

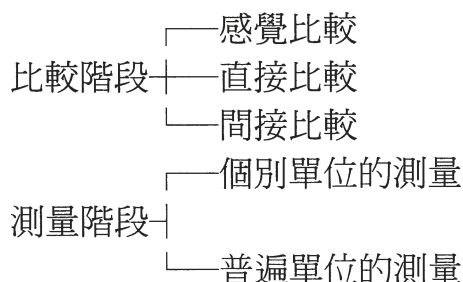
第二章 重量的理論結構

感官量中的重量是先藉肌肉來感覺的，之後再藉由等臂天平來判斷輕重則是轉為視覺的判斷；如果利用工具……彈簧秤、體重計等來測量重量，則需建立在刻度結構的瞭解上，而且對刻度所代表的標籤，例如：50公克、1公斤，要有量感的掌控。重量教學所涉及的數學結構和認知結構說明如後。

第一節 認知結構

本節的敘述順序係參照表 1 的架構。

一般重量的概念產生主要是透過「比較」與來自「測量」。「重」概念形成於掂物的「比較」，但是如果這個世界沒有「彈簧」或「天平」，讓「重」以線性的方式「測量」轉換出來，可能「重」與「美麗」這個語詞一樣無法描述出「量」，這些都是非常重要的數學概念，茲將其結構分類如下：



1. 「重量」是感官量，並可藉由工具測得

重量是存在於實物上的非視覺感官量，不同於長度、面積、容量等可藉由視覺產生量感，而是必須藉由手掂實物來掌握量感，並和天平現象、秤面現象聯結，才能產生意義。

一般而言，由視覺所產生的量（例如長度）可在低年級進行教學活動；而非視覺產生的量（例如重量）的教學活動主要都在中年級進行；至於高年級則進行較複雜的內包量（例如速度）或二階單位關係（例如公斤與公克形

成的複名數)的教學活動。

重量單元的教學要呈現實體，亦需呈現工具(例如天平、1公斤秤、3公斤秤、體重計等)，並需進行彼此的聯結。一般教學所使用的天平多是「簡易天平」，只能進行比較二物孰輕孰重的活動，或藉推理、藉實測得知三物孰為最輕、孰為最重以及藉添加個別物比出物重為多少，或二物個別單位化比出二物重多少。至於利用「秤」方面，不論是1公斤秤、3公斤秤、體重計等，雖可測得物重，但秤面上的刻度數線結構(等距、加法性)，對兒童而言確實很難瞭解。一般量的「單位」產生背景是透過四階段教學活動：直接比較、間接比較、個別單位、普遍單位，假若重量的教學僅直接用秤來操作，就顯得沒有意義，而且秤面系統的大小刻度代表多少重量，不是告之學生就能瞭解的。

2. 釐清「力量」和「重量」

力量的描述是相對的觀點，可能不同的人對同一物質用力的感覺不同，例如：力量大的人與力量小的人拿同一物件時，可能前者會覺得較輕；也可能同一人拿同重物件，其用力的感覺因時、地不同而不同。力量的感覺與個人的體力、體格有關。

在大宇宙中質量是不變，而重量則是隨地心引力的大小而變。因為學童所做的重量活動大都在海拔高度變化不大的範圍內，使得重量在同一地心引力的範圍內具有不變的觀點，即同一物件的重量不會因時、地不同而有所不同。在小學階段學童尚不需區分質量與重量，所講的重量其實很接近質量，兒童開始對重量之掌握，是藉由比較兩物件的輕重，而不是僅對某一物件描述其重量。

3. 利用天平進行重量的直接比較

重量的呈現必須藉由工具，例如：手掂物重、秤稱物重。進行兩物重的比較，若直接將兩物置於兩手或天平比出，稱為直接比較，但兩物重差異不明顯時，則不宜利用兩手直接比較。教學時，教師宜先藉由同一人托、抬或舉兩物輕重的感覺，和天平稱臂傾斜的情形做聯結後，觀察出重物在天平稱

臂的一端下垂、輕物在天秤稱臂的另一端翹起，再進行「利用天秤直接比較兩物的輕重」的活動才有意義。

相對的，利用工具或第三個同類量做兩物的輕重比較，稱為間接比較。例如：用天秤稱出甲物比乙物重、乙物比丙物重，進而推論出甲物比丙物重，是利用第三物的重量做間接比較。用秤稱出甲物重量、乙物重量，再利用重量的標示的刻度單位比出物重，則是利用工具做間接比較。

4. 皮亞傑 (Piaget) 的重量保留概念

具有重量保留 (conservation) 概念的兒童，可以知道物質經變形或分割後，重量不會改變，一般兒童大約在9~12歲發展重量保留概念。兒童此時對下述重量保留活動有不同的認知，而影響「重量」概念的學習。

(1) 重量保留概念涉及相隔時間因素

兒童較早發展物質的保留概念，而後發展重量保留概念，此時兒童會知道物質與重量有關，而且同一物體不變質的情況下，你稱的、我稱的、今天稱的、明天稱的重量都是一樣。

(2) 重量保留概念涉及物體變形因素

兒童發展到具有重量保留概念時，會知道物體變形前後或物體位置改變，其重量不會改變。

(3) 重量保留概念涉及物體分割因素

兒童發展到具有重量保留概念時，會知道物體分割前後，物體的重量不會改變。

(4) 重量保留概念涉及遞移比較因素

兒童發展到具有重量保留概念時，會知道甲物與乙物在稱物工具上刻度一樣，表示甲物與乙物有相等的重量；亦會知道甲物和乙物一樣重、乙物與丙物一樣重，就表示甲物與丙物一樣重。通常兒童進行重量間接比較時宜有保留概念的支持。另外，當兒童察覺同物在秤上的位置，雖有不同的刻度標籤，例如1公斤與1000公克，但所代表的重量意義應是一樣時，才能藉由實物的等相對量感的公斤刻度及公克刻度間的變化進行「1

公斤=1000公克」、「2公斤=2000公克」、「3公斤=3000公克」、……的教學活動，以萃取出公斤及公克的關係。

5. 兩物輕重的比較不能藉由視覺判斷

物質的體積、重量、密度三者之間有密切的關係，意即重量除以體積等於密度，所以重量和體積沒有正比例關係，除非同一物質其密度一樣時，重量才和體積有正比例關係。

教師要特別注意，不要讓學童有此錯覺，以為看起來大的物件其重量就較重；在小學階段，僅以重量或體積來描述物體；為避免學童認為物體愈大就愈重，所以在進行比重活動時，給予學童一些密度差異很大的物件，如棉花、石頭去稱重。

6. 等重在天平、秤面上的現象

因為簡易天平的不精確，所以配合同重之物分別在秤面的刻度是相同的教學活動之後，才進行讓兒童察覺二物等重在天平上的現象是二臂水平的教學活動；等重物在同一類秤上是同一刻度位置，在不同類秤（例如：1公斤秤、3公斤秤、體重計）上雖然刻度位置不同，但代表的重量一樣。

有了等重概念，同物等重，不同物也可能等重後，進行三個物件重量的間接比較及用個別單位複製某物重量才有意義。

7. 重量的間接比較

二物重的直接比較，通常是藉手掂，或利用天平就能判定才是。若利用天平將二物分別個別單位化後，再比出二物誰重？或利用天平和藉第三物，比出二物誰重？或將二物分別置於秤上做記號，報刻度後，利用記號或刻度比出二物誰重？都不是直接比較而是間接比較。

若以三物進行，利用天平2次比出任二物的重量，再推理得知誰最輕？誰最重？也是種間接比較，教學設計是先採用此觀點進行教學，再進行將二物分別個別單位化觀點的間接比較。

個別單位化也是一種間接比較的策略；兒童利用天平要比出二物重，重

多少的活動，通常會利用異物累加或同物累加於輕物到二邊一樣重，再推知誰重，重多少？教師引導學生瞭解同物累加的策略後，讓兒童去複製某物重；並藉個別單位分別描述二物重，進行重多少和比重的活動。

進行三物的比重活動，若用秤稱出三物的刻度位置，就刻度大小指出誰重？雖是間接比較，但無實質意義。利用秤進行教學，也不易產生個別單位化的需求。所以，有關重量的間接比較（含個別單位）會先在天平上進行教學活動。

8. 重量在秤面上的刻度現象

在四年級上學期，主要是讓兒童察覺二物等重在天平上的現象是二臂水平；在同一類秤上是同一刻度位置；在不同類秤上（例如：1公斤秤、3公斤秤、體重計）雖然刻度位置不同，但所代表的重量卻是一樣。有了等重概念，可知同物等重，不同物也可能等重後，才能在本單元複製許多1公斤（或1公克）重，以進行稱出個別物件重量是幾個1公斤（或1公克）重，並與秤面刻度以幾公斤聯結，如此使用普遍單位稱物，重量才會有意義。

9. 重量的普遍單位的意義

在經過直接比較、間接比較與個別單位的經驗後，接著進行的活動則在建立一個被普遍使用的單位量「公斤」（或「公克」）使其做為一種特別的個別單位比較與實測的基準。值得注意是在以前的教學活動雖然亦有出現「公斤」或「公克」，但是只是當作某特殊量的標籤，並不是視為個別單位做比較基準。

10. 公斤與公克的關係建立的流程

在三年級上學期時，將1000公克物件放在1公斤秤上，秤面上指針指的刻度是1000g或1kg。將1000g或1kg視為符號，讀作1000公克；在四年級上學期時，則讓兒童藉1公斤的同一物件，置於1公斤秤和3公斤秤上，聯絡刻度及符號1kg讀作1公斤，1000公克視為另一種標籤，此時尚未教學「1公斤＝1000公克」；在四年級下學期「公斤」單位方面，從認識秤面比對刻度觀點進行掌握1公斤量感以及瞭解刻度數線結構（加法性），其方式是以累進方

式進行報讀。意即每添加1公斤，不但能認識下一個刻度的意義，而且能認識物幾公斤就是幾個1公斤，並能和秤面刻度 \times kg直接聯絡；在「公克」方面，由於1公克的物件不易感覺，借上皿天平的砝碼系統認識「公克」單位，並和100公克秤上的每公克刻度連絡，也藉由累重5公克物重的活動，認識1公斤秤面上的每個小刻度代表5公克。

教學設計是藉1公斤重的甲物放在1公斤秤上稱出是1000公克，再放到3公斤秤上稱出是1公斤，再討論1000公克和1公斤誰比誰重？並以先說先記的方式記出「1000公克=1公斤」；進而討論1公斤和1000公克誰比誰重？記出「1公斤=1000公克」。

11. 公噸單位的量感

要將1000公斤具體化必然要透過很多重物的累積，此時運用學童的體重來掌握1000公斤的量感較為可行及合理。

實測1公噸不易為之，但是學童在日常生活中可以看到許多動力機械，它們的重量都在1公噸至數十公噸之間。強調這些機器的重量足以取代實測經驗的不足；至於巨大哺乳動物的重量，有些只能從特意去找的圖片中看到，放入教材完全是想配合學童的興趣。

人類對重量的量感其實是透過體積和密度（比重）的經驗獲得的，但小學學童還無法掌握它。

第二節 數學結構

兒童首次接觸的「重量」教材，係以手掂兩物件重與該兩物件置於天平上的現象聯結為主，並藉手掂或天平進行兩物件的直接比較誰輕誰重。再以手掂物件的感覺進到秤面現象的瞭解，開始只能進行在1公斤秤上以「50公克」為刻度單位的計數、報讀活動；因為學童此時看到秤面上的刻度，尚無相對應於該刻度的量感，所以先不進行由秤面現象到手掂物重的活動；之後，再利用體重計，進行以公斤為刻度單位的報讀活動。到普遍單位階段，才以單一的普遍單位「公斤」（或「公克」）做為個別單位的基準來進行實測與

估測；並解讀1公斤秤面的刻度系統。當兒童對公斤和公克普遍單位都分別認識後，才進行化聚活動；接著會介紹公噸單位，其進行公噸和公斤的化聚活動。

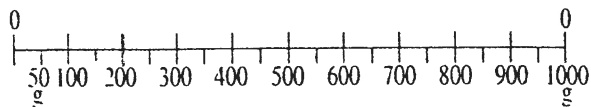
所以，本節的重點在於介紹1公斤秤、3公斤秤和體重計的結構，並說明1公斤、1公克、1公噸的意義。

1. 秤面上的刻度

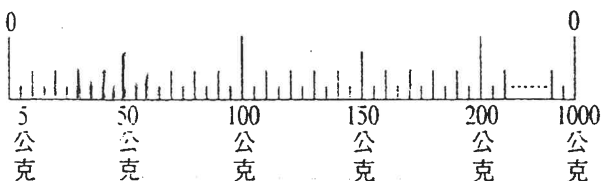
秤是科技文明的產物，將物件置於彈簧秤上，可就指針所指刻度報讀物重。但是一般的秤有所稱物重的上限；而且彈簧秤面上刻度是利用數線結構表示等比例物重，例如1公斤秤：1個小刻度代表5公克、2個小刻度代表10公克，……，10個小刻度就代表50公克。此階段的學童尚無數線結構概念，只能就指針所指秤面刻度報讀；所以兒童初次接觸僅進行秤面上較明顯的刻度：50公克、100公克、150公克……的報讀，而且不以數線結構的想法進行教學。

以1公斤秤面為例，說明其刻度結構：

1公斤秤：（最大刻度與次大刻度）

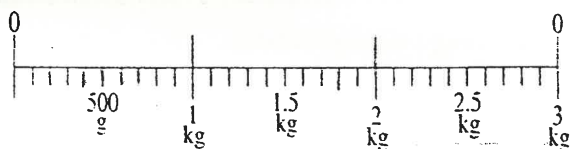


在1公斤秤面數線上分成10等分，形成最大刻度，每一最大刻度表示100公克（如上圖），再將每一最大刻度2等分，形成次大刻度，每一個次大刻度表示50公克；再將每一個次大刻度10等分（如下圖），每一小等分則代表5公克。



3公斤秤面的刻度結構就不同，以最大刻度與次大刻度說明如下：

3公斤秤：（最大刻度與次大刻度）

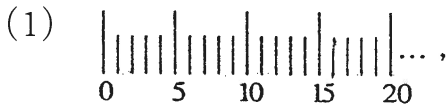


學童此時尚無數線結構的概念，所以仍以指針所比對刻度位置直接報讀；而非告之1小格是5公克、10小格是5公克累加10次是50公克，1大格是100公克、2大格是100公克加100公克是200公克等累進觀點；同時學童亦無5公克或50公克或100公克的量感，用此觀點教學無意義。

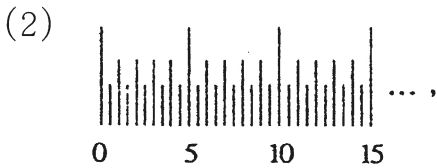
2. 體重計秤面的刻度數線結構

家庭用的體重計通常只能看到局部秤面，而且秤面上類似指針功能的標線是不動的，而是秤盤上的刻度在轉動。

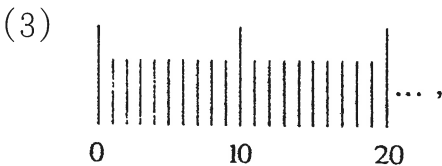
市面上體重計（以公斤為單位）的刻度標示有下列四種：



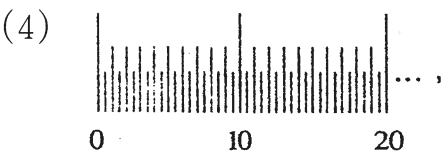
秤面上出現大刻度、小刻度，每1小刻度代表1公斤，只有列有5、10、15、……等數字。



秤面上出現大刻度、中刻度、小刻度，每1小刻度代表0.5公斤、只列有0、5、10、15、……等數字。



秤面上出現大刻度、小刻度，每1小刻度代表1公斤，只有列有0、10、20、……等數字。



秤面上出現大刻度、中刻度、小刻度，每1小刻度代表0.5公斤、只列有0、10、20、……等數字。

因為學童尚無法理解刻度數線的構造，所以不是從格子等分的觀點去認識每1小格是多少公斤；學童從刻度上掌握不到重量，而且表示同重（例：10公斤）的刻度在不同的秤面上表徵也不一定。

教學時，開始應以1公斤實物置於體重計上去認識1公斤刻度位置、以2公斤實物置於體重計上去認識2公斤的刻度位置、……。

3. 以50公克為單位，進行計數和報讀物重的活動

初期的教學活動僅出現1公斤的秤，其秤面的結構就已十分複雜，學童此時尚不能直接用數線結構及累進觀點教學；所以，配合手掂100公克物重，置於1公斤秤上，就指針所指位置，認識秤面上100公克刻度，且知物重是100公克；即透過活動3和活動4，由認識1公斤秤面上50公克、100公克、150公克……950公克、1000公克的刻度位置，而認識秤面上最大刻度及次大刻度就好。

此階段，是以「50公克」為單位，不涉及「1公克」或「5公克」為低階單位的教學活動，也不涉及「1公斤」為高階單位的教學活動；僅以50公克為計算報讀物重的單位，也不用「每50公克」，以免涉及累進用語。

物重230公克，在秤面上指向230公克刻度，以50公克為單位的報讀方式如下：

1. 大約重200公克或大約重250公克。
2. 比200公克多一點點。
3. 比250公克多一點點。
4. 200公克與250公克之間。

4. 重量的單位：公斤、公克、公噸

我國採用標準公制單位，一般常用有公噸、公斤、公克。公噸單位要到六年級時才介紹。

四上時，藉由體重計的公斤刻度，認識1公斤為個別單位的意義，並進行以公斤為普遍單位的實測活動。由於1公克的物件不易感覺，必須借助上皿天平的砝碼系統來進行教學活動，並且和100公克秤上代表1公克的每小刻

度連結。在兒童認識1公克的普遍單位意義後，藉由累重5公克物重的活動，認識1公斤秤面上的每個小刻度代表5公克，並進行1000公克以下物重的實測報讀活動。

5. 一公斤

1公斤物件重在1公斤秤的秤面上的刻度是1000g或1kg，在三年級上學期時，我們將其視為符號，都讀作1000公克；在四年級上學期時，則讓兒童藉1公斤的同一物件，置於1公斤秤和3公斤秤上，聯絡刻度及符號1kg讀作1公斤，1000g讀作1000公克，察覺1000公克和1公斤都可以代表此物件的重。此時尚未教學「1公斤=1000公克」；此後，在四年級上學期亦進行瞭解1公斤秤、3公斤秤的稱重限制，聯絡某物在3公斤秤上是△公斤，對應在體重計上所指的刻度位置，進而認識體重計上△公斤的刻度，再推知4公斤、5公斤、…、10公斤、11公斤、……的刻度。初期時，兒童認識秤面仍在此對刻度觀點，因為兒童尚不能掌握1公斤量感及瞭解刻度數線結構，所以不是以累進方式進行解讀，意即每添加1公斤認識下一個刻度，而是直接就物重×公斤和秤面刻度×kg做聯絡。之後，才能藉兒童比對刻度觀點，進而掌握1公斤量感以及瞭解刻度結構，所以必須以累進方式進行報讀，意即每添加1公斤不但能認識下一個刻度的意義，而且能認識物重幾公斤就是幾個1公斤並能和秤面刻度幾公斤直接聯絡。

6. 一公克

由於1公克的物件不易感覺，必須借助上皿天平的砝碼系統來進行教學活動，並且和100公克秤上代表1公克的每個小刻度連結。

在兒童認識1公克的個別單位意義後，藉由累重5公克物重的活動，認識1公斤秤面上的每個小刻度代表5公克，並進行1000公克以下物重的實測報讀活動。

7. 一公噸

1000公斤重的東西和1公噸重的東西一樣重，記成1000公斤=1公噸。本教材對1公噸的認識是藉由教師引導討論重量非常重的東西，例如：大概重

150000公斤的藍鯨，用公斤做單位表示它們的重量，數字相當大，而人類通常用兩位數或三位數來表示數量；所以，如果把1000公斤給它另外一個名稱，會更方便描述這些非常重的東西。教師可適時宣告1000公斤可用1公噸來表示。

公噸單位的實測一般用地磅為之。