

第一章 緒論

國民中小學九年一貫課程綱要（教育部，民89）中，數學領域「數與量」主題之下的「量與實測」部分，基本上承襲82年版小學數學課程標準（教育部，民82）的「量與實測」內容架構。此架構被扼要地以註200（見表1）的方式，放在課程標準中公布，並且在台灣省國民學校教師研習會數學小組研發的實驗版以及國立編譯館的部編本中都具體呈現；這個架構主張：生活中常用的六種感官量（鍾靜，民83、民87）包括長度、重量、容量、角度、面積、體積等概念及技能的學習發展，都應該經歷下述四個階段：1.某量的初步概念；2.某量的間接比較；3.某量的普遍單位比較；以及4.某量的測量單位制度概念。但是，面積和體積則需增加第五個階段，即測量公式概念。

82年版的課程標準中，有關「量與實測」中感官量的架構（請對照表1），將根據實驗版和部編本在發展教學活動詮釋此架構的一些心得來說明。因為長度與面積是此架構的原型，在每階段都有明顯的教學活動，而且在各年級教材綱要中，長度出現得最早，面積次之；所以為了精簡起見，除非有必要，會常用長度為例說明。

1. 某量的初步概念

1-1 某量的認識

在此階段，兒童可以使用日常語言談論他們的經驗。例如：「你在哪裡聽過人家說到長和短？」，或者「你自己說過比較長或比較短的話？」來帶領兒童進入長度的學習。若將例中的長短改為輕、重，則是認識重量；或改為繩子圈起來的範圍，則是認識面積。

另外，教師在此階段可進行直觀比較，例如：在黑板上畫出比例上寬2長5，與寬1長3的兩個大小差異明顯的長方形，再詢問學童：「這兩個長方形，哪一個比較大？」、或者拿籃球和乒乓球詢問兒童：「籃球和乒乓球誰比較大？」，因為感官對這類物件刺激反應量的大小懸殊，故能直接判斷。

此處長度、面積、體積、角度、容量（不含液量）的直觀比較屬於視覺上的判斷，而重量屬於肌肉覺的判斷。

1-2 某量的直接比較

此處的重點在於如何直接比對實物？長度、面積皆可透過疊合，直接比出大小。體積呢？例如兩個差異不很大的球體放在一起；又如兩長方體，其一的長、寬、高均小於另一的長、寬、高，當放在一起比對時，均可藉視覺上的包含關係比出大小。至於重量，在連絡肌肉覺與天平的關係後，將兩物放在等臂天平上觀察，視為直接比較。總之，直觀比較是判斷某二量間的大差異，而直接比較則為判斷小差異；但通常都以直接比較稱之。

此處長度、面積、體積、角度、容量（不含液量）的直接比較仍是視覺的，而重量則由肌肉覺轉至等臂天平上視覺的。

1-3 使用以某量為刻度單位的工具：

利用學童在生活上看過或自己使用過尺、秤、量杯、甚至量角器來進行直接比較層次的活動，不涉及工具上刻度單位意義的瞭解。有效使用刻度單位工具的前置經驗，部分來自直接比較，部分來自文化中直接對成人行為的模仿，例如：使用電子秤。並非所有的感官量都有生活上的常用工具，例如：體積就沒有刻度單位工具。而面積的平方公分格子板則為教學需要介入的。

2. 某量的間接比較

2-1 某量的間接比較

初步的間接比較就是複製後，再直接比較，例如：因A物、B物不可移動，無法直接比較長度，故對A複製一個長度相同的物件稱為C，以C和B直接比較的結果，當作A和B的比較結果，C稱為媒介物。有的媒介物，像繩子、鐵絲必需拉直，在過程中不致被拉長，這就是對實物的同類量加以變形後再比較之義；同理，有些比較物件，需透過切割、重組，但不改變該量，例如：比例上寬1長6，與寬2長3的二張紙可將其中一張切開重組為另一圖形，面積

不變，再與另一張比較；這些是涉及較高層次保留概念的間接比較。

2-2 某量的個別單位比較與實測

比較是活動，間接比較活動所產生的結果有時是為答覆提出的問題，例如：這支鉛筆和那支原子筆，誰比較長？但有時比較活動的結果是為了回應描述或記錄某物的長的要求。所以在間接比較活動中，兒童會用一些小物件去描述原物件後再提出答案，例如：A長方形和15張郵票合起來一樣大、B長方形和14張郵票合起來一樣大，所以A長方形較大；這些相同的小物件就是個別單位。

個別單位在累積時，常有一些要求：例如迴紋針必須緊靠，且維持在同一直線上；貼紙要緊靠，不可有縫隙；白色積木在堆積時，內部不可出現空隙，…等。這些要求雖然顯而易見，但學童容易忽略。

在描述長度和面積有多大時，有一種方法是把一個個的個別單位以記號形式記錄在所欲描述的物件上，利用這種做法，只需用一、兩個迴紋針，並用鉛筆在物件上做記號，即可做出鉛筆有 x 個迴紋針的長；同理，只需一、兩張同大的郵票，即可做出明信片有 x 張郵票合起來的大。但是這種做法不是個別單位比較的原型，而是在個別單位比較極有經驗之後的省略做法，此時兒童可以想像迴紋針排列的樣子，或者說，預知這樣做的結果和運用多個迴紋針排好再數的結果相同。其運思層次約略與數概念的「部分—全體運思」相當；在最初做個別單位比較的教學時，應予淡化。

3. 某量的普遍單位比較

3-1 認識某普遍單位量的意義

普遍單位和個別單位都可以做為個別單位比較的基準。但是普遍單位有一個文化上約定的標籤做為名字，例如：公分，此一標籤使它有別於迴紋針。白色積木是邊長1公分的正方體，它同時是1公分、1平方公分及1立方公分的實物表徵。運用實物表徵可以有效的使個別單位比較朝向普遍單位比較發展，因此像1立方公尺或者1公斤的實物表徵雖然製作與運用都很麻煩，但仍

然是需要的。為強調普遍單位為一個特別的個別單位，在教學時會在措辭上讓學生對普遍單位的瞭解，也要有個別單位的意義，例如：3公分是3個1公分，即採用3個白色積木合起來的長為3個1公分，是3公分長。

3-2 以普遍單位量為單位，進行實測及估測的活動

此階段的實測主要仍然是以1-3階段使用過的測量工具來進行。只是在此階段開始時，會用普遍單位的具體表徵去詮釋測量工具上刻度的意義，例如：用1分公升、1分公升的水量，去認識分公升量筒上1分公升、2分公升、…的刻度。而且以分公升為普遍單位進行教學時，只強調分公升為單位的系統，不會出現容量（液量）的其他單位量，以進行兩個不同容量單位量關係的教學。

估測具有高度實用的價值，例如估計從甲地至乙地的距離，場地的大小…等，但是估測準確度的粗細與其實用目的有關，而且實測經驗的多寡、對某特定量（如自己的步長）的正確掌握、對情境的了解、問題答案的需求感等，都影響一個人學習估測的意願。另一方面，估測使用的解法變化多端，學童不易掌握其原則或訣竅；因此，在落實課程標準的要求上有相當的困難。目前的原則是建立對普遍單位如1公尺、1公分、1公升、1毫公升等的量感；其次為在幾次實測後，採用先猜後量的過程教學，並鼓勵學生玩些先猜後量的競賽；最後鼓勵學生平時多注意一些日常生活中，標準商業包裝的重量、容量或長度，以及步長、掌寬、指寬等。

4. 某量的測量單位制度概念

這六種感官量都是十進位制的。按照度量衡國際標準制度，每一種量要選定一個基本單位，如重量用公克（gram），長度用公尺（meter），容量用公升（liter）等；十倍、百倍、千倍的，就在基本單位前冠以十（deca）、百（hec）、千（kilo）；0.1倍、0.01倍、0.001倍的，就在基本單位前冠以分（deci）、厘（centi）、毫（milli）絲、忽、微等字頭。但是因為民國初年首批負責規劃人的主張以自訂的命名方式，例如：長度單位的公里、公引

、公丈、公尺、公寸、公分、公釐取代國際標準制度的原則，以致於公里、公分這兩個常用單位現在就無法很平順的改稱千公尺、厘公尺了，而且還引發現階段更改符合國際慣例稱呼的爭議，例如：公釐是毫公尺或毫尺之辯。中共則採用國際標準制度的精神，例如在長度單位方面，公尺稱米，故有萬米、千米、百米、十米、米，分米、厘米、毫米……等；由於中共在使用此公制單位時，教育尚未普及，工商業化程度尚低，所以比較沒有推行的阻礙。

4-1 認識甲普遍單位量及乙普遍單位量的關係

基本單位量的十分之一、百分之一量的制定，是等分割的結果，但是量的等分割是一種精密工業的專門技術，而且從兒童觀點而言，等分觀點也比累進觀點難很多。因此這個階段的教學，先將低階單位量加以累積至與大十倍、百倍或千倍的高階單位量等量的方式，來建立甲普遍單位量與乙普遍單位量的關係；例如在分別介紹過分公升與公升兩普遍單位量的系統之後，以分公升量杯裝水1分公升，然後倒入公升量筒，這樣倒10次1分公升水到公升量筒刻度1公升處，讓學童認識10個1分公升和1公升的水量是相等的，進而用「 $10\text{分公升} = 1\text{公升}$ 」表示10個1分公升的水量合起來和1公升的水量是相同的。此時再配合活動，讓學生知道1公升的水量和10個1分公升的水量也是相同的，建立等號的對稱性。

在82年版課程標準中，並非每種量的每級單位都會介紹。其中長度的單位最多，但也僅有公里、公尺、公分和毫公尺（毫尺）四種；但因為1公里的單位太大，無法直接介紹，此時先介紹1000公尺，然後再說「也可以用1公里」來表示。而重量方面的大單位1公噸和容量方面的大單位1公秉的介紹方式和公里的一樣，以形成 $1000\text{公斤} = 1\text{公噸}$ 、 $1000\text{公升} = 1\text{公秉}$ 的二種普遍單位的關係。公尺、公分和毫公尺則在分別介紹該普遍單位後，再以前述累積方式，介紹 $100\text{公分} = 1\text{公尺}$ 和 $10\text{毫公尺} = 1\text{公分}$ 的關係；至於非相鄰的二階普遍單位，例如：1公里和1公分，或1公尺和1毫公尺之間，中間隔著一個課程中介紹的單位，則不介紹關係。

有些單位量很大，有些單位量過小，初次介紹的單位量，必需考慮兒童較易掌控的量，例如：容量方面最先介紹分公升，然後才介紹其基本單位—公升。面積、體積的單位由長度單位衍生而來，故面積先介紹平方公分、後來才介紹平方公尺和平方公里，體積則僅介紹立方公分和立方公尺；但因土地面積需要在平方公里和平方公尺之間另訂單位，故有公畝、公頃之介紹。

82年版課程對感官量的普遍單位的選定，允稱適當，因此九年一貫課程中對此並未改動，且其選定精神可溯自64年版課程；少部分人認為應該將十進位制中的每一級單位都加以介紹，但他們卻忽略了下列兩個事實：第一，生活中常用的單位並非每一級都是；第二，82年版課程因注重溝通與自發解題，因此每個單位量的介紹都很細膩，若按此精神介紹每級單位就不經濟了。

4-2 甲普遍單位量及乙普遍單位量的化聚

將某量以低階單位的描述改成以高階單位來描述，叫做「聚」；反之則叫做「化」。化聚依其運算複雜的程度可分成初步、整數及小數化聚。初步化聚係指高階單位的整數倍與低階單位間的化聚，如 $500\text{公分} = 5\text{公尺}$ 、 $3\text{公斤} = 3000\text{公克}$ 。整數化聚係指含高階單位的複名數與低階單位間的化聚，如 $472\text{公分} = 4\text{公尺}72\text{公分}$ 、 $3\text{公斤}458\text{公克} = 3458\text{公克}$ ，若有人想稱為複名數化聚亦不妨。在64年版教科書中，複名數甚多，但近年來，許多複名數的使用多以高階單位的小數倍代之，尤其以一位、二位小數時更多；如火車月臺的上、下鄰站之里程標示，皆以公里的一位小數倍表示，卡車車門上的噸數也是使用一位小數；但在報紙說明公路上所發生之事故地點時，是以「南下37公里285公尺處」表示。所以82年版的實驗版和部編本是以生活實用與否做為教材採計的判準。

化聚運作的運思以較成熟的對等問題的解題策略為之最佳，當然也會觸及除法餘數和一點小數位值問題，所以需待兒童的小數概念成熟後，才涉及小數化聚。82年版課程中的化聚問題皆以情境方式提出，然而其解法實為數與計算部分的應用，故在部編本的處理即將所有感官量的小數化聚予以合併

;且因此六種感官量是十進位制的，故不需進行分數化聚的教學。

5. 某量的測量公式概念

此一階段僅在面積、體積才有，因此等到本系列叢書討論到面積、體積時再來說明。

其實，依據民國64年版國小數學課程標準的國小數學統編本教科書中，就有直接比較、間接比較、個別單位比較和普遍單位比較的教學順序。只是那時沒有說明兒童數學概念的習得應經過經驗、察覺、了解、內化的階段，以及配合兒童認知而強調分布練習與分布使用原則，因此在同一單元中，就把四種比較都塞在一起，例如：低年級長度單元即是。至於有些量的四種比較的活動類型並不清楚，例如：容量與重量。可以說，64年版課程的設計知道量與實測概念引入的程序，但是並未掌握兒童認知發展的原則。反之，82年版課程在教材中確實落實感官量的「量與實測」架構於各年級中，但因不同類的量而有一些教材設計先後的差異。同時，九年一貫課程綱要中「量與實測」基本想法，其發展脈絡與82年版的教材架構理念相去不遠，本文將其做一對照表，如表1；如果將此二份文件合併來看，將更有助於對「量與實測」教材設計的完整瞭解。

表1：82年版課程標準與九年一貫課程綱要之「量與實測」教材架構

82年版課程標準之 「量與實測」領域教材的架構理念（註200）	九年一貫課程綱要之 「量與實測」基本想法
對於量感建基在「實物的感覺存有性質」的量，教材上的架構理念是由工具的使用與對物理現象的掌握齊頭入門的。教材上的發展則依據測量活動對物理現象的掌握之有效程度加以序列。具體言之，教材上的發展依其先後可以細分為如下的幾個階段：	本領域包含長度、重量、容量、時間、角度、面積、體積等生活中常用的七種量，兒童對這些量（除了時間）概念的認知發展形成都要經歷下列五個階段才算完整：1.量的初步概念；2.量的間接比較；3.個別單位的描述；4.公制單位系統內的認識與換算（化聚）；5.量的公式概念（只有面積和體積有此階段）。

表1：82年版課程標準與九年一貫課程綱要之「量與實測」教材（續）

<p>1.某量的初步概念</p> <p>1-1「某量的認識」：</p> <p>此一階段是指透過具體的活動，使兒童能知道，例如像「長度」，到底在量「什麼」。例如：「長度的認識」。</p> <p>1-2「某量的直接比較」：</p> <p>此一階段是指使兒童經由直接比對實物的同類量後，能描述比較的結果。例如：「長度的直接比較」。</p> <p>1-3「使用以某量為刻度單位的工具」：</p> <p>此一階段是指兒童經由直接比對工具上的刻度與實物的同類量後，能讀出工具上的刻度。例如：「使用以50克為刻度單位的工具。」</p>	<p>1.初步概念</p> <p>透過感官感覺一個量；能對兩個同類量作直接比較；能以整體、合成複製的方式複製一個量；利用刻度尺描述一個量。</p>
<p>2.某量的間接比較</p> <p>2-1「某量的間接比較」：</p> <p>此一階段是指兒童能運用「某量的保留概念」，透過媒介物或對實物的同類量予以變形後，再加以直接比較並描述比較的結果。例如：「長度的間接比較」。</p> <p>2-2「某量的個別單位比較與實測」：</p> <p>此一階段是指兒童能以一個量做為基準，去累積一個被測量的量，並用累積的次數報告測量的結果。比如說，一枝鉛筆有五個迴紋針長。例如：「長度的個別單位比較與實測」。</p> <p>3.某量的普遍單位比較</p> <p>3-1「認識某普遍單位量的意義」：</p> <p>此一階段是指兒童能把一個被普遍使用的單位量，例如長度中的公分，做為個別單位比較與實測的基準。例如「認識公斤的意義」。在1-3中，普遍單位已出現，但是只被當作某特殊量的標籤，並不是個別單位比較的基準。</p> <p>3-2「以某普遍單位量為單位，進行實測及估測的活動」：</p> <p>此一階段是指兒童習於使用一被普遍使用的單位量，例如長度中的公分，做單位比較的實測。</p>	<p>2.間接比較</p> <p>對無法直接比較的兩個同類量，透過複製一個媒介量，利用此媒介量與另一量進行直接比較，並把比較的結果推論成原兩量比較的結果（含量的保留概念、量的相等、大小的遞移律）。</p> <p>3.個別單位</p> <p>從等量的合成、複製的結果來描述一個量，並進行比較。能利用普遍單位之描述，對兩個同類量進行加、減、乘、除運作。認識各類量的基本普遍單位（如長度的米、厘米、千米；容量的公升、分公升、毫升、千公升；重量的克、公斤、千公斤；面積的平方厘米、平方米、百平方米、千平方米；體積的立方厘米、立方米；角度的度）。</p>

表1：82年版課程標準與九年一貫課程綱要之「量與實測」教材架構（續）

<p>與估測活動，例如「以公分為單位，進行實測及估測的活動」。本階段強調的重點是僅有一個單位實測或估測活動為原則。例如100公分可以被命名為1公尺，但公尺只是一個標籤而已；或者1/10公分可以被命名為1毫尺，但毫尺如同公尺一樣，也只是一個標籤。</p>	
<p>4.某量的測量單位制度概念</p> <p>4-1「認識甲普遍單位量及乙普遍單位量的關係」：</p> <p>此一階段是指兒童能把甲普遍單位量，例如長度中的公分，和乙普遍單位量，例如長度中的毫尺，兩者之間的關係，由實測活動中萃取出來。例如「認識公分及毫尺的關係」。在3-2中，舉例來說，一公尺就是100公分，但是如101公分等與一公尺之間，僅有大小的比較關係；在此，如101公分等可以看成1公尺1公分等。本階段強調的是兩個或是兩個以上的同類單位量的同時使用。</p> <p>4-2「甲普遍單位量及乙普遍單位量的化聚」：</p> <p>此一階段是指兒童能把甲普遍單位量，例如長度中的公分，和乙普遍單位量，例如長度中的毫尺，兩者之間的關係使用於實測活動中，以解決量的分解與合成問題。例如「公分及毫尺的化聚」。</p>	<p>4.單位化聚</p> <p>將用小單位描述的量，改用大單位來描述，這種運算叫做『聚』。如：12345公尺可聚成12公里345公尺或12.345公里，反之則叫做『化』。如：1.65公斤可化成1650公克。</p>
<p>5.某量的測量公式概念</p> <p>5-1「透過對某平面圖形或立體的分析綜合，認識該平面圖形或立體上某量的求法」：</p> <p>此一階段是指兒童能將「切割一平面圖形或立體的內部，例如：長方形的內部，之後將切割的結果重組成一個或數個已知某普遍單位量的平面圖形或立體的內部，例如：每邊1公分的正方形內部，來求取此平面圖形或立體上的某量，例如：面積」的方法，或將「分析一平面圖形或立體的邊界，例如：長方形的邊界，之後將分析的結果重組成一個或數個已知的線段或平面圖形內部，例如長和寬，來求取此平面圖形或立體上的某量，例如：周長」的方法，</p>	<p>5.公式化的概念（只有面積和體積有此階段）</p> <p>只有面積和體積兩量有此層次，此層次的要點是用公式來描述一個特定的幾何形體的體積和面積量。此層次包括3個階段，以面積為例說明如下：</p> <ul style="list-style-type: none"> (1)利用乘法簡化點算的過程（一個長方形被多少個小正方單位所覆蓋？） (2)將平行四邊形、三角形、梯形切割重組成為長方形而求算其面積（此處包含進一步將多邊形切割成幾個三角形，求算這些三角形面積後，算出其和）。 (3)將在(1)和(2)求算面積的過程中，以公式描述並將這些公式整合成一個概念。（在

由實測活動中萃取出來。例如：「透過對長方形分析綜合，認識長方形面積的求法」。

5-2 「某平面圖形或立體上某量求法公式的應用」：

此一階段是指兒童能把某平面圖形或立體上某量求法，例如長方形面積的求法公式，使用於實測活動中，以解決量的分解與合成問題。例如：「長方形面積求法公式的應用」。

此整合概念中，梯形是一般形，三角形可視為上底為0的梯形，而長方形、平行四邊形則可視為上下底等長的梯形，在這種看法下，上述各形的公式，其實是互通的。)

仔細對照82年版課程標準及九年一貫課程綱要這兩份文件的條文，我們發現它們對感官量教材的架構有相當一致的想法，都十分強調發展的階段；不但對「直接比較」、「間接比較」、「個別單位」、「普遍單位」的前置、銜接及後續發展都有較豐富的歷程，而且強調要在「普遍單位」分別發展後，再進行「單位化聚」。其中值得重視的是在間接比較階段都強調保留念，本文特別就保留概念加以討論。

一、何謂保留概念？

保留概念是瑞士「人類知識源起發展論」學者皮亞傑在研究兒童對各種量在以語言加以描述時的掌握的發展程度提出來的。例如一根竹竿以水平方向持於手中，或以垂直方向持於手中，由於人類視覺上的詮釋，會覺得垂直方向時，竹竿感覺上變長了。具有「保留概念」的人會把這種感覺歸諸於視覺的錯誤，而堅持兩者仍然一樣長才是對的。又如將黏土置於天平上，平衡後再將黏土取下分成數塊。詢問兒童置回後是否還是會平衡？不具保留概念的人會認為分成數塊後的黏土變重了。

又如臺灣早期物資較匱乏時，喜將小西點，或傳統糕點切成  的形狀，現在食物充裕，都切成  了。切成平行四邊形時，兩端皆需廢棄而且也比較不容易包裝，移動時較易受損，惟一好處是看起來比較大。可見，即使有保留概念的人，心理上仍受到形狀大小的影響。其實， 和  當

然是一樣大的。

二、爲何這兩份文件都強調保留概念是間接比較的先決條件？

間接比較的基本模式是先複製A物，得出A物在欲討論的量的複製物品C物。例如想比較教室前方的黑板（A）與教室後方的布告欄（B）孰長。則以繩子（C）做出黑板的長。然後將C與B直接比較。假定C比B長，則下結論說，黑板比布告欄長。

請注意，複製和直接比較，這兩個活動都是某量的初步概念時做的，爭論的重點在於「 $A=C, C>B$ ，則 $A>B$ 」的推論是否對學童有意義？

數學教學在82年版課程和九年一貫課程的精神都強調「有意義的學習」，如果學童不認爲C能夠代表A的長，那麼推論就沒有意義了；這就是先決條件說的立場。同理，在個別單位比較活動中，學童能用九個迴紋針排出和鉛筆一樣長後，是否就可以說，鉛筆的長是九個迴紋針合起來的長，這是否意指迴紋針的長是不會變的，不管是擺放在哪裡。但是在實際執行時，由於迴紋針都是同向的，在視覺上很容易感覺爲等長，所以可能在這種情況時沒有問題。

生活中，兩物件常隨意放置或各依其功能或存放而放置。是否兒童在直接比較後做出宣告或書面紀錄，但隔一段時間後，仍然必須再直接比較，不能以書面紀錄爲準？例如吸管和未削之鉛筆，兒童知道它們前後兩次的紀錄都是相同長，爾後是否還要再直接比較嗎？可能要看兒童保留概念發展情形而定。

當然， 和  是另外一種困難。

三、如何面對「保留概念」，編寫教材？

82年實驗課程小組嘗試以「先進行複製與直接比較」，再配合班級的群體討論，辯論「 $A=C, C>B$ ，則 $A>B$ 」的合理性。希望藉此過程促使全班學童每人都需面對「保留」的選擇態度，但教師不必強迫學童接受。換言之，

教師以全班的共識來代替教師的權威，由於實驗課程採「分布使用」原則編寫教材，透過數次活動的辯論之後，保留概念形成的機會就變大了。

另外，在階段1-3：使用以某量為刻度單位的工具的活動，會使學童注意到某物的量的描述是恆定的，例如鉛筆長總是18公分，會有促進學童接受長度量的保留性是一種較方便的原則。

還有以一個量（如迴紋針）去累積一個被測量的量（如鉛筆），並以累積物的個數報告測量的結果。對兒童而言，即使沒有保留概念，也是有意義的，因為此一報告與活動有直接的關係，如果這是有意義的，它也可以促進保留概念的生成。

其次是有關「個別單位」和「普遍單位」的部份，實驗版和部編本的教材會因不同的量和其相關工具做不同的設計。大部份可以靠視覺掌握的量，會遵循先發展個別單位的概念，再指出某一特別的個別單位來認識某普遍單位，例如：小白積木的長是1公分、 $10\text{公分} \times 10\text{公份} \times 10\text{公分}$ 透明壓克力盒子裝滿的水是1公升；至於靠肌肉覺掌握的重量，其量感與物體大小和密度有關，通常是配合工具上的刻度來認識普遍單位的，例如：某物置於1公斤秤上，指針指到100公克代表某物重100公克、某物置於3公斤秤上，指針指到1公斤代表某物重1公斤。但在普遍單位階段，仍需讓兒童體認到也是一種個別單位，例如：4個1公升是4公升、5公克是5個1公克、…等等。最後有關「化聚活動」，需配合兒童「數與計算」教材的發展，分階段進行初步化聚（兩量等號關係建立時）、整數化聚、分數化聚（因十進位制故省略），以及小數化聚活動。