

應用小波轉換於水文時間序列 趨勢預測之研究

周建明* 李天明**

*明道大學資訊工程學系助理教授兼系主任

**明道大學資訊工程學系助理教授兼圖書資訊中心主任

摘 要

水文時間序列之分析及模擬已有多種新穎方法與模式，然而大多數方法與模式均由水文時間序列自身進行分析處理。實際之水文時間序列，由於受各種複雜因素之制約與影響，難以掌握與研究。就時間－頻率觀點而言，任一水文時間序列均含有多種頻率成分，每一成分皆有其自身之制約因素與發展演變規律。單從水文時間序列本身出發建構模式，勢必難以詳細掌握水文時間序列之內在動力機制，因此實有必要對水文時間序列執行進行多分辨層研究，而小波分析適可提供一種便捷之多分辨分析技術。此外，長時期之水文時間序列具有長期相依性，其可用赫斯特係數加以鑑別。應用小波分析之特性，可有效地計算長時程水文時間序列之赫斯特係數，據以提供未來從事全球變遷分析研究之應用。

本研究蒐集淡水河流域及曾文溪流域具代表性之雨量站資料，加以建檔、研析，並建立資料庫。研究中應用具有多分辨分析功能之小波轉換理論，以探討長時程降雨量資料之多分辨結構。此外，長時期之水文時間序列具有持續性，應用小波分析可計算水文時間序列之赫斯特係數。而應用小波轉換，亦可進行長時程水文時間序列之多分辨分析，並分析台灣地區近年來不同分辨層水文時間序列變化之空間差異，進而針對長時程水文時間序列之趨勢進行預測，期能作為水資源規劃應用之參考。

關鍵字：小波理論、多分辨分析、赫斯特係數、全球變遷、水資源規劃

*通訊作者. Tel.：04-8780447

Fax：04-8780447

E-mail address：jamin@mdu.edu.tw

壹、前言

台灣地區之降雨量在時空分布上極不平均，且河流坡陡流短，相當不利於水資源之調配應用。每到夏秋之際，暴雨颱風來襲，挾帶大量雨水，洪流渲洩不及，屢次造成重大災害。例如民國八十七年十月間接連發生瑞伯與芭比絲兩個颱風侵襲，造成汐止、五堵等地區十天之內三次淹水，生命財產損失難以估算；民國八十九年十一月初象神颱風更造成基隆市、瑞芳鎮、五堵、汐止、內湖、南港等地慘重淹水災情，傷亡令人髮指；又民國九十年九月十七日納莉颱風更造成基隆市區百年大洪水，基隆河沿岸瑞芳、五堵、汐止、台北市南港、內湖、松山、信義、木柵，汪洋一片、抽水站淪陷、捷運系統淹水、土石流肆虐，災情慘不忍睹。但若無颱風帶來豐沛之雨量，則常遇到缺水乾旱之問題，而迫使政府機關採取限制民生用水及水稻休耕之措施。例如民國九十一年台北市即因缺水而採取輪流分區停水之限水措施，造成民眾相當之不變，更對依賴水的相關產業帶來重大衝擊。此外，由於本島獨特的地形，中央山脈縱貫南北，成為天然屏障，亦增加不同地區降雨變化之複雜性。因此，如何針對台灣地區長時程之降雨趨勢進行分析及預測，以供水資源之有效調配應用，實為重要之課題。

本研究廣泛蒐集台灣地區具代表性之氣象測候站及雨量站等資料，加以建檔、研析，並建立資料庫。應用具有多分辨率分析(multi-resolution analysis, 簡稱 MRA)功能之小波轉換(wavelet transform)理論，探討長時程降雨量之多分辨層結構。小波

(wavelet)為目前科學界及工程技術中常被引用之術語，其可作為訊號表示之基底函數。而小波轉換則是一種多分辨分析或多尺度分析，亦是時間－頻率(time-frequency)分析之一種技術，其在時間－頻率兩域均具有表示訊號局部特性之能力，被譽為訊號分析之顯微鏡(張與保, 1998)。在小波分析中，係以不同之分辨層(resolution level)觀察訊號，訊號分析中此種多分辨層之觀點乃是小波分析之基本特點。小波轉換在訊號處理、圖像壓縮、多分辨系統及醫學工程方面等領域均獲得廣泛應用(張與保, 1998)。

小波轉換在時－頻平面上不同位置具有不同之分辨功能，小波分析之目的是既要看到訊號之概貌，也要看到訊號之細節，具有類似顯微鏡之功能。由於小波分析具有上述種種優點，近十年來小波理論及方法上之重大突破，令其已被廣泛應用於訊號處理、地震探勘、湍流研究、雷達監控、非線性科學、地球科學及大氣科學等領域，並獲致豐碩之成果(林與鄭, 1999)。因此，本研究之目的係應用小波轉換，進行長時程降雨量之多分辨分析，並分析台灣地區近年來不同分辨層降雨量變化之空間差異，進而針對長時程降雨量之趨勢進行預測，期能作為水資源規劃應用之參考。此外，長時期之水文時間序列具有持續性，其可用赫斯特(Hurst)係數加以鑑別。而應用小波分析之特性，可有效地計算長時程水文時間序列之赫斯特係數，據以提供未來從事全球變遷(global change)分析研究之應用。

貳、研究方法

一、資料研析

本研究蒐集淡水河流域及曾文溪流域具代表性之氣象測候站及雨量站等資料，加以建檔、研析，並建立資料庫。

二、小波分析理論

本研究應用小波分析理論探討長時程降雨量之多分辨層結構及應用小波分析計算長時期水文時間序列之赫斯特係數。小波分析係一門新發展之數學學科，經過十幾年之發展，小波分析在理論及方法上均獲致突破性之進展。小波轉換亦稱為小波分解(wavelet decomposition)，其為一種線性運算，可對訊號進行不同分辨層(尺度)之分解，能將各種交織在一起之混合訊號分解成不同分辨層或不同頻率之區塊訊號，可有效地應用於訊號及噪音之分離，提高時頻兩域之分辨能力。小波轉換亦為一種訊號之時間－尺度(時間－頻率)分析方法，其具有多分辨分析之特點，且在時間－頻率兩域均具有表徵訊號局部特徵之功能。

小波分析在時域及頻域上同時具有良好之局部化性質，並且能根據訊號頻率高低自動調節採樣之疏密，容易捕捉及分析微弱訊號與圖像之任意細小部分。其優於傳統傅立葉分析之處，主要在於其能對不同之頻率成分採用逐漸精細之採樣長度，從而可以聚焦到訊號之任意細節，尤其是對奇異訊號相當敏感，可處理微弱或突變之訊號，其原理係將一個訊號之訊息轉換成小波係數，從而能夠便捷地加以處理、儲存、傳遞、分析或被用於重建原始訊號

(林與鄭，1999)。由上述優點說明小波分析可以有效地應用於長時程降雨量之多分辨層結構之模擬。以下扼要地介紹小波分析之基本理論。

(一)小波定義

本研究所使用之小波定義係採用 Rao and Bopardikar (1998)及 Bayazit and Aksoy (2001)所定義之小波，其定義小波 $\psi(t)$ 為具有以下二個性質之函數(Rao, 1998)：

1. 函數之積分值為 0：

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (1)$$

2. 函數為平方可積分或是具有有限之能量：

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)|^2 dt < \infty \quad (2)$$

小波 $\psi_{a,b}(t)$ 與 $\psi(t)$ 具有相同之能量(或變異數)，其定義為(Bayazit & Aksoy, 2001)：

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (3)$$

式中， a 代表尺度(scale)變數， b 代表平移(translation)變數。

函數 $q(t)$ 對應於小波 $\psi(t)$ 之連續小波轉換(continuous wavelet transform，簡稱 CWT)定義為(Bayazit & Aksoy, 2001)：

$$W(a,b) = \int_{-\infty}^{\infty} q(t) \psi_{a,b}^*(t) dt \quad (4)$$

式中， $\psi_{a,b}^*(t)$ 代表 $\psi_{a,b}(t)$ 之共軛(conjugate)。逆連續小波轉換(inverse continuous wavelet transform，簡稱 ICWT)為(Bayazit & Aksoy, 2001)：

$$q(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|a|^2} W(a,b) \psi_{a,b}(t) da db \quad (5)$$

其中，

$$C = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega \quad (6)$$

式中， $\Psi(\omega)$ 為 $\psi(t)$ 之傅立葉轉換。對於離散之情況，函數 $q(t)$ 可表示為 (Bayazit & Aksoy, 2001)：

$$q(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} d(n, l) 2^{-n/2} \psi(2^{-n}t - l) \quad (7)$$

式中， $d(n, l)$ 為離散小波轉換 (discrete wavelet transform，簡稱 DWT)，亦稱為小波係數 (wavelet coefficients) (即在小波域之資料)，定義為 (Bayazit & Aksoy, 2001)：

$$d(n, l) = \int_{-\infty}^{\infty} q(t) 2^{-n/2} \psi(2^{-n}t - l) dt \quad (8)$$

式中， n 及 l 為整數， n 表示尺度變數， l 表示平移變數。

(二) 小波基底函數

小波分析方法由於其基底函數所具有之特點，能夠解決傅立葉分析所不能解決之局部化問題。藉由改變伸縮尺度及平移參數，可以對訊號之任何部分及任何尺度進行研究。針對不同之研究所需，常採用不同之小波函數，以下介紹數種常用之實數值小波函數：

1. Haar 小波，其定義為 (Bayazit & Aksoy, 2001)：

$$\psi(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < 1/2 \\ -1 & 1/2 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

此以 Haar 函數作為基底函數之小波，最簡單且容易驗證。

2. 高斯小波，其定義為 (張與保，1998)：

$$\psi(t) = e^{-\frac{t^2}{2}} \quad (10)$$

3. 墨西哥草帽小波，其定義為 (張與保，1998)：

$$\psi(t) = \frac{2}{\sqrt{3\sqrt{\pi}}} (1 - t^2) e^{-\frac{t^2}{2}} \quad (11)$$

(三) 多分辨分析及冗餘小波轉換

多分辨分析 (或多尺度分析) 之基本構想，係將待處理之訊號採用小波轉換方法於不同分辨層 (或尺度) 上進行分解，分解到粗分辨層上之訊號稱為近似 (approximation) 或平滑訊號；在細分辨層上存在而在粗分辨層上消失之訊號稱為細節 (detail) 訊號。小波轉換可視為連續不同分辨層上訊號之橋樑。

小波轉換係將訊號與某一分辨層之小波進行褶合積分運算。小波係數同時包含著訊號與小波之訊息。因此，轉換方法 (連續或離散) 及小波選擇乃一頗為重要之問題。此決定於轉換之目的，即想從訊號中提取什麼訊息。若是為了分析訊號，一般選用連續小波轉換。因為這種轉換是冗餘的，使人容易看出訊號不同分辨層變化成分及其相互作用。而在數據壓縮及進行訊號模擬時，則宜用正交小波轉換或小波包技術，因其可用最少之相互獨立小波係數表示原始訊號 (牛等，1998)。

小波轉換之 à trous 演算法為一冗餘轉換，其將輸入水文序列分解成多個細節訊號與一個背景 (或近似) 訊號，而原水文序列為各細節訊號與背景訊號之疊加。分解程序首先將離散水文序列 $s(k)$ 與離散低通濾波器 c 進行連續之褶合計算 (Aussem & Murtagh, 2001)：

$$s_{i+1}(k) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} c(l) s_i(k + 2^i l) \quad (12)$$

式中， s_i 表示第 i 分辨層之背景訊號，最粗略之分辨層即為原始時間序列 $x(k)$ ，亦即 $s_0(k) = x(k)$ 。介於採樣點(即 $2^i l$)間所增加之距離即解釋此演算法稱為 “à trous” 之涵義。低通濾波器 c ，一般選用三階 B_3 樣條 (1/16, 1/4, 3/8, 1/4, 1/16) (李等, 1999)。此滿足小波轉換所必須之緊密支撐條件，且為點對稱。其次，對於訊號之連續平滑處理過程中取其差值，可得到小波係數 w_i (Aussem & Murtagh, 2001)：

$$w_i(k) = s_{i-1}(k) - s_i(k) \quad (13)$$

小波係數提供所要擷取資料內差點較細微特徵之細節訊號。此特性不會漏失任何訊息，且可從小波分量重構原始訊號。此外，殘餘值 s_p 表示資料之背景訊息，亦為一小波係數。集合

$\mathfrak{R} = \{w_1, w_2, \dots, w_p, s_p\}$ 表示資料到達分辨層 p 之小波轉換。

以小波係數表示之時間序列小波展開為 (Aussem & Murtagh, 2001)：

$$x(k) = s_p(k) + \sum_{i=1}^p w_i(k) \quad (14)$$

三、應用小波分析理論探討長時程降雨量之多分辨層結構

本研究採用淡水河流域及曾文溪流域具有代表性雨量站之月降雨量序列進行分析。首先，計算月降雨量時間序列之平均值，以消除季節變化，接而對此水文序列進行冗餘小波轉換並繪製各分辨層之小波係數變化圖。

一般而言，不同之週期變化係由不同之機制所產生，由月降雨量多分辨層結構之小波係數變化圖，可說明不同機制其作用強度之不同，而且另一種機制加強時，另一種機制往往會減弱，此即形成降雨量變化之非週期性及複雜性。此外，從經由小波轉換後之小波係數大小，亦可看出不同時間層次上降雨量之變化情形。實際降雨量之變化可視為各個層次變化之疊加結果，其大小取決於各時間層次上之變化情形。

四、應用小波分析計算降雨量時間序列之赫斯特係數

長時期之水文時間序列具有持續性，其可用赫斯特係數加以鑑別。

(一)赫斯特係數之小波推估原理

由小波係數所求得之 $|d_x(j, k)|^2$ 可度量擬處理水文時間序列 $x(t)$ 在時間 $2^j k$ 、頻率為 $2^j w_0$ 處之能量， w_0 為小波函數 ψ_0 之參考頻率。對於給定之尺度 j ， $|d_x(j, k)|^2$ 之時間平均可作為頻譜推估量，即(李等, 1999)：

$$\hat{\Gamma}_x(2^{-j}w_0) = \frac{1}{n_j} \sum_k |d_x(j,k)|^2 \quad (15)$$

其中， $n_j = 2^{-j}N$ ，且 $\hat{\Gamma}_x(w)$ 是水文時

間序列 $x(t)$ 之能量頻譜 $\Gamma_x(w)$ 在統計意義

下之推估量，則(李等，1999)：

$$E(\hat{\Gamma}_x(2^{-j}w_0)) = \int \Gamma_x(w) 2^j |\hat{\Psi}_0(2^j w)|^2 dw \quad (16)$$

由以上二式可得(李等，1999)：

$$E(\hat{\Gamma}_x(2^{-j}w_0)) = c_f |2^{-j}|^{1-2H} \int |w|^{1-2H} |\hat{\Psi}_0(w)|^2 dw \quad (17)$$

$$= \Gamma_x(2^{-j}w_0) |w_0|^{2H-1} \int |w|^{1-2H} |\hat{\Psi}_0(w)|^2 dw$$

則由 $\log_2(\hat{\Gamma}_x(2^{-j}w_0))$ 與 j 間之線性迴

歸可求得赫斯特係數之推估量 $\hat{H}$ ，(李等，1999)：

$$\log_2(\hat{\Gamma}_x(2^{-j}w_0)) \quad (18)$$

$$= \log_2\left(\frac{1}{n_j} \sum_k |d_x(j,k)|^2\right) = (2\hat{H}-1)j + \hat{c}$$

其中， $\hat{c}$ 為 $c_f \int |w|^{1-2H} |\hat{\Psi}_0(w)|^2 dw$ 之推

估量且保證 $\int |w|^{1-2H} |\hat{\Psi}_0(w)|^2 dw$ 收斂。

(二)以小波推估赫斯特係數之計算步驟

基於上述分析，可導出赫斯特係數之小波推估步驟(李等，1999)：

1. 對於水文時間序列 $x(t)$ ， $t=1,2,\dots,N$ ，利用 Mallat 演算法計算小波係數 $d_x(j,k)$ ， $j=1,\dots,J$ ， $k=1,2,\dots,2^jN$ ；其中， j 為尺度參數， k 為位置參數， N 為水文時間序列長度。
2. 由小波係數計算中間參數 η_j 、 s_j ， $j=1,2,\dots,J$ ；

$$\eta_j = \log_2\left(\frac{1}{n_j} \sum_k |d_x(j,k)|^2\right) \quad (19)$$

$$s_j = \frac{(N \ln^2 2)}{2^{j+1}} \quad (20)$$

其中， $n_j = 2^{-j}N$ 。

3. 基於中間參數計算赫斯特係數之小波

推估值 $\hat{H}_w(j_1, j_2)$ ，

$1 \leq j_1 \leq j_2 \leq J$ ，且

$$\hat{H}_w(j_1, j_2) \quad (21)$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{\sum_{j=j_1}^{j_2} j s_j \eta_j - \sum_{j=j_1}^{j_2} j s_j \sum_{j=j_1}^{j_2} s_j \eta_j}{\sum_{j=j_1}^{j_2} s_j \sum_{j=j_1}^{j_2} j^2 s_j - \left(\sum_{j=j_1}^{j_2} j s_j\right)^2} + 1 \right]$$

五、台灣地區近年來不同分辨層降雨量變化之空間差異分析

本研究乃考慮本島獨特之地形，中央山脈縱貫南北，成為天然屏障，增加不同地區降雨變化之複雜性。本研究採用淡水河流域及曾文溪流域各雨量站之月降雨量進行冗餘小波轉換，由各分辨層（即 S3、W3、W2 及 W1 層）之小波係數變化情形，進行台灣地區北部及南部等地區水文環境在不同分辨層下變化差異之分析，藉以了解台灣不同地區之降雨特性，提供水資源規劃之參考及應用。

六、長時程降雨量趨勢之預測

眾所皆知，藉由降雨時間序列分析及自迴歸(AutoRegressive, AR)模式可進行預

測，但傳統之時間序列分析均由降雨量時間序列自身(即 S0 層)進行分析處理。實際之降雨量時間序列，由於受各種複雜因素之制約與影響，難以掌握與研究。就時間一頻率觀點而言，任一降雨量時間序列均含有多種分辨層或頻率成分，每一成分皆有其自身之制約因素與發展演變規律。因此實有必要對降雨量時間序列進行多分辨層或分頻研究，而小波分析適可提供一種便捷之多分辨分析技術。

藉由降雨時間序列之小波變化曲線及自迴歸模式，可進行降雨趨勢之組合預測。本研究長期降雨趨勢之預測，係先檢定計算各分辨層之自迴歸模式參數，接而在各分辨層分別進行驗證預測；最後，運用“à trous”完全重構公式，得到原始分辨層長期降雨量之組合預測。

在不同之水文環境變化階段，同一個因子對水文預報之影響可能是不同的。所以，採用某一水文環境變化之水文變化規律來進行另一水文變化階段之水文預報，難免會出現誤差。為解決此問題，擬根據預報時限之不同，利用小波之多分辨分析功能，對水文資料進行分析，以判斷出現在水文環境變化所處之階段，並採用此一階段之資料建立預報模式，以獲致較為滿意之結果。

參、結果與討論

本研究分多梯次至淡水河流域及曾文溪流域具代表性之氣象站及雨量站查勘，實際瞭解該地區之水文特性。此外，廣泛蒐集淡水河流域及曾文溪流域具代表性之氣象測候站及雨量站等資料，加以建檔、

研析，並建立資料庫，所蒐集研析之各雨量站資料如表 1 及表 2 所示。

一、長時程降雨量之多分辨層結構

本研究所採用之降雨量時間序列，係為月降雨量，為消除季節變化因素，所研析之雨量資料均減去其平均值。此外，各雨量站月雨量時間序列均區分成檢定及驗證兩部分，除最後五年資料作為驗證之用外，其餘均視為檢定所使用之資料。

本研究首先應用 à trous 冗餘小波轉換於表 1 及表 2 所列各雨量站之月降雨時間序列，採用三層分解，亦即原始時間序列可分解成背景訊號 S3 與小波係數 W3、W2 及 W1 等分辨層。由降雨量時間序列經過小波轉換後所繪製之多分辨分析圖，可觀察降雨量變化之多層次結構及降雨量在不同分辨層上之週期變化情形，藉由此變化情形可用來判斷水災及旱災之趨勢及週期。研究結果選擇淡水河流域之五堵站及曾文溪流域之西阿里關站為代表，月雨量經小波轉換後各分辨層之變化情形，分別如圖 1 及圖 2 所示，其中 S0 層為原始水文時間序列。

以淡水河流域五堵站為例，如圖 1 所示，背景訊號 S3 層之週期約為 60 個月(5 年)；小波係數 W3 層之週期約為 12 個月；小波係數 W2 層之週期約為 14 個月；小波係數 W1 層之週期約為 5 個月。以曾文溪流域西阿里關站為例，如圖 2 所示，背景訊號 S3 層之週期約為 48 個月(4 年)；小波係數 W3 層之週期約為 12 個月；小波係數 W2 層之週期約為 12 個月；小波係數 W1 層之週期約為 6 個月。

二、應用小波分析計算降雨量時間序列之赫斯特係數

完成長時程水文時間序列之赫斯特係數之計算，據以提供未來從事全球變遷分析研究之應用。各雨量站應用小波分析所計算而得之赫斯特係數如表 1 及表 2 所示。其中淡水河流域各研析雨量站之赫斯特平均值為 0.72，而曾文溪流域各研析雨量站之赫斯特平均值為 0.68。

三、台灣地區近年來不同分辨層降雨量變化之空間差異分析

為分析台灣地區近年來不同分辨層降雨量變化之空間差異分析，本研究選擇北部淡水河流域及南部曾文溪流域進行比較分析，以進行不同地區水資源之有效調配及應用。近年來不同分辨層降雨量變化之空間差異分析，在背景訊號 S3 層方面，淡水河流域五堵站之週期約為 60 個月（5 年），而曾文溪流域西阿里關站約為 48 個月（4 年），且曾文溪流域西阿里關站有逐漸下降之趨勢；小波係數 W3 層及 W2 層方面，淡水河流域五堵站及曾文溪流域西阿里關站之週期均為 12~14 個月；小波係數 W1 層方面，淡水河流域五堵站及曾文溪流域西阿里關站之週期均為 5~6 個月。

四、長時程降雨量趨勢之預測

本研究利用小波分析進行長時程降雨量趨勢之組合預測，以供水資源規劃之參考應用。各雨量站月雨量時間序列最後五年之資料作為預測驗證之用。研究結果選擇淡水河流域之五堵站及曾文溪流域之西阿里關站為代表，分別如圖 3 及圖 4 所示。傳統之時間序列預測係由水文時間序列自

身（即單一分辨層 S0 層之時間序列）進行預測，然而實際之水文時間序列，由於受各種複雜因素之制約與影響，難以掌握與研究。任一水文時間序列均含有多種頻率成分，每一成分皆有其自身之制約因素與發展演變規律。單從水文時間序列本身出發建構模式，勢必難以詳細掌握水文時間序列之內在動力機制，因此原始尺度之預測結果較不理想，如圖 3 及圖 4 中第 S0 層所示(Forecasting by AR(4))。

但若對水文時間序列進行多分辨層研究，在各分辨層分別利用自迴歸模式進行預測，最後再藉由逆小波轉換可獲致原始分辨層之組合預測，可較精確地進行長時程之預測。原始分辨層之單一尺度及組合預測結果，如圖 3 及圖 4 中第 S0 層所示，由圖可知組合預測之結果(Forecasting by Wavelets)優於傳統單一尺度預測之結果(Forecasting by AR(4))，此乃由於傳統方法所獲致之結果為一綜括之結果，不易詳細探討水文時間序列之內在動力機制，所計算之自迴歸參數較不具代表性；但若分解成不同分辨層，則各分辨層計算之自迴歸參數較具代表性，並可據以進行較精確之預測。各分辨層之預測結果如圖 3 及圖 4 中第 S3、W3、W2 及 W1 層所示。

應用小波轉換於多分辨水文時間序列之模擬，存在著分解層數如何確定之問題。小波分解具有越往較低分辨層進行分解，則近似訊號與細節訊號之平滑性與平穩性也越好之特性。但由於在分解過程中必然會產生計算誤差，因此分解層數越多，誤差亦越大。所以，於選擇分解層數時，不宜過多也不宜過少。徐等(2001)建議如果待推估之時間序列數據量不是很大

時，則分解層數一般可選擇 3~5 層，因此，本研究中應用 à trous 冗餘小波分解時，採用之分辨層數為 3 層。

肆、結論

- 一、本研究應用小波分析從事台灣不同地區降雨量多分辨分析及趨勢預測之研究，其內容包括計算長時期之降雨量時間序列之赫斯特係數及進行降雨量時間序列之多分辨分析兩研析要項。不惟其分析方法與傳統方法迥異，並經淡水河流域及曾文溪流域為驗證區域，證實其能有效提升單一分辨層模擬之精度，且能獲致較精確之推估。
- 二、本研究係應用冗餘小波轉換分解觀測之月降雨時間序列，以解析不同分辨層之小波係數，在各分辨層利用自迴歸模式進行預測，最後再藉由逆小波轉換可獲致原始分辨層之組合預測，可較精確地進行長時程之預測。模擬結果顯示多分辨分析之方法優於傳統單一分辨層之方法，此乃因小波分析可將一個訊號之訊息轉換成小波係數，從而能夠便捷地處理、儲存、傳遞、分析或應用於重建原始訊號。由於具備上述之優點，小波分析可以有效地應用於長時程降雨時間序列之模擬。模擬結果證實本研究所倡議之方法可改善台灣長時程降雨時間序列推估之準確性。
- 三、小波轉換係將訊號與某一分辨層之小波進行褶合積分運算。小波係數同時包含著訊號與小波之訊息。小波轉換具有多種方法，本研究所採用之 à

trous 小波轉換為一冗餘轉換，可將水文序列分解成多個細節訊號與一個背景訊號，而原水文序列則為各細節訊號與背景訊號之疊加，容易看出訊號於不同分辨層變化成分及其相互作用，適用於分析並提取水文序列中所蘊含之訊息，故能提高預測之精確性。

- 四、長時期之水文時間序列具有持續性，其可用赫斯特係數加以鑑別。推估赫斯特係數常用級差分析法及分維值推估等方法。級差分析法之計算係數對水文時間序列之長度較敏感，即計算結果存在不穩定因素；而分維值之計算方法較多，但其結果一般而言並不精確，且計算過程較為複雜。而應用小波分析之特性，可有效地計算長時程水文時間序列之赫斯特係數，據以提供未來從事全球變遷分析研究之應用。

伍、參考文獻

- 牛東曉、曹樹華、趙磊、張文文（1998）。電力負荷預測技術及其應用，中國電力出版社。
- 李賢彬、丁晶、李后強（1999）。「基於子波變換序列的人工神經網絡組合預測」，中國水利學報，第 2 期，第 1-4 頁。
- 李賢彬、丁晶、李后強（1999）。「水文序列 Hurst 係數的子波估計」，中國水利學報，第 8 期，第 21-25 頁。
- 林振山、鄭自旺（1999）。子波氣候診斷技術的研究，中國氣象出版社。
- 徐科、徐金梧、班曉娟（2001）。「基於

小波分解的某些非平穩時間序列預測方法」，中國電子學報，第 4 期，第 566-568 頁。

張賢達、保錚（1998）。非平穩信號分析與處理，中國國防工業出版社。

Aussem, A. and F. Murtagh (2001). Web traffic demand forecasting using wavelet-based multiscale decomposition, International Journal of Intelligent Systems, 16, 215-236.

Bayazit, M. and H. Aksoy (2001). Using wavelets for data generation, J. Appl. Statist., 28(2), 157-166.

Rao, R. M. (1998). Wavelet transforms, introduction to theory and applications. Addison-Wesley, USA.

誌謝

本研究由國科會計畫補助支持，計畫名稱爲「應用小波轉換於水文時間序列之多分辨分析及趨勢預測之研究」，編號爲「NSC 91 - 2211 - E - 451 - 001」，特此誌謝。

表 1 淡水河流域研析雨量站之資料

雨量站名	資料起訖時間		赫斯特係數
石門 3	1977	1997	0.74
三峽	1980	1997	0.67
大豹	1975	1997	0.72
坪林 4	1978	1997	0.56
碧湖	1977	1997	0.77
福山 3	1978	1997	0.66
大桶山	1979	1997	0.72
石碇 2	1971	1997	0.78
中正橋	1978	1997	0.82
火燒寮	1957	1997	0.73
瑞芳 2	1972	1997	0.70
五堵	1965	1997	0.72
竹子湖	1978	1997	0.75
平均值			0.72

表 2 曾文溪流域研析雨量站之資料

雨量站名	資料起訖時間		赫斯特係數
達邦	1959	1987	0.63
後大埔	1961	1987	0.70
西阿里關	1972	1997	0.69
關山	1984	1997	0.68
環湖	1984	1997	0.71
南化 2	1972	1991	0.68
王爺公	1984	1997	0.70
平均值			0.68

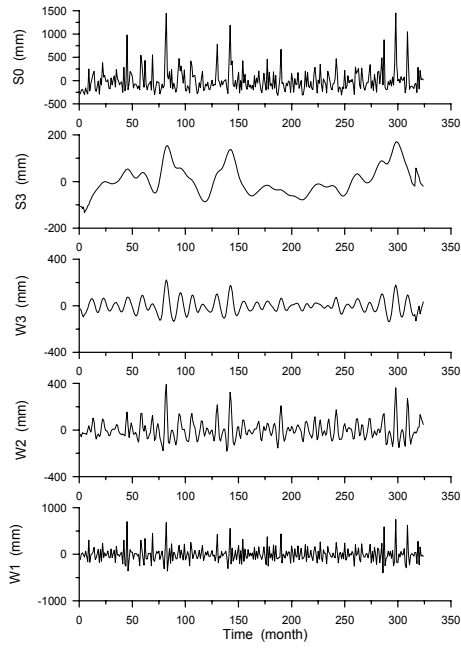


圖 1 淡水河流域五堵站月雨量之小波轉換

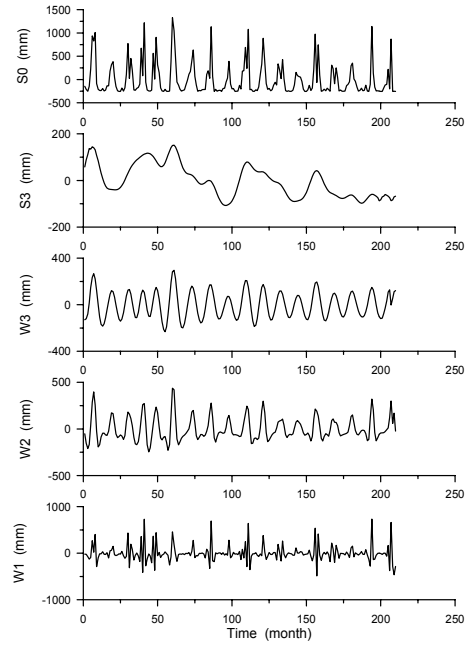


圖 2 曾文溪流域西阿里關站月雨之小波轉換

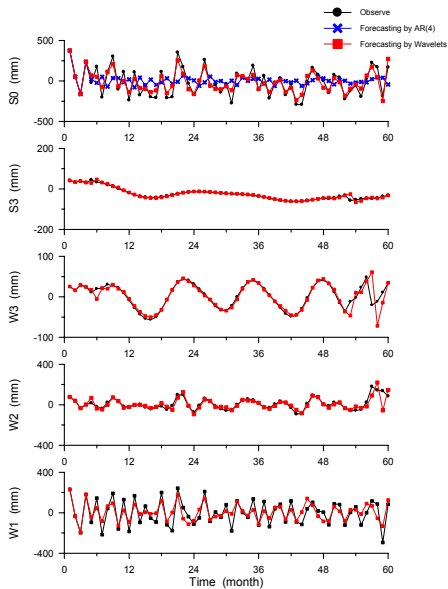


圖 3 基隆河流域五堵站月雨量之多分辨預測圖

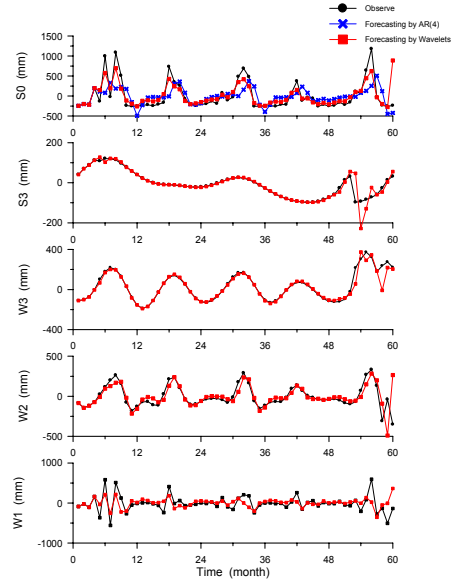


圖 4 曾文溪流域西阿里關站月雨量之多分辨預測圖

Application of Wavelet Transform to the Trend Forecasting of Hydrological Time Series

Chien-ming Chou* Ten-min Lee**

*Director & Assistant Professor of Department of Computer Science and
Information Engineering, Mingdao University

** Assistant Professor of Department of Computer Science and Information
Engineering, Mingdao University

Abstract

There are many new methods and models to analyze and simulate the hydrological time series. However, most of the methods and models applied hydrological time series themselves to carry out research. In practice, it is difficult to grasp and study hydrological time series because they were controlled and affected by complex factors. From the standpoint of time-frequency, each hydrological time series contained many frequency components which had their restricted factors and developed rules. Using only one resolution component to model the hydrological time series is difficult to understand the internal mechanism. It is necessary to apply the wavelet-based multi-resolution analysis to the modeling of hydrological time series. In addition, long term time series had long term dependency which could be identified by Hurst coefficients. The Hurst coefficients could be computed effectively by applying the characteristics of wavelet analysis, so as to provide the application for the analysis of global change.

This study collects the data of representative rainfall gages in Taiwan. The rainfall data can be employed to establish files and study so as to construct the database. Applying the wavelet theory with multi-resolution characteristics can probe into the multi-resolution structure of rainfall in Taiwan. In addition, wavelet analysis can be employed to calculate the Hurst coefficients, which represents the long term dependency of hydrological time series. Application of wavelet transform can proceed to carry out the multi-resolution analysis of hydrological time series and analyze the differences of varying hydrological time series in different areas. The above results can be applied to the trend forecasting of the hydrological time series in Taiwan, so as to provide the reference for water resource planning and application.

應用小波轉換於水文時間序列趨勢預測之研究／周建明、李天明等

Keywords : wavelet theory, multi-resolution analysis, hurst coefficients, global change, water resource planning