

數學課程的設計與執行者的教

林宜臻／教育部臺灣省國民學校教師研習會助理研究員

壹、前言

雅加達、泗水、吉隆坡、檳城等四個台北學校的巡迴講學，讓我得以描繪出海外台北學校教育的大概輪廓，欣喜的是雖然地處國外，但在一群可敬可佩的校長、主任、老師及董事(長)的用心耕耘下，其表現並不亞於國內。但腦海中抹不去的是他們對於現行數學教材處理模式的疑慮與不安。他們依循教材的編排方式進行教學，但眼看的是學童提前厭倦數學，當他們藉由電視或網路等之媒介，得知國內的反應亦然，方如釋重負。

「建構有罪嗎？」一句似乎帶著挑釁的話，然而在對「建構」眾說紛紜之際，身為一個數學教育從事者，也該出來說話。「老師！聽過您的演講後，我們發現數學教學原來是這麼簡單容易」

「老師！上完您的課忍不住要告訴您：如果我在二十年前能遇到像您這樣的老师，我對數學也不會絕望若此！……」

「老師！上完您的課，我改變我的教學方式，因此獲得家長的認同，……」，而我訴諸的就是經驗、察覺、瞭解、內蘊化的建構過程。

雖是如此，目前的國小數學課程設計中，確實有些問題存在。無怪乎有家長反應說：「如果再不處理的話，我們家長要包遊覽車，北上到教育部舉白布條抗議。」

貳、做法的「會」和關係掌握的「懂」

知識經由何種學習方式，決定學習的態度及思考的運作與否，被告知的學習方式，即便學會，充其量只是形式上的再演。數學教育的目標，不僅只是知識與技能的獲得，而在於知識技能獲得的同時，提升與生俱來的內藏能力。

筆者常提出「藉由數學的學習，您希望國小的小朋友學到什麼」，換句話說，有不同的期望，就會有不同的教學設計方式，如果我們只希望小朋友具有演算的能力，就心滿意足的話，熟練計算方法，就是不二法門。事實上，藉由數學的學習，多數學校的老師們希望小朋友不僅僅只會演算或只是獲得數、量、形的概念，他們同時希望藉由數學的學習，小朋友具有邏輯推理的思考能力、問題解決的能力、生



活應用的能力、統整分析的能力，甚至是發言討論及團隊合作等的能力，此與九年一貫數學課程目標：(1)掌握數、量、形的概念與關係；(2)培養日常所需的數學素養；(3)發展形成數學問題與解決數學問題的能力；(4)發展以數學作為明確表達、理性溝通工具的能力；(5)培養數學的批判分析能力；(6)培養欣賞數學的能力；相當契合。因此，數學課程設計時，不應僅僅只是計算技巧的熟練或是概念的獲得而已。

再則，若教師的角色，同時兼具「佈題者」「解題者」時，小朋友將依樣畫葫蘆，一個口令一個動作，做法的「會」僅是模仿上的成功。而理解來自於與自己所知對應關係的發現以及經由自己所知，能一貫解釋學習情報，結合同構圖解說或直接傳達，雖較易獲答，然而學童必須操作與原擁有無關的知識系統，學童的注意力將集中於如何執行，而非內含概念、關係的自行掌握。學童被制約成看到數字，就是算，雖然已是十幾年前課堂的一幕景，卻深深烙印在筆者的腦海，那就是黑板呈現「 $2.783 \times 46 + 35 \times 2.783 + 2.783 \times 39 - 2.783 \times 20$ 」時，只有一位小朋友看出端倪，其他小朋友則一頭栽進計算。對僅是做法的「會」和關係掌握的「懂」應加以區隔。

參、學習衍生力

概念構築時，對象間關係的掌握是必要的，未能掌握關係構造時，判斷的基盤常擺在知覺性的特徵，而就其關係構造分析、解決、整理的過程，方能掌握數學本質概念。筆者在日本進行的乘法啓蒙教學(參見 p.4 附錄 1)的實驗中，發現在前後 9 節的基本九九乘法教學後，實驗組學童能解諸如「 $342 \times 2 = \underline{\quad}$ 」等三位數 $\times$ 一位數的問題，以及「 6×14 的答案是 84，那麼 6×15 的答案是 $\underline{\quad}$ 」等活用九九乘法結構的問題，相對於此，一般國小對照組的任課老師說，這些題目超出九九乘法範圍，所以學童不會，是理所當然的。換句話說，我們不希望小朋友看到諸如「 $298 + 23 =$ 」的題目時，馬上展現處理二次進位計算的本領，而能先行建構，最後才發展至成人格式計算，畢竟關係掌握的「懂」比做法的「會」較具有學習衍生力。

肆、建構的過程、自動化的表現

建構過程需植基於本質概念的操弄，而建構的對象須存有邏輯關係，並非所有的數學學習過程，皆需建構。知識可區分成物理性知識、邏輯性知識以及社會性

(習慣性)知識。物因理性知識可經由觀察獲得，而數學的習慣性記號、表示法等社會性知識的根源，由於來自於人們的編製習慣，並不存有邏輯關係，因此，社會性知識獲得，是從人們經驗訊息的輸入。而邏輯性的數學知識是構造性的知識，非零碎知識之集大成，因此，邏輯性知識的學習過程中，要求的不是餵食式聽講及不知所以然的一連串複習，而是經驗、察覺、瞭解的建構過程。換言之，我們希望小朋友在知其所以然下運作，學習不僅只是賦予記號涵義，而在於關係的凸顯。

但是，熟記九九乘法或是習得人類寶貴遺產的格式化計算等，在日常生活中，絕對有其方便性，只是我們希望小朋友在知其所以然後背誦，如此方能活用，因此，課程設計時，在概念啟蒙階段，應提供足夠的機會讓學童建構概念，而在學童已能掌握概念下，應進一步要求概念自動化，方便於日後的進階學習，或是生活上的應用。但遺憾的是，有些課程的設計，在學童已能掌握概念下，練習題等部份卻仍不斷地要求解題過程，而非讓學童組織知識，應用知識。而現場的老師也唯恐自己不照本宣科，會被視為無法掌握新課程精神的一群，誤以為建構就是讓每位學童都需呈現各種可能的解題格式，當學童沒有全數呈現時，就是一個大叉叉，而非就

學童是否掌握數學概念定奪，不禁令人擔心，如此解讀下的「建構」，將使學童視數學為畏途，將數學設定為拒絕往來戶，甚至淪為另一場揮之不去的夢魘。

伍、結語

「我家中的二年級小朋友，因為沒有照老師要求的計算格式呈現，就被打錯，又找不出錯在哪裡，無所適從，哭得好傷心。我心裏想著，如果不照做，將會被老師貼標籤，只好要求她，要照老師要求的格式呈現，不要有自己的想法，……」，「我的小朋友說，他的老師說因為他沒有用有圈圈的尺畫出8個圈代表8，所以被打叉」……聽完了家長的電話投訴，我不禁要問，這是我們要的數學教育嗎？我們有轉台選擇節目的權力，但是小朋友沒有轉台的機會，為人師的我們對於我們導演出的戲碼能不愼乎？懇求所有課程設計者及為人師者，請導演出[建構]的真正內涵，讓小朋友夢中有笑。

【後 記】

如果各位想進一步了解筆者對數學教育的一些想法，歡迎前往下列網址去：

<http://residence.educities.edu.tw/iestmath1/>【亦可利用(林宜臻的數學園地)搜尋】

附錄 1：乘法的教學活動課設計

從非等量的堆導入

個人思考



組內互檢

等量堆狀態

經由關係的自我發現，理解乘法式子的含意

個人思考



小組檢討



班級檢討

☞ 小組一共有幾枝鉛筆？請在(甲)處寫下式子。

(甲)式子_____。

☺ 小組彼此檢查，式子中，是不是包括了每個人的鉛筆數。

☞ 小組的每個人各拿出三枝鉛筆時，全部共幾枝？
除了(乙)式外，我們也可以用(丙)式的表達。



(乙) $3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$

(丙) $3 \times 5 = 15$

(丙)式中的 3、5、15 各代表什麼呢？

3 : _____。

5 : _____。

15 : _____。

☺ 將自己的想法，說給小組的人聽。

☺ 一起聽其他小組人的想法。

注目於乘法式子的簡潔

指名發表

乘法式子寫法的再確認

個人思考

小組的再確認

乘法式子的條件

個人思考

小組檢討

班級檢討

你比較喜歡(乙)式還是(丙)式呢?將喜歡的圈起來。

(乙) $3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$

(丙) $3 \times 5 = 15$

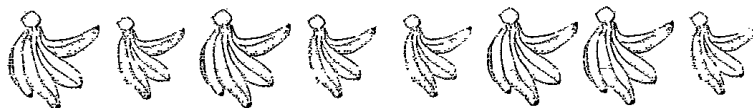
理由: _____。

每個人各拿出兩枝鉛筆,全部共有幾枝呢?將式子寫下來。

式子: _____。

自己的式子對了嗎?小組的人彼此檢查看看。

全部一共有幾根香蕉呢?



小華: $4 \times 8 = 32$

小華的式子正確嗎?(甲)正確 (乙)不正確

理由: _____。

將自己的想法說給小組的人聽

聽聽其他小組人的想法

想想看並說出在什麼樣的情況下,才可以使用乘法呢?

乘法算式的練習

個人思考



小組檢查



指名發表

全部共有多少呢？看圖寫出算式。



葉子的算式：_____



花朵的算式：_____ 葉子的算式：_____



花朵的算式：_____ 葉子的算式：_____

☺ 對了嗎？小組各自檢查。

讀出乘法算式的涵義

個人操作



小組檢查



黑板操作

使用積木，表達以下的式子

(1) $3 \times 4 =$

(2) $7 \times 3 =$

☺ 對了嗎？小組各自檢查，並在黑板操作。

著眼於乘數與積之間的關係，解決問題

自力解決



小組討論



班級討論

利用乘數與積之間的關係，製作六的乘法表

錯誤的及早發現與治療

經由想法的說明，自我修正

📁 $8 \times 6 = 48$ 。

那麼 8×7 的答案是多少？_____。

我求出答案的方法是：_____。



將自己的想法說給小組的人聽



聽聽其他小組人的想法

📁 讓我們完成六的乘法表。

$6 \times 1 =$ _____。

$6 \times 2 =$ _____。

6×2 答案的求法：_____。



將自己的想法說給小組的人聽。



聽聽其他小組人的想法。

📁 用自己的方法，求出答案。

$6 \times 3 =$ _____。

$6 \times 4 =$ _____。

$6 \times 5 =$ _____。

$6 \times 6 =$ _____。



小組內彼此檢查答案是否正確。



如果錯了，向小組的人說明自己的做法，並找出錯誤的原因。

個人思考



小組檢查

經由想法的說明，自我修正

完成七的乘法表

形成性評量

【配合小朋友的反應，調整向下拉遮紙的速度。】

☞ 用自己的方法，求出答案。

$$6 \times 7 = \underline{\quad\quad\quad}。$$

$$6 \times 8 = \underline{\quad\quad\quad}。$$

$$6 \times 9 = \underline{\quad\quad\quad}。$$

😊 小組內彼此檢查答案是否正確。

😊 如果錯了，向小組的人說明自己的做法，並找出錯誤的原因。

☞ 全班一起完成七的乘法表。

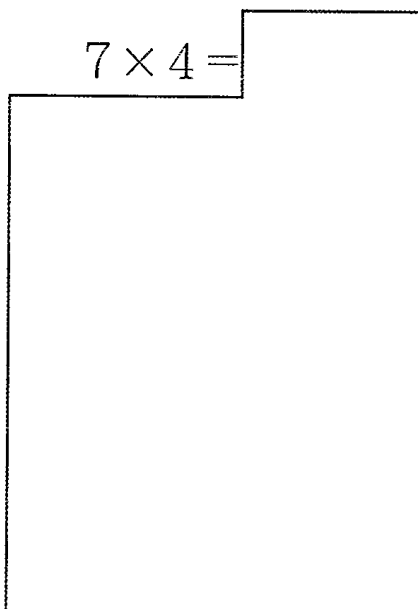
😊 先寫下答案，如果答案和老師的相同時，請舉手。

$$7 \times 1 = 7$$

$$7 \times 2 = 14$$

$$7 \times 3 = 21$$

$$7 \times 4 =$$



製作八的乘法表

形成性評量

【配合小朋友的反應，調整向下拉遮紙的速度。】

完成九的乘法表

個人思考



小組檢查



班級檢討

著眼於九九乘法表的
方便性

📁 讓我們一起完成八的乘法表。



先寫下答案，如果答案和老師的相同時，請舉手。

$$8 \times 1 = 8$$

$$8 \times 2 = 16$$

$$8 \times 3 = 24$$

$$8 \times 4 =$$

📁 自我挑戰九的乘法表。

$$9 \times 1 = \underline{\quad}$$

$$9 \times 2 = \underline{\quad}$$

$$9 \times 3 = \underline{\quad}$$

$$9 \times 4 = \underline{\quad}$$

$$9 \times 5 = \underline{\quad}$$

$$9 \times 6 = \underline{\quad}$$

$$9 \times 7 = \underline{\quad}$$

$$9 \times 8 = \underline{\quad}$$

$$9 \times 9 = \underline{\quad}$$



小組內彼此檢查答案是否正確。



如果錯了，向小組的人說明自己的做法，並找出錯誤的原因。

📁 如果記住九九乘法表，會帶給我們什麼樣的方便呢？



經由形成性評量 盲點明確化

個人思考



小組檢查



班級檢討

乘法算式使用場 合的再確認

小組自行出題



小組檢查



班級檢討

☞有3個盤子，各裝4個蛋糕，全部共有幾個？下面哪個人的式子是對的？把對的圈起來。

(1)小美 $3 + 4 = 7$ 答：7個

(2)小香 $3 \times 4 = 12$ 答：12個

(3)小玉 $4 \times 3 = 12$ 答：12個

☺ 將自己的想法說給小組的人聽

☺ 聽聽其他小組人的想法

☞利用 8×3 的式子出題。

題目：_____。

☺ 小組內彼此檢查，如果不會判斷時，全班一起思考。

☞每組各出一題，貼在黑板上。

第1組：_____ 第4組：_____。

第2組：_____ 第5組：_____。

第3組：_____ 第6組：_____。

☞讓我們一起來解其他組出的題目。

☺ 式子和答案都對了嗎？小組內彼此檢查。

☺ 每個人各出一題乘法的題目，貼在教室四周。

☺ 讓我們一起來解其他人出的題目。