的解題的情形我就忽略，我也不再去挑那些部分出來談，因為這樣談的範圍會變成太大，時間會不夠，所以就忽略這些解題的情形，讓解題的呈現變成比較單純，比較好進行討論，這是為什麼感覺解題的樣式並不多的原因。另外有學生做錯了，我們一開始就應該是讓他們練習從左至右算的題目的時候，他會把後面的先做再做前面，可能前面再去跟它減或前面去跟它加這樣的情形，我雖然看到他錯了，但是我沒有再去把他的提出來講，原因是時間會來不及，這部分我也沒有處理，或許可以看到孩子有這樣的情形，可是我沒有處理這樣子的部分。另外有些題目我把它省略了，在後面的四則解題的部分，可以看到四則解題的部分我布的題目並不多，原因是本來還有 3 題左右，因為時間的關係，那我就把它減少了，如此減少讓學生再次、多次經驗不同的題型，雖然可以瞭解要先做括弧的部分，再做乘除的部分，最後才從左至右算，但因為他接觸的題目太少了，學生這個部分的概念就不會非常的穩固，因此我會在課後再布一些這樣的題目讓他們多次經驗，讓他們對於這樣的概念再更清楚，這個單元才算是完成，我整個教學流程大致如此，謝謝！

肆、教學後的省思

六下的學生大都具有先乘除後加減的概念，不過本班沒有併式記錄、逐次減項、

以及省略括號的學習歷程，因此在平常記錄問題時，常有些錯誤的計算。在這一次的省略括號教學之前三天，先進行併式記錄及逐次減項的概念教學與說明，以補其不足，不過也因為如此，所以在進行省略括號的教學時，學生的解題樣式就顯得比較單純化，再加上所布題目對學生而言並不困難，所以整個教學重點在省略括號的規則共識而已；不過若加深布題的難度，可能無法在兩節課之內讓這些規則達成一個共識，而且可能在學習上會無法聚焦在這個部分。因此這次的教學就顯得比較沉悶些。

在進行多步驟乘除問題教學時，提出學生平常常犯的錯誤，在 48÷2×3=(　)問題中，學生易有先做 2×3 再做 48÷6 這樣的錯誤處理，不過這道題目出現的時間打斷了教學的結構流程，一度讓教學的焦點有些模糊，因此這樣的問題應放在整個乘除問題教完之後，再提出讓學生討論其合理性，成為一個口頭評量比較適當。

在最複雜的四則運算當中，因時間的不足無法多討論一些不同型態的問題，因此學生在這部分的概念上可能會比較不穩固，所以在下一次上課時應再多布幾題不同型態的問題讓學生進行討論，以加強這概念的形成。

經過這次的教學之後，學生平常的解題紀錄及計算就較少有無厘頭的情形出現，然而並非所有版本都有這部分明確的課程，因此身為一位老師應多參考幾家不同的版本，融入教學當中，讓學生的數學概念更穩固。

等量公理

壹、教學活動設計

一、教學年級：七年級上學期

二、教 學 者：台北縣立錦和高中 陳萩紋 老師

三、教學目標：

1. 透過實際的情境及解題的步驟中理解等量公理。
2. 認識「等量公理」、「一元一次方程式」及「移項法則」的名詞。
3. 能記錄解題的步驟並利用等量公理求出情境問題中的未知數。
4. 熟練以等量公理解題的運算過程。

四、活動目標：

【第一節】

活動一：複習以符號代表數，能將情境問題列為式子並化簡。

活動二：能透過實際情境的模擬了解等量公理。

活動三：認識「一元一次方程式」一詞，並能以等量公理解決等號兩邊皆出現未知數的題目。

【第二節】

活動四：能依給定的方程式設計符合式子的相關情境問題。

活動五：能以等量公理解決未知數係數不為 1 及等號兩邊皆出現未知數的題目。

活動六：能了解等量公理與移項法則的關係並求出式子的解。

五、教學概要說明：

學生於國小時曾學過以□代表未知數及簡單的天平操作，並於前次上課學會以 x 代表未知數量。

活動一先複習前一節課所教導的以符號代表數及式子的化簡，在解決問題方面，讓學生先以國小的舊經驗算出，再輔以等量公理的引進，但不在一開始即介紹等量公理的名詞，而是在活動二讓學生在活動的過程中能直觀的感受等量公理的存在，最後再引入等量公理的名詞。第三個活動是進一步讓學生了解到某些複雜的題目無法以國小的算式填充題來算出答案，所以就有使用文字符號來代表未知數的必要性，另外，要培養學生閱讀題目的能力並列出一元一次方程式，然後讓學生再一次的熟悉和練習利用等量公理來解題的過程。第四個活動是讓學生能透過式子來設計情境的問題藉以激發學生創造思考的能力，而在進行完第五個活動後，教師將移項法則的名詞引入，並讓學生理解等量公理與移項法則之間的關係，藉此讓學生更能熟練計算的能力。

六、教學活動設計：

【第一節】

活動一：複習以符號代表數，能將情境問題列為式子並化簡。

教學內容摘要	主要問題與活動	說明	評量重點
・了解學生的解題策略	1.佳琪為了要做教室布置，所以到書局買材料，出門時他帶了 300 元，買了 5 張海報紙、70 元的麥克筆和 80 元的保利龍後，錢剛好用完，海報紙一張多少錢？	・由於只介紹過以符號代表數及式子的化簡，還未學過一元一次方程式的解法，所以學生可能會依國小的經驗做出以下的回答： (1)(300-80-70)÷5=30 (2)□×5-(70+80) =300	・學生能了解題意。

・複習以符號代表數	2.如果我們用 x 來代表一張海報的價錢，5 張海報要如何表示呢?	・對於學生提出的解題方法可以給予肯定並提醒同學某數可以用 x 來代表，依題意列出式子。	・學生能以 $5x$ 表示所有海報的價錢。
・學生解題並記錄解題過程。	3.買了五張海報、麥克筆和保利龍所花的錢總共花 300 元，如何用式子表示?	・複習式子的化簡。 $5x+70+80=300$	・能列出 $5x+70+80=300$ ・學生能解出答案。
・學生發表解題過程	4.學生上台發表		

活動二：能透過實際情境的模擬了解等量公理。

教學內容摘要	主要問題與活動	說明	評量重點
・觀察等量減法、除法公理	1.根據剛剛列出的算式，我們要如何算出一張海報的價錢呢?	・教師在黑板上呈現解題過程： $5x+70+80=300$	
	2.如果不買保利龍的話，花了多少錢?	・左右兩邊同減去 80： $5x+70+80-80$ $=300-80$ $5x+70=220$	・能發現等號兩邊同時減去 80，兩邊的量是相等的。
	3.如果只買 5 張海報紙，花了多少錢？	・左右兩邊同減去 70： $5x+70-70$ $=220-70$ $5x=150$	
	4. 5 張海報紙是150元，那一張是多少錢?	・左右兩邊同除以 5 $5x\div5=150\div5$ $x=30$	・能發現等號兩邊同時除以 5，兩邊的量是相等的。

・觀察等量加法、乘法公理 ・學生說明解題過程	5.用相同的方法來解出下題 x 的值。 $\frac{1}{2}x-3=5$	・教師可提醒同學，等號兩邊同加和同乘一個數之後，兩邊的量還是相等，並指導學生將解題步驟寫下。 $\frac{1}{2}x-3=5$ $\frac{1}{2}x-3+3=5+3$ $\frac{1}{2}x=8$ $\frac{1}{2}x\times2=8\times2$ $x=16$	・能解出 x 並說明解題的步驟。
・等量公理的命名	・由以上兩個例子教師說明在等號的兩邊同加、減、乘、除一個數（其中同除的數不能為 0）後，等號兩邊的量還是保持相等的關係稱為等量公理。		・能了解等量公理。

活動三：認識「一元一次方程式」一詞，並能以等量公理解決等號兩邊皆出現未知數的題目。

教學內容摘要	主要問題與活動	說明	評量重點
・解決等號兩邊皆有未知數的問題	1.老師買飲料請同學喝，買 5 杯奶茶加 3 杯紅茶的錢和買 3 杯奶茶加 6 杯紅茶的錢一樣，只知道紅茶一杯是 10 元，請問奶茶一杯是多少錢？ 找出未知數並照題意列出式子。	・用此題說明以代數方式解題的適用時機。	・能了解題意。 ・能找出未知數爲奶茶並列出 $5x+30=3x+60$。

・一元一次方程式的命名		・教師以前例及此例說明， $5x+30=3x+60$ 為一元（未知數的個數）一次（未知數的最高次方）方程式（等式）。	・能利用等量公理解題並記錄解題步驟。
・學生利用等量公理解題	2.怎麼算出一杯奶茶的價錢？ ・兩邊都少買 3 杯紅茶會如何?	・$5x+30=3x+60$	・能回答 $5x+30-30$ $=3x+60-30$ $5x=3x+30$
	・兩邊都少買 3 杯奶茶會如何?		・ 能回答 $5x-3x$ $=3x+30-3x$
・學生說明解題過程	3.教師請學生發表答案。	・學生可能會說：兩邊減去相同的未知數，兩邊的量還是會相等。 $2x=30$ $2x\div2=30\div2$ $x=15$	・能說明解題過程。

【第二節】

活動四：能依給定的方程式設計符合式子的相關情境問題。

教學內容摘要	主要問題與活動	說明	評量重點
・由式子說明情境問題	1.前一節課大家都能將老師給的題目列出一個方程式，現在老師寫出一個方程式$4x+50=130$，你能設計一個符合這個式子的題目嗎？	・由於這題是由方程式來設計情境題目，有些難度，所以一組設計出一個題目即可。 ・老師可將日常生活中會碰到的買賣問	・能設計出相關的題目。

・學生討論	2.學生分組討論答案。	題或相關情境提供給學生做腦力激盪；學生也可以用其他的方程式爲例，設計出相關的問題。	
・學生說明解題過程	3.請學生發表答案並說明解題過程。	・教師可引導學生將算出的答案帶回原情境，檢驗是否計算正確。	・能說明解題過程。

活動五：能以等量公理解決未知數係數不為 1 及等號兩邊皆出現未知數的題目。

教學內容摘要	主要問題與活動	說明	評量重點
・未知數的係數爲分數且等號兩邊有未知數的解題	1.老師要選一位同學幫忙作教室布置的工作，被提名的只有小宇和美美兩個人，每個人只能投一票。投給小宇的人數是全班人數的三分之一，投給美美的是 20 人，而當天還有 2 人因為生病缺席。 你可以算出全班有多少人嗎?	・因爲本題題目較長，教師需先帶領學生閱讀並了解題意。	・能了解題意。
	・你覺得本題的未知數是指什麼? ・你能列出方程式嗎? ・你可以算出全班的人數嗎?	・假設全班為 x 人 $\frac{1}{3}x+20+2=x$ ・這邊要提示學生，投給小宇、美美和缺席同學的總和與全班的人數是一樣的。	・能指出是全班人數。 ・能列出方程式。
・學生解題 ・學生說明解題過程	・學生分組討論答案並將操作的步驟記		・能解出答案。 ・能說明解題過程。

並能熟練等量公理	錄下來。	・在學生解題時，可發現學生解題的失誤，並於做結論時再一次的提醒學生。	
・根據解出的未知數回答問題	2.這次的投票結果是由誰獲勝呢?	・本題必須以算出的全班人數來推出投給小宇的人數為 11 人，再與美美的票數作比較才能回答出答案。	・能說出正確答案。

活動六：了解等量公理與移項法則的關係並求出式子的解。

教學內容摘要	主要問題與活動	說明	評量重點
・移項法則	1.解一元一次方程式 $20-4x=3x+6$		
・學生解題，記錄解題過程	・學生分組討論答案並將操作的步驟以未知數為 x 的方式記錄下來。	・老師協助學生以等量公理寫出解題步驟。 ・可視學生情況加入一些簡單的題目練習，待學生較熟悉等量公理後再引入移項法則的介紹。	能記錄以下（或類似）步驟並求出未知數： **（等量公理）** 1.$20-4x=3x+6$ 2.$20-4x-6=3x+6-6$ 3.$14-4x=3x$ 4.$14-4x+4x=3x+4x$ 5.$14=7x$ 6.$2=x$
・比較	2.若老師以下列步驟解題，同學覺得如何? 簡化步驟： **（移項法則）**	・老師將學生的紀錄和簡化步驟的紀錄並列，給學生參考，讓學生體會簡化運算步驟的紀錄也能算出答	・能說出將「等量公理」的步驟簡化後就是「移項法則」。

	(1).$20-4x=3x+6$ (2).$14-4x=3x$ (3).$14=7x$ (4).$2=x$ 重新布題 3.解一元一次方程式 $11x-6=5x+6$	案並能增加演算速度。然後再引入移項法則的名詞。	・能解出答案。

等量公理學習單　　一年____班___號　姓名_____

學期剛開始，班上同學要做教室布置，在製作的過程當中，遇到了一些狀況，想想看，我們要怎麼解決呢？

【題目一】

佳琪為了要做教室布置，所以到書局買材料，出門時他帶了 300 元，買了 5 張海報紙、70 元的麥克筆和 80 元的保利龍後錢剛好用完，請問海報紙一張多少錢？

1.你能算出海報一張多少錢嗎？你怎麼算的？

2.題目中的未知數是（　　）

3.若一張海報的錢以 x 表示，則五張海報的錢為（　　）

4.試試看根據題目列出等式。

5.怎麼算出 x 呢？同學請把計算過程記錄下來。

6.依照上面的方法解 $\frac{1}{2}x-3=5$

老師的話：在相等的兩邊同加、減、乘、除一個數（其中同除的數不能為 0）後，等號兩邊的量還是保持相等的關係稱為等量公理。

7.隨堂練習：

（1）$3x-x-70=20$

（2）$5+\frac{1}{3}x=7$

【題目二】

老師為了鼓勵作教室布置的同學，到學校附近的紅茶小站買飲料請同學喝，買 5 杯奶茶加 3 杯紅茶的錢和買 3 杯奶茶加 6 杯紅茶的錢一樣，只知道紅茶一杯是 10 元，請問奶茶一杯是多少錢？

1.你能根據題目的意思找出未知數並列出式子嗎？

假設（　　）為 x 元，則式子為_____

2.試試看利用等量公理解出 x。

3.等號兩邊同減去相等但未知的量，兩邊還是會相等嗎？你還有其他的發現嗎？

4.隨堂練習：

如下圖，將重量不同的三種積木置於等臂天秤兩側，且天秤成平衡狀態。

請你用等量公理的概念，判別天秤兩側若改為下列的情況，是否依舊平衡？

	左盤	右盤	平衡	不平衡
（1）	■■	▲▲▲▲		
（2）	■■■●	▲▲▲▲▲●		
（3）	■	▲▲		

老師的話：含有一個未知數（一元），未知數的最高次方為一次的等式稱為一元一次方程式。

【題目三】

大家都能將老師給的題目列出方程式，如果現在老師寫出一個方程式 $4x+50=130$，你能設計一個題目符合這個式子嗎?

分組討論並寫下你設計的題目：

【題目四】

老師在班會中要選出一位同學再來幫忙班上作教室布置的工作，被提名的只有小宇和美美兩個人，每個人只能投一票。其中投給小宇的人數是全班人數的三分之一，投給美美的是 20 人，而當天還有 2 人因為生病缺席。請問：

（1） 全班有多少人？

（2） 誰當選要做教室布置的工作呢？

隨堂練習：

右表是某照相館的價目表，今逢週年慶，底片沖洗與照片沖洗皆打九折。守守帶了一卷底片去沖洗規格（3×5）的照片若干張，打折後共付了 189 元，請問守守洗了多少張照片？（92 第一次學測）

項目	費用
底片沖洗費	70 元 /卷
規格（3×5）照片沖洗費	4 元 /張

【題目五】

解一元一次方程式 20-4x＝3x+6

1.請你利用等量公理來解出 x。

2.看看老師的另一種寫法，這樣好不好？

3.隨堂練習：

解一元一次方程式 11x-6=5x+6

老師的話：我們可以用『等量公理』的概念或『移項法則』來解方程式，而移項法則為運用等量公理計算方程式時的簡化用法。

貳、教學實錄

【第一節】

1. 老師：班長！
2. 學生：起立！敬禮！老師好！
3. 老師：好，請坐！
4. 老師：各位同學，還記不記得老師上次教的兩個觀念？老師說用什麼來代表未知數?
5. 學生：x。
6. 老師：以 x 代表未知數喔！另外，老師還要再幫你複習的就是：怎麼樣來做式子的化簡，當你有 x 的時候，你的乘號用什麼省略？一點(•)，對了，或者是直接就不寫。如果有兩個 x，老師舉個例子：$2x+x=?$這個你要怎麼樣合併？寫成什麼？$3x$，對不對？這邊如果沒有寫的話，代表它的係數是多少？
7. 學生：1。
8. 老師：1 好，這樣沒有問題喔！另外，老師有提到一個很重要的觀念，因為 x 是未知數，所以這個 x 可不可以變動？它會跟著我的假設來變動。也就是說，老師上次用什麼當例子？壓歲錢，如果今天我的壓歲錢是 x 塊，崔華文的壓歲錢比我多 500 塊，崔華文的壓歲錢怎麼用 x 來表示？$x+500$ 嗎？老師說，會變動的原因是什麼？如果老師今天的壓歲錢不一樣，崔華文的壓歲錢會不會跟著改變？
9. 學生：會。
10. 老師：會喔！假如老師今天拿 1000 塊的話，崔華文的壓歲錢變成多少錢？
11. 學生：1500 塊。

12. 老師：對，1500 塊！很好！這是老師上次教的兩個觀念。今天要教的主題就跟老師講的這兩個觀念很有關係，我們先來看一下第一個題目喔！

13. 老師：學習單上面有一個[題目一]，對不對？（見 P.91 學習單）

14. 老師：好，我們一起來看一下這個題目喔！它說，因為學期剛開始，是不是常會有做教室布置的機會？所以，這個班上發生了一些狀況，請你來想一下，怎麼樣來幫他們解決這個狀況？

【題目一】
佳琪為了要做教室布置，所以到書局買材料，出門時他帶了 300 元，買了 5 張海報紙、70 元的麥克筆和 80 元的保利龍後錢剛好用完，請問海報紙一張多少錢？

15. 老師：它說，佳琪要做教室布置，所以她到書局去買材料，出門的時候她帶了 300 元，所以她身上是帶了 300 元，買了 5 張海報紙，70 元的麥克筆，跟 80 元的保麗龍之後，錢剛好用完。請問，這個海報紙一張是多少錢？你會怎麼算？給你 2 分鐘的時間，讓你想一想，你可不可以利用你之前學過的方法，算出一張海報紙的價錢？或是你國小的時候，你都會用什麼樣的式子來算這個海報的價錢？你不一定要算出來，可是你可以跟老師講你的方法是什麼？有沒有人可以告訴我，你會算，然後你算得出來的？來，請你回答一下。

16. 學生：麥克筆 70 元和保麗龍 80 元加起來為 150 元，所以 5 張海報花了 150 元。

17. 老師：你剛剛是說用乘還是用加？

18. 學生：乘。

19. 老師：用乘？

20. 學生：用加。

21. 老師：用加，好，然後呢？

22. 學生：然後再把這個算出來的答案，再除以 5 張海報，就等於 1 張海報的錢。

23. 老師：喔，好！同學聽得懂他的意思嗎？

24. 學生：聽不懂！

25. 老師：你要不要再講詳細一點？不要？有沒有同學可以幫老師再講一下？講得更詳細一點！好！黃念豪，來。

26. 學生：就是把 70 塊加 80 塊，加起來之後，300 塊再減掉這邊的錢，就等於 5 張海報的錢，那些錢再除以 5 就知道一張海報紙多少錢。

27. 老師：好，這樣子同學有沒有聽得很清楚了？

28. 學生：有。

29. 老師：這樣知道怎麼算了嗎？好，他這樣子的算法我們來看一下，黃念豪的意思是說，我帶的 300 塊通通都花光了，對不對？我買了 5 張海報紙，還有 70 塊的麥克筆跟 80 塊的保麗龍，這兩個是我知道的，所以這兩個加起來是不是 150 塊？既然這兩個東西花了 150 塊，所以我知道 5 張海報紙花的錢是不是同樣也是 150 塊？我就用我所有的錢去減掉，對不對？好，這 150 塊是幾張海報啊？5 張，對不對？所以這 5 張海報，我就再把 150 塊除以多少？除以 5，是不是就是我一張海報的價錢？好，這樣子可以聽得懂嗎？

30. 老師：我們國小的時候，或者是之前我們還沒有用 x 來算的時候，是不是可以用這樣子的方法來解出這個題目，對不對？好，老師今天要講的是，我們可不可以不要用這種方法？我們用另一種方法來算。我們可以利用題目來幫助我們列式子，然後就可以解出這個未知數到底是多少。

31. 老師：我們接著來看第 2 題，老師要請你想一想，剛剛這個題目你都很熟了，對不對？請問一下，這個題目裏面的未知數是哪一個東西？未知數是哪一個？有誰可以幫老師回答，這一個題目(題目一)的未知數是什麼？好，來！

32. 學生：一張海報的錢。

33. 老師：一張海報的錢，對不對？你怎麼樣看未知數是哪一個？

34. 學生：問題。

35. 老師：對，它的問題，有沒有？它說請問海報一張多少錢？是不是就是未知數，對不對？所以第 2 題的時候，你就可以寫，這個未知數是什麼東西？未知數就是一張海報的價錢喔！老師要特別提醒你要注意的地方就是，這個一定要寫！你不可以只寫海報的價錢是未知數，一定要強調是一張，為什麼？因為它問你的是一張嘛！所以你的 x 不一樣，老師剛才是不是舉過例子？x 代表的數字不一樣的話，代表的東西就不一樣。所以你這裡一定要寫清楚，你的未知數是一張海報紙。

36. 老師：所以第 2 題你會不會填了呢？題目中的未知數是多少？你是不是可以填上去？好！你現在把第 2 題的答案填上去！

37. 老師：很好，我看到有些人都已經寫上去囉！

38. 老師：好，再來，第 3 題。如果說一張海報紙是未知數的話，老師之前是不是跟你講過說，我們有教過以 x 來代表未知數，對不對？所以今天的 x 應該代表哪一個？未知數，這個 x 代表什麼？是不是一張海報的錢？如果一張海報的錢以 x 表示，那麼 5 張海報的錢是多少？好，老師叫一個號碼。25 號。

39. 老師：來！一張海報的錢是 x，5 張是多少錢？

40. 學生： $5x$。

41. 老師： $5x$，對啊！所以第 3 題你就可以寫，5 張海報紙是 $5x$。

42. 老師：你要想一下，老師叫你用 x 代表海報的錢做什麼？因為老師剛剛不是說過

，你可以利用題目來列式子，也就是說，你不要那麼麻煩，像剛剛老師請你算的這個地方，你是不是還要再想一下，我要把什麼價錢扣回來，扣完之後，我還要再除以 5，對不對？現在我們不用囉！我們直接用 x 來代表它題目的意思，怎麼說呢？你看一下！

43. 老師：它說，出門的時候她帶了 300 塊，所以呢，她先買海報，所以她買了多少錢？總共買 $5x$，對不對？好，老師問你，她買了海報之後，又買了什麼東西？

44. 學生：70 元的麥克筆。

45. 老師：對！70 元的麥克筆！然後又買了什麼？

46. 學生：80 元的保麗龍。

47. 老師：80 元的保麗龍！請問一下，這三個加起來是多少？

48. 學生：300。

49. 老師：三個加起來是 300，所以老師可不可以寫成這樣：$5x+70+80=300$？所以老師就是把題目，用數學的符號來表示喔！

50. 老師：我們可以用另外一種方法來看，這樣子寫，好不好？好，現在請你先看黑板。看得清楚嗎？

51. 學生：可以。

52. 老師：可以喔！老師把它寫高一點。好，海報的錢加上麥克筆加上保麗龍的錢，就是我全部的錢，對不對？現在老師問你，假如佳琪不買保麗龍的話，她會花多少錢？如果不買保麗龍，她這邊是不是只買了海報紙跟什麼？麥克筆，對不對？請問，這邊要

老師的算法：

$5x+70+80=300$

$5x+70+80-80=300-80$

$5x+70 = 220$

$5x+70-70 = 220-70$

$5x=150$

$5x\div5=150\div5$

$x=30$

變成多少？

53. 學生：220。

54. 老師：220，你怎麼知道是 220？

55. 學生：…。

56. 老師：沒關係。因為如果不買保麗龍的話，我是不是只花 220 塊？所以你看一下喔！老師兩邊通通減了多少？

57. 學生：80。

58. 老師：減了 80，它之後會不會再相等？

59. 學生：會。

60. 老師：會不會？還是會啊！

61. 老師：接下來老師再問你。同時減掉 80，好！現在老師再假設一個問題問你。

62. 老師：如果我今天不要買麥克筆的話，我只剩下買什麼的錢？

63. 學生：海報。

64. 老師：對！海報。所以這邊是不是 $5x$，對不對？好，請問一下，右邊變成多少？

65. 學生：150 塊。

66. 老師：150 塊，你怎麼知道是 150 塊？

67. 學生：減 70。

68. 老師：對！減 70。

69. 老師：所以這邊還是一樣，我同減 70 塊。好！你有沒有發現，等號的兩邊同樣減了一個數，它的值會不會變？都不會變，對不對？所以你看 5 張海報紙是等於多少錢？

70. 學生：150 塊。

71. 老師：150 塊。一張海報紙就是多少錢？

72. 學生：30。

73. 老師：對，30。請問，從這裡到這邊，老師做了哪一個動作？

74. 學生：除。

75. 老師：老師這邊要寫什麼？

76. 學生：同除 5。

77. 老師：同除多少？同除 5。

78. 老師：好！關鍵字在哪一個？在這個「同」,「同」的意思就是說我兩邊一起動，好，我左邊動了，我右邊也要動，做一樣的動作喔！所以你看，同減跟同除之後，等號兩邊是不是都還是一樣？這樣的話，我是不是就可以解出一個 x 是多少錢？這個 x 代表什麼？我們海報一張的價錢。好！這樣有沒有問題？如果說你還是不能夠理解的話，你就把這個等號想像成天平，國小的時候有沒有操作過天平？天平，如果你兩邊同時加一個砝碼的話，會不會保持平衡？

79. 學生：會。

80. 老師：還是會，對不對？如果你同時拿掉同樣重的東西的話，是不是還是會保持平衡？

81. 學生：對。

82. 老師：對，把它想做是天平。

83. 老師：好！現在，不要看老師黑板上所寫的，你利用老師的這個方法，你回想一下，然後把計算的過程記錄下來。然後呢，老師可不可以請一個同學上來幫老師寫一下？

84. 老師：好！這還要再看一下嗎？

85. 老師：兩邊先減掉 80，對不對？然後呢，兩邊再先減掉 70，最後兩邊再除以 5，對不對？

86. 老師：好，老師找一個同學。有沒有人自願上來做的？來，李富英好像很想來，來，試試看！你就寫在老師題目的下面。

87. 學生：一樣的算式嗎？

88. 老師：對，沒關係，你可以寫你的方式啊！

89. 老師：好！請你們儘量練習，看看用老師的算式，你可不可以寫的出來？

90. 老師：好！謝謝！

91. 老師：好！寫好了嗎？好，來！我們看一下喔！黑板上李富英寫的這一個。好，這個跟老師寫的有沒有一樣？不太一樣，不過這樣寫也是對的喔！

李富英的寫法：
$[300-(70+80)]\div 5=x$
$=150\div 5=x$
$=30$
$x=30$

92. 老師：其實跟這個很像，他只是把它合併成一個算式，對不對？他把兩個的錢先減掉之後，然後再來除以 5，是不是等於 x？然後他還很乖的把 x 寫出來。150 除以 5 等於 x。好，它有這個等號好不好？這個等號是代表什麼意思？這樣寫不太好，因為這個等號沒有前面、沒有後面，因為它是兩個獨立的。因為你這邊算的結果是不是在這裡？然後右邊算的結果在右邊，是不是相對的？如果你這邊再加個等號的話，是不是很奇怪？x 等於 30 就好了，這樣看得懂嗎？老師幫他修正成這樣，你有沒有看得很清楚啦！

老師修正後的算法：
$[300-(70+80)]\div 5=x$
$150\div 5=x$
$x=30$

93. 學生：有。

94. 老師：可以喔！你不要隨便加等號喔！這邊(=150÷5=x)加等號跟這邊(=30)加等號都不太好，因為它每一個是獨立的。

95. 老師：好，這樣算可不可以？也可以。如果你不用老師剛剛的算法也可以喔！

96. 老師：現在，第 6 題，我們來看一下這一題。好，老師寫在這邊，這個的話，你會怎麼算這個 x？你們可不可以試著用老師剛講的那個方法？兩邊同加，兩邊同減，可以解出 x。

6.依照上面的方法解 $\frac{1}{2}x-3=5$

97. 老師：你有沒有發現老師剛剛寫的那個步驟，你在看老師寫的過程當中，可以想一下老師為什麼要這樣做喔！

98. 老師：等一下我們要利用這個方法來算這一題的話，是有原因的。

99. 老師：好，第二個步驟，老師就再把那個 70 減掉，對不對？你有沒有發現，老師在這邊做了一件什麼事情？老師的目的是什麼？同加、同減，還有呢？老師為什麼你要減掉它？你有沒有發現我想要只剩一個東西在左邊。我想要只剩什麼東西在左邊？

100. 學生：x。

101. 老師：x，對不對？你有沒有發現，老師把它一個一個都消掉了。一個一個都減掉了，我的目的是讓它只剩 x。有沒有發現？

102. 老師：好，接下來你看，老師的目的是不是達到了，剩下 $5x$ 等於 150。這樣子的話，我可以很方便算出 x，為什麼？因為我只要把它怎麼樣？除以 5 就好了。這樣是不是沒有其它數字來干擾，對不對？我把所有的數字都已經兩邊利用同加、同減數字，是不是把它去除掉了？所以最後只剩下 x 的話，我就很方便。我可以直接算出來 x 是多少。

103. 老師：好，所以你要利用老師的這個觀念，想一下，如果是這一題的話，老師第一個目的就是要讓它等號左邊只剩下什麼？我是不是要讓左邊只剩下 x，對不對？好！如果左邊只剩下 x 的話，你想想看，等號的左右兩邊要同時加還是同時減？

104. 學生：加。

105. 老師：加多少！

106. 學生：加 3。

107. 老師：好厲害！因為你看，這邊是不是減 3？所以，你看，原來的式子是 $\frac{1}{2}x-3=5$，對不對？好，現在老師讓它左右兩邊都加了 3，這邊都加了 3，減 3 跟加 3 是不是就抵銷掉了，對不對？所以左邊剩下什麼？剩下多少？

$$\frac{1}{2}x-3=5$$
$$\frac{1}{2}x-3+3=5+3$$
$$\frac{1}{2}x=8$$

108. 學生：$\frac{1}{2}x$。

109. 老師：$\frac{1}{2}$ 的 x，等於多少？

110. 學生：8。

111. 老師：會回答的要回答哦！好，接下來你看，$\frac{1}{2}x$，等於 8，請問一下，老師如果要算一個 x，怎麼辦？左右兩邊通通怎麼樣？

112. 學生：除。

113. 老師：除多少？

114. 學生：$\frac{1}{2}$。

$$\frac{1}{2}x-3=5$$
$$\frac{1}{2}x-3+3=5+3$$
$$\frac{1}{2}x=8$$
$$\frac{1}{2}x\cdot 2=8\cdot 2$$
$$x=16$$

115. 老師：除$\frac{1}{2}$，就是…。

116. 學生：乘以$\frac{2}{1}$。

117. 老師：就是乘以 2，對不對？我們用乘法來想想看是不是比較快？如果老師左右兩邊同時乘以多少？同時乘以 2 的話，你是不是就發現$\frac{1}{2}$乘以 2 就變成 1 個 x？右邊你不要忘記喔，也要乘以 2。

118. 老師：好！這樣有沒有問題？你看喔！這一題：$\frac{1}{2}x$-3=5 方程式兩邊我同加 3，再同乘以 2，而前面教室布置的那一題：$5x$+70+80=300，我們是同減 80，接著同減 70，最後則是同除以 5。

119. 老師：請問一下，如果我原本相等的兩邊，同時加、同時減、同時乘跟同時除的話，兩邊是不是都還是一樣？

120. 老師：所以，我們就給它一個名稱，兩邊我同時加、同時減、同時乘、同時除一個數的時候，兩邊都還是會相等，就說這個是「等量公理」。

121. 老師：「等量公理」很好用喔！為什麼？因為你看，這樣的話我是不是不用那麼麻煩？如果用國小的作法來算的話，算式是不是變的很多？我們如果用等量公理來解的話，步驟就非常的清楚。

122. 老師：好！在講義上面，最後有一句話，它說在方程式的兩邊，同加、同乘、同除一個數。好！老師這邊有一個括號，其中除數可不可以為 0 呢？

123. 學生：不可以！

124. 老師：不可以！這個道理知道嗎？如果加、減、乘、除同一個數，它兩邊的量還是不變，我們就說這個是等量公理。老師再幫你歸納一下。

125. 老師：第一，你要讓你的 x 單獨在左邊會比較好，所以要儘量的利用等量公理，

比如說，我要把多餘的數字扣掉，你要扣掉的時候，兩邊都要扣，對不對？我的目的是不是讓這邊單獨只有 x？那這邊的話，因為是減 3，所以我兩邊就加 3，讓這個減 3 不見了，不見的話，是不是它左邊只剩一個 x，這樣我就好處理啦！$\frac{1}{2}x$ 等於 8，所以 1 個 x 就是 16。

126. 老師：現在 P.92 上面有兩題隨堂練習，對不對？請你先做第一題。你儘量利用老師黑板上面的方法來做，也就是說，利用等量公理。好！老師這邊黑板不擦掉，你可以看一下！

127. 老師：老師過 2 分鐘可能會請一位同學上來做。

128. 老師：好，記得老師說的喔！就是你要儘量讓什麼？x 是在同樣的一邊，對不對？

129. 老師：好！你們算出來了嗎？沒有。我剛剛下去看了，好像有一些同學還是不太熟悉，因為老師這一題可能出得有點太快了。所以有些同學在做的時候，好像忘記了老師上一堂課曾經講的東西喔！可見在上課之前，你可能沒有仔細的複習過。

130. 老師：你看一下，老師之前，上一節課是不是有講過，你看到有 x 的時候要先怎麼樣？整理在一起，對不對？$3x-x-70=20$ 對不對？所以 $3x-x$ 剩下幾個 x？

131. 學生：2 個。

132. 老師：對，2 個 x，所以這邊是 $2x$，這樣有沒有問題？後面的直接就寫，減掉 70 等於 20，所以從第一行到第二行是老師上次跟你講的，你看到有 x 的時候，你要先合併。好，接下來你看，老師剛是不是有講過，我要儘量讓 x 都留在左邊，對不對？所以我要

$3x-x-70=20$
$2x-70=20$
$2x-70+70=20+70$
$2x=90$
$2x\div2=90\div2$
$x=45$

把這個沒有相關的數字拿掉，拿掉要用什麼？用等量公理。所以你看，它這邊寫 $2x$-70=20，所以你怎麼樣讓 70 不見，兩邊通通…。

133. 學生：加 70。

134. 老師：對！加 70。所以你看，$2x$-70，這是原來的題目，對不對？我要讓它不見，我這邊(等號左邊)要加 70，我這邊(等號右邊)是不是也要加 70，這樣有沒有問題？

135. 老師：加上 70 之後左邊是不是剩下 $2x$？減 70 再加 70 當然就抵銷掉了。好，右邊等於多少？90，20 加 70 是不是 90，對不對？現在老師問你，接下來下一個步驟，我要算一個 x，算一個 x 是兩邊通通做什麼事？除以多少？

136. 學生：2。

137. 老師：對啊！2 對不對？所以兩邊通通除以 2，這邊剩下一個 x，這邊呢？是不是剩下 45？

138. 老師：這邊是同加 70，這邊是同除以 2，你看，老師是不是有用到等量公理了？

139. 老師：再來我們看一下第(2)題。第(2)題它的題目可能沒有寫得很清楚，它的題目是：$5+\frac{1}{3}x=7$，它中間的這一個是加喔！我沒有印得很清楚！所以你們把它加深一下。

140. 老師：你看一下這一題喔！左邊是不是有 x 也有數字，對不對？左邊要剩下什麼比較好？$\frac{1}{3}x$，對不對？怎麼可以剩下$\frac{1}{3}x$？

141. 學生：減 5。

142. 老師：對！你看，減 5 的話是不是 5 被我抵銷，被我減掉了？你看，5 加上$\frac{1}{3}x$等於 7，好，那這邊我減了 5，右邊我也減了 5 喔。

143. 老師：所以你的目的是要讓它只剩下 x，你兩邊做什麼動作都要同時，知道嗎？你不可以這邊減 5 然後這邊用加的，這樣可不可以？不行！這樣就沒有相等了。也就沒有資格寫這個等號了。

$5+\frac{1}{3}x=7$

$5+\frac{1}{3}x-5=7-5$

$\frac{1}{3}x=2$

$\frac{1}{3}x\div\frac{1}{3}=2\div\frac{1}{3}$

$x=6$

144. 老師：減完之後，這邊是不是剩下 $\frac{1}{3}x$，右邊是等於多少？

145. 學生：2。

146. 老師：2。好，你先看黑板喔！等一下老師會給你時間寫。$\frac{1}{3}x$ 等於 2，請問一下，老師現在要算一個 x，兩邊要同時做什麼動作？

147. 學生：除。

148. 老師：除以 $\frac{1}{3}$ 或者乘以 3，對不對？好！所以除以 $\frac{1}{3}$ 的話，2 除以 $\frac{1}{3}$ 就是乘以 3，所以變成多少？

149. 學生：6。

150. 老師：6，這樣，x 是不是就可以算得出來？所以這樣的算法有一個好處就是，用等量公理的話，你直接看到題目就想到老師說的話，你要把 x 怎麼樣，讓它在單獨的一邊，所以你就要想一下，要做哪些步驟。

151. 老師：好！現在，老師要請你練習一題喔！因為我發現你們好像有一點學會了，我們來試試看。

題目：

$\frac{1}{3}x+6=8$

152. 老師：好，練習一下！要想想看，怎麼樣讓等號的左邊只剩下 x？

153. 老師：你們算出來了嗎？

154. 學生：算出來了。

155. 老師：你們算出來了喔！現在老師要找人起來回答喔！第一個，老師要做的第一個步驟，兩邊同時做什麼事情？有沒有人會回答？來，舉手！你試試看，兩邊要同做什麼事情？

$\frac{1}{3}x+6=8$

$\frac{1}{3}x+6-6=8-6$

$\frac{1}{3}x=2$

156. 學生：減 6。

157. 老師：對！很好！減 6。兩邊是不是通通減 6？兩邊都通通減 6 的話，你看，是不是我的 6 就不見了？

158. 老師：接下來，老師把它整理一下，$\frac{1}{3}x=2$，下一個步驟，我怎麼算出這個 x，我兩邊通通怎麼樣？來！舉手！會回答的。好，來，宜真。

159. 老師：同學有聽到他的聲音嗎？

160. 學生：相除。

161. 老師：相除是不是？兩邊同除多少？

162. 學生：$\frac{1}{3}$。

163. 老師：$\frac{1}{3}$。好！兩邊同除$\frac{1}{3}$，除以$\frac{1}{3}$就是乘以 3 的意思，所以是多少？

164. 學生：6。

165. 老師：6，這樣子有沒有比較瞭解等量公理？所以，我們在解 x 的作法是這樣子。

166. 老師：然後呢，下面有一個題目喔！

167. 老師：題目二(P.92)的地方你先看一下，因為題目有點兒長，剛剛我們是在買材料，對不對？老師為了要獎勵教室布置的同學，所以去紅茶小站買

【題目二】
老師為了鼓勵作教室布置的同學，到學校附近的紅茶小站買飲料請同學喝，買 5 杯奶茶加 3 杯紅茶的錢和買 3 杯奶茶加 6 杯紅茶的錢一樣，只知道紅茶一杯是 10 元，請問奶茶一杯是多少錢？

飲料請同學喝。老闆這樣說：買 5 杯奶茶加上 3 杯紅茶的錢，和買 3 杯奶茶加 6 杯紅茶的錢一樣，現在知道紅茶一杯是 10 元，請問奶茶一杯是多少錢？

168. 老師：給你三十秒的時間你再想一下！這句話可不可以看得懂？看完之後老師要問問題喔！

169. 老師：如果你這邊看不太到的話，可以看你的講義上面，也有題目，是一樣的。

170. 老師：請問你，會的要舉手喔！舉手回答。這題的未知數是什麼？好，廖懷文。

171. 學生：20。

172. 老師：什麼？老師說未知數耶！

173. 學生：一杯奶茶的價錢。

174. 老師：很好！後面有沒有聽到，一杯奶茶的價錢，對不對？對喔！

175. 老師：接下來，老師要問你，既然我的未知數是一杯奶茶的錢，所以誰要假設成 x 比較好？

176. 學生：一杯奶茶的錢。

177. 老師：好，他做了一個很標準的示範，為什麼？因為他說「一杯奶茶」，而沒有說「奶茶的錢」，這樣對不對？這樣很好！以後不要只說奶茶的錢，要說一杯奶茶的錢。

178. 老師：所以，我們今天假設一杯奶茶的錢是 x 元，好，一杯奶茶的價錢是 x 元，現在你看一下，題目說，5 杯奶茶加上 3 杯紅茶的錢，和買 3 杯奶茶加 6 杯紅茶的錢一樣，有「一樣」這兩個字出現，你就會發現，裡面會有什麼符號出現了，等號，對不對？

179. 老師：好，你看一下，紅茶是我知道的啊！一杯是 10 元，所以老師先問你喔，第

一種買法是不是買了 5 杯奶茶加上 3 杯紅茶，5 杯奶茶，我要怎麼寫？$5x$，然後 3 杯紅茶，加多少？加 30，我們直接心算了寫 30，這是第一種買法。那第二種買法是什麼？3 杯奶茶。

180. 老師：3 杯奶茶，3 杯奶茶是什麼，$3x$，加上 6 杯紅茶。

181. 學生：60。

182. 老師：兩個是一樣的，我要寫什麼？等號。這樣你會不會就看題目寫出這個式子了。

183. 老師：第一種買法是：$5x+30$，跟第二種買法：$3x+60$ 是一樣的（$5x+30=3x+60$）。

184. 老師：我可不可以用等量公理來算奶茶的錢？這一題你要用國小的算法，可不可以算得出來？怎麼算？好像會想很久，對不對？好，沒關係！我們先用等量公理來試試看。

185. 老師：你看一下，剛剛老師說要讓等號一邊都是 x，只有一個 x，你看這邊 $5x$，這邊 $3x$，我怎麼樣讓它 x 都在同一邊？

186. 學生：$8x$。

187. 老師：$8x$，兩邊相加嗎？

188. 老師：你先觀察一下，這個 5 是不是比 3 還要來得大，所以老師建議你，我先把兩邊通通減掉 $3x$ 的話，這邊是不是就不見了？這樣懂嗎？

189. 老師：所以兩邊先同減 $3x$，因為 $3x$ 比較小，所以我就同減 $3x$，同減 $3x$，我們直接寫了喔！$5x$ 減 $3x$ 就變成幾個 x？$2x$。然後沒有減的你不可以動它喔！還是一樣要照抄，對不對？

$$5x+30=3x+60$$
$$5x+30-3x=3x+60-3x$$
$$2x+30=60$$

190. 老師：等於，右邊剩下什麼？

191. 學生：60。

192. 老師：對！剩下 60，老師兩邊通通減掉 3x，好！減掉 3x，有 x 的跟 x 項合併，對不對？它減它是不是剩下兩個 x，好！加 30。這邊沒有動所以要照寫喔！右邊 3x 跟 3x 抵銷掉，所以只剩下 60。

193. 老師：老師剛剛跟你講，為什麼我要減掉 3x，因為你看到兩邊有未知數的時候，它的 5 比較大，它的 3 比較小，所以我就減那個比較小的。

194. 老師：接下來，太好了，結果回到了我們剛剛那樣子的題目了，對不對？接下來老師要做什麼動作？

$$2x+30=60$$
$$2x+30-30=60-30$$
$$2x=30$$
$$2x\div2=30\div2$$
$$x=15$$

195. 學生：同減 30。

196. 老師：對！同減 30。對不對？同減 30。同減 30 之後，左邊剩下 2x，右邊呢？

197. 學生：30。

198. 老師：60 減 30 是不是 30，對不對？接下來再下一個步驟，我要怎麼樣算一個 x？

199. 學生：30 除以 2。

200. 老師：你怎麼知道除以 2？那前面呢？潘佩萱，因為要怎樣？

201. 學生：…。

202. 老師：因為它是兩個 x，對不對？老師要變成一個 x，兩邊要怎麼樣？兩邊要除以 2，對不對？除以 2 的時候是不是等於 15？所以，你看一杯奶茶多少錢？15 塊。是不是可以算得出來了？

203. 老師：這邊我還是一樣，有同除以 2，像這種題目，老師剛剛是不是請你用國小的方法算，好像你要想得很複雜，對不對？其實你看，如果我們用等量公理的話，是不是直接同加、同減就好了！

204. 老師：你看，這一題跟剛剛老師講的不一樣，老師第一個步驟，先同時減了 $3x$，老師這個 x 是未知數啊，兩個都減 $3x$，你可以保證它一樣多嗎？可不可以？當然可以。因為我在這題的 x 都是指什麼的錢？

205. 學生：一杯奶茶。

206. 老師：對！一杯奶茶的錢。一杯奶茶的錢會不會改變呢？

207. 學生：不會。

208. 老師：不會喔！在這個題目它是多少錢，我就是多少錢。對不對？好！這樣有沒有問題？沒有喔！

209. 老師：好！現在我們看一下[題目二]的地方，第 1 題，你會不會填上去？假設什麼是 x？你要填什麼？

210. 學生：一杯奶茶的錢。

211. 老師：一杯奶茶的價錢。好，這式子你可以列出什麼呢？你要填的是哪一個？$5x+30=3x+60$。

212. 老師：好！第 2 個，請你試試看用等量公理解出 x，好，第 2 個你把過程寫上去。還是你自己再寫一遍。

213. 老師：好！寫過一遍，你順便想一想，為什麼這樣減、這樣加，老師的目的在哪邊？老師的目的是不是都讓 x 在同一邊。對不對？所以你要看只剩下 x 在同一邊的時候，我們要利用什麼方法來讓它可以很單純，對不對？這樣子的話，我就可以算出 x 是多少。

214. 老師：這一節我們先上到這邊，等一下我們進來的時候，先來做隨堂練習，好，同學可以先下課！

215. 老師：等一下同學要準時進來！

【第二節】

216. 老師：剛剛老師上一節課，是不是帶你算了一下這個奶茶是多少錢？對不對？現在我們來看一下，老師下面有一題隨堂練習喔！在看這個之前，我們來看，先看第 3 個答案，我們把它寫一下，它說，等號兩邊，有沒有看到第 3 個？就是[題目二]的第 3 個題目。

217. 老師：它說，如果等號兩邊同時減去一個相等但是未知的量，這樣兩邊會不會還是相等？

218. 學生：會。

219. 老師：會喔！還是會相等！這一句話是什麼意思呢？就是老師剛剛黑板上面寫的，我第一個步驟是不是減掉 $3x$，對不對？這個 x 你又不知道是多少？可是它兩個都減 $3x$，這樣有沒有相等？

220. 學生：有。

221. 老師：有，還是會相等！雖然它是未知數，還是一樣會相等。然後這邊老師再解釋一次，減了 $3x$，為什麼？因為我挑係數小的，對不對？挑小的來減。然後減完之後，我要讓一邊的式子只剩下 x，所以我要把兩邊都減掉 30，所以我最後才可以算出 x。

222. 老師：這樣的話，我們來看一下隨堂練習的地方，老師先帶你看一下題目。好！你看一下你的講義。

223. 老師：你有沒有看到你的講義有一個很可愛的天平，然後它說，這個原本就是平衡的狀態，你看一下它原本平衡的狀態是怎麼樣？兩個正方形，左邊是兩個正方形跟一個圓形的積木，右邊是 4 個三角形，然後，一個圓圈的積木，圓形的積木，現在下面有三種情況。你想想看喔！這三種情況它會不會

保持平衡？

隨堂練習：

如下圖，將重量不同的三種積木置於等臂天秤兩側，且天秤成平衡狀態。
請你用等量公理的概念，判別天秤兩側若改為下列的情況，是否依舊平衡？

	左盤	右盤	平衡	不平衡
（1）	■■	▲▲▲▲		
（2）	■■■●	▲▲▲▲▲●		
（3）	■	▲▲		

224. 老師：原本是平衡的狀態，我下面有三種情況，它會不會還是保持平衡呢？老師帶你做一題來試試看！

225. 老師：你看第(1)個。看到你的講義，第(1)個左邊是不是兩個正方形，然後右邊，四個三角形，覺得會不會一樣？

226. 學生：會。

227. 老師：為什麼？來，有誰可以回答我？為什麼會一樣？好，來，李清英！

228. 學生：因為它左盤和右盤都拿掉一個圈圈。

229. 老師：同學，有沒有聽清楚，兩邊都拿掉一個圈圈，對不對？對啊！你看老師如果這個圈圈，跟這個圈圈拿掉的話，左邊是不是剩下兩個正方形的積木，右邊是不是剩下四個三角形的積木，所以會不會平衡？

230. 學生：會。

231. 老師：會啊！兩個圈圈，圈圈跟圈圈的重量會不會一樣？

232. 學生：會。

233. 老師：會，雖然我不知道圈圈多重，可是我同時拿掉，會不會同時一樣？會。所

以第一個你要打勾，勾在平衡還是不平衡的地方？

234. 學生：平衡。

235. 老師：平衡。好，再來，第(2)個情況，它會不會一樣呢？你看一下？

236. 學生：不會。

237. 老師：第(2)個題目是不是這樣子？你想想，我原本的題目是兩個，我原本達成平衡的是這個樣子，這個是原本的狀態，老師現在問你，這樣子會不會平衡？

238. 學生：不會。

239. 老師：為什麼不會？來，崔華文。

240. 學生：因為它由第一個看，一個正方形積木等於兩個三角形，那第(2)題是由三個正方形，所以 3 乘以 2 等於 6，第(2)右邊的那邊只有五個三角形積木，所以不相等。

241. 老師：同學有聽清楚嗎？有喔！

242. 老師：它的意思應該是說，你看左邊這邊本來兩個正方形跟一個圈圈對不對？你看左邊的變化是不是多加了一個什麼？正方形。老師問你，假如說我這邊要平衡的話，右邊應該同時也加一個什麼才對？兩個三角形或者是一個正方形就好了，對不對？你先看左邊，我們先不管右邊，左邊它本來是兩個正方形跟一個圓形對不對？它這樣子的話是多了一個正方形，對不對？多了一個正方形你要想到，左邊要加了一個正方形之後，你右邊其實也要加一個正方形才會相等，對不對？那一個正方形是不是也還是等於兩個三角形？你從這邊可以看出來，因為剛剛我們是把圈圈拿掉了，兩個正方形是不是等於四個三角形？所以，一個正方形是等於幾個三角形啊？

243. 學生：兩個三角形。

244. 老師：對！兩個三角形。所以假如說我真的要平衡的話，我這邊如果是擺這樣（■■■●），我右邊就要怎樣，多幾個三角形？

245. 學生：兩個。

246. 老師：對，兩個。多兩個三角形，或者多一個什麼？

247. 學生：正方形。

248. 老師：正方形。這樣看得懂嗎？所以它題目這樣子，只有五個三角形可不可以？

249. 學生：不行。

250. 老師：這樣有沒有平衡？

251. 學生：沒有。

252. 老師：所以你要打勾勾在哪一個地方？

253. 學生：「不平衡」的地方。

254. 老師：這樣會喔！好，再來，接下來的這個你就會啦！第(3)個，會不會平衡？

255. 學生：會。

256. 老師：當然啊！因為老師這邊是不是寫出來了，你拿掉一個圈圈之後，這邊兩個正方形等於四個三角形，所以當然一個等於兩個三角形，對不對？現在老師要問你，我們到底可不可以回答的出來，從這邊到這邊，我們用了等量加、減、乘、除的哪一個？

257. 學生：加和減。

258. 老師：兩個正方形等於四個三角形的重量，現在我可以知道一個正方形是兩個三角形的重量，我用了等量減法嗎？

259. 學生：除法。

260. 老師：對啊！等量除法嘛！對不對？現在兩個等於四個，一個是不是等於兩個？兩邊通通除以 2 啊！把它兩等分、兩等分，對不對？我把它(■■)平分，是不是變一個？我把它(▲▲▲▲)平分是不是變兩個？

261. 老師：這一題老師要跟你講的觀念就是說：從剛剛第一題，我們在買保麗龍跟麥克筆，是不是都有實際的錢給你？然後你是不是兩邊相減，或兩邊相加？現在這個三角形的積木，和剛剛 $3x$ 是不是都是我不曉得的重量？兩個雖然是不曉得的重量，可是它兩個是一樣的話，可不可以同時加、減、乘、除？可以喔！

262. 老師：好，現在我們要看到另外一張了喔！剛剛老師講的等量公理的意思，對不對？有的人等量公理他會說，等量加法公理，等量減法公理，等量除法公理，等量乘法公理，它們都是一樣，都是等量公理。

263. 老師：現在我們要來看一下，老師再介紹一個新的名詞給你，數學的名詞，叫做「一元一次方程式」。什麼叫做一元一次方程式？就是剛剛從[題目一]到[題目二]，就像這一題，我們列出來的這個式子，這個東西都是一元一次方程式，為什麼我們這樣說？什麼是「一元」，「元」的意思就是未知數有幾個？好！你看一下這個式子($5x+30=3x+60$)，未知數有幾個？未知數就是指有用符號代表的，那上面的未知數，你看到了幾個？

264. 學生：一個。

265. 老師：一個。怎麼有人會說兩個？兩個，你的意思是這邊 x，這邊 $3x$，說兩個嗎？老師要再跟你釐清一個觀念，只要是同樣的未知數，都要算一個，這樣懂不懂？所以你看到只有 x 對不對？所以它就是只有一個未知數，它這個一元的意思就是一個未知數。好，如果是二元的話，有幾個未知數？兩個。

266. 老師：兩個，有兩個。接下來一次，為什麼要叫一次呢？「次」就是什麼？「次方」的意思，那你要看誰的次方？是看未知數的？還是要看那個數字的次方？看誰的？

267. 學生：未知數。

268. 老師：看未知數的喔！而且你要看未知數的最高次方。我們回來看一下，這一個未知數在哪裡？一個 $5x$，一個 $3x$ 對不對？你看一下這個 x，它的次方是多少？

269. 老師：老師舉一個例子，你國小的時候應該有學過，對不對？3 的平方(3^2)，它的次方在哪邊？

270. 學生：右上角。

271. 老師：右上角。那麼，沒有寫代表多少？(比較 3^2 及 3)

272. 學生：1。

273. 老師：對！代表 1，因為數字及符號的右上角代表次方，而一次方我們會省略。所以你看一下 $5x+30=3x+60$，老師這邊的 x 右上角沒有寫任何數字，那 x 應該是幾次方？

274. 學生：1。

275. 老師：對！一次方，它的最高次數是不是一次？有沒有再比一次更高的，你有沒有看到有寫 2 的？沒有啊，都是 1，對不對？所以這邊都是一次。

276. 老師：好！然後呢，接下來就是這個名字，方程式。什麼叫方程式？方程式就是含有等號的多項式。所以這邊就是，含有等號的式子，這就是一元一次方程式的名稱，我們之後還會再提到。

277. 老師：好，「元」是指一個未知數，「次」是指未知數的最高次方，「方程式」就是

含有等式的式子，所以老師舉一個例子： $x+x^2+2=0$ ，你可不可以告訴老師，它是幾元幾次方程式？

278. 老師：好！這樣看的清楚嗎？可以喔，後面看得到，它是幾元？

279. 學生：一元二次方程式。

280. 老師：一元二次方程式，對不對？我為什麼會知道是一元？它的未知數有幾個？

281. 學生：一個。

282. 老師：一個，就是什麼？x 而已。那 x 的最高次方是哪一個？

283. 學生： 2。

284. 老師：對！你不可以看，這邊有 2，要看比較高的。所以它是一元二次方程式，這樣會不會？我們到三年級的時候，會學怎麼解。你只要知道它的名詞的意思是怎麼來的，就可以了！

285. 老師：接下來我們看一下這一題(P.93「題目三」)，這一題老師要反過來，要請問你，老師寫出一個方程式：$4x+50=130$，現在老師要反過來，請你想一想，請你設計一個題目。

286. 老師：老師舉一個例子，好！假如說，老師的式子是不是 $4x+50=130$，對不對？你可以想一個故事，或者是想一個情節，它可以列出這樣的式子。

287. 老師：老師先舉一個例子，比如說，$4x+50=130$，老師比較偷懶一點，我用剛剛我用過的例子好了，佳琪到書局去買筆，他買了四枝筆，然後又買了 50 元的立可白，加起來總共是 130 元，現在要問你，那枝筆多少錢？這樣你會不會？你這樣舉例子就好了。

288. 老師：你們是不是有分組，對不對？現在老師要一組講一個答案就可以了，你們現在有 1 分鐘的時間可以討論一下，討論的時候，你們可以聚集在組長的

地方，不要離開座位，然後小小聲的討論。如果有問題舉手，等一下請組長報告。

289. 老師：等一下我們是不是請組長報告比較好，還是每一組同學幫忙？

290. 老師：不一定要用老師的例子。

291. 學生：可以效法前面的嗎？

292. 老師：可以。

293. 老師：你們也可以用個數，不一定要單用錢。好了嗎？如果你討論好，你就坐好，坐回你原來的位子，老師等一下要請你來台前這邊講一下你的例子，要大聲一點。

294. 學生：每一組喔？

295. 老師：對！每一組派一個同學出來講，推派一位，然後我會看情況，看哪一組講得很好，如果你那一組出來報告的同學，你覺得他講得不是很完整，你還要補充的，可以舉手。

296. 老師：現在我們有幾組，有六組，對不對？老師等一下會看報告的情況來加分喔！好，哪一組要先開始？哪一組，那個是第四組，是不是？第五組，好，來。請你到前面來，好，同學要注意聽他的題目喔！

297. 老師：等一下，後面同學聽得到他的聲音嗎？你大聲一點。

298. 學生：我這組舉的例子是：有一天阿寶去買了 4 杯布丁奶茶，又買一杯 50 元的卡布其諾咖啡，總共是 130 元，請問 1 杯布丁奶茶要幾塊錢？這是我們這一組舉的例子。

299. 老師：同學有沒有要補充的？

300. 學生：沒有。

301. 老師：請問一下，我要考你們有沒有在注意聽喔！他的未知數是什麼？

302. 學生：一杯布丁奶茶。

303. 老師：一杯布丁奶茶是多少錢，對不對？好不好？不錯！我們給他鼓掌！

304. 老師：上來速度最快的，第一個老師是有加分的啊！好，再來！

305. 老師：第六組最多的，好！第六組。我發現今天講話的好像都是男生。

306. 學生：我是第六組的代表，我舉的例子是：有一天小明到紅茶店買了 4 杯紅茶，又買了 1 杯 50 元的奶茶，共 130 元，請問一杯紅茶是多少元？

307. 老師：好，有清楚嗎？也是一樣，要問一下，等一下舉手喔，它的未知數是什麼？大聲一點。

308. 學生：一杯紅茶的價錢。

309. 老師：一杯紅茶的價錢，如果只說一杯紅茶的話，它可能會指很多東西，有可能是價錢，它可能是容量，有些是 500cc，有些是 750cc，對不對？他講的也不錯喔，好，給他鼓勵一下吧！

310. 老師：還沒有開始喔！好，接下來，還有哪一組願意？好像是陳進明比較快。

311. 學生：我們這一組的是：有一天媽媽到菜市場買了 50 元的小白菜和四條小黃瓜，總共 130 元，請問小黃瓜一條多少錢？

312. 老師：有聽清楚嗎？

313. 學生：有。

314. 老師：他們這一組很孝順喔，會想到媽媽要去買東西很辛苦，老師問你，一條小黃瓜多少錢？

315. 學生：還沒算出來。

316. 老師：他好聰明喔，馬上有臨場反應，那等一下記得算出來。好，他的回答也不

錯，我們給他掌聲鼓勵。剩下這邊三組了，對不對？

317. 老師：這個崔華文實在是太辛苦了，他一直舉手。

318. 學生：我們第一組，這是我們第一組討論出來的例子：小明帶了 130 出去，然後買了 4 瓶飲料還有 50 元的巧克力，錢剛好全部用完，請問一瓶飲料需要多少錢？

319. 老師：好，這個老師要特別舉例子，要解釋一下。你們有聽清楚他講什麼嗎？來，你再講一次。

320. 學生：小明帶了 130 出去，然後買了 4 瓶飲料還有 50 元的巧克力，錢剛好全部用完，請問一瓶飲料需要多少錢？

321. 老師：這邊他說他買了 4 瓶的飲料，請問一下飲料有沒有不一樣的？有，對不對？所以它這一題應該要加上兩個字比較好，買了「相同」的飲料，這樣會不會，因為你有可能是可口可樂，也可能是果汁，可樂跟果汁的錢有沒有不一樣？不一樣的喔！所以這一題講得很清楚，你是買了 4 瓶相同的飲料，而且它這邊有一句話講得很好，就是錢剛好用完。所以就是 130 元全部都怎麼樣？花光的意思，好！報告的不錯。

322. 老師：剩下兩組，老師希望可以有跟買東西不太一樣的，又有創意的，按照順序好了！第二組，好，來。

323. 學生：我們這一組報告的是：弟弟有一天去蛋糕店買了 4 塊巧克力蛋糕，然後他買了 1 塊 50 元的奶油蛋糕，共花了 130 元，請問一塊巧克力蛋糕多少錢？

324. 老師：好，可不可以講慢一點，然後把題目再講清楚一次。

325. 學生：弟弟有一天去蛋糕店買了 4 塊巧克力蛋糕，然後他買了 1 塊 50 元的奶油蛋糕，共花了 130 元，請問一塊巧克力蛋糕多少錢？

326. 老師：有清楚嗎？請問一下他買了幾種蛋糕？

327. 學生：兩種。

328. 老師：一個是什麼？

329. 學生：巧克力蛋糕。

330. 老師：一個是？

331. 學生：奶油蛋糕。

332. 老師：哪一個是我要求的未知數？

333. 學生：巧克力蛋糕。

334. 老師：很好，謝謝你。最後，張啟文，來，老師期待你的答案。

335. 學生：我們這一組要報告的是：小明去速食店，買了 4 杯小杯的可樂，和 1 包 50 元的薯條，花了 130 元，問一包薯條多少錢？

336. 老師：你要不要再講一次？後面的同學可能覺得你講太快了。

337. 學生：小明去速食店，買了 4 杯小杯的可樂，和 1 包 50 元的薯條，花了 130 元，問一包薯條多少錢？

338. 老師：你都一直在看著這個，對不對？有沒有看著觀眾呢？後面有沒有聽到？我怕他聲音被那個紙遮住。有喔！我可以出問題了嗎？請問它的未知數是哪一個東西？是什麼？

339. 學生：薯條。

340. 老師：是薯條還是一包薯條？

341. 學生：一包薯條。

342. 老師：一包薯條多少錢，對不對？

343. 老師：我發現你們都很喜歡買東西喔！其實你除了買東西的例子之外，大概是受

老師舉例子的影響。其實買東西是你最好舉的例子，你出去的時候，有時候你花錢買東西，最常用到的就是數學，對不對？

344. 老師：你有時候這樣的例子也可以用個數來講，比如說，老師有四個糖果盒，一個糖果盒不知道有幾顆糖果，我只知道全部有 130 顆，再加上零散的有 50 顆，總共有 130 顆，這是不是也是一種例子，對不對？不一定要買東西，其實我覺得這六組裡面，比較不一樣的，應該是第四組。他用媽媽去買菜的例子，所以我們再另外給他們掌聲鼓勵一下。可見常常陪媽媽上菜市場，才會想到這個例子。

345. 老師：由題目我們來寫式子，由式子我們來想一下怎麼樣的題目可以適合這個式子，這樣子能夠幫助你在列算式的時候，更能夠發揮那個題目的意思喔！

346. 老師：下面這一題題目很長，第四個題目(P.93[題目四])。好，你用 1 分鐘的時間先看一下。看完的舉手，好，放下。幾乎一半以上都看完了。看得懂嗎？

【題目四】
老師在班會中要選出一位同學再來幫忙班上作教室布置的工作，被提名的只有小宇和美美兩個人，每個人只能投一票。其中投給小宇的人數是全班人數的三分之一，投給美美的是 20 人，而當天還有 2 人因為生病缺席。請問：
(1)全班有多少人？
(2)誰當選要做教室布置的工作呢？

347. 學生：看不懂。

348. 老師：看不懂，看得懂。一半、一半。好，來，老師一起帶著你們看一下。

349. 老師：其實這個題目就是，我們以前在班會課的時候常常要選舉，對不對？你看，因為這個教室布置的人不夠多，所以今天老師說，我還要再提名一個人來幫忙，我只要一個人再來幫忙就好了，所以全班就提名兩個人，一個是小宇，一個是美美，提名了之後，當然是要投票啊！可是一個人只能投一

票喔！不能舉兩次，投票的情況是什麼，投給小宇的人數是全班人數的 3 分之 1，所以投給小宇的，現在提名的有幾個人，兩個人對不對？小宇跟美美，投給小宇的人是全班的 3 分之 1，投給美美的是幾票？20 票，對不對？20 個人，所以，一個人只能投一票喔！而且每一個人都要選喔！投給這兩個人的票數加起來，在這一題應該是全班的人數，對不對？

350. 學生：對。

351. 老師：好像不太對喔？因為你沒有看清楚題目，最後一句話說，那天有幾個人沒有來啊？

352. 學生：兩個人。

353. 老師：兩個人沒有來，所以你還要再加上幾個人才是全班的？

354. 學生：兩個人。

355. 老師：兩個人缺席，所以你不要忘記這兩個人喔！

356. 老師：好，現在要請問你，老師問了兩個問題，對不對？我們等一下再來看這個問題，老師先問你，全班的 3 分之 1，它的意思是什麼？如果全班有 30 個人的話，投給小宇的是幾個人？

357. 學生：10 個。

358. 老師：10 個人。這樣會喔？

359. 老師：現在我們來想一下，再回來看我們的題目，你覺得這一題的未知數應該是哪一個？

360. 學生：全班的人數。

361. 老師：對。全班的人數，對不對？你看它的題目都跟全班的人數有關，我只要知道全班幾個人，是不是這些都解決了？當然，美美這 20 個人很清楚嘛！可

是這邊需要有全班的人數，對不對？所以我這一題，我一定是假設全班是 x 人。

362. 老師：老師再教你，怎麼樣來找那個未知數是什麼？除了老師前面幾題跟你講的看它問題問什麼，對不對？可是這一題它問了兩題，所以根據這個題目可以看得出來，你要自己判斷，假設全班的人數為未知數，才能再算出另一個問題的答案了！這個未知數是哪一個，所以全班有 x 人，這個全班人數是不是就是我的未知數？

363. 老師：接下來，是不是跟之前一樣，我要根據我的題目來列出一個有等號的式子？有等號的式子叫什麼？

364. 學生：等式。

365. 老師：除了等式之外，我剛剛有教。等量公理？不會吧！等量公理是我們在計算的時候用的。

366. 學生：方程式。

367. 老師：方程式，有等號的式子是方程式喔！對。一元一次方程式，老師再講一遍。

368. 老師：剛才有人說等量公理，不對，這是老師在解方程式的時候，所用到的一個定理，一個法則。好，我們來看一下，你這個怎麼同樣這個等號出現呢？其實老師剛剛已經有提示過你，這三個加起來是等於什麼？全班的人數，對不對？老師是不是可以說，全班有 x 個人？這三個加起來是不是也是全班的人？兩個有沒有相等？有嘛！我再講一次。

小宇	全班的 $\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}x$
美美	20 人	
+ 缺席	2 人	
全班		x 人
所以，$\frac{1}{3}x+20+2=x$		

369. 老師：這三個加起來是不是就是我全班的人數，對不對？所以全班的人數，我假設的未知數是 x 啊！所以這邊的三種人數怎麼代表？第一個，全班的 3 分之 1，請問一下全班的 3 分之 1，我可不可以用 x 來表示？

370. 老師：老師剛剛是不是說全班三十個人，所以投小宇的就是十個人，現在全班有 x 個人，那老師要問你全班的 3 分之 1，我怎麼寫？x 乘以 3 分之 1 或者怎麼寫？

371. 學生：$\frac{1}{3}x$ 。

372. 老師：好！有些人就記得老師之前教的喔！x 乘以 3 分之 1，我怎麼簡化？

373. 學生：$\frac{1}{3}x$ 。

374. 老師：誰要寫在前面？數字寫在前面。然後乘號怎麼樣？乘號省略。所以是 3 分之 1 個 x，對不對？所以你要這樣寫，這邊是投給小宇的，投給美美的幾個人？20 個人。這邊是投給美美的，你不要忘記喔，還有兩個人生病在家，他們沒有投票，對不對？所以這兩個人要加回去，才是等於什麼？全班的人數，全班剛好就是 x 啊！好，這樣聽得懂嗎？再看一次喔！先想一下未知數是哪一個，對不對？未知數是 x，是全班的人數，所以我就假設它是 x，這些都會跟 x 有關係，第一個小宇他是全班的 3 分之 1，所以全班的 3 分之 1 就是 $\frac{1}{3}x$ ，好！這邊等於 x。

375. 老師：接下來，你看一下老師列出這個等式($\frac{1}{3}x+20+2=x$)有沒有問題？

376. 學生：沒有。

377. 老師：你看，很簡單的題目，如果你要用那個算式填充題來算的話，你要想半天，對不對？如果我們有 x 的話，就把題目直接翻譯成數學就好了，老師都

喜歡把它說成是翻譯，因為我就看題目的一句話，就把它合起來就好了啊！根本都不需要思考，對不對？你想一想，接下來的話，老師要做哪些動作？你要回想老師之前教的等量公理，老師是不是要讓一邊只剩下一個 x，對不對？這邊 x 前面沒有寫，數字是多少？

378. 學生：1。

379. 老師：等式右邊是 x，左邊是 $\frac{1}{3}x$，兩邊要同時減掉多少個 x 比較好？減 $\frac{1}{3}x$ 還是減 x？

380. 學生：$\frac{1}{3}x$。

381. 老師：對！減 $\frac{1}{3}x$，為什麼要減 $\frac{1}{3}x$？你記不記得老師剛剛那題：$5x+30=3x+60$，左邊是 $5x$，右邊是 $3x$，我減幾個 x 呢？

382. 學生：$3x$。

383. 老師：所以我們都減掉比較小的？你看一下，左邊是 $\frac{1}{3}x$，右邊是 $1x$，所以我兩邊通通減掉什麼？$\frac{1}{3}x$。你們最容易發生錯誤的地方，就是這個分數的地方，因為有人在分數的運算會有問題，所以老師寫的詳細一點。好，這邊減掉 $\frac{1}{3}x$，還有沒有 x？

384. 學生：沒有。

385. 老師：沒有了，對不對？沒有了的話，這邊是不是剩下 20 加 2，好！那右邊呢？老師給它寫一下，x，寫完整一點，這樣你看的比較清楚，好！通通減 $\frac{1}{3}x$ 對不對？這邊我也減掉 $\frac{1}{3}x$，這邊

老師的作法：

$\frac{1}{3}x+20+2=x$

$\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}x+20+2=x-\frac{1}{3}x$

$22=\frac{2}{3}x$

減掉是不是不見了？注意看喔！這邊是不是剩下 20 加 2，其實 20 加 2 是多少？

386. 學生： 22

387. 老師：對！22，這邊寫 22 好不好？右邊 x 減掉 $\frac{1}{3}x$ ，怎麼算？等於幾個 x？

388. 學生：$\frac{2}{3}x$。

389. 老師：你們怎麼那麼厲害？老師是不是上次跟你講，把它想做是蘋果，一個蘋果減掉 3 分之 1 個蘋果，剩下幾個蘋果？

390. 學生：$\frac{2}{3}$ 個。

391. 老師：好，$\frac{2}{3}x$ ，其實這邊是等於什麼？好！寫在這裡，x 減掉 $\frac{1}{3}$ ，其實它是等於 1 減掉 $\frac{1}{3}$ ，老師上次是不是講過分配率跟結合率，這邊沒有寫，係數是 1，1 跟 $\frac{1}{3}$ 我先減一下，然後再寫 x，所以這邊是 $\frac{2}{3}x$ ，接下來，兩邊我要再做什麼動作，我就可以算出 x？

$$x-\frac{1}{3}x=(1-\frac{1}{3})x=\frac{2}{3}x$$

392. 學生：除以 $\frac{2}{3}$ 。

393. 老師：除以？

394. 老師：兩邊通通除以 $\frac{2}{3}$ ，對不對？剛才式子中為 $\frac{1}{2}x$，你就除以 $\frac{1}{2}$ ，現在 $\frac{2}{3}x$ ，你就兩邊通通除以 $\frac{2}{3}$ 嘛！

395. 老師：所以這邊同時除以 $\frac{2}{3}$ ，除以 $\frac{2}{3}$ ，這邊是 22 ，寫得詳細一點，除以 $\frac{2}{3}$ ，這邊 $\frac{2}{3}$ 除以 $\frac{2}{3}$ ，當然就剩下 1 了嘛，所以就等於 x。你再計算一下，x 等於多少？

$$22=\frac{2}{3}x$$
$$22\div\frac{2}{3}=x$$
$$33=x$$

396. 學生：33。

397. 老師：33，所以 $x=22\div\frac{2}{3}$ 就等於乘以 $\frac{3}{2}$ ，乘以 $\frac{3}{2}$ ，那 2 跟 22 是不是約掉了，所以這邊就變成多少了？

398. 學生：33。

399. 老師：33，好，這樣有沒有問題？我們再看一次，剛剛是先找出未知數再列出式子，列出式子怎麼列？3 種人喔，全班這個投給小宇的，加上投給美美的，再加上缺席的兩個人，就是全班的人數，對不對？3 個加起來就等於 x ，接下來我們要把這個 x 讓它單獨在同樣一邊，所以如果兩邊都有 x 的話，我們要減掉係數比較多的，還是比較少的？

400. 學生：小的。

401. 老師：對，比較小的，就是比較少的，所以 $1x$ 跟 $\frac{1}{3}x$ 我們判斷一下，減掉 $\frac{1}{3}x$ 比較好，所以就兩邊減 $\frac{1}{3}x$，減 $\frac{1}{3}x$ 之後，這邊就剩下 22，然後這邊呢，$1x$ 減掉 $\frac{1}{3}x$ 就是 $\frac{2}{3}x$ ，所以 x 等於多少，兩邊通通再除以 $\frac{2}{3}$ ，同除以一個數字，你看這邊，老師用了同減、同除，這個都是什麼公理？等量公理，對不對？這是我們用等量公理來做，最後 x 算出來是 33，請問一下，這個 x 代表的是什麼？你不要做題目到後面你忘記你的 x 是什麼喔！是全班的人數，還是投給小宇的人數？

402. 學生：全班的人數。

403. 老師：對！全班的人數是 33 人，老師要問你，現在我們要決定誰當選嘛！那你覺得誰當選？

404. 學生：美美。

405. 老師：你怎麼知道是美美，有沒有人可以清楚的告訴我，你怎麼知道是美美獲勝？來！珮佳，你試試看！

406. 學生：33 是全班的，所以 33 除以 3 分之 1…

407. 老師：等一下，33 除以 3 分之 1，還是乘？除。

408. 老師：33 是全班的人數哦！要投給小宇的人數是幾人，你怎麼算？

409. 學生：33 除以 3。

410. 老師：33 除以 3，是不是？33 除 3，11 個人，然後呢？

411. 學生：20 大於 11。

412. 老師：很好！所以？

413. 學生：所以美美當選了。

414. 老師：全班 33 個人，所以小宇是它的 3 分之 1，3 分之 1 就是除以 3，一樣的意思，所以投給小宇有 11 個人，那投給美美的 20 個人嘛，對不對？所以當然人數多的當選啊！誰當選，美美當選喔！所以美美就比較辛苦囉！它還要再做教室布置的工作，這樣子的題目，老師分兩個問題來問，第一個先算全班，第二個看誰當選？這樣你會不會寫了？

415. 老師：這題是基本學力測驗曾經考過的題目喔！你看一下這一題你要怎麼列等式？你可以分組討論，一組一組討論，然後老師請幾個人起來回答一下。好！你先看懂這個題目是什麼？如果你不會的，你可以問一下你前後左右的同學，到底要怎麼算？

隨堂練習：

右表是某照相館的價目表，今逢週年慶，底片沖洗與照片沖洗皆打九折。守守帶了一卷底片去沖洗規格（3×5）的照片若干張，打折後共付了 189 元，請問守守洗了多少張照片？（92 第一次學測）

項目	費用
底片沖洗費	70 元 /卷
規格（3×5）照片沖洗費	4 元 /張

416. 老師：看不懂題目的可以討論一下喔。

417. 老師：老師表格上的費用是還沒有打折過的喔！

418. 老師：老師不用你算出來，我只要你列出來式子就可以了。對！一個式子這樣就好，你不用算出來。你們有沒有洗過照片？應該有吧！洗照片會有哪些費用？你拿一卷去，它是不是會有一個基本的沖洗費？所以，你沖洗一卷，你會花的費用有幾種？有兩種，第一種是什麼？你的沖洗費；第二種是什麼？每一單張的價錢，看你洗幾張。有沒有哪一組這一題已經想出來怎麼列式的？怎麼好像都是第五組比較厲害。第一組列出來了嗎？

419. 學生：沒有用到未知數。

420. 老師：沒有用到未知數喔！有沒有同學可以用未知數列出來的？

421. 學生：我最後的答案沒有用未知數！

422. 老師：你是用推導回去的算，對不對？跟國小的算法一樣。好！那老師先問一個比較簡單的問題好了，這個題目有點複雜喔！請問一下，它這一題的未知數是什麼？

423. 學生：有多少張照片？

424. 老師：照片，對不對？剛剛第一個講照片，再來接下來講多少張照片？所以後面這個是比較正確的。我不知道它洗了幾張，所以我就要假設那個幾張是未知數，對不對？所以這個幾張我可以想成是幾張？x 張，這樣有沒有問題？所以我假設有 x 張。

425. 老師：好！那你看一下這個題目，老師是不是跟你講過，沖洗這個照片有兩種費用，第一種是基本的照片，基本的沖洗費，它說沖洗費，你看它的表格，一卷是 70 元，對不對？今天沖洗了幾卷？

426. 學生：1 卷。

427. 老師：1 卷，對不對？所以它花多少錢？70 塊錢嘛！這個是沖洗費喔！再加上每一張的價錢，一張多少錢？1 張是 4 塊錢，你看得懂嗎？這個的意思就是說一張，這邊有一個斜線(4元/張)，就是說一張 4 塊錢，所以沖洗一張就是 4 塊錢，請問一下，老師今天沖洗了 x 張，總共是花了多少錢？

項目	費用
底片沖洗費	70 元 /卷
規格（3×5）照片沖洗費	4 元 /張

428. 學生：$4x$。

429. 老師：一張 4 塊錢嘛！x 張多少錢？

430. 學生：$4x$。

431. 老師：$4x$，對不對？所以兩種費用都有了。第一個底片的費用，第二個是沖洗的費用，對不對？好！那今天有週年慶，所以打幾折？

432. 學生：9 折。

433. 老師：9 折，是兩個都打還是只有一個？

434. 學生：一個。

435. 老師：只有一個嗎？你看一下第三句話，底片沖洗與照片沖洗皆打 9 折，所以兩個通通打幾折？

436. 學生：9 折。

437. 老師：所以兩個打了 9 折，是不是通通加起來再乘以 0.9，這樣看得懂嗎？好！加起來，它總共花多少錢？ $\boxed{(70+4x)\times 0.9=189}$

438. 學生：189。

439. 老師：對！189 塊錢。所以就有等號跑出來了啊！好！這樣有沒有問題？

440. 學生：沒有。

441. 老師：通通打 9 折，題目要看清楚喔，這一題的計算會比較難一點，老師這個就讓你當作回家功課。

442. 老師：老師複習一下我們今天上的哪些東西，第一個是什麼？

443. 學生：等量公理。

444. 老師：等量公理就是同時加、減、乘、除，可是除數的話，你要注意什麼？如果你同除一個數，那個數不可以是多少？

445. 學生：0。

446. 老師：0 喔！第二個老師講了一個什麼東西？

447. 學生：一元一次方程式。

448. 老師：好！後面有一些練習的題目，記得回去的時候要寫，我們今天的課就上到這邊。

449. 學生：起立，敬禮，謝謝老師。

450. 老師：好！謝謝各位同學。

參、教學說明

我今天教的主題是等量公理，任教的班級是國中部的七年級，也就是一年級的學生，他們在國小的時候曾經學過用框框來代表未知數，原本這個等量公理的單元，是應該放在一年級的下學期，我在一年級的上學期來教導它們。在上這堂課之前，我先上了兩堂課，就是第一個以符號來代表未知數，然後再教他們一些簡單的式子的化簡，上過兩堂課之後，中間大概經過幾個禮拜，緊接著再來上這個單元的部分。

我的教學設計是，一開始我會讓學生直觀的觀察等量公理的存在，然後我會讓他

們有感受到等量加法、減法、除法跟乘法的這些算式的法則，讓他們知道等號兩邊同加、同減、同乘、同除一個相同的數後，等號兩邊的值是相同的。今天在教學的時候，在第一個單元的地方，大概沒有發生什麼樣的問題。緊接著我的設計是從等量公理來解方程式，這個方程式我從未知數的係數是整數，再設計未知數的係數是分數的題目，來讓他們做運算。

另外一個我今天教學的重點，除了等量公理的介紹之外，還有就是我希望學生依照題目的意思來列出相關的方程式，這個是我第二個活動的安排，學生可以列出方程式之後，再另外設計一個題目，就是列出一個方程式，然後讓他們依照我列出的方程式來設計題目。這個活動的用意是讓他們可以更加的瞭解怎麼樣依照題意來列出方程式，以及從那個方程式中自己可以構思一些新的題目，從這樣子雙向的練習，可以讓他們更瞭解依照題目來列出方程式的方法。

第三個活動，我的重點放在式子的兩邊皆含有未知數的題目，即使兩邊加上一樣的未知數，它還是會符合等量公理的原則，在隨堂練習的方面就設計了這樣一個題目。最後一個活動是比較複雜的題目，它的問題是有關於選舉的情境，這個題目我放在比較後面的原因是因為在此題中，並沒有明顯的提示可以讓學生看出相等的關係。最後一個設計是移項法則，因為移項法則是等量公理的簡化步驟，我放在最後面的原因是考慮到在實際教學現場上可能兩節課不是很夠，這個地方可能在學生熟練了等量公理之後，再來引進，我想比較適合。

在今天學生的表現方面，跟我之前的預想差別比較大一點，因為前兩堂課我在教他們以符號代表數的時候，或是做式子化簡的時候，我發現他們的反應非常的好，而

且對於用 x 來代表未知數的這個觀念非常清楚，且可以很容易的做式子的簡化及運算。但是今天我實施教學時，發現學生在用等量公理的這個習慣好像還不是那麼的熟練，他們還是比較習慣用國小的算式填充題的方式來解出題目，我想原因可能是有兩點：第一點就是前置經驗教導的節數比較少；第二個可能是今天讓他們練習的機會也比較少，因為這個單元以往是放在一年級下學期實施教學，現在他們是一年級上學期，所以他們可能在學習方面會遇到一些困難。另外，由於他們還沒有學過正負數的四則運算，所以我這次單元裡面所設計的題目，儘量沒有牽涉到負數的運算，但我發現當他們在做等量公理的時候，還是會有一些困擾存在。我發現在第三個活動開始之後，學生就慢慢會感覺得到等量公理的存在，慢慢也可以利用到等量公理來解式子。另外今天這個班級原本不是我任教的班級，所以我對於他們的認識比較沒有那麼樣的清楚，今天在跟學生互動的時候，可能並不是那麼樣的恰當。由於學生可能從第一節課開始就在準備了，一直到剛剛結束的時候整整三節課的時間都蠻專心，所以到後面的時候可能會顯得精神比較不好，回答的情況也比較沒有那麼踴躍，可是在第三個活動的時候，也就是說我列出一個式子，讓他們可以依照方程式列出題目的時候，我讓他們有分組討論的機會，我想，那個時候他們才表現的比較活潑一點，也比較有討論的氣氛，班上的互動也比較好，這個地方是我想應該可以改善的地方。

我這次的教學設計總共有五個單元，可是因為時間的關係，最後一個單元還沒有進行完，原因可能有兩個，第一個就是我對於學生的能力還不是掌握的那麼好，我其實下去觀察學生的回答的時候，我發現他們對於用等量公理來解方程式還有蠻大的困擾，就連我最後在用一個基本學力測驗的題目來做練習的時候，他們給我的回答也都是用國小的算式填充題來做，我想可能我前面引入等量公理的地方還有在他們練習的題目，要加多一點，對他們來講，就比較不會有那麼多的困難。等量公理這個單元，

在我今天的教學當中，雖然我發現有幾個學生可能還不是那麼樣的熟悉，不過在這邊可能可以建議各位老師的就是，等量公理的觀念，在往後他們學習數學的方面，是常常會用到的。雖然我今天安排了一題，是他們沒有辦法用國小的算式填充題解出來，其它的題目他們大部分都可以用算式填充題，可是在往後他們碰觸到比較難、比較深的題目的時候，常常會用到等量公理來解，我想那個時候他們就可以比較體會到等量公理的價值性在哪裡，也比較可以運用它來解一些方程式。等量公理要在短短的兩節課裡面讓學生熟練，我想是比較困難的，因為等量公理的相關課程，在以後其它的單元都會再出現，所以老師可以先用幾節課，先引進等量公理的概念，至於學生的體會，可以等到以後相關課程的時候，讓學生再慢慢的去感受。在經過這樣一個過程之後，我想學生也應該可以體會到等量公理的原理還有它的好處在哪邊。另外，有關移項法則的部分，老師可以利用機會或者是時間，適當的機會可以提出來，利用移項法則也是一個簡化計算步驟很好的方法，老師不要忘記要提醒學生，移項法則其實是等量公理的一個簡化的步驟，兩個都是同樣的一件事，都是在幫助我們解方程式。

肆、教學後的省思

一、課程內容概述

本次的教學單元為等量公理，課程時間為兩節課（共九十分鐘），中間並有十分鐘的休息時間。教學單元預計分六個活動進行，先由學生的生活情境--買東西的例子布題開始，由於教學年級為國中一年級，學生剛從國小升上來僅兩個月，對於第一個題目的解題方式是以算式填充題的方式來記錄並算出。在此活動中，大部分的學生都能正確的算出答案。在歸納學生的答案後，教師試著以未知數的方式來帶學生依題意列出等式，在以「若不買樣東西的話，會花多少錢？」的假設情況下，讓學生直觀的觀

察出等號兩邊同時減去一樣的價錢後，仍會維持相等關係的情況。另外，在實施本教學前，先以四堂課的時間做「以符號代表數」及「式子的化簡」相關單元的教學，然後在活動一中，除讓學生可以直觀的觀察到等量公理外，再將前四堂課的經驗--以 x 代表未知數引入，讓學生能接受並習慣利用 x 來代表未知數，並以等量公理來解出問題。之後在活動三的題目中，我發現學生無法以國小的算式填充題的方式來解未知數，所以剛開始在解釋題目時，學生還是習慣用國小的方式但是卻解不出來，而在提醒用 x 來代表未知數後，大概只有三成的學生列得出算式，所以在這個地方就放慢教學的速度，並再多舉幾個生活化的例子來讓學生列出等式，不過發現學生在以 x 表示未知數並列出式子的熟悉度似乎還不是很高。活動四是讓學生依式子舉出生活情境，學生透過小組討論的方式來設計，然後再上台報告，這個部分學生的反應較熱絡，似乎對於說明符合式子的生活情境較為勝任。而在進行活動五時，因題目裡沒有暗示出等於的關係，所以學生比較難列出方程式，另外，有可能對學生來說，較困擾的理由是因為題目太長，不易瞭解題意。若是題目中有暗示「一樣多」的話，對學生來說會比較容易。這個題目用到等量公理的計算步驟較為繁複，在觀察學生的作答情況後，會發現大部分的學生還是需要老師的提醒才能運用等量公理，學生對於等號右邊只有一個 x 的方程式不知如何化簡，應該在介紹 x 時，強調 x 為單位，先以整數來教，多舉幾個例子。例如，5+5=2 個 5=5×2=10，而 $x+x=x\times2=2x$，以及 $\frac{1}{3}x$ 為 $\frac{1}{3}$ 個 x。而活動六是介紹移項法則，因為時間的關係，這部分的教學並沒有進行。等量公理要進入移項法則的第一題最好如下：$2x+3=5 \Rightarrow 2x=5-3$，$3x-7=11 \Rightarrow 3x=11+7$，先從簡單的題目開始教。

二、實際教學與教學設計的落差

綜觀整個教學活動設計，由於學生對於符號的運用方面事前練習不足，所以教學

的設計中讓學生觀察到等量公理的部分比較容易，但是在讓學生利用等量公理來解方程式時，就發生較大的困難，原因可能是教案中安排的練習題目較少，所以學生對於等量公理的運用就會吃力。另外，事前以四堂課的時間來做「以符號代表數」及「式子的化簡」的教學，學生的練習度及使用方程式來解題的熟悉度不夠，所以學生在學習等量公理時會有疑惑產生。

在活動四中，老師給定一個方程式「$4x+50=130$」，請學生設計符合式子的相關情境問題，在最後一位學生上台回答是「小明去速食店，買了 4 杯小杯的可樂，和 1 包 50 元的薯條，花了 130 元，問一包薯條多少錢？」，其中的最後一句話應為「一杯可樂多少錢？」才對，在當時老師並未發現學生講錯並及時糾正，在審視教學錄影後才發現，故在此說明。

三、後續教學的建議

本次的教學活動雖然單元主題為等量公理，但由於完整地學習活動時間需要 4~5 堂課，所以這兩堂課主要是讓學生覺察到等量公理的存在及簡單的解題運用，而相關的練習則安排在後面 2~3 堂課的教學中。

一次函數

壹、教學活動設計

一、**教學年級：**八年級上學期

二、**教 學 者：**台北縣福和國中 施燦宏 老師

三、**教學目標：**

1. 能透過實際的情境認識一次函數。
2. 能使用算式記錄實際情境的一次函數，並求出對應的函數值。
3. 能畫出一次函數的圖形，並透過圖形解決一次函數的問題。
4. 能解決較複雜情境的一次函數的問題。

四、**活動目標：**

【第一節】

活動一：能透過實際的情境認識一次函數。

活動二：能使用算式記錄實際情境的一次函數，並求出對應的函數值。

活動三：能認識「自變數」、「應變數」等名詞。

活動四：能畫出一次函數的圖形。

活動五：給定一次函數的圖形及 x 的值，能找出對應的值。

【第二節】

活動六：能解決較複雜情境的一次函數的問題。

五、**教學概要說明：**

學生已經學過二元一次方程式及二元一次聯立方程式，並能畫出一元一次方程式的圖形。

本教學活動第一節課先布實際情境的一次函數問題，透過實際的情境，要求

學生使用有變數的數學式子記錄實際情境一次函數的對應關係及其定義域（例如：x ⇨ $30x$，其中 x=1～30），幫助學生認識一次函數的意義。再幫助學生使用函數的記法記錄一次函數（例如：f(x)=30x、f(x)=9x+20），並求出給定變數的函數值（例如：f(2)=30×2=60、f(5)=9×5+20=65）。

接著將一次函數（例如：f(x)=9x+20）改記成 y=f(x)（例如：y=9x+20），幫助學童發現一次函數和二元一次方程式相同，並透過二元一次方程式圖形是直線的舊經驗，幫助學童畫出一次函數的圖形，並給定 x 座標，幫助學生找出對應的 y 座標。

第二節課布 9 題（見附件一）學測曾經考過與一次函數相關的問題，要求學童解題後，分組上台報告解題過程。

六、教學活動設計：

【第一節】

活動一～活動五

教學內容摘要	主要問題與活動	說明	評量重點
・教師布題	1.尿布一塊 5 元，一天要用 6 塊，一天要用掉多少元？ 一個月有 30 天，30 天要用掉多少元？		•能說出一天要用掉 30 元。 •能說出 30 天要用掉 900 元。
・用一個有變數的數學式子來表示 30 個數學式子	2.下面是幾天要用掉多少元的紀錄： 1 天 ⇨ 30×1 元 2 天 ⇨ 30×2 元 3 天 ⇨ 30×3 元 4 天 ⇨ 30×4 元 …. 29 天 ⇨ 30×29 元 30 天 ⇨ 30×30 元	•學生可能的記法： (1)天數⇨30×天數 (2)x ⇨ 30x x 代表天數 (3)天數⇨30×天數 天數=1～30 (4)x ⇨ 30x x 代表天數 x=1～30 •如果學生出現(1)、(2) 的記法，教師應	•能用一個數學式子把這些紀錄記下來。

	請用一個數學式子把上面的紀錄記下來，讓別人看到你記的數學式子，就如同看到上面的紀錄一樣。	追問：上面的紀錄中有 30 個式子，你的記法可以看出有 30 個式子嗎？ • 教師應要求學生用 x 來代表天數。	
• 含有變數的數學式子的命名	3. x ⇨ $30x$ x 代表天數， x=1～30。 我們可以給上面的數學式子一個名稱，尿布和屁屁有關，是否可以把上面的數學式子記成 P：x ⇨ $30x$ x 代表天數， x=1～30。 或摘要地記成 P(x) =30x， x=1～30 p(1)表示 1 天要用多少錢。 p(2)表示 2 天要用多少錢。 … p(30)表示 30 天要用多少錢。 p(x)表示 x 天要用多少錢。	• 教師替含有變數的數學式子命名。	• 能理解教師命名的意義。
• 求出已知變數是多少的數學式子的值	4.算算看： P(1)=？ P(2)=？ P(30)=？	• 學生可能的記法： (1) P(1)=30 P(2)=60 P(30)=900 (2) P(1)=30×1=30	• 能寫出 P(1)=30×1=30 P(2)=30×2 =60。 P(30)=30×30

		P(2)=30×2 =60 P(30)=30×30=900	=900。
・用一個有變數的數學式子來表示一個蘋果賣 9 元，幾個蘋果賣多少錢？	重新布題 5.一個蘋果賣 9 元，請用一個數學式子把幾個蘋果要賣多少錢記下來。 蘋果的第一個字母是 A，數學式子請用 A 來命名。 算算看： 買 1 個蘋果要幾元？ 買 5 個蘋果要幾元？ 買 20 個蘋果要幾元？	•學生可能的記法 (1)A(x)=9x (2)A(x)=9x， x=1、2、3、… •如果學生出現第一種記法，教師應追問：x 可以是多少？	•能寫出 A(x)=9x， x=1、2、3、…。 •能寫出 A(1)=9×1=9 A(5)=9×5=45 A(20)=9×20=180。
•增加包裝費用 20 元	重新布題 6.一個蘋果賣 9 元，不管買幾個蘋果都要加上包裝費用 20 元，請你用一個數學式子把蘋果加上包裝費用要付多少錢記下來。 算算看： 買 1 個蘋果要幾元？ 買 5 個蘋果要幾元？ 買 20 個蘋果要幾元？	•學生可能的記法： (1)A(x)=9x+20 (2)A(x)=9x+20 x=1、2、3、… •如果學生出現第一種記法，教師應追問：x 可以是多少？	•能寫出 A(x)=9x+20 x=1、2、3、…。 •能寫出 A(1)=9×1+20 =29 A(5)=9×5+20 =65 A(20)=9×20+20 =200。
・數學上習慣使用 y=f(x)來記錄函數	7. P(x)=30x 代表幾天要用多少尿布錢。 A(x)=9x 代表幾個蘋	•教師說明數學上習慣使用 y=f(x)來記錄函數。	•能理解教師的說明。

	果賣多少錢。 數學上習慣使用 $y=f(x)=30x$ 或 $y=f(x)=9x+20$ 來記錄。 其中的 x 自己可以改變，數學上稱之為『自變數』， 而 $y=f(x)$，y 是對應 x 而改變的數，數學上稱之為『應變數』。		
• 說明一次函數的圖形是直線	8. $y=9x+20$，其中 x 最高次是一次式，數學上稱這樣的式子為『一次函數』。 $y=9x+20$ 可以改寫成二元一次方程式 $9x-y+20=0$，而二元一次方程式的圖形是一條直線，所以『一次函數』也稱為『線型函數』。	教師說明一次函數的圖形是直線。	• 能理解教師的說明。
• 教師布題： 畫出 $y=9x$ 的圖形	9.將一次函數 $y=9x$ 的圖形畫在直角坐標上。	• 學生可能的畫法： (1)將 $y=9x$ 視為一元一次方程式，找出一元一次方程式的兩組解，再連接這兩組解對應的點得到直線。 (2)將 $y=9x$ 視為一次函數，找出兩組 x 和對應 y 的值，再連接這兩組序對所對應的點得到直線。 • 如果學生無法解	• 能在直角坐標上畫出 $y=9x$ 的圖形。

		題，教師應複習二元一次方程式圖形。	
	10.看著 y=9*x* 的圖形，3 個蘋果賣幾元？5 個蘋果賣幾元？20 個蘋果賣幾元？	•學生可能的解法： (1)f(3)=9×3=27，3 個蘋果賣 27 元。 (2)*x*=3 時，y=27 3 個蘋果賣 27 元。 (3)直線上 *x* 坐標 3 對應的 y 坐標是 27，3 個蘋果賣 27 元。 (4)(3, 27)是直線上的點，3 個蘋果賣 27 元。 •若學生出現解法(1)、(2)，教師應要求看著 y=9*x* 的圖形來解題。	•能說出蘋果賣多少錢。
	重新布題 11.福和水果行可以透過網路訂購櫻桃，不管買幾台斤櫻桃都要加上相同的運費。 已知買 1 台斤櫻桃要付 280 元，買 2 台斤櫻桃要付 480 元，買 3 台斤櫻桃要付 680 元。 請用一個數學式子說明該水果行如何算出買幾台斤櫻桃要付多少錢？	•學生可能的解法： (1)480-280=200 一台斤櫻桃賣 200 元。 280-200=80 運費 80 元。 f(*x*)=200*x*+80 (2)680-480=200 一台斤櫻桃賣 200 元。 200×2=400 480-400=80 運費 80 元。 f(*x*)=200*x*+80 (3)f(*x*)=a*x*+b f(1)=a+b =280 f(2)=2a+b	•能寫出 f(*x*)=200*x*+80。

		=480 解聯立方程式 a=200、b=80 f(x)=200x+80 • 若學生出現解法(3)，教師應追問：你怎麼知道答案是一次函數？	

【第二節】

活動六：能解決較複雜情境的一次函數的問題。

教學內容摘要	主要問題與活動	說明	評量重點
• 教師布題	1.上一節課老師有發題目單給你們（題目請看 P.151 附件一），這些都是學測題，自己先算算看，可以互相討論，老師等一下會請各組上台報告。		
	第一題： 題目請看附件一(1)，(P.151)	•學生可能的解法： (1)利用相似三角形對應邊成比例的概念，透過 5：10=x：6 算出答案。 (2)將 A 點視為原點，東方視為 x 軸正向訂坐標，再透過 A、B、C 三點共線解決問題。	•能算出 x=3。
	第二題： 題目請看附件一(2)，	•學生可能的解法： (1)直線不經過原點，	•能選正確答案(1)。

	(P.151)	所以 a≠0。 (2)(1、b)在第一象限，所以 b＞0。 (3)(3、2)在直線上，所以 c=2。 (4)(5、d)比(3、2)高，所以 d＞2。	
	第三題： 題目請看附件一(3)，(P.151)	•學生可能的解法： (1) 假設一次函數為 y=a*x*+b ，再將 (10,130) 及 (20,380) 兩點代入得到函數 y=25*x*-120 y=f(0)=-120	•能算出 f(0)=-120。
	第四題： 題目請看附件一(4)，(P.152)	•學生可能的解法： (1)在直線 L_1 中，*x* 的值愈大，y 的值愈小，在直線 L_2 中，*x* 的值愈大，y 的值愈大。 直線 L_1、L_2 都經過點(3,3)， f(3)=g(3)=3 a＞3， f(a)＜f(3) g(a)＞g(3)，所以 f(a)＜g(a)。	•能算出 f(a)＜g(a)。
	第五題： 題目請看附件一(5)，(P.152)	•學生可能的解法： (1)因為 y=a*x*+b 是線型函數，*x*=1、3 時對應的 y 值都是 3，所以函數圖形是平行於 *x* 軸的直線 y=3，所以	•能算出 $\beta+\gamma$ =3+3=6

		$\beta=\gamma=3$， $\beta+\gamma=6$。 (2)$(2,\beta)(4,\gamma)$在線型函數圖形 $y=ax+b$ 上，將這兩點代入解方程式，可以得到 $\beta=\gamma=3$， 所以 $\beta+\gamma=6$。	
	第六題： 題目請看附件一(6)，(P.152)	•學生可能的解法： (1)6 分鐘印 1080 張(1800-720)，1 分鐘印 180 張，4 分鐘印 720 張，剛好印完。 (2) 假設一次函數為 $y=ax+b$ ，(50,1800) 及 (56,720) 兩點都在圖形上，代入求出一次函數後發現 (60,0) 也在圖形上，因此 9 點時剛好印完。	•能算出 9 點時剛好印完。
	第七題： 題目請看附件一(7)，(P.153)	•學生可能的解法： (1) 假設一次函數 $y=f(x)=ax+b$，任意代入兩點求出函數後再代入求值。 (2)因為函數圖形經過(-1,4)、(1,0)、(2,1)、(4,7)，所以 $f(-1)+f(1)+f(2)+f(4)$ $=4+0+1+7$ $=12$。 •如果學生出現解法(1)，教師應追問，題目是否說明該函	•能算出 $f(-1)+f(1)+f(2)+f(4)$ $=4+0+1+7$ $=12$。

		數是一次函數。	
	第八題： 題目請看附件一(8)，(P.153)	•學生可能的解法： (1)一次函數的圖形經過(500,36)及(1200,50) 1200-500=700 50-36=14， 14÷700=0.02 (超過 300 秒後每秒的費用) 500-300=200 0.02×200=4 36-4=32(基本費用)。	•能算出基本費用是 32 元。
	第九題： 題目請看附件一(9)，(P.153)	•學生可能的解法： (1)y=x+a、y=-x+b、y=c 的圖形分別交 y 軸於(0,a)，(0,b)，(0,c)三點。 其中(0,a)最高，(0,b)次高，(0,c)最矮，所以 a＞b＞c。	•能算出 a＞b＞c。

附件一

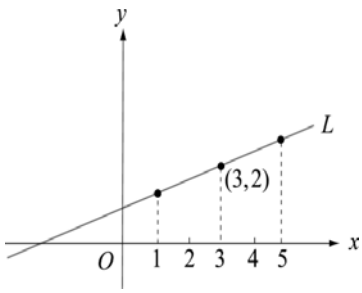
(1)一群海盜在無名島上藏了三批珠寶，先在島上 A 地藏第一批珠寶，然後向東走 x 公里，再向南走 5 公里到 B 地藏第二批珠寶，再循原路回到 A 地後，向西走 6 公里，再向北走 10 公里到 C 地藏第三批珠寶，如果 A、B、C 三地恰好在一條直線上，則 x= ?

(A)3　(B)6　(C)$\frac{25}{3}$　(D)12

(2)如圖，L 為一次函數 $y=f(x)$的圖形，今將函數 f 的自變數與應變數間的對應關係列在下表。

表

自變數 x	…	0	1	3	5	…
應變數 $f(x)$	…	a	b	c	d	…

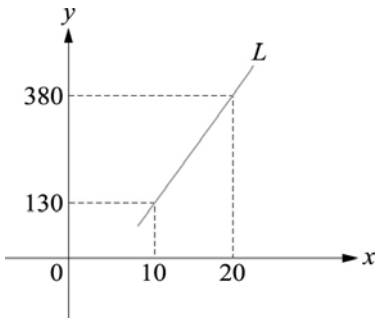


下列敘述何者錯誤？

(A) a=0　(B) b>0　(C) c=2　(D) d>2

(3)如圖，設直線 L 為函數 f(x)=ax+b 的圖形，請問 f(0)= ?

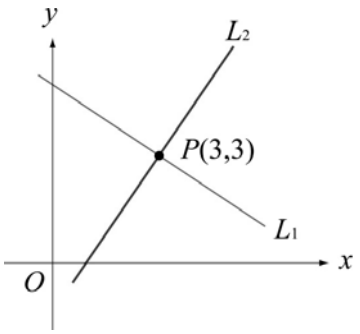
(A) -65　(B) -120　(C) -130　(D) -250



(4)如圖，在坐標平面上，L_1為 y=f(x)的一次函數圖形，L_2為 y=g(x) 的一次函數圖形，L_1、L_2相交於 P(3,3)。若 a＞3，則下列敘述何者正確？

(A) f(a)-g(a)=a　(B) f(a)-g(a)=3

(C) f(a)=g(a)　(D) f(a)＜g(a)



(5)已知線型函數 $f(x)=ax+b$，其對應關係如表。求 $\beta+\gamma=$？

x	…	1	2	3	4	…
f(x)	…	3	β	3	γ	…

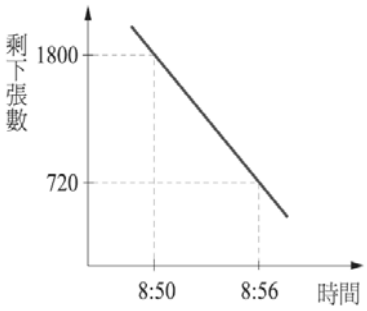
(A)4　(B)6　(C)8　(D)12

(6)右圖為小美影印資料時剩下和時間的關係圖。利用圖中所提供的數據，推估小美在9：00 時影印的情形是下列哪一種？

(A) 來不及印完　(B) 剛好印完

(C) 提前一分鐘印完

(D) 提前半分鐘印完

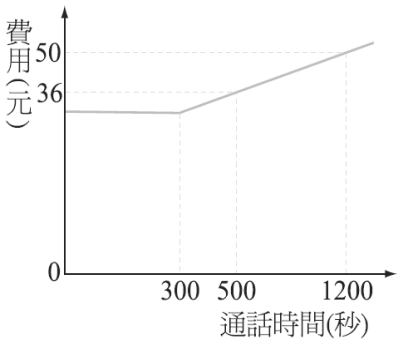


(7)在坐標平面上，函數 y=f (*x*)的圖形經過 (-1,4)、(0,3)、(1,0)、(2,1)、(3,2)、(4,7) 六個點，求 f(-1)+f(1)+f(2)+f(4) 的值為何？

(A) 4　(B) 6　(C) 8　(D) 12

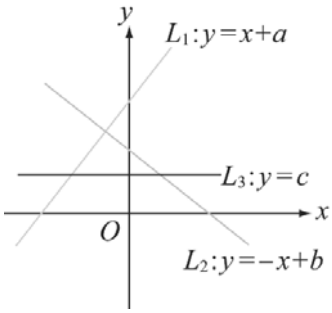
(8)右圖是某電信公司的通話費計算方式：300 秒以內只繳基本費，超過 300 秒之後的費用，與通話時間成線型函數關係。則基本費是多少元?

(A) 26　(B) 28　(C) 36　(D) 32



(9)如圖，直線 L_1、L_2、L_3 分別為方程式 y=*x*+a、y=-*x*+b、y=c 的圖形，下列有關 a、b、c 大小關係的敘述何者正確?

(A) a＞b＞c　(B) b＞a＞c　(C) b＞c＞a　(D) a＞c＞b



貳、教學實錄

【第一節】

1. 老師：各位同學，大家好！今天我們要來上的課程內容是「一次函數」。之前，我們已經上過了「二元一次方程式」，也知道該怎樣去求解，今天，就針對「一次函數」(也叫「線型函數」)來介紹，什麼叫「一次函數」呢？我們一起看 powerpoint 裡面的活動，共同來認識。

問題一(1) 1 塊尿布 5 元，如果一天需要 6 塊尿布， (1)則一天需要花多少尿布錢？ (2)那麼一個月 30 天，需要花多少尿布錢？ 說說看，你是怎麼做的？

2. 老師：第一節，我們先認識一次函數的意義及列式。好，看完問題一的影片後，你們想看看，該怎麼解題呢？大家可以開始寫，我會請同學上來回答問題。幫他算一下需要多少錢？題目就在黑板上。
3. 老師：1 個 5 元，一天要用 6 個，大家可以直接寫在黃色的紙上，待會兒我叫人起來講解，並且列式出來，請儘量把字寫大一點。
4. 老師：對的，可以直接寫上去，利用小學算術應該就可以。1 個月算 30 天，要如何計算？你可以分成兩個問題回答。
5. 老師：好，我要開始叫人，乙涵好了。請到前面來，你的字可以再大一點，直接到中間講好了。
6. 乙涵：

乙涵的算法： (1) 5×6=30 (2) 30×30=900

因為一塊尿布要 5 元，一天需要 6 塊，就是 5×6=30。第二個題目，因為一天要花 30 元，又 1 個月有 30 天，所以總共是 900 元。

7. 老師：對不對？很好！

8. 老師：我們再繼續看後面的問題，是不是應該這樣算？如果一天 30 元，那麼 2 天，就是 60 元，3 天是 90 元，30 天就是 900 元。

問題一(2) 1 塊尿布 5 元，1 天需要 6 塊尿布 ，若 1 天需 P(1)元，2 天需 P(2)元， 3 天需 P(3)元，30 天需 P(30)元， x 天需 P(x)元，則 x 和 P(x)的關係為何？

9. 老師：好，後面還有一個附加問題。注意看！如果我不要這樣寫，因為是屁屁，所以我用 P 來代表，那麼 P(1)就代表一天花多少錢，這代表它的符號嘛！2 天用 P(2)表示，可以嗎？3 天用 P(3)，30 天就用 P(30)，那 x 天則用 P(x)代表，是不是？這個時候和 P(x)之間有什麼關係？你們把它寫下來！

10. 老師：請將你的字儘量放大，讓大家都看得到，儘量佔滿整個版面。

11. 老師：你可以寫 P(1)等於多少，該怎麼算？請列出你的式子來，而 P(2)又要怎麼算？P(3)、P(30)怎麼算？甚至 P(x)如何表達？x 是代表天數，所以，就把未知數 x 代進去 P(x)中。

12. 老師：請將 P(1)表示成等於多少乘以多少，會不會？試試看！

13. 老師：有沒有哪一組寫好了？

14. 老師：好，那叫家霖好了，可以嗎？請來前面講，你講的內容，可以讓大家看清楚。

15. 家霖：P(1)就是一天要用的錢，看乘以幾天，P(1)就是 30，然後 2 天的話，P(2)就是 60，3 天的話，是 90。然後 x 天的話，就 30 乘 x。

家霖的算法：

P(1)=30

P(2)=60

P(3)=90

:

P(x)=30x

16. 老師：對不對？可以喔！其實她也可以寫，30×1=30，30×2，60 嘛！30×3，是 90。那 30×30，900 喔！30 就乘以 x，再往後看。

17. 老師：如果以 1 個 1 個來算的話，1 個 5 元，一天用 6 個就是 5×6！若 1 天是用 1 代表，所以是 30，2 天就是 5×6×2，就是 30×2，3 天就是 30×3，一個月就是 30×30，對不對？我現在要算 P(x)，就是 30×x。大家以前學過一元一次方程式，就知道這個乘號可以省略掉，所以可以寫成 30x，好，沒問題吧！

問題二(1)

1 個蘋果賣 9 元，請列出買 1 到 3 個蘋果的售價。

說說看，你是怎麼做的？

18. 老師：好，來看第二個問題，大家算看看，前一題已經練習過如何列式。1 個 9 元，2 個是怎麼算來的？先列式，代數符號可先不寫出來，寫成多少乘以多少等於多少。可以嗎？好，大家算看看。

19. 老師：好了是嗎？可以喔！好，叫于軒。好，大家一起來看。

20. 于軒：

于軒的算法：

9×1=9

9×2=18

9×3=27

他說 1 個蘋果賣 9 元嘛！然後他列 1 到 3 個蘋果售價，所以，1 個蘋果賣 9

元，然後我現在買 1 個蘋果，就是 9×1=9，買 2 個蘋果的話，就是 9×2=18。買 3 個蘋果，就是 27，如果要列成剛才那樣式子的話，就是像這樣 A(x)=9x。

21. 老師：對不對？

22. 老師：很好！我們看一下，1 個 9 元，2 個 18 元，3 個 27 元，也可以用 9×1、9×2、9×3。表示方式跟剛才一樣，因為 apple 的字首是 A，所以用 A(1)代表 1 個的價格，A(2)代表 2 個的價格，A(3)代表 3 個的價格，可以嗎？那麼 A(x)的話，就代表買 x 個的價格，二者之間有什麼關係呢？自己再列看看，懂了嗎？

> 問題二(2)
> 要買 1 個，需 A(1)元，
> 要買 2 個，需 A(2)元，
> 要買 3 個，需 A(3)元，
> 要買 x 個，需 A(x)元，
> 則 x 和 A(x)的關係為何？

23. 老師：若以 A(1)表示的話，是什麼乘以什麼？

24. 老師：好！叫<u>怡璇</u>。可以嗎？請上來，看看大家寫的跟她一不一樣！

25. <u>怡璇</u>：就是說，如果說買 1 個蘋果需要 A(1)元的話，就是 9×1=9 元，買 2 個蘋果就是 9×2=18 元，如果買 x 個蘋果的話，就是 9×x=9x 元。

> <u>怡璇</u>的算法：
> A(1)=9×1=9
> A(2)=9×2=18
> A(3)=9×3=27
> A(x)=9×x=9x

26. 老師：對不對？講的很好！

27. 老師：我們看一下，A(1)的話，9×1=9，A(2)就是 9×2=18。A(3)就是 9×3=27，那麼 A(x)，表示 x 個，就等於 9×x，把乘號省略後，A(x)就等於 9x，好！再看第 3 題。

> 問題三(1)
> <u>小妤</u>喜歡吃糖果，如果一顆軟糖 2 元，但不管買幾顆，都需要 2 元包裝費，則買 1 到 3 顆各需多少錢？
> 說說看，你是怎麼做的？

28. 老師：好，這裡是劍湖山。好！你們回答問題。

29. 老師：跟剛才比較不一樣的喔！剛才可以直接算，可是現在多了要 2 元的包裝費。大家算看看，買 1 顆、2 顆、3 顆各多少錢？買 1 顆還是要包起來。

30. 老師：可以啊！你也可以自己先假設未知數，符號通常用英文字母比較多。

31. 老師：好！叫安媛。大家看看她寫的方式跟你們的一不一樣？

32. 安媛：就是一顆糖果是 2 元，然後不管買幾顆都是算包裝費 2 元，所以呢，買 1 顆是 2 元加 2 元，所以 4 元，這樣算下來，所以呢，就是這樣！

> 安媛的算法：
> 2×1+2=4
> 2×2+2=6
> 2×3+2=8

33. 老師：對不對？我們來看，我剛才看大家都會列式了，就直接跳到符號的表示。

34. 老師：符號沒有一定說要怎麼設，若以 C 表 candy，C(1)就代表 1 顆的價格，C(2)代表 2 顆的價格，C(3)代表 3 顆的價格，x 代表 x 顆的價格，想看看，x 和 C(x)之間什麼關係？

35. 老師：C(1)是 2×1+2，因為大家要加的數都一樣，我把它擺在最後面，就是 2 乘以 2、乘以 3 嘛！結果就是 2+2、4+2、及 6+2，答案是 4、6、8，最後，x 個呢？2×x+2，就是 2 x+2。

36. 老師：我們在列一元一次方程式的時候，習慣上先將未知數擺前面，常數擺後面，是不是這樣子？再降冪排列，次數高的項放前面，次數低的項放後面。

37. 老師：好！來，我們繼續看，如果沒有問題的話，來看一次函數，而大家剛才所列的式子，都是一次函數，知道嗎？

> 一次函數的介紹
> 以上的三個關係式
> $P(x)=30x$， $A(x)=9x$， $C(x)=2x+2$
> 亦可寫成
> $y=f(x)=P(x)=30x$
> $y=f(x)=A(x)=9x$
> $y=f(x)=C(x)=2x+2$

38. 老師：第 1 個是尿布問題，P 代表尿布，1 天 30 元，P(x)=30x 元，對不對？第二個問題，A 代表蘋果 apple，A(x)=9x，第三個問題，C 代表糖果 candy，1 顆糖果 2 元，加包裝費 2 元，所以，可以用 C(x)=2x+2 列式。

39. 老師：列完式之後，發現我們用了那麼多符號，事實上，可以不必用不同的符號，我乾脆就用 1 個 f 來表示，中間的括弧我們給它一個名稱「of」，在英文裡，of 是什麼意思？是無生命的「什麼的…」。f(x)就是 x 的函數，對不對？ f(x)裡面的 x 和後面的 x 是一樣的。所以，我在這裡寫 1 的話，就可以直接將 1 代入求函數的值。

40. 老師：你會發現，我算出來的是否都是數？比如說代 1 進去是 30，代 2 進去是 60，代 3 進去是 90，所以，這些都是數，它會對應到另 1 個數，對不對？我 1 個 x 對應到 1 個值，可以把 x 任意改變，x 代進去時，後面的數 y 也會跟著它改變。

41. 老師：現在把符號全部統一，都用 f(x)代表，我遮住這個，第一個符號我可以寫什麼？y=f(x)等於多少？30x。第二個，我遮住這個不看，那 y=f(x)等於多少？9x。第三個，y=f(x)=2x+2。

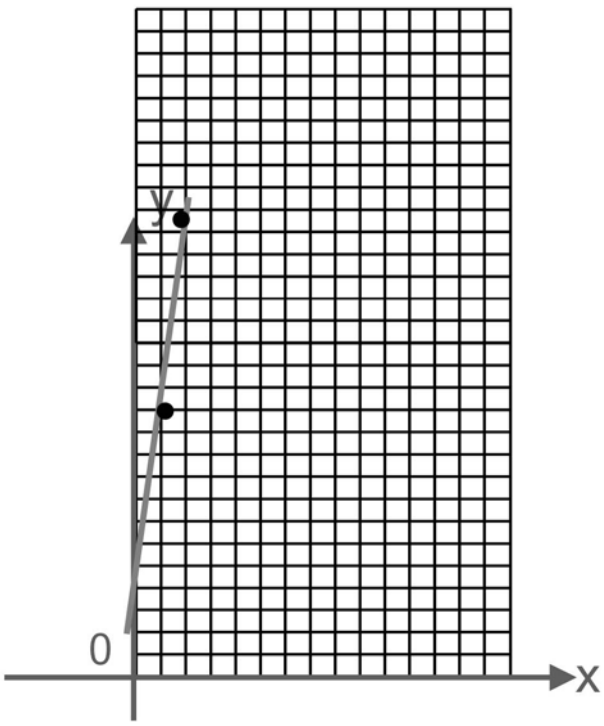
42. 老師：我們繼續往後看。在 y=f(x)裡，x 是什麼？就是我剛才設定的數，x 自己可以改變，在「一次函數」裡，我們稱為「自變數」，y 是因著 x 改變而改變的數，稱為「因變數」或「應變數」，這種關係就是函數的對應關係。

43. 老師：所以，你現在會不會列函數了？會吧！你把剛才的什麼 A 啊！B 啊！C 啊！把它轉變成 f(x)，對不對？前面令它為 y，將後

> 亦可寫成
>
> y=f(x)=P(x)=30x
>
> y=f(x)=A(x)=9x
>
> y=f(x)=C(x)=2x+2
>
> 此函數關係即為一個二元一次方程式 y=ax+b 它的圖形為一直線，所以稱為線型函數(或一次函數)，可將它的圖形畫在直角坐標系上。

面的關係式寫好，這就是「一次函數」的對應關係。

44. 老師：大家還記得嗎？我這樣寫，如果中間兩個不看，y=30*x*，它是一個什麼方程式？二元一次方程式，對不對？y=9*x*、y=2*x*+2，也是二元一次方程式嗎？二元一次方程式，它的圖形是什麼？一直線吧！我是不是都把它寫成 y=a*x*+b，與 y=30*x* 相比對，結果 b=0，a=30 對不對？而與 y=9*x* 相比對，結果 b=0，a=9，如果對照 y=2*x*+2，結果 b=2，a=2 對不對？所以，它的圖形是一直線。為什麼也叫做「線型函數」。



y=f(*x*)=9*x* 的圖形

x	1	2
y	9	18

45. 老師：你可以把它畫在直角坐標系上，有沒有看過？在直角坐標平面，有 *x* 軸、y 軸、原點，對不對？如果我給一個點，比如說點(1,9)，前面代表 *x*，後面

代表 y，這點就可以把它畫上去，另一個點（2,18），也可以把它畫上去，可以嗎？

46. 老師：這是蘋果問題，對不對？y=f(*x*)=9*x*，*x* 等於 1 時，代表買 1 個蘋果，y 是代表它的錢數，是 9 元，2 個的話，是 18 元，你怎麼畫在直角坐標平面上？(1,9)上下看，對不對？*x*=1，y=9，數 9 格，1、2、3、4、5、6、7、8、9，我是不是在這裡就可以畫上一個點？再來第二個點是 (2,18)，1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12、13、14、15、16、17、18，到這裡，所以，將找到的這兩點連接起來形成一條直線。

47. 老師：大家知道，如果要經過兩點的直線有幾條？比如說，這裡有個 A 點，這裡有個 B 點，要經過這兩點的直線有幾條？一條？兩條？無限多條？而點有沒有大小分別？沒有吧！點只能代表位置，所以，這兩個點連接起來，只有唯一的一條直線，聽懂嗎？如果你在限定範圍內找到它任一個 *x* 時，在它的函數中，就可以在直線上找到對應的解，若 C 點也在這直線上，則以 B、C 兩點畫出來的直線會不會和以 A、B 兩點畫出來的直線是同一條？會吧！所以，找什麼點都無所謂，只要你代進去的答案是對的，描出來的點是對的話，那麼，你畫出來的直線就是正確的，聽懂嗎？不限定你找出來是什麼解，所以，我把這直線上的任兩點連接起來，這條直線都會是固定不改變的。

48. 老師：那麼，每一個點是不是都有意義？*x*=1 代表買 1 個蘋果，對上的價格就是 y=9 元，*x*=2 的話對上的價格就是 y=18 元。我可以從一個 *x* 值畫上去，可以對應到一個 y 值，如果它是整數點，這樣對應出來，或許不是整數點，都可以知道它大概的位置。

問題四

福和水果行可網路訂購水果，櫻桃的訂購價格的細目表如下(運費一律 80 元)

重量	網路訂購價格
1 台斤	280
2 台斤	480
3 台斤	680
4 台斤	880
5 台斤	1080
6 台斤	1280

49. 老師：大家看一下，猜一下喔！福和水果行如果可以網路訂購水果，櫻桃的定價價格是什麼？一台斤的話 280，不過有包含運費，2 台斤 480 元，3 台斤 680 元，4 台斤就類推喔！你可以知道它怎麼算出來的？跟剛才一樣，試看看！

50. 老師：還有沒有紙？我這邊有紙。待會兒練習要用的問題紙有沒有人用完了？好，練習寫。你們也試看看喔！看怎麼列式？因為它沒告訴你一台斤多少錢，這是什麼？總共的價格嘛！因為這一題有直接先告訴你運費的價格，如果不直接告訴你有運費的話，你可不可以猜得到運費是多少錢？因為你會發現說，它遞增的數好像都一樣，可是又多加了一個數。

51. 老師：大家寫得都蠻快的，都差不多。好！我再叫一個人，姿佑，她們快完成了。有的人是用代數的方式去算，就是用函數的方式，都不錯，都可以用的，好，來！

52. 姿佑：網路訂購價格 1 台斤的櫻桃是 280 元，y 等於 f(x)，那 280 元就等於 f(1)，然後再

姿佑的算法：

y=f(1)+80=280

y=f(2)+80=480

加 80 的運費，如果是 2 台斤的話，就是 f(2)，再加 80 元的運費，然後作運算。

53. 老師：對不對？她好像還沒有算完，那一台斤多少錢？有沒有哪一組已經都完成了？有，好，承杰。你來！你們這一組已經算完了。給大家看一下！

54. 承杰：就是 f(1)是 1 台斤嘛!，f(1)=200+80，那 f(2)=400+80，跟 1 台斤比較的話，多加了 200，所以 1 台斤就是 200，然後加 80，所以 f(x)=200x+80，就這樣子。

承杰的算法：

$y=f(1)=200\times1+80$

$y=f(2)=200\times2+80$

⋮

$y=f(x)=200x+80$

55. 老師：對不對？是不是感覺比較完整？你剛才推理的，看一下，老闆怎麼定價格呢？480-280=200，對不對？680－480 是不是也差 200？所以發現每個間隔都相等，每多加一台斤 200，對不對？所以，你就知道是 200 元！運費在題目裡已經告訴我們，如果沒有說，你可以這樣算：280-200=80，80 就是運費，對不對？所以，我現在用這種方式，就可以這樣寫，一台斤費用已經知道，我一台斤 200 乘以 1，2 台斤、3 台斤、4 台斤，那 x 台斤的話，就是 200x，最後，這要怎麼寫？200x+80，沒問題吧？

56. 老師：好，我們用另外一種函數方法計算，因為 y=f(x)是一個線型函數，數量增加，價格就跟著提高，對不對？所以是成正變，設成 ax＋b，我可以這樣寫，就代 1 進去得 280，代 2 進去得 480，對不對？代完之後再觀察一下，x 是不是都還沒放進去？我要代到哪裡去？是不是要放在這裡？所以 x 要代在

$y=f(x)=ax+b$

$y=f(1)=280$

$y=f(2)=480$

$y=f(1)=a+b=280$…..(1)

$y=f(2)=2a+b=480$….. (2)

(2)-(1)　a=200 代入(1)

200+b=280　∴ b=80

這裡，是不是 a+b=？，280。2a+b=？，480，這樣可以嗎？像不像二元一次聯立方程式？將它們聯立起來，比較看看，這個式子和那個式子，左邊的好了，a 和 b 之間有什麼關係？b 是不是一樣？我將這兩個式子相減，b 是不是不見了？那第(2)式減第(1)式的話，左式減左式，右式減右式，剩下 1 個 a，所以 a=200？再將它代第一式，得到 200+b=280，所以 b=80，對不對？a=200、b=80，再代回到前面 y=f(*x*)=a*x*+b，所以最後得到 y=f(*x*)=200 *x*+80，可以嗎？這已經是一個很完整的一次函數了！

57. 老師：好，這個就是我們的學測題了喔！(題目請見 P.151 附件一)，你們想不想看看？我現在發講義給你們，待會兒每一組要報告一~兩題。先自己寫看看喔！你也可以用剛才介紹的一次函數觀念去解看看，就寫在練習題的紙張上，因為這些題目比較完整，我待會兒會把它拍下來，直接放在電腦上面，直接投影在螢幕上看。你也可跟別人討論，結果會發現不只有一種解法，對不對？你也可以用別種方式，利用相似形的方法來做，先試看看，建議你兩種方法都試。用一次函數的方式，你會比較熟悉，但不一定是最好做的方法。下一節課，我會請你們每一組都上來講解。

58. 老師：你們的紙夠不夠？都是寫在黃色紙上，儘量寫大一點。有沒有哪一組還需要紙的？你們寫式子的時候，我希望能寫完整一點，你要會解釋，如果你不會使用數學符號，也可以用國字寫，沒關係！不然，你上去講的時候，再把它解釋清楚。不過，請儘量用你會用的數學符號及式子寫。

59. 老師：待會兒，如果你有完成的題目，先拿給我看一下，我先幫你拍下來。第幾題要先告訴我，這是第一題嗎？

60. 老師：可以嗎？如果你第一題作完了，可以繼續做別題，不一定都只做第一題，我待會兒不會只叫你做第一題，每一題都可能。有沒有看不懂的題目？需

要再解釋的嗎？

61. 老師：好！我們第一節課，先上到這裡喔！待會兒下課時間，你可以跟人家討論看看，怎麼做？下一節課，就把寫的內容請你們每一組都上來講。每一組應該會講到兩～三題，也可能同一題有好幾組要講。我們這一節課就上到這裡。

【第二節】

62. 老師：大家是不是都有已經做好一些了？還沒有寫好的，就繼續做。有沒有哪一組已經寫好的？我剛才拍的你們的作法不是很清楚，還要再拍一次，這一組比較清楚吧！我待會兒會用投影機投在螢幕上，呈現給大家看。

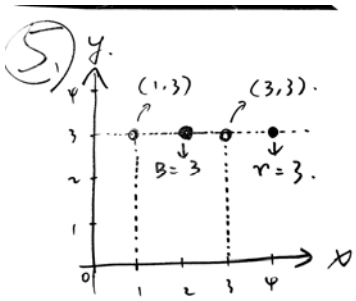
63. 老師：這是第五組的第 5 題，對不對？第 5 題是第幾組？你們第二組先講，好不好？第四組，來，我把它放進去。待會兒就依照上面的內容來講。這是第 5 題，好！我們看一下第 5 題的題目，第五題是說，如果一個函數 $y=f(x)=ax+b$ 喔！現在如果求 β、γ，這符號會看嗎？α、β、γ，應該蠻常見的，理化也會學到。

5 .已知線型函數 $f(x)=ax+b$，其對應關係如表，
求 $\beta+\gamma=$？

x	…	1	2	3	4	…
$f(x)$	…	3	β	3	γ	…

(A)4　(B)6　(C)8　(D)12

64. 老師：好！題意是說 x=1 代進去等於 3，2 代進去等於 β，3 代進去也等於 3，4 代進去等於 γ，求 β 加 γ 等於多少？好！來！我把它貼過來，誰要講？如果你不要拿紙講也沒關係，就直接到前面說明。



65. 婕妤：它說 x 等於 1，對上去就是 y=3，然後它只有

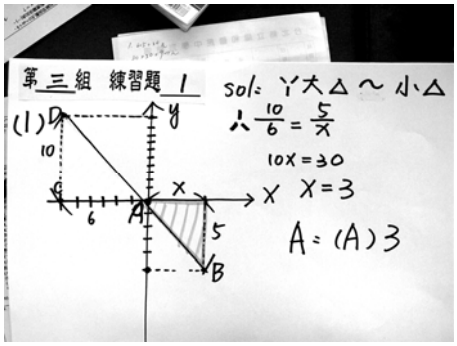
給兩個 y，兩個 y 都是 3，如果連成一直線的話，2 對上的也是 3，4 對上的也是 3，所以 β=3， γ=3，所以 $\beta+\gamma$=6，答案是 6。

66. 老師：好！對不對？因為 y=f(x)是線型函數，所以，經過這兩點的直線，是唯一的直線，對不對？直接連接這兩點畫出一條直線，畫完之後，你會發現，β 對上去的是 y=3，γ 對應上去也是 y=3，對不對？是不是都對應到 3？這個符號念 β，如果你在寫 β 的時候，記得尾巴寫長一點，會不會？這就是 β 胡蘿蔔素的 β。γ 在哪裡看過？你們的理化的 γ 射線，對不對？γ 跟 r 很像，可以自己練習寫看看。

> 1.一群海盜在無名島上藏了三批珠寶，先在島上 A 地藏第一批珠寶，然後向東走 x 公里，再向南走 5 公里到 B 地藏第二批珠寶，再循原路回到 A 地後，向西走 6 公里，再向北走 10 公里到 C 地藏第三批珠寶，如果 A、B、C 三地恰好在一條直線上，則 x=？
>
> (A) 3　(B) 6　(C) $\frac{25}{3}$　(D) 12

67. 老師：好！我們再看別題。這是第三組的第 1 題，第三組要不要上來解釋一下？好！來，第三組你們這一題怎麼解釋？大家先看一下第 1 題題目，第三組先解釋一下題意，然後再開始講解！來！你直接上來講，我們一起來看你們的內容，紙張不帶也沒關係。

68. 仲鈞：就是它先往東走 x 公里嘛！然後又往南走 5 公里到 B，然後再回到 A 地之後，又往西走 6 公里，再往北走 10 公里到 C 地，然後 A、B、C 這三個點都剛好在同一直線上，所以 x 的話，就是…。



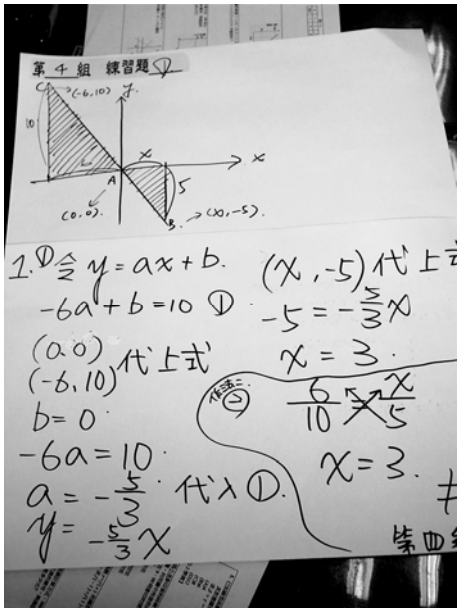
69. 老師：好，來，那你解釋一下你的圖，到前面來。

70. 仲鈞：就是因為到 CD 的那條路線，還有到 B 的路線，和直線 DAB 形成兩個相似三角形，所以，往北走 10 公里跟往南走 5 公里，往西走 6 公里跟往東走 x 公里，會成比例，所以，$\frac{10}{6}=\frac{5}{x}$，交叉相乘後，得到 x=3 。

71. 老師：聽得懂嗎？他是利用相似形的方法，因為這一個大的三角形和這個小的三角形，是相似形，為什麼是相似形？將來在九年級，會有一個章節介紹相似形的內容。因為這兩個對頂角一樣大，另外這兩個角是直角也相等，所以是 AA 相似的關係。這兩個三角形相似以後，你會發現 5 和 10 是不是相對應？6 和 x 是不是也相對應？是兩個直角三角形的兩股，它的長邊比短邊，對不對？ 所以$\frac{10}{6}=\frac{5}{x}$，這怎麼來的？是用交叉相乘得到 30=10x，再兩邊同除以 10，x 是不是等於 3？所以答案是 3。我剛才有看到另外一組，是用別的方法。

72. 老師：這一組是用不同的方法，是第四組嗎？是利用求聯立方程式的方式。好，用不同的方式，再解一次。接下來是誰要講？來，換一個人好了。

73. 雅娟：剛剛講過啊！先設直線方程式 y=ax+b，然後，若想要知道這題的解的話，就要先知道 a 和 b，將 C(-6,10)代入方程式，得到-6a+b=10，將 A(0,0)代入方程式，得到 b=0，再將 b=0 代入-6a+b=10，得到-6a=10，所以 a= $-\frac{5}{3}$。將得到的 a=$-\frac{5}{3}$、b＝0 代入 y=ax+b 式中，得到 y =$-\frac{5}{3}x$，再將 B(x,-5)代到這個式子，最後得到 x=3。

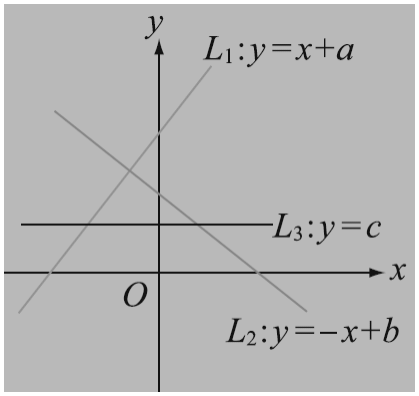


74. 老師：可以嗎？看得懂嗎？懂。不錯，因為大家對直角坐標系比較不熟，而題目原本就沒有坐標，需要自己建立一個直角坐標系平面。所以，B 點如何定？我們說向右為正，向下為負，先看 x 後看 y，對不對？ x 向右 x 個單位、y 向下 5 單位，所以 B(x,-5)，對不對？那麼 A 點又是如何定？x 向左 6 個單位，所以先寫 x=-6，y 是向上 10 個單位，向上為正，所以定 C(-6,10)，可以嗎？除了這兩點外，還有一個點，是什麼點？原點，定為 A(0,0)。大家都知道經過 A、C 這兩點的直線只有一條，對不對？這條直線也會通過 B 點，對不對？所以，我先把 A 點、C 點代入 y=ax+b 中，將(0,0)代入，得到 0=a×0+b，所以 b=0。把 b=0 先代到 y=ax+b 中，得到 y=ax，再將 C(-6,10) 代入 y=ax 中，就得-6a=10，所以解得 a= $-\frac{5}{3}$，可以再將 a= $-\frac{5}{3}$、b=0 代入 y=ax+b 中，得到直線方程式 $y=-\frac{5}{3}x$。最後，將 B(x,-5)代入 $y=-\frac{5}{3}x$，得到 $-5=-\frac{5}{3}x$，對不對？所以，就得到了 x=3 的解。

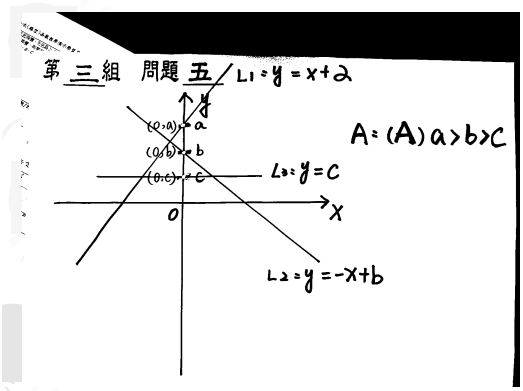
75. 老師：好，來，我們再來看別題，已經有很多組都完成了，這一組和第二組的，算法都跟前兩組的差不多，大家可以繼續做後面的題目。還有哪一組做好其他題目的？我先幫你拍下來，還有嗎？

76. 老師：好！這一組是做第 9 題。好，是你們這一組，上來講第 9 題。

9. 如圖，直線 L_1、L_2、L_3 分別爲方程式 $y=x+a$、 $y=-x+b$、y=c 的圖形，下列有關 a、b、c 大小關係的敘述何者正確?
(A) $a>b>c$
(B) $b>a>c$
(C) $b>c>a$
(D) $a>c>b$



77. 姿佑：因為 L_1：$y=x+a$ 當 $x=0$ 時，這條直線交 y 軸於(0,a)。然後 L_2：$y=-x+b$，當 $x=0$ 時，交 y 軸於(0,b)，然後 L_3：$y=c$ 交 y 軸於(0,c)，a 和 b 和 c，都在同一直線，所以答案就是 $a>b>c$。

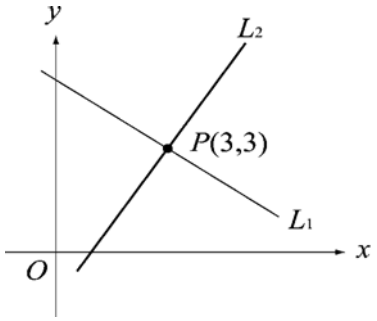


78. 老師：好！看懂嗎？因為 L_1、L_2、L_3 這三條線，同時交於 y 軸上，而在 y 軸上的點，x 都等於 0，對不對？求 a 的話，看 L_1 交 y 軸於 (0,a)，對不對？求 b 的話，看 L_2 交 y 軸於(0,b)，對不對？求 C 的話，本來就沒有 x，所以直接（0,c）。所以，觀察 y 軸上的三個交點，你會發現位置排列由上而下是 a、b、c，在 y 軸上愈往上，它的值就愈大。對，所以越高是誰最高？a 最高嘛！所以得到 $a>b>c$。這沒問題喔！好，還有一題是這一組的喔？這是第幾題了？是這一題，第 4 題對不對？第三組喔，儘量每一題都講到喔！好，來！第三組，誰要講？要不要先看一下題目？

4. 如圖在坐標平面上，L_1 爲 $y=f(x)$ 的一次函數圖形，L_2 爲 $y=g(x)$ 的一次函數圖形，L_1、L_2 相交於 P (3,3)。若 $a>3$，則下列敘述何者正確？

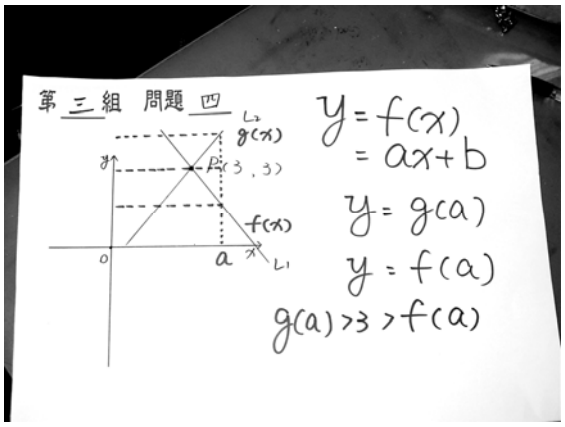
(A) $f(a)-g(a)=a$　(B) $f(a)-g(a)=3$

(C) $f(a)=g(a)$　(D) $f(a)<g(a)$



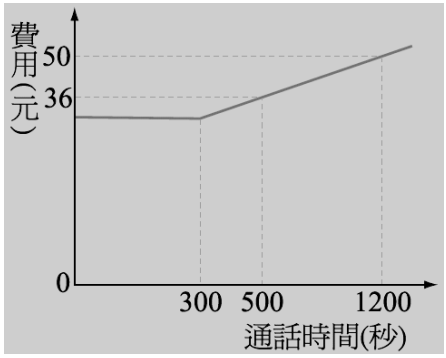
79. 亭妏：就是 L_1 連接過來到這邊的話，當 x=a 時 $y=f(a)$，然後 P 點的 x=3，所以連接過來 y=3，這樣推下來的話，在 x=a 時，以圖形中對應到 y 軸上的點，所

以得到 $g(a)>3>f(a)$，第四個選項才是正確的，所以答案是(D)。

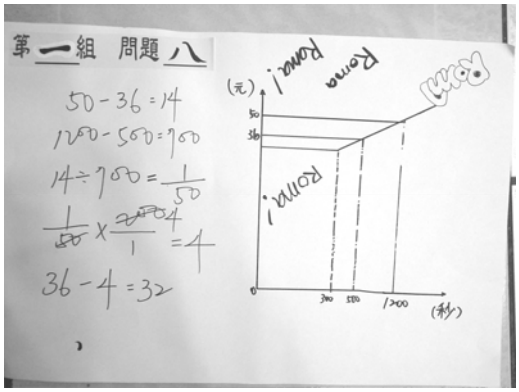


80. 老師：大家聽得懂嗎？會發現說這兩條直線都是一次函數，對不對？它們在什麼時候是有相同的解？它們交點，每個交點都是一個解，在 x=3 時有共同解，它的 y=3，好，我畫一條垂直 x 軸的直線，大家會發現在 x=3 之前，所對應的 y 值誰比較高？是 L_1 對不對？而用函數式 f(x) 代表，$g(x)$ 表示 L_2，所以在 x=3 之前，假如 $b<3$，就得到 $f(b)>3>g(b)$，在 x=3 之後的話，假如 $a>3$，就得到 $g(a)>3>f(a)$，有沒有？3 對應的話就比它大，好，可以嗎？我們再看一下後面那組喔！這是第 8 題喔。只有 x=3 時，$g(3)=3=f(3)$，好，了解了吧！再來看第 8 題，是第一組。

8.如圖，是某電信公司的通話費計算方式：300 秒以內只繳基本費，超過 300 秒之後的費用，與通話時間成線型函數關係。則基本費是多少元?
(A) 26 (B) 28 (C) 32 (D) 32



81. 雅柔：這個要算電話費，就是他打 1200-500 秒，總共打了 700 秒，是花了 50-36=14 元，所以可以算出打一秒要花幾元？$14\div700=\frac{1}{50}$，因為它總共打了 200 秒，所以是 $\frac{1}{50}\times200=4$，

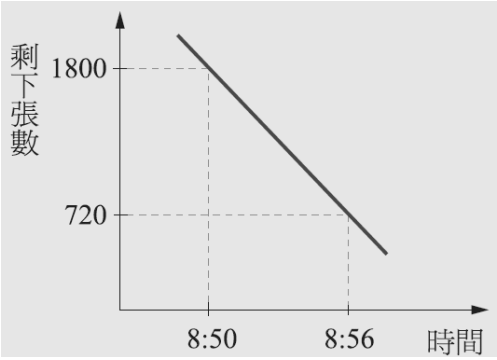


算完是打了 4 元，原本這是 36 元，算在 300 秒時，所以是 36-4=32，此時的費用是 32 元。

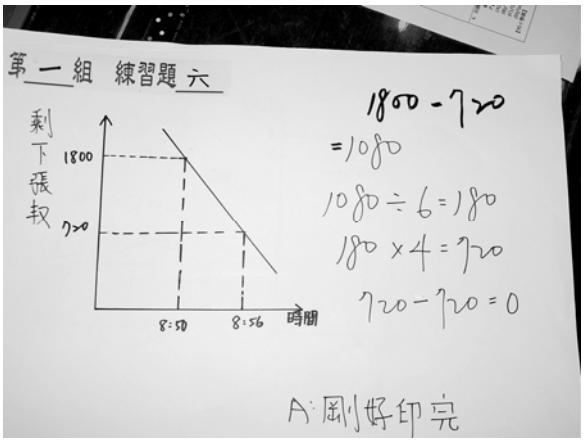
82. 老師：可以嗎？聽懂嗎？她還是用比例的方式來算，因為 1200 秒和 500 秒相差 700 秒，對不對？這裡 50 元和 36 元相差多少元？14 元，對不對？所以，這邊的錢數和秒數是成正比，$14\div700=\frac{1}{50}$，每一秒的價格是 $\frac{1}{50}$ 元，對不對？現在你看它，因為之前它這裡往前推，往前推多少？200 秒，是不是？200 秒的話，$\frac{1}{50}\times200=4$，所以是花 4 元，36 再往下 4 元，36-4=32，所以最後答案是 32 元。

83. 老師：這聽懂喔！她講得不錯喔！只是剛開始不知道怎樣解釋較恰當。好！再往後面看，這一題，是第一組的第 6 題，是不是？第 6 題是影印的問題，題目說在 8 點 50 分的時候，剩下 1800 張，到 8 點 56 分的時候，剩下 720 張，最後問在 9 點以前，會不會印完？好！來！第一組誰要講？是維中要講。

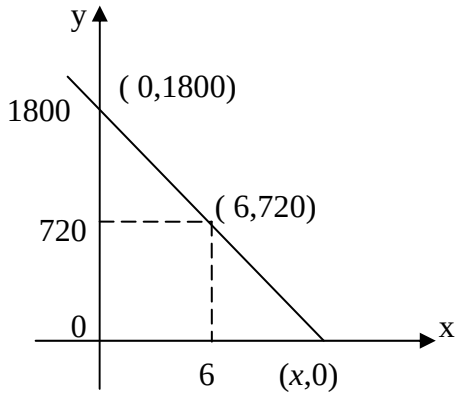
6.圖(八)為小美影印資料時剩下張數和時間的關係圖。利用圖中所提供的數據，推估小美在 9：00 時影印的情形是下列哪一種？
(A) 來不及印完
(B) 剛好印完
(C) 提前一分鐘印完
(D) 提前半分鐘印完



84. 維中：這裡印的時間是相差 6 分，那 1800 張減掉 720 張，等於 1080 張，也就是說 6 分鐘可以印 1080 張，所以一分鐘可以印 1080÷60=180 張，一分鐘印 180 張。然後，8 點 56 分到 9 點，還有 4 分鐘，一分鐘印可以印 180 張，所以 180×4=720，最後 720-720=0，所以剛好印完。



老師畫的坐標圖：



85. 老師：可以喔！還是用比例，對不對？先算每分鐘可以印多少張？最後剩下幾分鐘可以印多少張，去減看看，對不對？如果把它變成函數的樣子，你可以先令直線 $y=f(x)=ax+b$，求出這條斜直線，這直線上的點坐標是多少？(見 P.171 老師畫的坐標圖)因為這裡的時間你比較難表示，就把原點訂定在 8：50，畫出在這邊，這邊定原點，到這裡的話是幾分鐘？8：56 分，就定在 x 軸上(6,0)的位置，對不對？1800 張就在 y 軸上(0,1800)的位置，x=6 對上去所對應的 y=720，對不對？最後這個點，是剛好印完 y=0，對不對？所以定為(x,0)。再來，將(6,720)、(0,1800)這兩個點代入 $y=ax+b$，代完之後，求出 a、b 來後，得到 $y=-180x+1800$，再把(x,0) 代入？最後求出來 x=10？結果是剛好 9 點，也可以這樣做，只是說好像都沒有人這樣做。

86. 老師：好！剛才好像還有幾題已經給我了。我們再看其他題目，如果有重複的，我們就先不要講。這是第四組的第 7 題，換個人講好了。題目先解釋一下，再講解。

> 7.在坐標平面上，函數 $y=f(x)$的圖形經過(-1,4)、(0,3)、(1,0)、(2,1)、(3,2)、(4,7)六個點，求 $f(-1)+f(1)+f(2)+f(4)$的值為何？
> (A) 4　(B) 6　(C) 8　(D) 12

87. 筑茜：我們那個答案就是，用代入法代進去，就是開始做嘛！

88. 老師：它最後要求什麼？x=-1、1、2、4 代入，對不對？好！你講。

用代入法：
$f(-1)=4$
$f(1)=0$
$f(2)=1$
$f(4)=7$
4+0+1+7=12　　答案：(D)

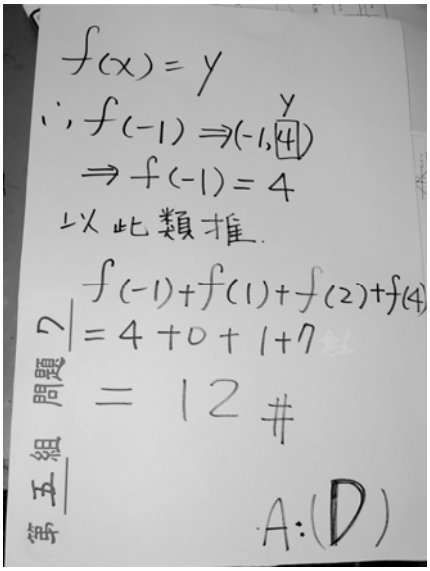
89. 筑茜：你全部 x 代入的話，就會得到 y=4、0、1、7，然後用小學一年級的加法，所以 4+0+1+7=12，所以，答案等於(D)。

90. 老師：對不對？其實這一題是很簡單的題目，看起來好像很複雜，這是一次函數的式子，一次函數的圖形是一直線，x=-1 代進去的話，得函數值 y=4；x=0 代入的話，得函數值 y=3，所以，你就把題目要求的式子代入去找就對了，對不對？x= -1、1、2、4，找到相對應的位置：x= -1 對應到 y=4；x=1 對應到 y=0；x=2 對應到 y=1；x=4 對應到 y=7，大家知道這個函數的式子是什麼嗎？不知道啊！需不需要知道？不需要，你只要知道它的對應關係就可以解題，了解嗎？

91. 老師：好！再來看，是第五組的也是第 7 題，誰要來講？。

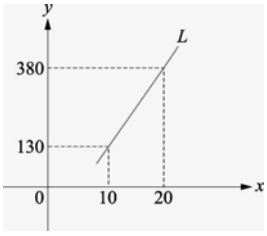
92. 陳萍：因為一次函數 f(x)=y 嘛！所以題目是問你說，f(-1)=y=4 嘛！然後這個也是，那個也是，全部都是，然後加一加就等於答案。

93. 老師：對不對？也跟剛才差不多。就是對應關係，她寫得比較清楚，就是 f(x)=y，對不對？代進去的 x 是對應到 y！我們在寫坐標的時候，是不是相同？前面是 x，後面寫 y？其實她寫的 y 值，就是我要的函數值。x

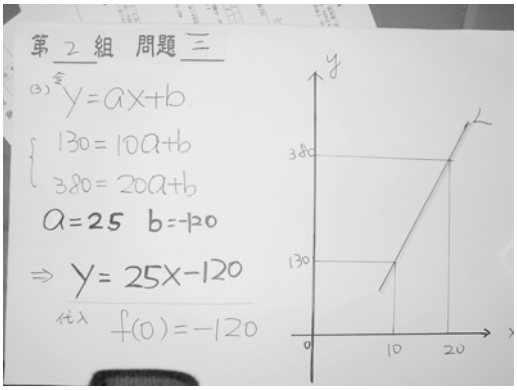


代 1 進去的函數值，所以，f(1)就是它的函數值。好！來！我們看下一題，這是哪一組？第二組的第 3 題，好！來！

3. 如圖，設直線 L 爲函數 $f(x)=ax+b$ 的圖形，請問 $f(0)=$？
(A) -65
(B) -120
(D) -130
(D) -250



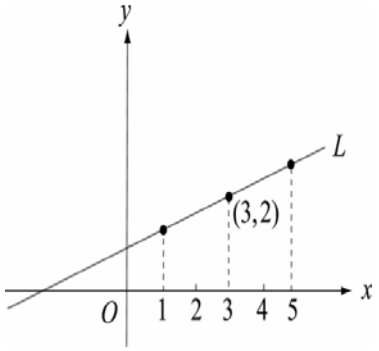
94. 湘琦：我們就先設這個是 f(x)，就是 y=ax+b，然後把點(10,130)代進去，得到 130=ax+b，再將點(20,380)代進去，得到 380=20a+b，然後此聯立方程式，用加減消去法，得到 a=25、b=-120，所以，我們就得到 y=25x-120，那 f(0)=-120，就這個答案。



95. 老師：它題目要我們求的是 f(0)？y 軸上的點，就是 x=0，對不對？你如果把這條線繼續延伸下去，你會發現是在 y 的下方，所以其實答案是合理的。那她是直接代 x=0，又因為已經求完函數了，所以得到 y=-120。很好！

96. 老師：來，我們再看下一題。我們哪一題還沒講過？還有沒有哪一組好了？好！第二組的第 2 題，有沒有哪一組，哪一組要上來寫？還是有已經寫好了，直接上來。這一題的話，你只要直接畫線就差不多了。畫函數，然後直接對應到 y，畫 x 後直接對應到 y 就好了。從這邊畫上去，對應過去，你試看看！這一題其實比別題更簡單。把握時間喔！快要下課囉！

2.如圖，L 爲一次函數 $y=f(x)$的圖形，今將函數 f 的自變數與應變數間的對應關係列在表(二)。



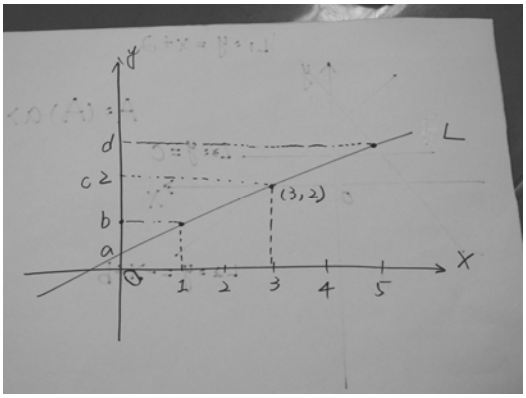
表(二)

自變數 x	…	0	1	3	5	…
應變數 $f(x)$	…	a	b	c	d	…

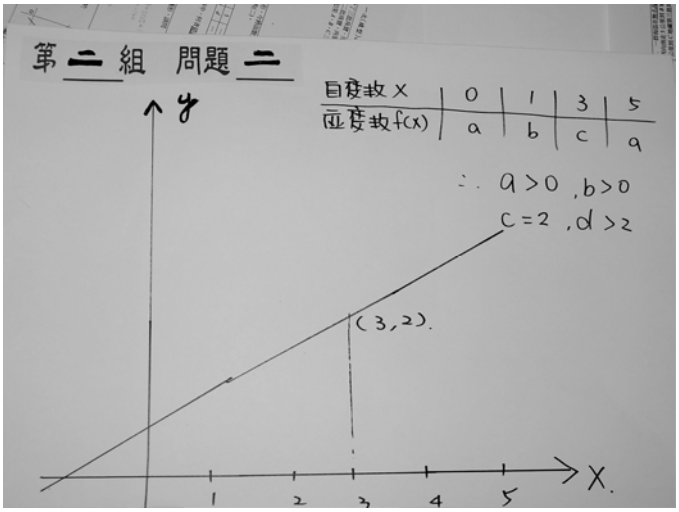
請問對於下列有關 a、b、c、d 大小的判斷中，何者錯誤？
(A) $a=0$　(B) $b>0$　(C) $c=2$　(D) $d>2$

97. 老師：它是用比較大小嘛！你只要把 x 的值相對應的位置畫過去，就知道了！那 a、b、c 就會在 y 的位置嘛！對不對？就是 y 軸上找到對應的位置。有寫好了，就先告訴我喔！好，來，第 2 題是哪一組？上來吧！

98. 乙涵：它有給我們表格啊！$x=0$ 對上去的這一點在 y 軸上的就是 a，$x=1$ 對上去的就是 b，然後 $x=3$ 對上去，因為它有說 y=2，也等於 c，最後 $x=5$，對上去的是 d，對到下面的那四個選項中，就只有(A)是錯的，所以答案是(A)錯誤。



99. 老師：對不對？可以喔！然後，再一組就好了，最後是哪一組？第二組喔，同一題沒關係。她們那一組是畫得比較仔細。就上來！好，大家再看一次喔！



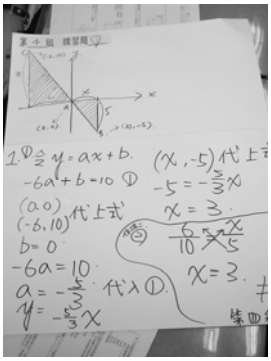
100. 湘琦：剛剛這邊說的是 x 軸是 0 的話，所以應變數 f(x)就在這裡，然後呢，這邊 x 軸如果是 1 的話，這邊就是 b，相同的，如果這邊是 3，這邊就是 c，這邊是 5 的話，這邊就是 d，所以，由 y 軸得到的結果就是 a 會大於 0，然後呢，b 也會大於 0，c=2，然後呢，d 就大於 2。

101. 老師：好，可以嗎？很好喔！她這一邊可以直接畫線上來，跟剛才一樣，直接畫線上來，這樣看才會更快。大家學了這 9 題，對一次函數有沒有比較有概念了？因為從前面開始介紹一次函數，第 1 題，這個是尋寶問題，在考試的時候，是沒有給圖，那個圖是後面人家畫上去的，所以在沒有圖的狀況之下，要自己去設想一個坐標，聽懂嗎？所以，以後你碰到這種題目，也要自己畫看看。第 2 題的話，是函數對應關係，只要看不用算，對不對？你只要知道它對應的位置在哪裡，就知道大小關係。第 3 題的話，它是已知函數，而且也有畫圖，所以，只要直接這樣對應就可以知道結果，對不對？後面幾題再看看。第 4 題是比較大小，我直接畫上去就知道它的大小。第 5 題的話，是直接對應，而且它是已知函數，所以大家都是 3 嘛！第 6 題你們用比的，會比較快。再來，第 7 題也是這樣的函數喔！第 8 題和剛才也差不多，你可以用函數也可以用比的，第 9 題，最後一題，這是不是也是畫這個線。所以，我們學會了這幾題基測題後，會發現其實基測題不會很難啦！而且看懂題目，知道它的定義就會解了。我希望大家有機會的話，可以把一些相關「一次函數」的題目來算一算，好！我們今天就上到這裡，下課！

參、教學說明

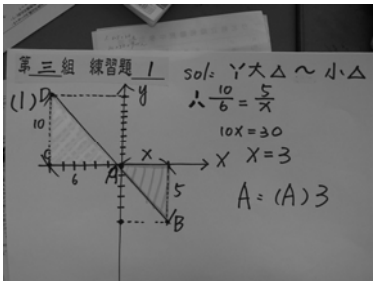
今天我們上的是「一次函數」，也就是「線型函數」，因為在 83 年版之後的九年一

貫暫綱的新教材裡，這部分是完全刪掉了，「二次函數」也是被刪掉的，所以，他們現在的教材裡面，是完全沒有這一個單元的，這個班是學校的特殊班，美術班，所以學生的素質是比較齊的，現在是八年級，目前學完「一元一次方程式」，而「二元一次聯立方程式」才剛要學，所以我在上這單元前，就先幫他們補了一些觀念，比如說，如何去畫直角坐標平面？學習坐標的概念；怎樣去求「二元一次方程式」？如何描點畫出「二元一次方程式」的圖形？及聯立求解。讓他們有了基本觀念之後，我再導入「線型函數」概念。先用一次多項式，就是「一元一次方程式」的列式方式，學會怎樣去列式。之後，再用列式求值方法，所求的值就是函數值，f(x)的觀念，令 y=f(x)，一開始就不先說 f(x)是什麼，我先用 A 代表 apple，C 代表 Candy，P 代表尿布 PP，用這種方式讓學生能夠比較直接地接受這個概念，那 P_1、P_2、P_3、P_x 代表所代入的幾天份花費，所得的數是多少，就知道要花多少錢，用這種方式，學生已經比較清楚，所得的數字，其實就是我要求的錢數，也就是我要求的函數值。我令 y=f(x)，比如說，每天尿布的費用是 30 元，所以 y=f(x)就等於 30x，學生有這概念之後，就可以在直角坐標平面上，直接畫出函數圖形。例如，我有一個 x 對應到一個 y，就先畫出對應點，在函數的概念中，x 是自變數，y 是應變數，x 是我們給定的數，代入之後，y 就因著 x 改變而改變，所以稱 y 為應變數，有了這樣的概念之後，學生在畫圖時，比較清楚為何一個 x 畫上去，必須對應到一個 y 值。

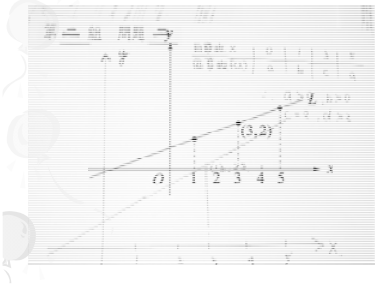


比如說，像剛才第 1 題，在算這個題目時，完全沒有圖可以參考，學生要依照它的情境，向右、向下，向右 x 個單位、向下 5 個單位，回到原點，然後再向左 6 個單位、向上 10 個單位，依照它的描述畫圖。結果發現，學生會有兩種做法，像這種做法，他就直接設為函數的方程式 y=ax+b，將原點定為（0,0），其他的

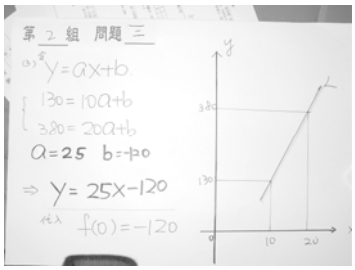
相對位置，就可以知道，A 點向左就是-6，向上是 10，就定為(-6,10)，B 點定為（x,-5）。所以，這組就把找到的 A、O 兩點，代入方程式 y=ax+b，結果就變成了一個二元一次聯立方程式。先將 A(-6,10)代入，-6a+b=10 當作第一式，O（0,0）代進去得到 b=0 當作第二式，將第二式代入第一式，結果是-6a=10，所以算出 a= $-\frac{5}{3}$，再將 a= $-\frac{5}{3}$、b=0 代入 y=ax+b，得到 y=$-\frac{5}{3}x$；最後，將 B 點（x,-5）代入 y=$-\frac{5}{3}x$，就得到結果 x=3。



其實許多學生不會或不想用一次函數解題，也可以用相似形的觀念做，也蠻好的，而且有些題目用相似形做反而會比較快。像這張圖的算法，兩個三角形，有兩雙角相等，這兩個是直角，所以 AA 相似，兩三角形的對應邊就會成正比，10：6=5：x，內項積=外項積，10x=30，所以 x=3，像這個也是用這種方式求法。



再來看別題，比如說要去比較未知數的大小，像這一題學測題(問題 2)，先畫一直線，給定相對應的值，然後比較 a、b、c 的大小。我覺得學生在這裡，已經有能力解出這樣的問題了，比如說 0 的時候對應是 a，這位置是不是 a？問說 a＞0 還是 a＜0？因為在原點上方，所以 a＞0；1 對應到這裡，再畫過來就是對應 b，b 是不是比 a 還高？所以 b＞a。你會發現，它是這個方向的圖形，x 愈來愈大，y 值也愈來愈大，所以它是一個遞增函數。



像第 3 題，先給我這兩點，問代 0 的時候 y 值是多少？

如果已經有了前面觀念，就可以知道，比如說，我這裡代 x=20 的時候 y=380，x=10 的時候 y=130，所以就直接令 y=ax+b，就把(20，380)及(10，130)代入，代完之後去聯立求解，這就是一個蠻完整的一個題目。

我覺得學生在算這部分的時候，只要給他們適當的引導，不一定要全部學過那個單元，然後把他不太清楚的觀念補齊，雖然他們沒有學過，學生們在表現方面，也能表現不錯。今天大致上學生的參與度蠻不錯，而且在表達的時候，雖然，寫的東西可能比他口頭上表達的東西更多，可是實際上他們所學的東西，已經能夠到達我們所期望的程度，所以，我還是希望，有機會的話，能夠讓學生上台表達他的想法，越會表達，越有表達能力，越能夠把自己所寫的東西表達出來，這個學生的觀念也越清楚，因為現在基測題比較偏重考觀念、考生活化的東西，如果他能夠觀念清楚，這些題目都不成問題。

我今天雖然是示範，對我和對學生都是一種學習，也是一種嘗試，希望大家看完之後，能夠給我一些建議或者是一些指導，謝謝！

肆、教學後的省思

「一次函數」是個很生活化的單元，很多生活上的問題，會經過簡單的運算，自己就會將答案算出來了，而在計算上的數量與解答之間，往往已經存在了一種函數關係。因此，在布題上就舉了生活上遇到的三個例子，漸進式地讓學生自己列出式子，引導他們發現答案和已知數之間會成某種關係，再將已知數用代數 x 表示，而所得的答案用 y 表示，就成了 x 和 y 的關係式，最後再引入函數符號 $f(x)$，如此，讓學生知道什麼是函數。

再來，才以講述的方式將函數的定義介紹給學生了解，因為形式和「二元一次方程式」很像，所以就藉著圖形，將二者相結合。

在學生上台演練方面，是將常見的基測題，讓學生分組討論，之後再上台解釋說明，因為基測題較活且生活化，希望學生能多方面思考題目。不過，我發現學生雖然學會了一次函數，但是在解題時，卻少用一次函數方式解題，反而較為常用「比例式」、「相似形」的方式解題，雖然是多鼓勵學生用多種方法解題，不過在第一次練習一次函數時，感覺學生的練習似乎太少了，也是當初所沒有想到的，感覺有點可惜。所以，建議日後進行此單元的教師，可在設計練習題時，運用引導的方式設計題目，讓學生也能依照設計的方式思考，在演練上能夠更扎實。

一元一次不等式

壹、教學活動設計

一、**教學年級：**九年級上學期

二、**教 學 者：**台北縣正德國中 高淑玲 老師

三、**教學目標：**認識不等式及其解的表徵，了解不等式之等量公理運算原則。

四、**活動目標：**

【第一節】

1.能了解不等號及不等式的意義並熟練否定敘述在不等號上的解釋。

2.能檢驗並了解一元一次不等式的一般解及其圖解。

3.能由題意敘述的日常生活實例中列出正確的一元一次不等式。

【第二節】

1.透過觀察能了解等量公理如何應用在一元一次不等式上。

2.能熟練等量公理在一元一次不等式上的化簡及運用。

五、**教學概要說明：**

本單元蒐集網路資源作為參考並重新編輯，製作成簡報投影片，並配合黑板、課本穿插使用，讓孩子清楚所學習的內容及進度。

第一節課由介紹不等號開始，介紹否定敘述轉化為不等號的表示法；進而以生活實例介紹如何使用不等號來列式；最後介紹一元一次不等式的解及其圖解，並讓學生分組討論及自我練習。

第二節課介紹不等式的解法，利用投影片呈現不等式的等量加減法公理，並讓同學在觀察後自行記錄心得筆記；再利用各種實例建立不等式在乘、除法運算原則上應該注意開口方向會不會改變的觀念。最後舉例題呈現完整解一元一次不

等式的過程。

六、教學活動設計：

【第一節】：藉由教學媒體呈現主題及內容，合併使用黑板解釋，讓學生能了解不等號和不等式的意義。然後呈現一次不等式解的圖示。

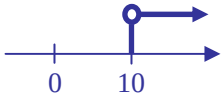
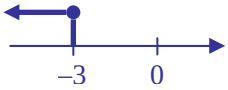
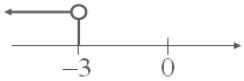
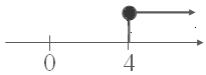
活動一：用黑板及簡報系統呈現課程主題。

教學內容摘要	主要問題與活動	說明	評量重點
•介紹不等號並認識不等式	1.「等於」的符號是=，那符號≠代表什麼意思呢？		•能說出「不等於」。
	2.「不等於」又代表什麼意義呢？	•可提示「三一律」以引起討論動機。 •最後再強調「不等於」就是在三種可能情況中刪去「等於」的情況而留下另外兩種可能情況。	•能回答大於或小於。
	3.≯應該是「不大於」的符號，則它所代表的意義呢？	•若學生只回答「小於」時，老師應提醒是否還有其他的可能。並給予學生多一點待答時間。	•能回答小於或等於。
	4.所以「不大於」在數學上直接以≦的符號來表示，讀做「小於等於」；同理，不小於的時候，即以≧的符號來呈現，讀做「大於等於」。		
	5.正式介紹不等號在使	•要求學生做筆記。	

	用上，包含＜、＞、≦、≧及≠等五種。並且介紹以不等號連接的式子就叫做不等式。		
・呈現不等式之生活實例，要求同學討論並練習不等號的列式	6.嘉瑩有 $100。洋娃娃一個售價$*a*元，嘉瑩最多可買 3 個洋娃娃。 7.在某比賽中，參賽者須在 30 秒內完成指定動作才可進入決賽。俊文初賽時的成績是 *b* 秒，他可以順利進入決賽。 8.數學測驗中，得到 50 分或以上才可以及格，子明得到 *c* 分，他能及格。 9.18 歲或以上的香港居民須申請換領成人身分證，思詠今年 *d* 歲，已換領成人身分證。	・可提示學生表列出： 買一個娃娃付 a 元 買二個娃娃付 2a 元 買三個娃娃付 3a 元 而 100 元最多只能付 3a 元，所以應該如何列式？	・會使用不等號來列式。

活動二： 引導學生認識不等式的解及其圖解。

教學內容摘要	主要問題與活動	說明	評量重點
・知道不等式的解有很多個，並能以數線圖示不	1.下列哪些是不等式 y≦10 的解？ 10，9，$\frac{1}{2}$，-1，π	・應重申「小於等於」的兩種情況中只要有一種情況成立，不等號就算成立。	・能正確判斷 10、π 也是它的解。

等式的所有解			
	2.你認為不等式 y≦10 的解有多少個呢？五個或是無限多個？	・學生可能受到前面題目的影響而回答「五個」時，應提示是否有其他答案，並注意學生應該回答是「無限多個」。	
	3.將第一題的五個解在數線上標示出來，想一想怎樣才能在數線上表達不等式 y≦10 的所有解？	・引導學生思考出不等式的解答應有無限多個；並學會以半射線表示其圖解。	・能知道不等式的解有很多個。
・呈現學習單供各組討論	4.判斷以下各圖是否表示該不等式的解 (1). $a>10$  (2). $b<-3$  (3). $c\geqq 4$ (4). $d\leqq 0$ 	(1).正確 (2).不正確，應澄清為  (3).不正確，應澄清為  (4).正確	・能分辨包含與不包含端點的表示法。

活動三：以「自我檢視時間」進行教學形成性評量，以「筆記時間」進行學生反思活動。

教學內容摘要	主要問題與活動	說明	評量重點
・完成學習單	1.請同學獨立完成並進行個別指導，以達到自我檢測的目的。 ・試在數線上用圖表示各不等式的解。 1. $a<15$　2.$6>-1$　3.$c\geqq 5.4$　4. $d\leqq -\frac{10}{7}$		・能獨立完成學習單。
・要求學生自我完成筆記	2.介紹網路資源，讓學生下課後可以自行練習(ppt.no.14)，並提示學生今日課程重點，要求學生以自己的方式記錄筆記。		
・完成課本內的自我評量	3.讓學生在課堂上完成課本中的自我評量教材。	・進行個別指導。	・能完成課本中的自我評量教材。

【第二節】：讓學生觀察等量公理如何應用在一元一次不等式上；並熟悉如何解一元一次不等式。

活動四：介紹不等式的遞移律及等量公理在不等式上的運算原則。

教學內容摘要	主要問題與活動	說明	評量重點
・呈現不等式的遞移律	1.以 A、B、C 三棵樹木的年輪數目 a、b、c 為例，討論 $a>b$ 及 $b>c$ 時，可以推理到 $a>c$。	・說明利用遞移律的推理過程。	・能判斷出 $a>c$。
・呈現等量加法公理如何運用在不等式上	2.討論五年後，年輪的大小應該如何表示，推理出 $a+5$ 和 $c+5$ 的大小關係應為 $a+5>c+5$。 3.進而推理 t 年後，$a+t$ 和 $c+t$ 的大小關係應為 $a+t>c+t$。		・能理解由數字表徵推理到符號表徵的不等式表

			示。
・筆記時間	4.提示重點，連結等量加法公理，請學生做筆記。		
・教師布題：呈現等量乘法公理如何在不等式上運用	5.以購買原子筆的實例說明不等式的等量乘除法運算情形：由 $a>b$，$c>0$ 推理到 $ac>bc$。	・應說明只在 $c>0$ 時成立。	
・引起動機：不等式同時乘上一個負數時原結論是否成立？	6.舉數例說明不等式兩邊同時乘上一個負數時，不等號的開口方向會改變： ・如果 $a>b$， $-a>-b$ 正確嗎？ 考慮 $3>2$，但是 $-3<-2$。 結論：當 $a>b$ ，$-a<-b$。 ・如果 $a>b$ 且 $c<0$ 時， 則 $ac>bc$ 正確嗎？ 考慮 $3>2$，$3\times(-1)<2\times(-1)$ $3\times(-2)<2\times(-2)$ $3\times(-\frac{1}{2})<2\times(-\frac{1}{2})$ ・結論：當 $a>b$ 且 $c<0$ 時， $ac<bc$。 重新布題	・說明 $c<0$ 時的狀況。	
・補充布題：取倒數在不等式上會如何變化？	7.取倒數在不等式上會如何變化？ 8.以生活實例介紹不等式兩邊同時取倒數時，不等號的開口方向也會改變。 9.連結到以文字符號表徵由 $x>y>0$ 可得 $\frac{1}{x}<\frac{1}{y}$ 。	・若學生程度不足以理解，此部分可以省略。	・能理解不等式在取倒數時亦有不等號開口方向改變的情形。
・統整觀念	10.讓學生觀察並判斷如何由：	・特別說明 5a-2>	・能說出正

	a > b > 0 推得 5a > 5b > 0； 進而判斷 5a-2 > 5b-2。 再由 5b-2 > 5b-10 遞移推理 到 5a-2 > 5b-10； 最後兩邊取倒數可推得 $\frac{1}{5}$a-2< $\frac{1}{5}$b-10	5b-10 之遞移律及多重推理之運用。	確之不等號。

活動五：以「分組討論」進行教學形成性評量，複習並統整概念。進行不等式等量運算的判斷過程。

教學內容摘要	主要問題與活動	說明	評量重點
・呈現學習單供各組討論	1.分組討論指定題目，讓同學練習等量公理運用在不等式上的判斷。 已知 x≧y > 0　則… (a)　x-(-6)≧y-(-6) (b)　x+3≧y+3 (c)　4x≧5y (d)　(-5)x≧(-5) y (e)　$\frac{1}{x}$ ≦ $\frac{1}{y}$ (f)　10 x≧9 y	・教師行間巡視，進行個別指導。	・能利用不等式的等量運算原則作正確的判斷。
・統整觀念	2.以引導性步驟完整地呈現不等式在簡單應用題上之列式、解題過程：一個學期有五次數學測驗，五次測驗的總分達 400 分或以上的可獲甲等。<u>嘉瑩</u>在頭四次測驗的分數分別為 79 分、66 分、75 分和 86 分。	・教師說明並演示簡單列式及解題過程。	
	(a) 設<u>嘉瑩</u>在最後一次測驗得 x 分，試用一個代數式表示她五次測驗的總分。	・x+(79+66+75+86) 或 x+306	・能列式。
	(b) 問<u>嘉瑩</u>在最後一次測驗最少得多少分才可獲得甲等？	・x+306≧400 x≧400-306	・能算出正確的答案

		$x \geqq 94$ 答：最少 94 分	。

活動六：練習完整解不等式的解題過程，複習並統整概念。

教學內容摘要	主要問題與活動	說明	評量重點
・呈現學習單供各組討論	1.分組討論指定的題目，練習不等式在簡單計算題上之解題過程： ・求下列各不等式的解及其圖解 1. $3.6+8.2x \geqq 1.8x+0.4$ 2. $\frac{x}{6}+\frac{12}{7}<x+3$ 3. $\frac{x-6}{2} \leqq \frac{8-x}{-3}$	・進行個別指導	・能求出不等式的解及其圖解。
・指定回家作業讓學生練習	2.提供網站網址，讓學生課後可以自行上網練習。		

http://www.maths.ilongman.com/Learning/quiz/quizQ/quiz-ch22.asp 一元一次不等式網路練習網址

http://www.hcvs.kh.edu.tw/depmath/cai/HotEqn/linearInequalities.htm 解一次不等式網路練習網址

貳、教學實錄

【第一節】

1. 老師：好，班長。
2. 學生：起立！立正！敬禮！老師好！
3. 老師：同學好。

4. 學生：坐下。

5. 老師：同學早安，今天我們要介紹一元一次不等式，第一節我們要介紹並認識不等式跟不等式的解，同學準備要上課了嗎？

6. 老師：先介紹什麼叫做不等號，不等式裡面一個很重要的東西就是不等號。先看什麼叫做等號，這叫等號(=)吧？這是什麼？這個就是不等號(≠)，不等號到底代表什麼意義？……想不出來嗎？什麼情況是「不等於」？不等於的話，它代表什麼？提示你，三一律，來，你說，「不等於」代表什麼意思？

7. 學生：式子兩邊不等於。

8. 老師：式子兩邊不等於，好，或者我們說是兩個量不相等。它如果不等於它，可能怎麼樣？大於嗎？不是三一律有「大於」、「小於」、「等於」嘛！所以如果不等於，它可能是怎麼樣？大於或者小於嘛！再一次，三一律是什麼？

9. 學生：大於、小於、等於。

10. 老師：如果三個(情況)裡面我拿掉等於的時候，是不是還剩下大於和小於？所以在不等號裡面，這個算是一種不等號(的解)。還有呢？「大於」算是一個不等號，「小於」也算一個不等號，這樣還有沒有問題？哪一個是「大於」的符號會不會？哪一個是「小於」，會不會？會要回答我喔！來，我再問一個，如果我把這裡也畫一條線(≯)，這叫什麼？

11. 學生：不大於。

12. 老師：聰明！不大於，再問一次，如果「不大於」，那會怎樣？

13. 學生：「小於」或「等於」。

14. 老師：好，聰明、聰明。所以「不大於」的意思代表「小於」或「等於」，再講一次，「不大於」的意思代表「小於」或「等於」。換句話說，「不小於」呢？

15. 學生：「大於」或「等於」。

16. 老師：聰明！大聲一點，「大於」或「等於」。你們會不會覺得老師要每次寫國字(來表達)，這樣很累？所以我們不用寫國字的方式，我們用(數學)符號來代表，把「小於」或「等於」寫成「小於等於」(≦)，「小於等於」看過沒？「大於等於」叫做…那「不小於」就是「大於或等於」(≧)，這樣有沒有問題？

17. 學生：沒有。

18. 老師：沒有，所以我們來看「大於」、「小於」、「不等於」、「小於等於」、「大於等於」，這五種符號都叫做不等號，有沒有問題？可以喔！那看得懂這些符號也看得懂這個符號，對不對？

19. 老師：好，什麼是不等「式」呢？凡是我們用不等號拿來連接式子，就叫做不等式。譬如說：剛剛同學說兩個式子不相等，$x+3 > x+2$ ，這就是一個不等式。$3x+7 > 4$，這也是不等式，$5a < b$ 這也是不等式，這樣有沒有問題？可以嗎？

20. 老師：好，我們再往下看，如果你已經知道不等式和不等號的話，現在我要請同學練習用一元一次不等式來表示下列這四種狀況。你們看第一題，佳儀有一百塊，娃娃一個賣 a 元，佳儀最多可以買三個娃娃，什麼意思？想一下，你要怎麼把這個情況列成不等式？宗漢，來，他有一百塊錢，一個是 a，娃娃一個是 a 元，他最多可以買三個，這是代表什麼意思？

21. 宗漢：3a 小於或等於…。

22. 老師：3a「小於或等於」…，沒錯啊！沒錯啊！3a≦100 嘛！他有一百塊錢，最多可以買三個，能不能買到四個？

23. 學生：不能。

24. 老師：那表示他買三個的錢要比一百塊來得少，可不可以「等於」？

25. 學生：能。

26. 老師：可以啊！很聰明，沒有寫錯，掌聲鼓勵。好，來，第二題，在比賽中，參賽者要在 30 秒內完成指定動作才可以進入決賽，俊文初賽時候成績是 b 秒，他可以順利進入決賽，可以進入(決賽)，要求的條件是什麼？…來，講一次。誰小於等於？b 要小於等於 30，為什麼會有等於？

27. 學生：剛剛好可以。

28. 老師： 剛剛好也可以(進入決賽)，只要在 30 秒內就可以，所以等於(30 秒)也可以，對不對？這樣子的話，第三題跟第四題給你們想一下，我要找同學上來寫，可以討論，每一個人都要知道答案。

29. 老師：第三題：數學測驗裡面，50 分或 50 分以上才可以及格，子明得到 c 分，可以及格，是什麼意思？c 分可以及格，都知道答案嗎？巧克力知道答案，來，巧克力告訴我們答案，第三題。請站起來(回答)，看黑板。50 分以上才可以及格，那子明有及格啊！子明是 c 分，得分以 c 來代替的話…。

30. 學生：c 大於等於 50。

31. 老師：c 大於等於 50 很好！大於等於才會及格，所以 c 要大於等於 50，這樣有沒有問題？沒有。好，最後一題，第四題，來，佳昀，第四題呢？

> 第四題：
> 18 歲以上的香港居民須申請換領成人身分証，思詠今年 d 歲，已換領成人身分證。

32. 學生：d 大於等於 18。

33. 老師：它說要 18 歲以上，18 歲或以上，以上有沒有包括它？有吧！我們以前講過以上、以下含括端點，超過、不滿不含端點，對不對？所以以上、以下有

包括 18，所以 18 歲以上的人才可以換身分證，d 代表他的歲數，所以 d 要超過 18，這樣會不會看題目轉換？會哦！懂意思喔！我們來看一下正確答案，確實是有大於等於，有等號的狀況。可以嗎？好，我們來看，如果你已經會列式的話，那我們來看一元一次不等式的解。你會列式，有時候我們要找到它的解答，不能只列式子出來，對不對？我們來看怎麼來找一個解答？

34. 老師：先來看看，下列哪些是不等式的解答？哇！怎麼答案跑這麼快出來？能不能回來？來，我們看一下，往前回一張，好，來，我們來看一下，下列哪些是不等式 y≦10 的解答？如果我問同學說，10 是不是這個不等式的解答？

第一題： 下列哪些是不等式 y≦10 的解答？ $10, 9, \frac{1}{2}, -1, \pi$

35. 學生：是。

36. 老師：是嘛！這個(9)是不是呢？放到 y 這個位置上來，9 小於等於 10，沒錯嘛！$\frac{1}{2}$ 呢？是！-1 呢？是！π 呢？是吧？所以以上都是(y≦10 的)答案吧？

37. 老師：好，下一題，再來看第二題看看，這題要你們動腦筋了：如果 y≦10，它會有幾個解答？

第二題： 你認為不等式 y≦10 的解有多少個？5 個或是無限多個？

38. 學生：無限多。

39. 老師：無限多啊？為什麼？

40. 老師：我們來看，正確答案是無限多個，沒錯，嗯！今天的聲音沒有出來，確實是無限多個，為什麼是無限多個？

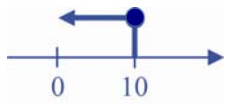
41. 老師：剛剛是五個，除了那五個，還有沒有其他的？

42. 學生：還有。

43. 老師：還有？有哪些？…唸不完，對不對？事實上包括小數，剛剛還有列到整數，包括小數，包括零，零也算吧？包括分數，所以這樣比 10 小的全部都是，對不對？好，再來。

44. 老師：再看一題，如果你能夠把第一題這五個解在數線上標出來，你會不會標？10 要標在哪裡？這地方嘛，對不對？9 咧？是不是在這裡？2 分之 1？-1？π ？對吧？這是不是可以標出來？還有哪些？這些算不算？有沒有比它小？所以事實上在 10 的前半部分都是，對不對？對吧？所以它的解答有幾個？從這裡一直過去，數線會無限延伸啊！所以無限多個。好，聰明。想一想，我們要怎麼樣才能在數線上表達 y≦10 的所有解？畫點不夠吧？很多都要寫，對不對？所以我們最後用這樣的方式來表現它的所有解答，這叫做圖解，所以當你畫一條數線，我們先把 10 點出來，從 10 這邊(左邊)再畫一條線出去，然後讓箭頭無限延伸，表示 10(左邊)的這個部分都是我們的解答，這樣會不會？這樣清楚嗎？以後我們要表現不等式的解答，它們可能不是只有一兩個解答，它有可能是整個或一半的數線上所有的點都是，所以我們就用這樣的圖形方式來表達，可以嗎？

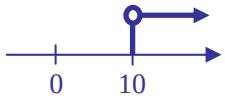
圖示：



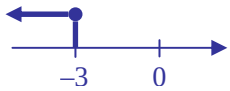
45. 老師：好，那我們看下一張(投影片)。分組討論囉！現在我要請同學來判斷這四題的圖解…，一、二、三、四，這四題到底是對，還是錯？現在可以讓你們討論。要給我答案。

判斷以下：

(1). $a>10$



(2). $b<-3$



(3). $c\geqq 4$

(4). $d\leqq 0$

46. 老師：第一題，「是」還是「不是」？第二題的圖解，「是

」還是「不是」？第三題「是」還是「不是」？

47. 老師：有些圖形長得不太一樣，對不對？

48. 老師：提示你，這地方有白色圈圈，這地方有黑色圈圈，這是代表不一樣的狀況。

49. 老師：好，小於是哪邊？數線往這邊，箭頭在這裡是表示越來越大，對不對？對嘛！數線在這邊，箭頭往右邊是越來越大，可以嗎？

50. 老師：都會了嗎？都確定了嗎？都對喔！是嗎？

51. 老師：討論完了沒？討論完的舉手，二組(有結論)出來而已，好，快一點，再一分鐘。要站起來會解釋喔！覺得對不對？

52. 老師：a 比 10 大，所以 a 的數字，a 的圖解應該是這個圖嗎？第二題，b 比-3 小，比-3 小應該在哪一邊？c 大於等於 4，怎麼會是等於 4，糟糕，為了這一題在搞不清楚，沒關係，是我的錯，把題目改過來，這邊應該要加負號，比-4 大的應該在哪一邊？再來，d 小於等於 0，比 0 小的應該在哪一邊？有答案了沒？討論完的舉手，這一組答案確定的舉手，這麼沒勇氣？放下。差不多了喔！

53. 老師：好，我們來看第一題，第三組組長，你覺得第一題對不對？

54. 學生：對。

55. 老師：第一題對，看一下，好，第一題確實是對的。比 10 大是在往這邊的方向。好，坐下。

56. 老師：第四組，威成，第二題對不對？

57. 威成：對。

58. 老師：第二題對？同學說對的舉手。

59. 學生：他說「錯」。

60. 老師：對不起，我沒聽清楚，「對」還是「錯」？我們來看正確答案，為什麼「錯」？真的「錯」，為什麼是「錯」？這個圖跟這個圖有什麼差別？都向那邊啊！

61. 學生：沒有…。

62. 老師：沒有什麼…？因為這是實心的圈圈，這是空心的圈圈，對不對？剛才這一題空心的圈圈是對，這題為什麼錯？因為它畫成了實心的圈圈，所以應該要畫成空心的圈圈，差別在哪裡？

63. 老師：我們看下一題，等一下再解釋這問題。坐下。

64. 老師：第五組，第三題。第三題對還是錯？

65. 學生：對。

66. 老師：對，我們看一下第三題的正確答案，錯！哇！為什麼是錯呢？有誰能告訴我為什麼答案是錯呢？題目錯了嘛！負號對不對？不管。應該是-4 對不對？那比-4 大，往右邊越來越大應該是對啊！為什麼說是錯的？因為要畫在-4 而不是 4 的地方才對。

67. 老師：好，故意製造笑料，第四題，第六組，看一下，對不對？

68. 學生：對。

69. 老師：對啊！好，我們看一下正確答案，好，正確，確實正確。

70. 老師：你們有沒有問題？這樣會不會判斷了？

71. 老師：現在我要問，為什麼這題空心的(圈圈)不對，實心的才對？小馬來，你說大聲一點。

72. 小馬：實心的表示包括它下面那個數，空心的表示不包括它下面那個數。

73. 老師：不包括還是用等於嘛！我們來看，a 大於 10 有沒有等於？沒有，所以我們這題要畫成空心的，對不對？

74. 老師：d≦0 有沒有包括 0？有，所以要畫成實心的，再一次，c≧4，有沒有等於？有，所以這裡要畫成實心的，b＜-3 有沒有等號？沒有嘛！所以要畫成空心的，這樣會了沒？

75. 老師：好，那就開始讓你們做了喔！每一個人都要做，自己做自己的。好，出題。

76. 老師：請你在數線上用圖解表現下列各不等式的解，好，測驗紙拿出來，四題，給我答案就好，不用抄題。在數線上用圖解表現這四題不等式的解答。

試在數線上用圖表示各不等式的解： 1. $a < 15$ 2. $b > -1$ 3. $c \geqq 5.4$ 4. $d \leqq -\frac{10}{7}$

77. 老師：會吧！請畫數線。剛剛不是有畫過？要小心有沒有等號。判斷它應該是大於還是小於再決定要往哪邊畫。

78. 老師：每個人都要做四題，來，因為我們回家後，很多功課都是這類題目，要練習。

79. 老師：數線不要忘了畫原點，所以你畫一條數線要先點出原點在哪裡，還有箭頭，箭頭我們都知道往右邊是正的嘛！接下來才是你畫的 a 或者 b 應該在哪一個部分。

80. 老師：如果同組有還不會的話，可以…，好了嗎？

81. 學生：還沒。

82. 老師：還沒寫好的舉手，好，大部分都寫好了。

83. 老師：好，同組交換改，第一題，看它畫的是不是往數線的左邊過去，因為往左

邊越來越小嘛！然後再檢查它是不是有畫空心的圈，同學啊！畫數線不要忘記畫原點，對不對？對的幫他打勾。

84. 老師：第二題，$b > -1$，所以畫出-1 的位置，然後呢？沒有等號，空心的圈圈，往右邊才是大的。

85. 老師：第三題，$c > 5.4$，所以你大概點出 5.4 就好了，有的同學很聰明，他在 5 跟 6 之間點，沒有關係的，我們圖解的時候，只要確定原點的位置，然後你是正數或負數，點出來就可以了，第三個要注意它是實心的圈圈，因為有等號；好，第四題，$d \leq -\frac{10}{7}$，有沒有全對？一題二十五分請打上分數。

86. 老師：好，今天因為沒有辦法連上網，本來老師要帶你們上網去看，這邊有一個網站，同學請把筆記本拿出來，把我們剛剛教的東西做一點點整理，我們剛剛介紹了什麼東西？

87. 老師：第一個(部分)我們介紹不等式的符號，不等式的符號有哪些？第二個，不等式的定義是什麼？第三個，你會不會列一個不等式？要按照題目的意思來列。第四個，我們介紹了不等式的解，抱歉，應該叫做圖解，然後同學呢，把這個可以用的網站抄下來，把這個網站名稱抄下來，如果你有空的話，可以上網去直接做一個測驗，上面有關於今天學到的內容練習的全部題目，然後現在回頭自己想一想，我們今天介紹這五大部分，你學到了什麼？自己把後面的筆記補充上來，

88. 老師：剛才的測驗卷拿出來放桌上我看一下。

89. 老師：如果剛剛同學考得不太好的，就是有幾題不會的同學，我現在把題目再顯示一次給你看，請你把這四個題目抄下來，回去再畫一次好不好？你把這邊抄在第四部分的地方，把這例題抄回來，然後回去再把它重畫一次，回

去要記得把這筆記再看一次哦！好，那把今天考錯的題目回去再重畫一次，有沒有問題？剛才沒有抄題嘛！所以現在把題目抄起來。抄好了啊？我看一下你們抄的，整組收過來我看一下。

90. 老師：快要下課了，所以你們先把筆記做起來，想想看，我們剛剛介紹了什麼東西？會不會列式？可以了嗎？

91. 老師：好，如果沒有問題的話，請同學把課本打開，你筆記如果抄好的話，請把課本打開翻到第141頁，就是這一節的自我評量，現在你可以利用剩下時間做做看，不會的可以討論，確實要做喔！我們剛剛講的觀念就是這幾題。

92. 老師：自我評量裡面一共有兩大部分，第一大部分要請同學列式，用不等號來列式，對不對？第二部分就是要去檢驗它是不是它的解答，檢驗它是不是解答，就把那個數字代進去，看看有沒有滿足不等號。

93. 老師：來，同學看一下第一題：柯西買了四本書，每本 x 元，四本的總價超過 500 元，超過有沒有含端點？超過有沒有包括 500 塊？500 塊算不算超過 500 塊？501 才算喔！所以第一題該不該有等號？不該喔！所以你把超過那兩個字確實圈起來，超過跟不滿都沒有包含端點，以上跟以下都有包含端點，對不對？所以不能有等號喔！超過圈起來，小心喔！對吧，因為超過是不包括 500 塊，所以你一定要大於才行，第一題的答案應該是 $4x > 500$。來，第二題呢？

課本 P.141 自我評量：

1.請依題意列出不等式；

(1).柯西買了 4 本書，每本 x 元，4 本書的總價超過 500 元。

(2).菲原帶 300 元去買文具，共花了 x 元，而剩下的錢不超過 50 元。

(3).小梅的撲滿內原有 x 元，再存入 100 元後，仍然不滿 350 元。

(4).袁太身高 160 公分，若增加 x 公分後，不矮於 180 公分。

2.試檢驗-6.5、-4 與 3 三個數字中，哪些是下列不等式的解？

(1).$3x-4 < 5x+6$

(2).$8(x+3)-2(3x-6) \geqq 4(x+5)$

94. 老師：第二題，他說剩下的錢不超過 50 元，不超過應該是什麼意思？來，同學看黑板，「不超過」是什麼意思？如果「超過」是「大於」，那「不超過」就是「大於」畫上一條線，對不對？我們說過「不大於」的意思是什麼意思？兩個狀況喔！…所以應該是「小於等於」，所以「不超過」反而有包括等號，對不對？這樣有沒有問題？三一律嘛！「超過」不能包括「等於」，那「不超過」就要包括「等於」啦！對不對？好，所以看題目要抓緊關鍵字，所以第二題的答案應該是剩下的錢，所以 $300-x\leqq 50$。第三題跟第四題就要小心判斷，什麼時候有等號，什麼時候沒等號。

95. 老師：還沒寫好的舉手，都好了。好，我們看第三題。

96. 老師：第三題說，小梅的撲滿原有 x 元，再存入 100 元以後仍然不滿，「不滿」應該是「大於」還是「小於」？

97. 學生：小於。

98. 老師：小於，有沒有等號？沒有，所以應該是 $x+100 < 350$ 對吧？要改成小於 350，把「不滿」(兩個字)圈起來，「不滿」的意思是「小於」，「不滿」有沒有包括等號？沒有嘛！

99. 老師：好，第四題的答案，袁太的身高 160 公分，增加 x 公分以後不矮於 180，「不矮於」是什麼意思？矮於就是「小於」，不矮於就是「不小於」，「不小於」應該換成「大於等於」，好，所以這題要寫 $160+x\geqq 180$，這樣會了沒？可以了嗎？好，最後那一題，最後那題要你們檢驗答案，-6.5、-4 還有 3 三個數裡面，哪些是這題不等式的解答？你要把這三個數分別帶進去檢驗，對不對？

100. 老師：好，這節課時間到了，最後一題的答案，我們下一堂課再來檢討，好不好

？同學可以先下課，班長。

101. 班長：起立、立正、敬禮。

102. 學生：謝謝老師！

103. 老師：謝謝同學！

【第二節】

104. 老師：班長！

105. 學生：起立！立正！敬禮！老師好！

106. 老師：同學好。

107. 學生：坐下。

108. 老師：好，我們接下來要介紹 6-2，第六章第 2 節，一次不等式的解法，同學準備好了嗎？好！開始。

109. 老師：首先我們來看一下，花園裡有 3 棵古老的樹，它們的年輪，樹木有年輪吧？它們的年輪數目分別是 a、b、c，a 代表 A 這棵樹，b 代表 B 這棵樹，c 代表 C 這棵樹，已知 A 這棵樹年輪的數目比 B 的大，B 的比 C 的大，第一題問：大樹 A 和大樹 C 誰比較有多一點的年輪？

110. 學生：A。

111. 老師：A 嘛！A 是嗎？有掌聲，聰不聰明啊？來，我們來看一下，把它寫成數學式的話應該是 $a > c$，對不對？這樣可以嗎？所以，等一下你們就要這樣回答我，如果問它們的關係是怎樣，我要你用不等式來表示，ok？

112. 老師：看第 2 題，5 年後大樹 A 和大樹 C 誰的年輪會比較多？

113. 學生：A。

114. 老師：還是 A 嗎？

115. 學生：對。

116. 老師：嗯！好聰明喔！好，來，我們來看一下，換句話說，5 年是不是年輪會增加 5 條？如果女人的皺紋像它一樣，每年增加 1 條，那就很慘了。好，來，如果我們要寫成 a+5 和 c+5 的話，是不是變成 a+5 > c+5？可以吧？好，5 年可以，10 年可以，105 年可以，我如果用 t 年來代替，那麼 A 跟 C 誰會有較多的年輪？

117. 學生：還是 A。

118. 老師：換句話說，在 a > c 的情況之下，我們發現 a+5 > c+5，對不對？那 t 呢？也是 a+ t 會大於 c+ t，這樣可以了解嗎？可以喔！好。

119. 老師：我講了很重要的東西，要寫筆記吧！來，如果 a > b、b > c，你是不是可以得到一個遞移律的關係？a > b、b > c，你是不是可以得到 a > c 的關係？可以遞移吧？所以不等號也有遞移的關係喔！我比你大，你又比他大，那第 1 個人跟第 3 個人就可以比大小，是不是？我比宗漢重，宗漢又比居禮重，所以我跟居禮誰重？

120. 老師：居禮輕啦！我比居禮重，對吧？所以我們第一個要記錄下來的是，不等式也有遞移關係。如果我們知道 a > c 的話，換句話說，兩邊同時加上 t，不等號還是可以成立，大的是不是還是大？對不對？t 年之後年輪多的是不是還是年輪多？還是 a 比較多，對不對？這是我們剛剛介紹的，你可以想得到的，可以嗎？可以喔！寫好了沒？

121. 老師：加法可以，減法可不可以？

122. 老師：如果說我比宗漢重，那麼 3 年前…這不能講，體重不是每年增加的，嗯，每個月的薪水總可以吧！每個月的薪水，如果我每個月的薪水都比他多，

3 年前會比他多還是比他少？

123. 學生：多。

124. 老師：多嘛！因為是定額嘛！對不對？好，我們看減的會不會成立？最後會不會成立？會嘛！兩邊同時減，大的依然大，小的依然小，所以減號也成立。

125. 老師：掌聲鼓勵，來，所以上面這叫做不等式的等量加減法公理，我們以前一年級有學過等量加法，是等式的，不等式的也有等量加減法。

126. 老師：我們再強調一次，在不等式裡面，它確實也有遞移的關係，只要 a 比 b 大，b 也比 c 大，它們的大小關係開口是一致的，這時候第一個量和第 3 個就可以把這個關係遞移過來，對吧？我們知道在等式裡面本來就有遞移律，對不對？今天在不等式裡面也可以有遞移律，只是它開口方向要一致。第二點，如果 a 比 c 大的話，兩邊同時加一個數，那麼大的還是大，因為它本來就比它大嘛！對不對？同時加等量的東西，所以大的還是會大，這裡了解嗎？要回答，如果 a 比 c 大，兩邊同時減呢？加可以，減可不可以看成加上負數？

127. 學生：可以。

128. 老師：可以嘛！對不對？所以(兩邊同時)減一個數，一樣也是，大的還是大，這裡有沒有問題？

129. 學生：沒有。

130. 老師：可以喔！所以不等式也有所謂的等量加減法公理。有沒有注意到我只寫加減不寫乘除，對不對？

131. 學生：對。

132. 老師：因為乘除有一點點狀況，我們來看乘除有什麼狀況…抄好沒？好了喔！還

沒啊！好，動作快。

133. 老師：我們來看，在一家文具店裡面 1 打鉛筆的售價是 a 元。1 打原子筆的售價是 b 元，已知道鉛筆的售價比原子筆便宜，鉛筆是 a 元，原子筆是 b 元，鉛筆比較便宜，也就是 $a < b$ 的意思。請問你，3 打鉛筆和 3 打原子筆，誰的售價會比較高？

134. 學生：原子筆。

135. 老師：兩個都要乘 3 倍，對不對？

136. 學生：對。

137. 老師：本來是原子筆比較貴，鉛筆比較便宜，變成 3 打以後，鉛筆會比較貴嗎？誰比較貴？

138. 學生：原子筆。

139. 老師：嗯！好，寫出 3a 與 3b 的關係應該是？

140. 學生：$3b > 3a$。

141. 老師：$3b > 3a$，如果我要用「小於」表示呢？

142. 學生：$3a < 3b$。

143. 老師：好，聰明！掌聲久一點。好，第 2 題，那半打呢？

144. 老師：原子筆應該比較貴吧！原子筆本來 1 打就比較貴，那半打呢？還是比較貴？我們把它的數量除以 2，對不對？所以 $\frac{a}{2}$ 與 $\frac{b}{2}$ 也可以寫出一個式子來吧！你知道我要表現什麼嗎？ a 如果比 b 小，同時乘上 3，3a 是不是還是比 3b 小？我如果同時除 2 呢？$\frac{a}{2}$ 還是比 $\frac{b}{2}$ 小，所以是不是還是滿足不等號？對喔！換句話說，如果是 x 打，還會是原子筆價格比較高，原來原子筆就比較高，對不對？寫出 ax 跟 bx 的關係是不是這個式子($ax < bx$)？來，

你可以抄筆記囉！

145. 老師：如果 a > b，且 c > 0，我要你在這裡特別把 c > 0 的地方先劃線，如果是一個正數的話，不管你是 2 打、3 打、2 分之 1 打，它依然是大的乘上去以後還是大的，不管你乘多少、除多少，在這裡只要(乘上)這個正數，它依然是大的。如果不是正數會怎樣？我們等一下再來看。

146. 老師：如果不是正數，小於 0 的話，會不會還是大於？會不會還是 ac 比 bc 大呢？第 2 題先把前半部抄起來，我們存疑。我們看一下這個問題，好，我們來問同學，來，看這邊，先暫停，第 2 個不要抄，如果 a 大於 b，-a 會不會大於-b？

147. 學生：不一定。

148. 老師：不一定？到底是正確？還是不正確？你要給我「一定是」或者「一定不是」的答案才對喔。如果 a 比 b 大，-a 會不會大於-b？

149. 學生：不正確。

150. 老師：不正確喔！真的不正確，為什麼？來，我們舉例來看，考慮 2、3。3 跟 2，3 比 2 大，對不對？如果乘上一個負數，變成-3 跟-2，-3 跟-2，是不是還是大於？-3 有沒有大於-2？

151. 學生：沒有。

152. 老師：會變成什麼？

153. 學生：小於。

154. 老師：小於耶！變小於耶！所以，如果 a > b 的話，-a 跟-b 還會是大於嗎？

155. 學生：小於。

156. 老師：會小於喔！原因是剛剛它乘了一個-1，對不對？乘上了一個負數，如果它

乘上的是個正數，剛剛我們寫過筆記了，它乘上的是正數，大的就一樣是大嘛！不管你乘的是分數還是整數，對不對？甚至除法也是，只要你除一個正數，不管是分數還是整數，你都可以得到大於還是大於，可是你在乘除的時候，如果遇到負數的話，(大小於的關係)就會有改變，好，我們再看第 2 題，如果 $a > b$ 而且 $c < 0$，ac 會不會大於 bc？再問一次喔，$a > b$、c 是小於 0 的數，乘上一個小於 0 的數，ac 跟 bc 中，還是 ac 大嗎？告訴我答案，正不正確？

157. 學生：不正確。

158. 老師：確實不正確喔！來，$3 > 2$，乘上(-1)後，(-3)反而會小於(-2)，乘(-2)好不好？3 乘(-2)，是(-6)，2 乘(-2)，是(-4)，(-6)跟(-4)誰小？

159. 學生：-6。

160. 老師：(-6)小，(-2)×3 得(-6)，這邊比較小嘛！本來 3 是比較大的，乘上一個負數反而變成小的，對不對？看一下是不是它比較小？第 3 題：乘$(-\frac{1}{2})$，和 $2\times(-\frac{1}{2})$，$(-\frac{3}{2})$跟(-1)哪邊小？…這邊小還是這邊小？這邊小$(-\frac{3}{2})$。我們看一下是不是？雖然 $3 > 2$，可是當你乘上一個負數，即使是分數也一樣，它的不等號就要反過來變成小於。第 4 題，乘上$(-\pi)$也是，也許一開始是 3 大於 2，可是你乘上一個負數以後，它的值變成小的，懂不懂？我在介紹什麼？我們來看，所以最後的結論，剛才的第 2 點的筆記要改過來，$a > b$ 而且 $c < 0$ 的時候，ac 要小於 bc，剛才第 2 點的結論要特別註明。

第 3 題：
$3\times(-\frac{1}{2})$？$2\times(-\frac{1}{2})$

第 4 題：
$3\times(-\pi)$？$2\times(-\pi)$

161. 老師：第 2 點的結論：a 大於 b，如果你乘上的 c，是小於 0 的數字，小於 0 的這

個負數的話，ac 反而要小於 bc；乘上的是正數，大的還是大，乘上的是負數，大的就變成小，因為負號的關係，這樣有沒有問題？可以了解嗎？好。

162. 老師：再出題考你囉！看這題：如果 x 比 y 大，若兩邊取倒數，則 $\frac{1}{x}$ 跟 $\frac{1}{y}$ 誰大？x 比 y 大，你可以找數字代代看，5 比 3 大，那 $\frac{1}{5}$ 跟 $\frac{1}{3}$ 誰大？會不會還是大於？會不會變開口？會。再一次，5 比 3 大，$\frac{1}{5}$ 跟 $\frac{1}{3}$，$\frac{1}{5}$ 會大嗎？不會，反而變小，對不對？我是 5 比 3 大，我是要求它大於 0，如果我今天沒有要求它大於 0 的時候，情況會不會還是一樣？舉例：5 > (-7)，遇到負數的話一定是正數大嘛！負數取倒數還是負數不用看，來，看下一個部分。

163. 老師：子明一天可以做 10 台模型車、5 台模型飛機，請問他做 1 台模型車要幾天？一天可以做 10 台，那做 1 台要幾天？

164. 學生：10 分之 1。

165. 老師：10 分之 1 嘛！再換一下，做模型飛機咧？

166. 學生：5 分之 1。

167. 老師：對！5 分之 1，哪一個時間長？$\frac{1}{10}$ 比較長，還是 $\frac{1}{5}$ 比較長？

168. 學生：$\frac{1}{5}$。

169. 老師：$\frac{1}{5}$ 分母比較小，比較大嘛！所以就是 $\frac{1}{5}$ 花的時間比較長。基本上一開始是 10 大於 5，可是當你取倒數了以後，$\frac{1}{10}$ 和 $\frac{1}{5}$，反而 $\frac{1}{5}$ 比較大，對不對？所以正確答案應該是 $\frac{1}{5}>\frac{1}{10}$ 對不對？這裡可以了解嗎？一開始本來是 10 大於 5，可是當你去把它取了倒數以後，反而 5 分之 1 會大於 10 分之 1，所以不等號是不是要變開口？好，我們再看，我現在不用 5 跟 10，用數字你

很快了解，對不對？我們轉換成代數，如果是 x 架模型車跟 y 架模型飛機，告訴你 x 大於 y，我們來看，做 1 台模型車要幾天？一天做 x 架，一架要幾天？

170. 學生：$\frac{1}{x}$。

171. 老師：$\frac{1}{x}$嘛！飛機咧？

172. 學生：$\frac{1}{y}$。

173. 老師：$\frac{1}{y}$。那$\frac{1}{x}$跟$\frac{1}{y}$的關係式應該是什麼？來！誰上來寫給我看，寧方，你上來做，關係式寫給我們看。

寧方的寫法：
$\frac{1}{x}<\frac{1}{y}$

174. 老師：好！謝謝！x 比 y 大我們不曉得它是什麼數字，對不對？但是我們知道 x 比 y 大，這時候$\frac{1}{x}$跟$\frac{1}{y}$會是誰大？當 x 比 y 大的時候，取倒數時「大於」反而要變「小於」，取倒數會相反過來，這樣有沒有問題？我們知道原來大的數變成分母的時候，是不是那個分數值反而變小了，對不對？這裡有沒有問題？可以喔！好。

175. 老師：來，我們看這一題，如果 a 比 b 大，5a 跟 5b 誰大？第一題的空格應該填什麼？a > b > 0，都是正數對不對？乘 5 倍，5 是正數還是負數？

完成下列句子：
(a)如果 a > b > 0，則 5a__5b__0
(b)如果 5a > 5b > 0，則 5a-2__5b-2
(c)由於 10 > 2，則 5a-2__5b-10
(d)根據(b).(c)兩部分的結果，可得到 5a-2__5b-10
(e)根據(d)部分的結果，可得 $\frac{1}{5a-2}$__$\frac{1}{5b-10}$

176. 學生：正數。

177. 老師：正數，所以乘上正數會不會改變？

178. 學生：不會。

179. 老師：不會，所以應該填「>」吧？兩邊都乘，我連 0 也乘，好不好？乘 5 還是 0 嘛！是不是？所以乘上一個正數會不會改變它不等式的不等號？

180. 學生：不會。

第 2 題： (b)如果 5a > 5b > 0， 則 5a-2__5b-2

181. 老師：好，第 2 題：如果 5a > 5b > 0，兩邊同時減呢？應該填「大於」還是「小於」？5a > 5b 嘛！兩邊如果同時減我們剛剛有學過等量加減法是可以的，對不對？所以是不是還是應該大於？

第 3 題： (c)由於 10 > 2 則 5b-2__5b-10

182. 老師：來，第 3 題，10 > 2，10 比 2 大，如果我把 5b-2 跟 5b-10 來比較，誰會比較大？減掉比較少的是不是剩比較多？5b-2 比較大，對吧？

(d)根據(b)(c)兩部分的結果，可得到 5a-2__5b-10

183. 老師：再看(d)這一題，5a-2 大於 5b-2，可是 5b-2 又大於 5b-10 吧！所以我如果拿 5a-2 去跟 5b-10 來比較，同學注意，我們之前是減相同的數，現在我減不同的數喔！大的 5a-2，小的 5b-10 誰會比較大？誰會比較大？還是這邊比較大嘛！我們從這裡可以看到，5a-2 本來就大於 5b-2，而 5b-2 又大於 5b-10，所以 5a-2 是不是應該大於 5b-10，對吧？可以喔！

(e)根據(d)部分的結果，可得到 $\frac{1}{5a-2}$__$\frac{1}{5b-10}$

184. 老師：好像沒想出來。好，先看(e)這一題，再推理一下，如果它比它大，取倒數呢？應該填「大於」還「小於」？

185. 學生：小於。

186. 老師：好，可以了喔！來，我們今天學到一些東西，第一個，在不等式裡面，兩

邊同時乘上正數，開口不變，大的還是大，小的還是小；第二個，不等式兩邊同時減掉一個數或加上一個數，開口不變，大的還是大，小的還是小；第三個，我如果用遞移的關係可以發現，5a-2 > 5b-2，再大於 5b-10 的時候，不等關係確實可以遞移過來，得到 5a-2 > 5b-10，所以不等式它有遞移關係，對不對？這裡有沒有問題？同時我們還可以去思考一下，大數減掉小的數，跟小數減掉大的數，確實可以比較出來誰大誰小。但若改成是 5a-10 跟 5b-2，大數減大數，小數減小數，能不能比出大小來？同學今天就要回去想一想囉！這是我今天留在這邊的功課，是的，同學回去想一下，如果我是大數減大數、小數減小數，不等號會不會還成立？這是今天的功課，回去想一下。

回家深入討論： 如果 5a > 5b 則 5a-10 ? 5b-2

187. 老師：另外要注意像(d)這一題，如果這邊比較大，那麼取倒數的時候，它反而要變小，這裡有沒有問題？好，那就請你們把筆記抄上來，題目後面我都沒有中文解釋，你要寫上來，你自己才看得懂每一個部分在寫什麼東西，每一個部分在告訴你什麼東西。

188. 老師：抄筆記不是只有抄黑板，還有抄剛剛講在空氣中的話，對不對？那個才是你的觀念，我在表達什麼東西，你要自己把那後半部分補起來，看不見可以看同學的沒關係！做筆記要做自己的筆記。

189. 老師：所以第一行後面，是不是應該告訴我們，它是等量乘法對不對？(a)小題後面是不是應該是等量乘法？同學你還是要會做筆記喔！這邊後面寫的是，這個後面你可以補充等量乘法公理。這裡是等量加減對不對？那到這個地方在告訴你的是遞移，遞移關係。那第 4 部分就是取倒數囉！當它取

倒數時候的狀況是這個樣子，要變開口，取倒數的話要變開口，對不對？要變開口方向喔！

190. 老師：可以嗎？國字要補充上來喔！這樣回去看筆記才看得懂。同學，你看一下，做筆記就是要這樣子做，老師抄的是一部分，然後你自己的心得要寫上來，所以你要把它抄得有空位，你自己回去才會看，若有心得，自己寫上來，只有你看得懂你的筆記，你看得懂嘛！對不對？這樣才是做筆記，老師講在空氣中的話才重要耶！不是嗎？不會可以問同學一下沒關係。好！我們再講一次，同學沒有聽懂，來，回到(a)部分，(a)部分用的是什麼原理？

題目：
(a)若 $a > b > 0$，
則 $\underline{5a > 5b > 0}$
(b)若 $5a > 5b > 0$，
則 $\underline{5a-2 > 5b-2}$
(c)由於 $10 > 2$
則 $\underline{5b-2 > 5b-10}$
(d)根據(b).(c)兩部分的結果，可得到
$\underline{5a-2 > 5b-10}$
(e)根據(d)部分的結果，可得
$\underline{\frac{1}{5a-2} < \frac{1}{5b-10}}$

191. 學生：等量乘法。

192. 老師：等量乘法。(b)部分呢？等量加減法，雖然我們這邊是不等式的減法，但是它的原理仍是等量公理嘛！對不對？由(b).(c)得到(d)這個結果，告訴了我們，它有什麼關係？遞移關係。所以(d)這裡可以註明遞移律。從(b)、(c)到(d)我們可以得到不等式遞移律的關係，遞移律。最後一個(e)部份在敘述取倒數後的關係，當你取倒數的時候，你會發現開口會改變。

題目：
已知 $x \geqq y > 0$，試判斷下列各題是否正確：
(a)$x-(-6) \geqq y-(-6)$
(b)$x+3 \geqq y+3$
(c)$4x \geqq 5y$
(d)$(-5)x \leqq (-5)y$
(e)$\frac{1}{x} \geqq \frac{1}{y}$
(f)$10x \geqq 9y$

193. 老師：可以的話，我要開始讓你們練習囉！抄好沒？還沒抄好舉手，好，快點。抄好的舉手，第 6 組，第 6 組有沒有人抄好？有喔！好，同學可以看他的，我們現在進行分組討論囉！好，開始，給題

目，請判斷 a、b、c、d、e、f，下面各種情況哪一個是對？哪一個是錯？誰正確？誰不正確？用我們剛剛教給你的那幾個觀念去判斷，計時 5 分鐘，可不可以做得出來？

194. 學生：應該可以。

195. 老師：可以就好，可以討論，趕快討論，我等一下要看各組的答案，一組寫 1 張答案給我就好，一題一題來，組長把題目抄下來給同學看，翻過來嘛！背面可以用，1 人抄一題不就好了，組長要引導大家討論喔！總會有人有相反意見吧！嗯！很好，第 1 組組長很盡責，他把題目抄下來，然後帶著大家討論。第(e)題對不對？如果你覺得不對的話，要告訴我理由喔！等一下要告訴我理由喔！要講得出來喔！來，不對的要告訴我理由喔！想一想啊！你們要告訴我為什麼？

196. 老師：給你一點提示，只有兩題是錯的，只有兩題是錯的，好了沒？還沒寫完的舉手，6 個答案都出來了，對不對？出來了嗎？來，組長站起來，每一組組長站起來，帶著你的答案卷站起來，第 1 組交給第 2 組，快點，第 2 組交給第 3 組，第 3 組交給第 4 組，第 4 組的答案交給第 6 組，第 6 組交給第 5 組，第 5 組的答案拿過來交給第 1 組，快點，交換對答案啊！現在才改，嘿嘿！好，快點，1 交給 2，第 1 組交給第 2 組，第 5 組，第 5 組寧方，你要改第 6 組的答案，那是第 1 組的，請拿給第 2 組改，聽懂了喔！來，看答案囉！看黑板。

197. 老師：第一題正確，為什麼正確？

198. 學生：就是正確。

199. 老師：x 大於等於 y，兩邊同時減-6，我們說等量加減公理都在這邊成立，對不

對？所以「大於等於」依然是「大於等於」，所以正確。

200. 老師：好，第 2 題正確，你們都沒有喜悅的感覺，都寫錯喔？

201. 學生：沒有啊！

202. 老師：好，哪本來就是 x 大於等於 y，所以加上以後還是「大於等於」，這題錯的舉手，哪一組錯？沒有吧！最簡單喔！

203. 老師：第 3 題，剛才憶如有問我這題，真的不正確，不正確的理由是什麼？這題真的不正確，我們來看，是同時乘上 4 嗎？它不是，它乘上 5，它在大的地方乘小數，小的地方乘大數，所以是不是還能造成它是大的呢？

204. 學生：不一定。

205. 老師：不一定，再來它有等號的狀況，聽好，它有等號的狀況，所以如果是等號成立的時候再乘上它更不可能啊？對不對？

206. 老師：所以，來，要證明一個不等式不成立，只要有一個反例它就不能夠寫，因為寫下來就是永遠成立，對不對？這樣懂我意思嗎？問得好，它確實有成立的狀況啊！如果說它(x)是 5，它(y)是 4，那確實有等於啊！4×5、5×4 是相等的，對不對？可是有沒有不等的狀況？有耶！如果有不等的狀況，就不能成立，是嗎？懂我意思嗎？所以舉反例只要舉一個，找到一個反例，就可以說它不成立，這樣有沒有問題？懂了嗎？

207. 老師：好，我們看下一組，第 4 題是「正確」！你們都寫錯了嗎？不然怎麼都沒有歡呼聲？好像第 4 題有人寫「不正確」，是誰？我剛剛好像看到有一組寫不正確。第 4 題是對的喔！當你乘上一個負數的時候，不要忘記題目給我們的是同乘一個負數，要變開口，所以它是正確的，下一題。

208. 老師：這題是錯的，我們剛剛有講過取倒數嘛！它用別的方式來解釋給我們聽，

同時除上一個 xy，好，我們來看它用這種方式，我們剛才介紹是數字的直覺法，我們現在用代數演繹一遍給同學看，這兩個都是大於 0 的數，所以相乘比 0 大，然後我們說可以用等量除法啦！除以一個大於 0 的數，不會改變開口，對不對？然後除完以後會怎樣？x 跟 x 消掉剩 $\frac{1}{y}$，y 跟 y 消掉剩 $\frac{1}{x}$，所以在 $x \geqq y$ 的情況之下，我們反而得到 $\frac{1}{y}$ 會大於 $\frac{1}{x}$，就是 $\frac{1}{x}$ 要小於 $\frac{1}{y}$ 的意思，剛才老師解釋時是用數字直覺讓你去感覺，現在我們用代數解釋給你聽，了解了嗎？所以當你 $x > y$ 的時候，取倒數要反過來，有沒有問題？這樣會了沒？會了喔！好，下一題。

209. 老師：正確，最後一題是正確的喔！有沒有人做不正確？有哪一組認為不正確？為什麼？忘記了？為什麼正確？這題跟這題不一樣，同學，$x \geqq y$，看這邊，$x \geqq y$，乘 4、乘 5、乘 10、乘 9，都乘不同的數。下課了喔，好，回去後，同學把它看一下，都乘不同的數，可是為什麼有一題正確，一題不正確？差別在哪裡？大的數乘小的，小的數乘大的，你不一定能夠確定它大小，可是大的數乘大的，小的數乘小的，那一定是大的數越乘越大，對不對？這裡有沒有問題？這樣清楚了嗎？可以了喔！這個情況是在「大於」的時候才成立喔！兩個都同號喔！兩個異號呢？或者是兩個都負數呢？這個符號(≧)是說「大於」或「等於」只要有一個成立就可以了，它有沒有反例？目前還沒找到反例，可以吧！如果能夠舉出反例它就不成立，對不對？好，我們先講到這邊，下一堂課我們再繼續做真正的解法，但是我們在做不等式的解法的時候，這些基本觀念要有，因為我們要運用到等量加減乘除公理。好，我們這節課到這邊，下課了，來！班長。

210. 班長：起立！立正！敬禮！

211. 同學：謝謝老師。

212. 老師：謝謝同學。

參、教學說明

今天我們上的課程單元是一次不等式，學生是三年級的學生，他們的課程是安排在第 6 章，上的是 6-1 不等式，認識不等式的解，以及 6-2 解不等式。我們課程的設計是開始先用講述法，然後讓他們分組討論，然後自行做筆記，之後再做檢測。讓孩子能夠真正感覺有學到東西，我們會把課本裡頭的自我評量儘量讓他們在學校裡面完成，這樣的話，他會比較有成就感，能夠在當時馬上做檢測。至於回家的功課，我們會希望另外再給，另外再給他們功課。嗯！再找時間跟他們對答案囉！

今天比較值得一提的是，我給同學們做筆記的方式。他們的筆記，我希望他們在聽完課之後，自己來寫筆記，筆記不是只抄黑板的東西。學生能夠由自己的感覺、自己的想法，去寫自己的筆記，回家比較會看，這是我設計這樣課程的主要原因。

這個課程可以用 p.p.t 來做，p.p.t 其實是減少老師們很多寫黑板的動作，有多一點的時間可以下去看學生，老師也不會那麼累。所以我覺得資訊融入教學真的是蠻有用的。

在課堂上會發現，我很在意在課堂上給學生很多口訣。我們在教的時候，譬如說，大於、超過、不滿、以上、以下這些觀念在小學就學過，可是他們到國中的時候，因為在小學太早學了，到國中的時候還是會搞不清楚，所以我們要不斷的再提醒他們，也就是不斷的要用口訣去教他們去記憶，利用掛勾學習法去記憶。

今天在課堂上，學生的表現有一點點失常，可能因為他們不習慣被錄影。其實這一班的學生蠻活潑的，平常上課互動很足夠，他們今天有一點害羞，所以在互動的部分可能比較弱一點。於是我們第 1 節課下課的時候，我有再跟學生稍微談一下了以後，他們就比較放得開，我說，希望大家都一起把感覺放進來，比較不會有不自在的感覺，他們在回答問題的時候，通常是小聲在下面講，不敢大聲回答，平常在課堂上他們就敢大聲回答，所以這也是今天狀況外的狀況。

對孩子來講，還是有些同學不能夠真的了解，這個部分就可能要靠回家作業練習。還有一點因為我們沒有事先讓學生知道課程，所以今天的課堂互動比平常雖然不好，可是看得到有些孩子，有大部分的孩子認真的情況比平常多，因為他們多了一些跟同儕討論的時間，他們今天是有點害怕，不敢討論，平常會討論得比較激烈一點，所以我覺得在分組互動的部分，其實很重要。

教完了觀念以後，讓他們做分組的討論，之後再做檢測，這整個三大步驟，是我設計這個課程一個很重要的想法。

今天的進度在 6-1 的部分很完整，到下課時剛好都能夠全部講完，只剩下一點點自我評量的題目，我們會把對答案的部分留到下一次上課，讓同學能夠確實對到答案。

倒是上 6-2 的那節課，還剩下最後一題完整的應用題，那個部分沒有來得及帶出來。那一題會介紹今天 6-2 所學到的怎麼樣去列式、怎麼樣去解方程式、到最後把圖解寫出來，然後檢驗答案對不對。只用一個題目就可以讓孩子學得很完整，所以，這是今天最後面沒有帶到的地方。

肆、教學後的省思

本教學單元為「一次不等式」， 對象是三年級中等程度之學生。在檢視過教學錄影帶後，驚覺自己在課程的進度規劃方面，犯了教師們經常犯的毛病－－－貪多務得…

一方面希望程度不足的學生能夠再一次建立基本不等式的代數表示法，一方面又希望學生能夠完整的了解所有不等式在運算上的各種變化！因此在概念引入時，速度稍嫌快了點；舉例說明時，應該給學生再多一點待答時間，等待學生們可以進入狀況，才有可能像平常一樣進行學生的討論；當然也因為是第一次參與教學現場錄影，師生們都有受到影響，多少兒有點緊張。

這一次設計教案時，我採取的是問答式的討論，仍舊是教師主導的方式，事後省思時，我想下一次設計教案時，將嘗試讓學生採用先同儕討論後上台發表的方式，使學生能自己建構出不等式的等量加減乘除的運算規律；因此在題目的設計及待答問題上應更加細心設計。而在第一節課介紹不等號及列式時，可以不需要舉太多例子，除了介紹等量運算原則外，應該再加入統整例子，演示如何應用此概念的反運算來解簡單的運用加減法解題的不等式，這樣學生可以對於解不等式的過程由簡單的例子先做熱身。待第二節課介紹完乘除法的運算變化後，有機會呈現較複雜的四則運算過程，就不至於產生如這次教學時間不足，來不及將解題過程呈現的狀況。

國家圖書館出版品預行編目資料

國中小數學教材與教學探討.一元一次方程式篇/鄧玉芬等作；周筱亭, 劉君毅主編.
-- 初版.-- 臺北縣三峽鎮 : 國家教育研究院籌備處, 民 97.11-
冊 ; 公分
ISBN 978-986-01-5310-1（第 1 冊 : 平裝）
1.數學教育 2.教學活動設計 3.中小學教育

523.32 97017238

國中小數學教材與教學探討---一元一次方程式篇(一)
主　　編：周筱亭　劉君毅
教學指導：謝　堅　朱建正　鍾　靜　周筱亭
作　　者：鄧玉芬　鄭淑珍　陳萩紋　施燦宏　高淑玲
發 行 人：陳伯璋
出版機關：國家教育研究院籌備處
地　　址：台北縣三峽鎮三樹路 2 號
電　　話：（02）8671-1111 轉 教學資源中心
網　　址：http://www.naer.edu.tw
出版年月：中華民國 97 年 11 月
版　　次：初版
電子出版品說明：本書籍影片同時登載於國中小數學教師專業成長網
網 址 為：http://math.naer.edu.tw

定　　價：新臺幣 220 元
印 刷 者：
地　　址：
電　　話：

展 售 處：政府出版品展售門市
地址及電話：
五南文化廣場：台中市綠川東街 32 號 3 樓(物流中心) TEL:（04）22210237
國 家 書 店：台北市松江路 209 號 1 樓　　TEL:（02）26579211~12

GPN：1009702323
ISBN：978-986-01-5310-1
國家教育研究院籌備處保留本書及附件影片資料之著作權及所有權利。