

# 整數的加減運算

蔣治邦 林碧珍

## 課程概要

認識加減法的意義，瞭解多位整數加減計算規則，是國小數學課程標準中的目標，實驗教材依據四個向度的考量，來編織整數加減的教學活動，四個向度分別為：數量範圍、問題類型、運思發展與紀錄格式。其中，數量範圍包含學童整數認識的限制，各年級的數量範圍參見前章（整數認識與貨幣）的概要。

數的運算是量的運作的理論，實驗課程主張在量的運作情境下，發展抽象的數的運算概念，與加減有關的量的運作包括合成、分解與比較，或將這些運作具體化於併加、添加、拿走、比多、比少等類型的問題情境中，由情境問題的解題經驗，配合算式紀錄的書寫，來發展加減符號的意義（第一、二冊），累積算式紀錄的經驗，使得抽象的算式填充題意義化，成為另一種問題情境（第二冊），隨著對各類量的運作的熟悉，逐漸地由結果量（和、差數）未知的問題，轉變與引入運作量（加、減數）未知的問題（第二～六冊），最後，配合學童的發展，能統整合成與分解的運作，成為可逆溯的運思，引入起始量（被加數、被減數）未知的問題（第六冊）。

學童整數概念的品質限制了他（她）們加減運算的方式與歷程，實驗課程運用四個階段來摘要數概念的發展，（一）序列性合成運思：運用計數（counting）活動來掌握數詞的意義，具體化（具體物或物品圖像表徵）問題情境中的數詞（字），進一步地執行量的運作（合成、分解、比較），再透過計數活動將結果量數值化。（二）累進性合成運思：能整合數詞（字）的基數與序數意義，以一個數詞為起點，進行累進計數（向上數或倒數兩個方向），來完成加減解題，進而由「又一」的累進計數方式，發展為「又十」、「又百」或「又千」等簡化的累進計數。（三）部份—全體運思：能混用數個計數單位，而不混淆其數值，可以進行多單位的加減運算，例如「幾個十幾個一加（減）幾個十幾個一得到幾個十幾個一」。（四）測量運思：整合整數的乘除活動，進而掌握各階單位（「個」、「十」、「百」、「千」、……）間相互的轉換關係。

實驗課程認為「控制」學童的發展是不可能的，但是可以提供適當的情境，來培育學童的發展，依據對學童發展的知識，常模性地推估累進性

合成運思發展於一下，部份—全體運思發展於三下，而測量運思發展於五下，因此，在實驗教材的安排上，第一冊在 20 範圍內，側重各種量的運作及數值化的活動。第二冊教材，一方面區分「十」、「一」圖像表徵的繪製，使得一百以內數量的表徵不至於過度繁雜，仍能透過序列性合成運思，來成功地解題，一方面在問題的數量選擇上，盡量增大被加（減）數，而限制加（減）數在 20 以內，以誘發累進性合成運思的調適。第三（四）冊增大加（減）數的範圍至兩位數，以誘發「又十」累進計數的調適，第五冊增大加（減）數的範圍至三位數，以誘發「又百」累進計數的調適，第六冊教材，一方面繼續維持 2000 以內的加減累進運算，一方面重整兩位數的加減策略，討論多單位運算方式，第七冊以後，雖然數量認識範圍逐漸增大，而討論的主要對象為多單位的加減運算策略。

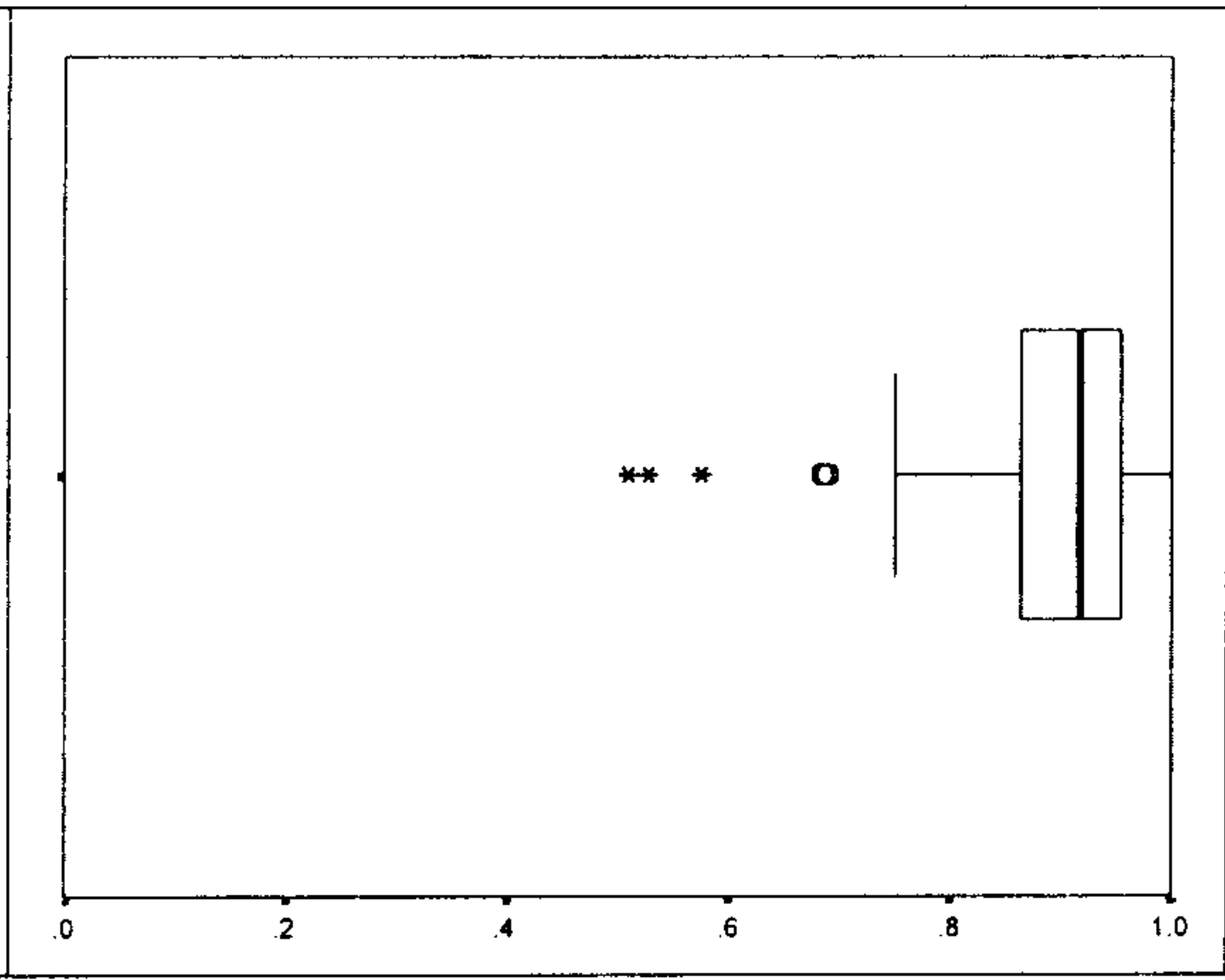
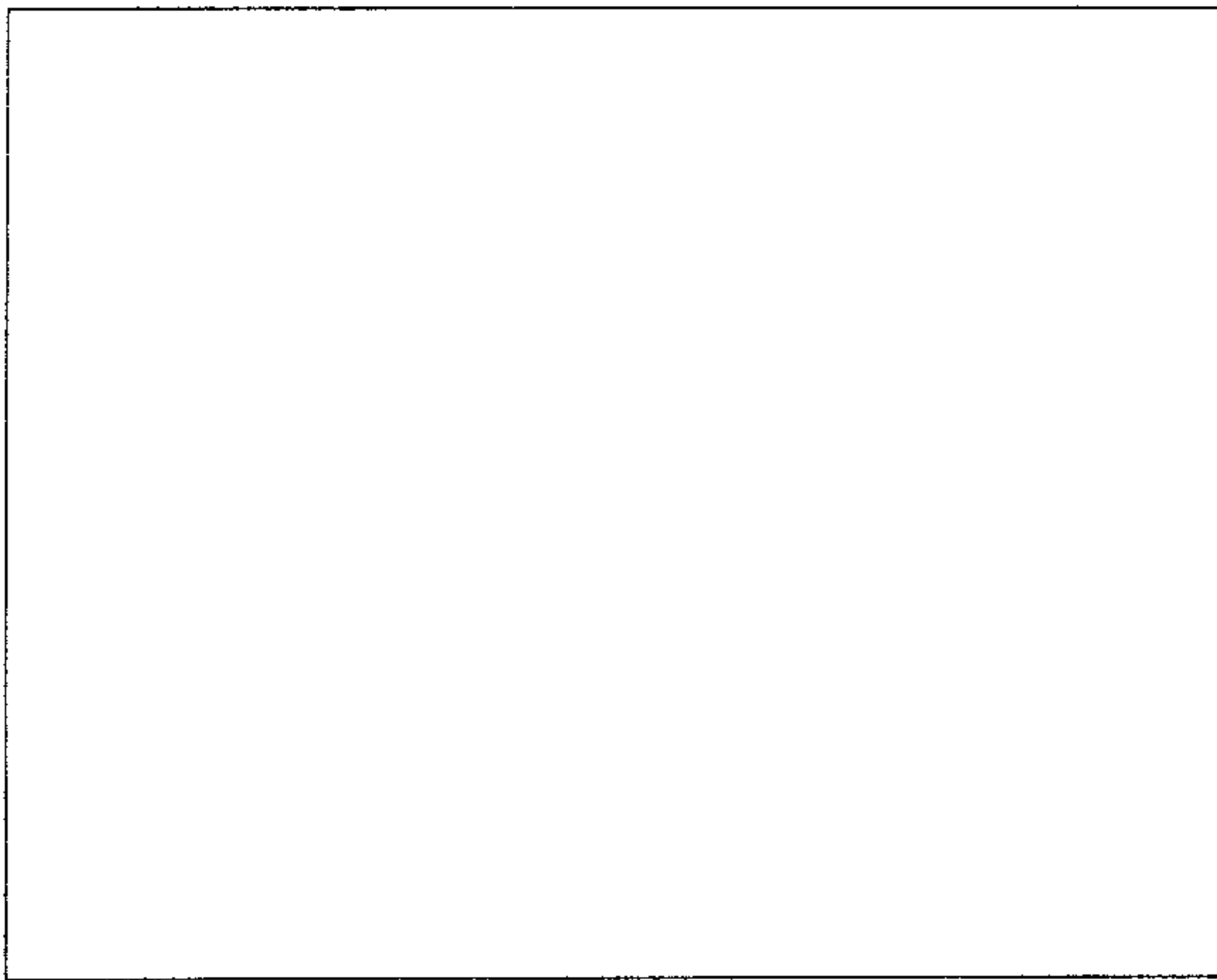
在紀錄格式方面，首先引進算式紀錄活動，強調透過解題活動的經驗，來理解算式（橫式）的組織與意義，以數的加減格式來紀錄量的運作與數值化的結果（第一冊）。累積解題與算式紀錄經驗，並在算式填充題意義化後，引用算式填充題紀錄情境問題的活動，問題紀錄的起始功能是問題記憶的輔助工具，隨著學童數概念的發展以及運算方式的調整，逐漸形成用數的加減運算來模擬量的運作。配合「又十」累進計數的發展，引入多步驟算式紀錄格式（第三冊），來紀錄解題過程，除了可以按步驟地清楚溝通解題歷程外，並強調反思解題活動的組成成分，以做為發展更高層次運思方式的基礎。第三冊雖然也介紹直式紀錄格式，但僅強調它為另一種解題過程紀錄的格式，尚未運用值概念，而在四、五冊加減問題中，多要求用多步驟算式紀錄格式，來描述解題過程，屆學童發展部份—全體運思時，一方面重新探討直式格式中的位值概念，並開始要求使用直式格式來紀錄多單位加減運算的過程（第六冊），另一方面，在檢查學童對加減互逆關係的發展中，開始要求用標準算式填充題來紀錄各類量的合成、分解、比較問題（或稱為列式求解）（第六冊）。

# 整數加減與算式紀錄

表 2-1：第一冊總結性評量中整數加減相關試題與班級通過率的分佈

<p>十、你怎樣做的？用算式寫寫看(22%)                  (教師口述問題，學生用算式紀錄解題過程及結果)</p> <p>1.小喬買了6張貼紙，小華也買了8張貼紙，兩人共有幾張貼紙？  <b>1-34</b> 兩人共有( )幾張貼紙  <b>1-35</b> 算式：_____</p>	
--	--

<p>十、你怎樣做的？用算式寫寫看(22%)                  (教師口述問題，學生用算式紀錄解題過程及結果)</p> <p>2.小吉帶了9張色紙，做紙鳥用去了9張，還剩下幾張色紙？  <b>1-36</b> 還剩下( )幾張色紙  <b>1-37</b> 算式：_____</p>	
---	--

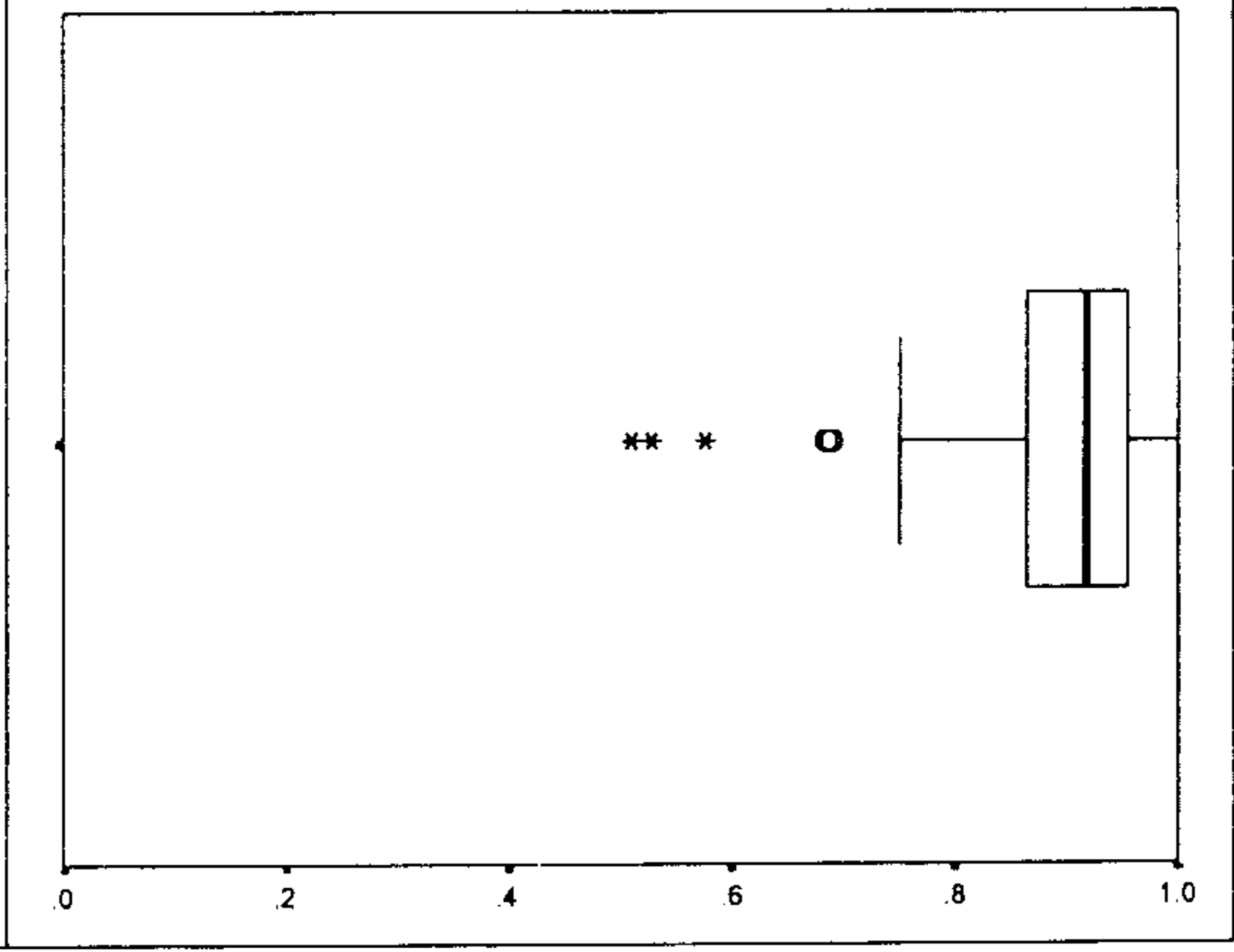
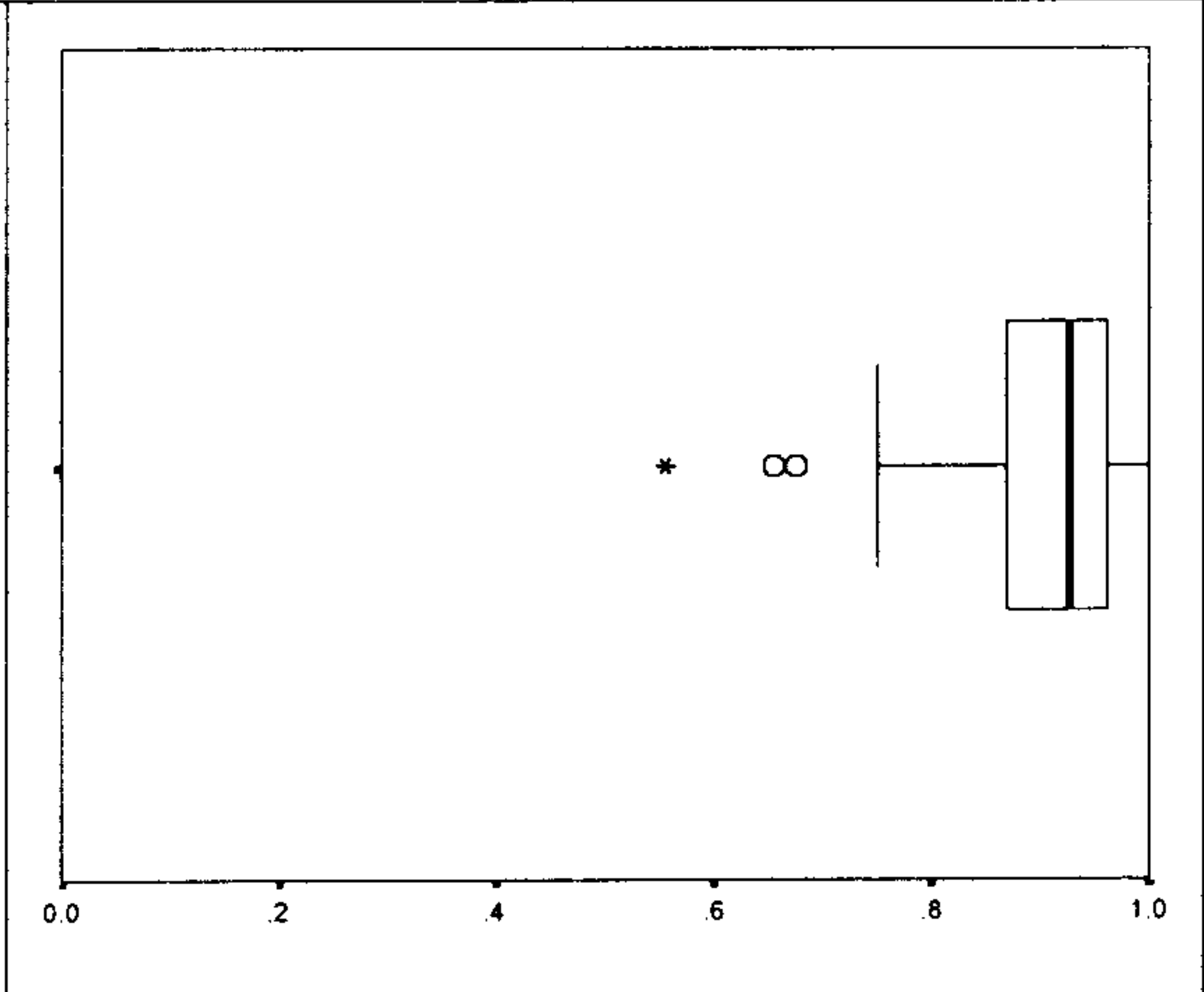


十、你怎樣做的？用算式寫寫看(22%)  
 (教師口述問題，學生用算式記錄解題過程及結果)

3.電線桿上有 7 隻麻雀，又飛來了 3 隻，現在電線桿上有幾隻麻雀？

**1-38** 現在電線桿上有 ( ) 隻麻雀

**1-39** 算式：\_\_\_\_\_



十、你怎樣做的？用算式寫寫看(22%)

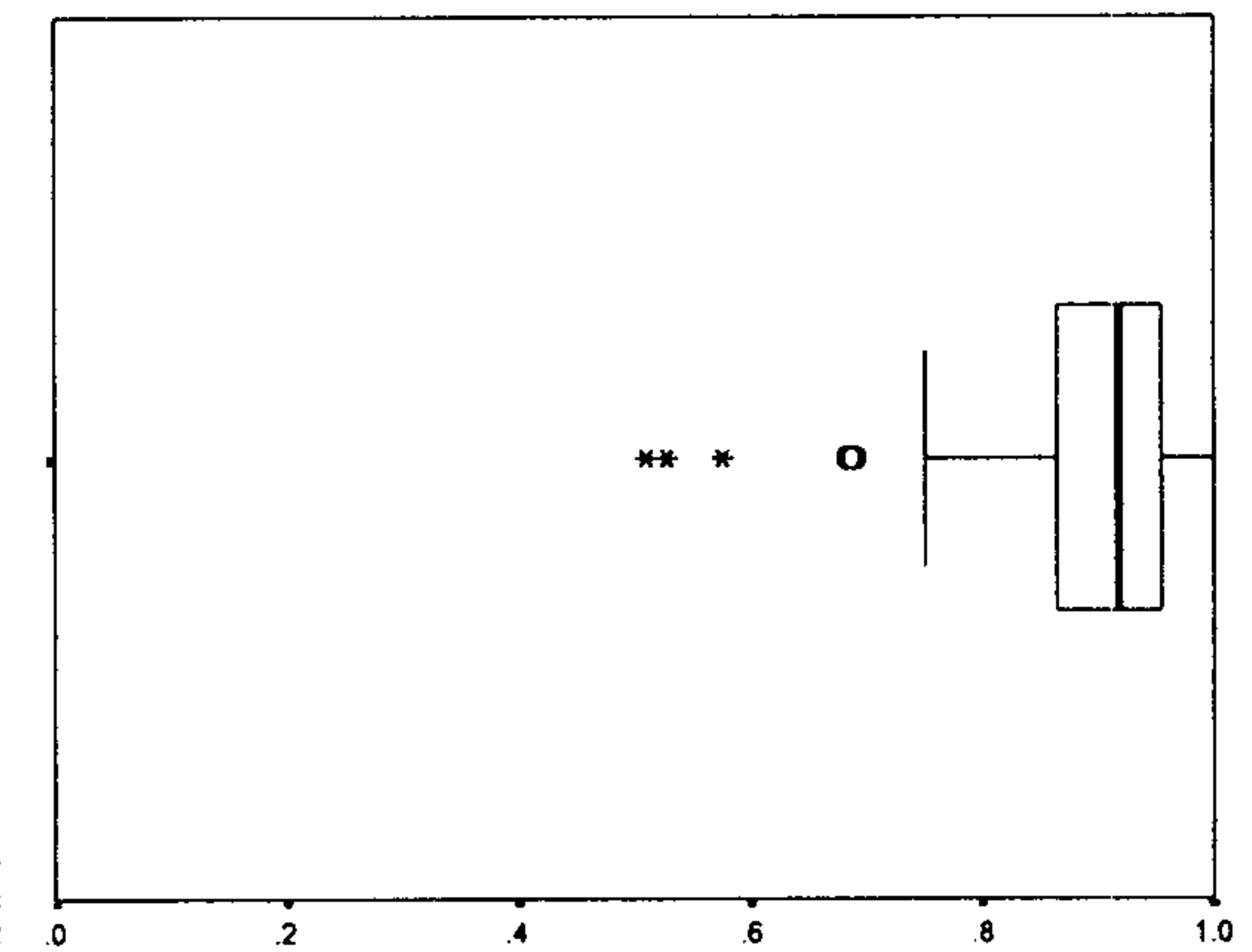
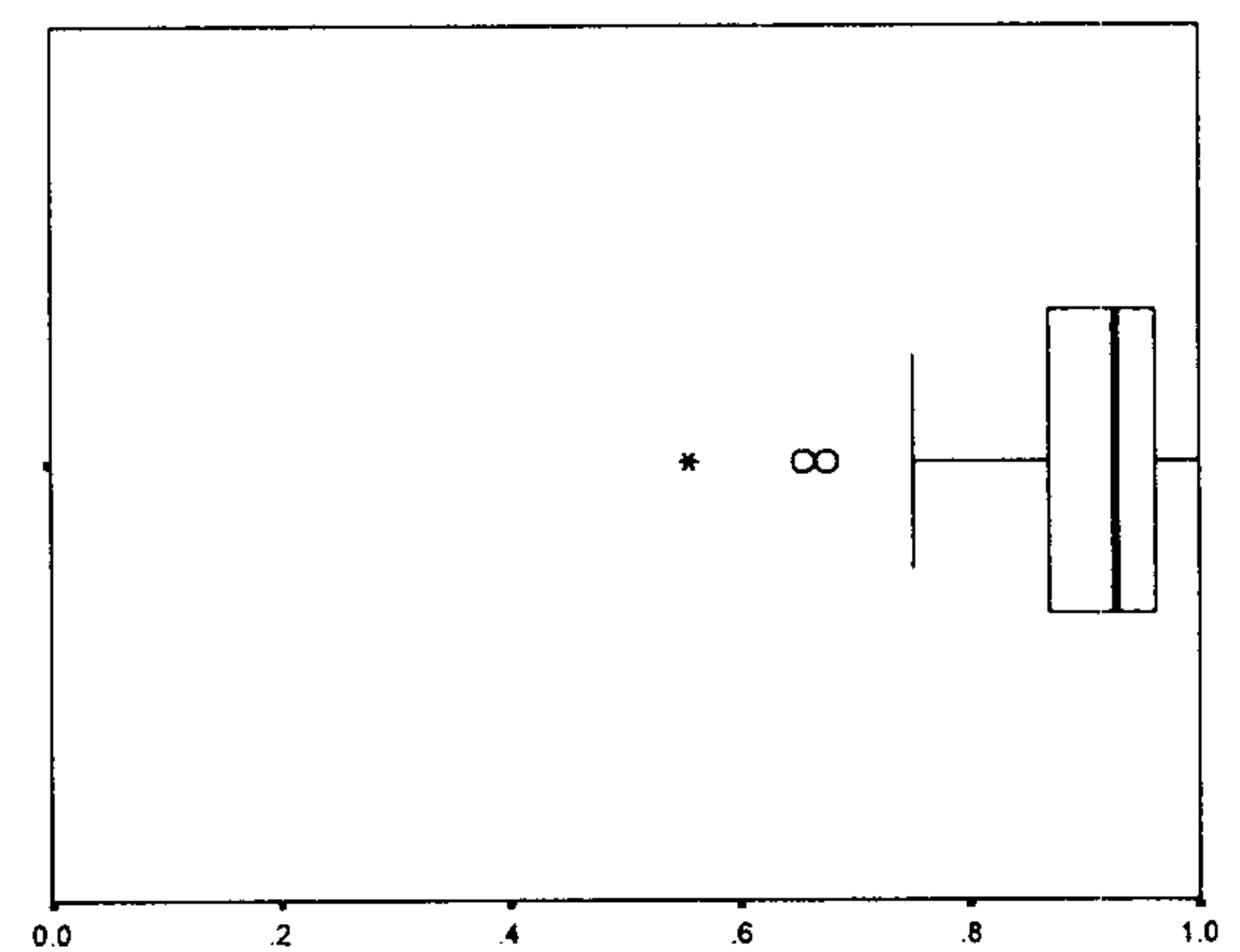
(教師口述問題，學生用算式記錄解題過程及結果)

4.草地上有9隻小鳥和5隻兔子，哪一種比較多？多多少？

1-40 ( )比較多。

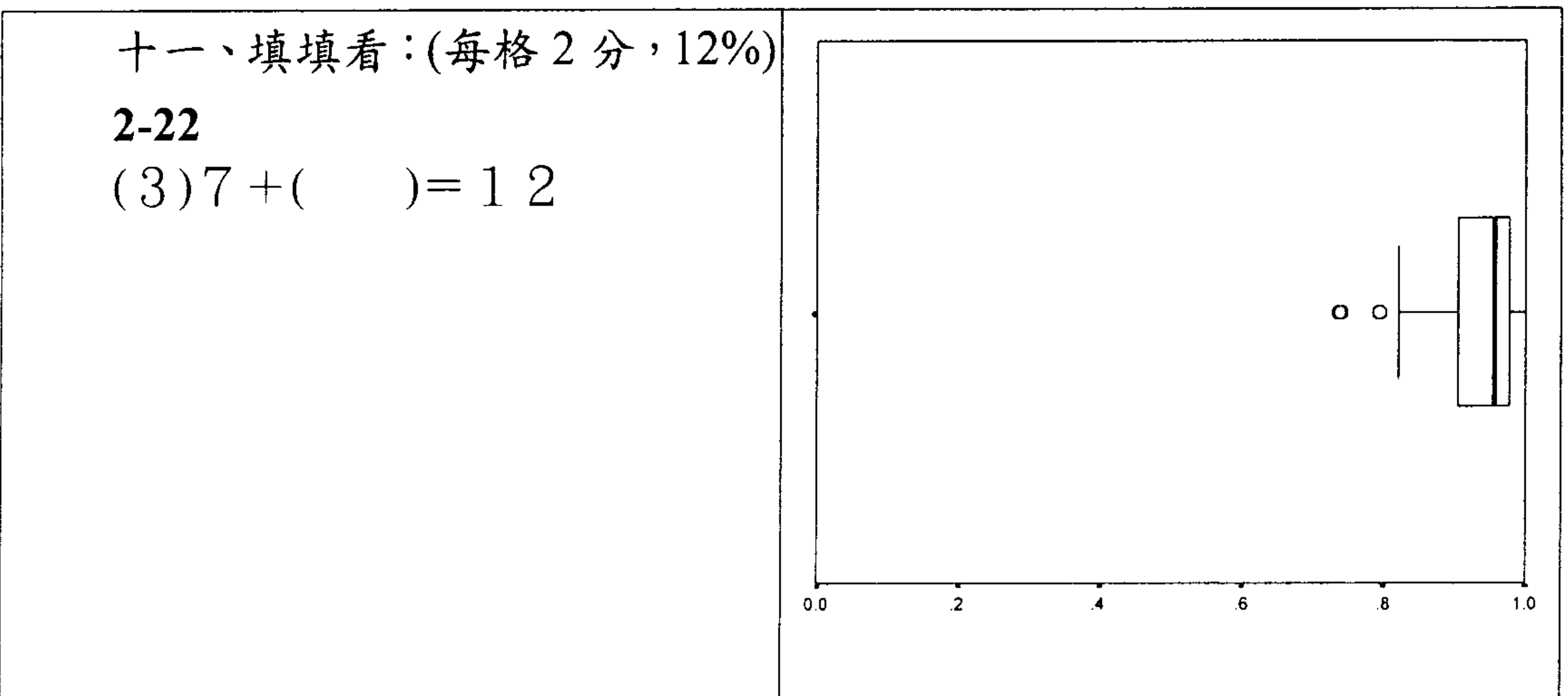
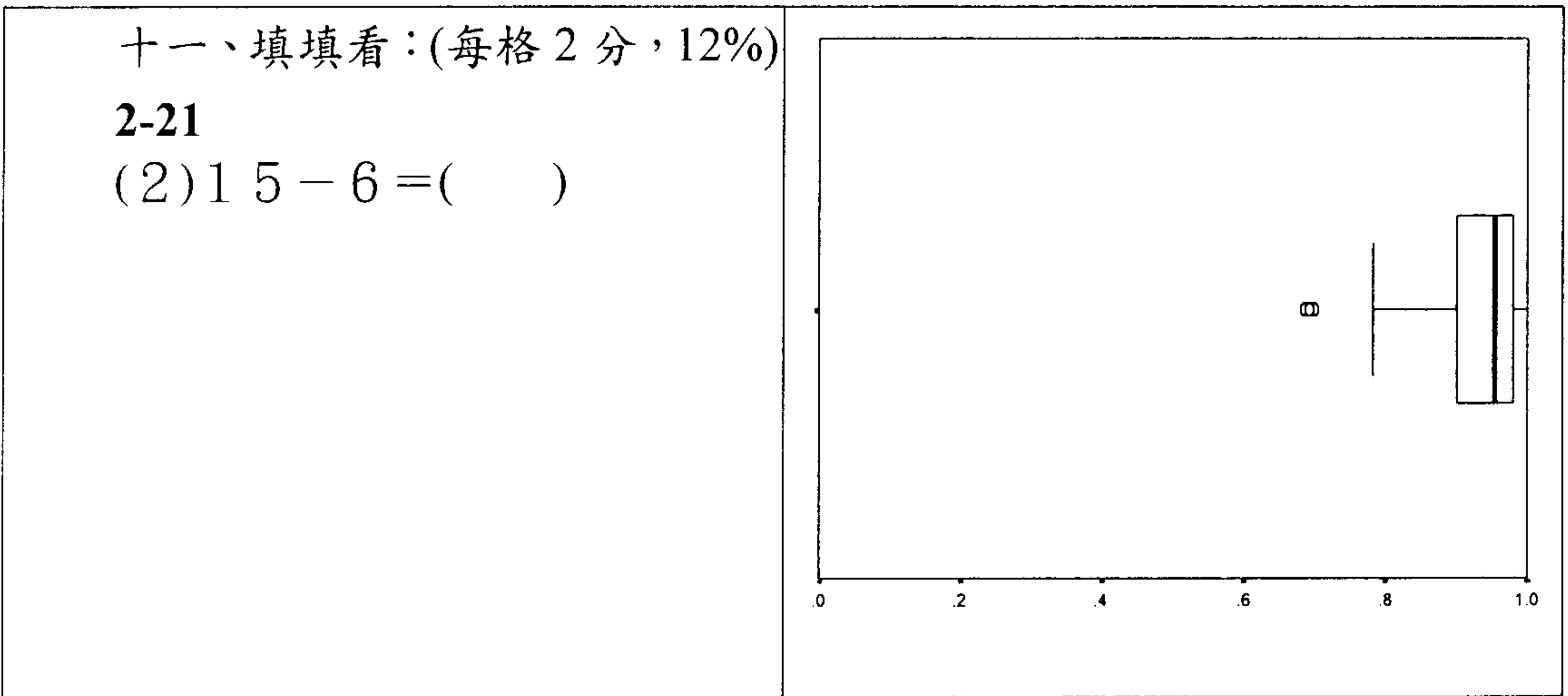
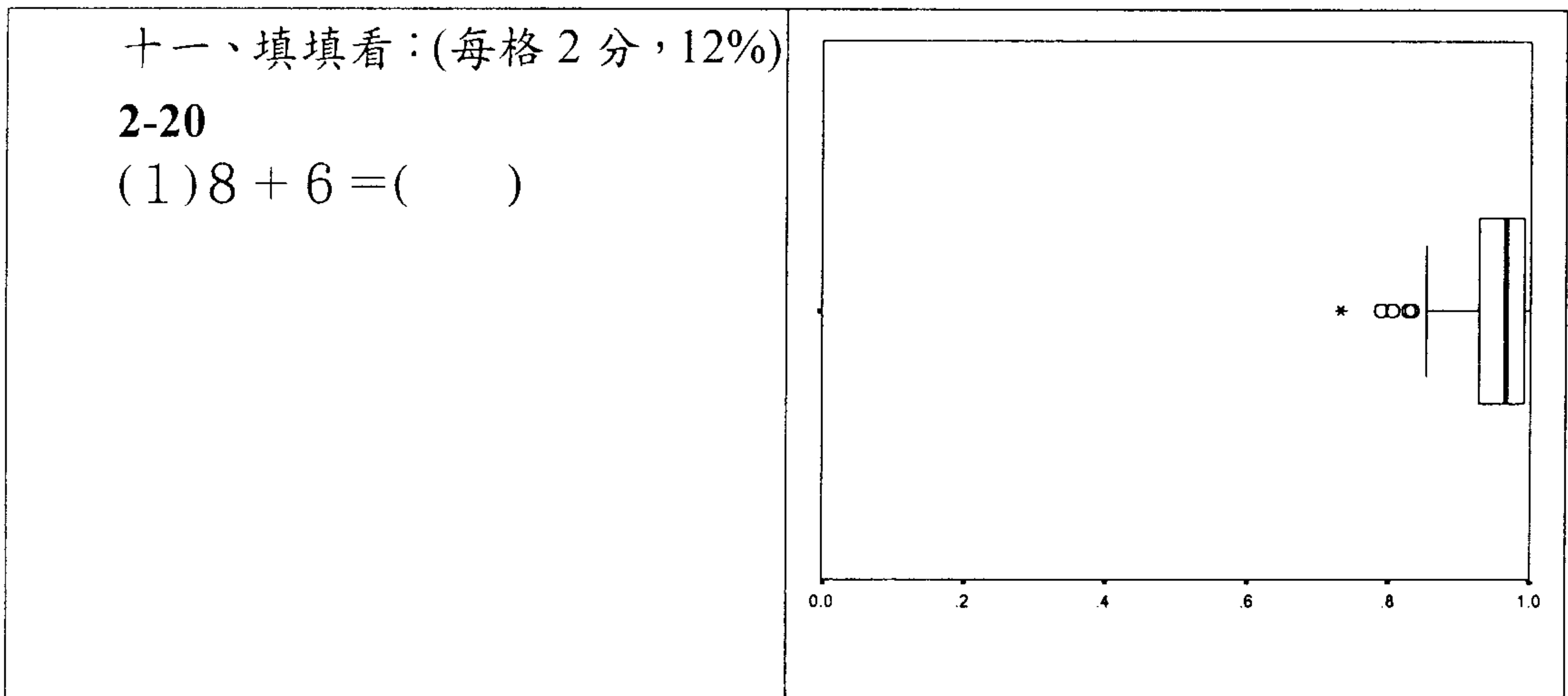
1-41 多( )幾隻

1-42 算式：\_\_\_\_\_



一年級上學期，學童進行20以內數量合成、分解與比較問題，表2-1呈現第一冊總結性評量中相關試題與學童表現，依據情境特性，試題1-34為併加型問題，1-36為拿走型問題，1-38為添加型問題，它們的通過率分別為89%、90%、90%，1-41為「多多少」比較型問題，它的通過率降為75%，顯示此階段學童較難理解「多多少」關係性描述的語意。1-35、1-37、1-39與1-42分別要求用算式記錄1-34、1-36、1-38和1-41的解題活動與結果，通過率分別為88%、89%、90%與69%，顯示少數學童成功地解題後，仍不能用算式來描述，比較型問題的落差較大，值得進一步地注意。

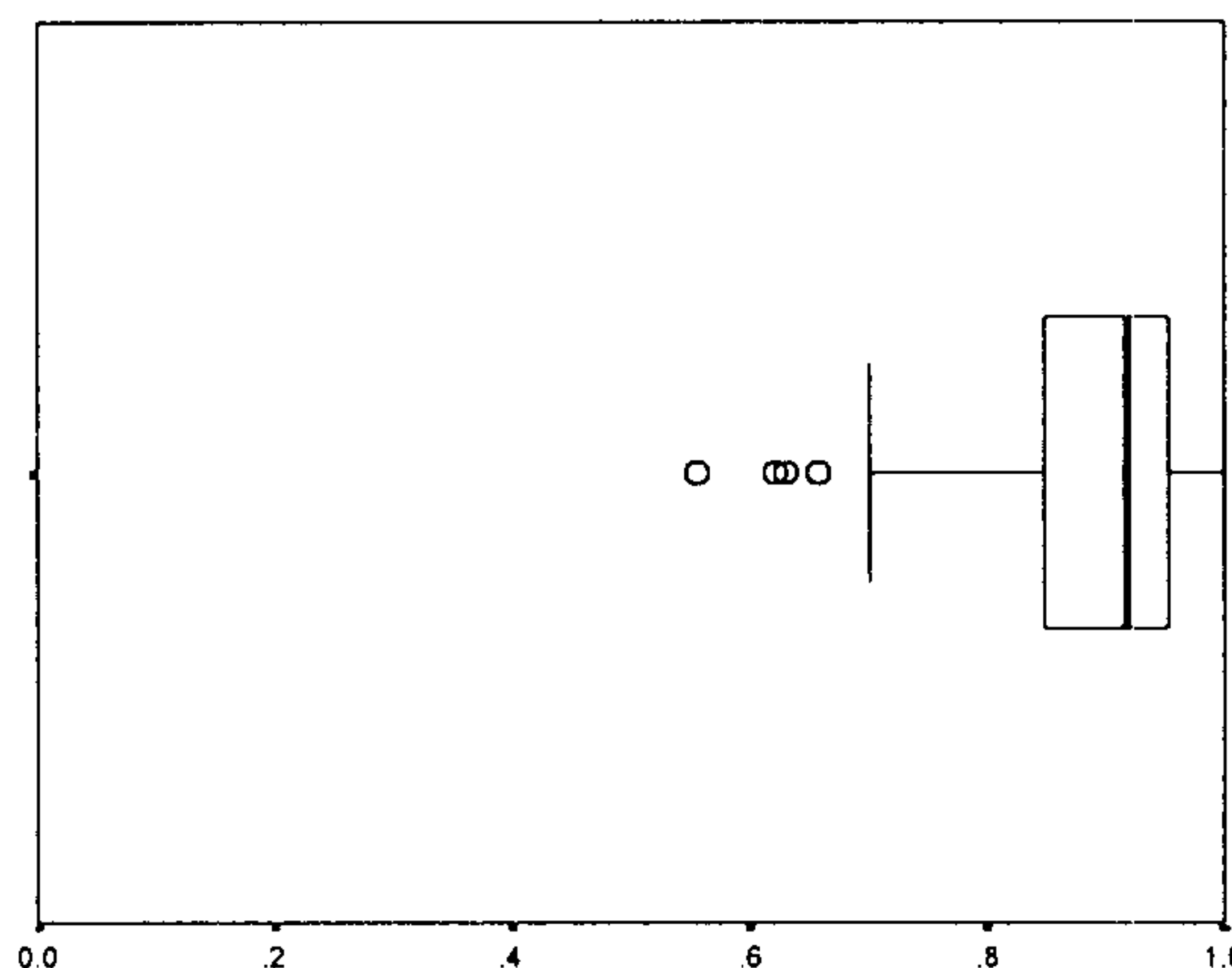
表 2-2：第二冊總結性評量中整數加減相關試題與班級通過率的分佈



十一、填填看：(每格 2 分，12%)

2-23

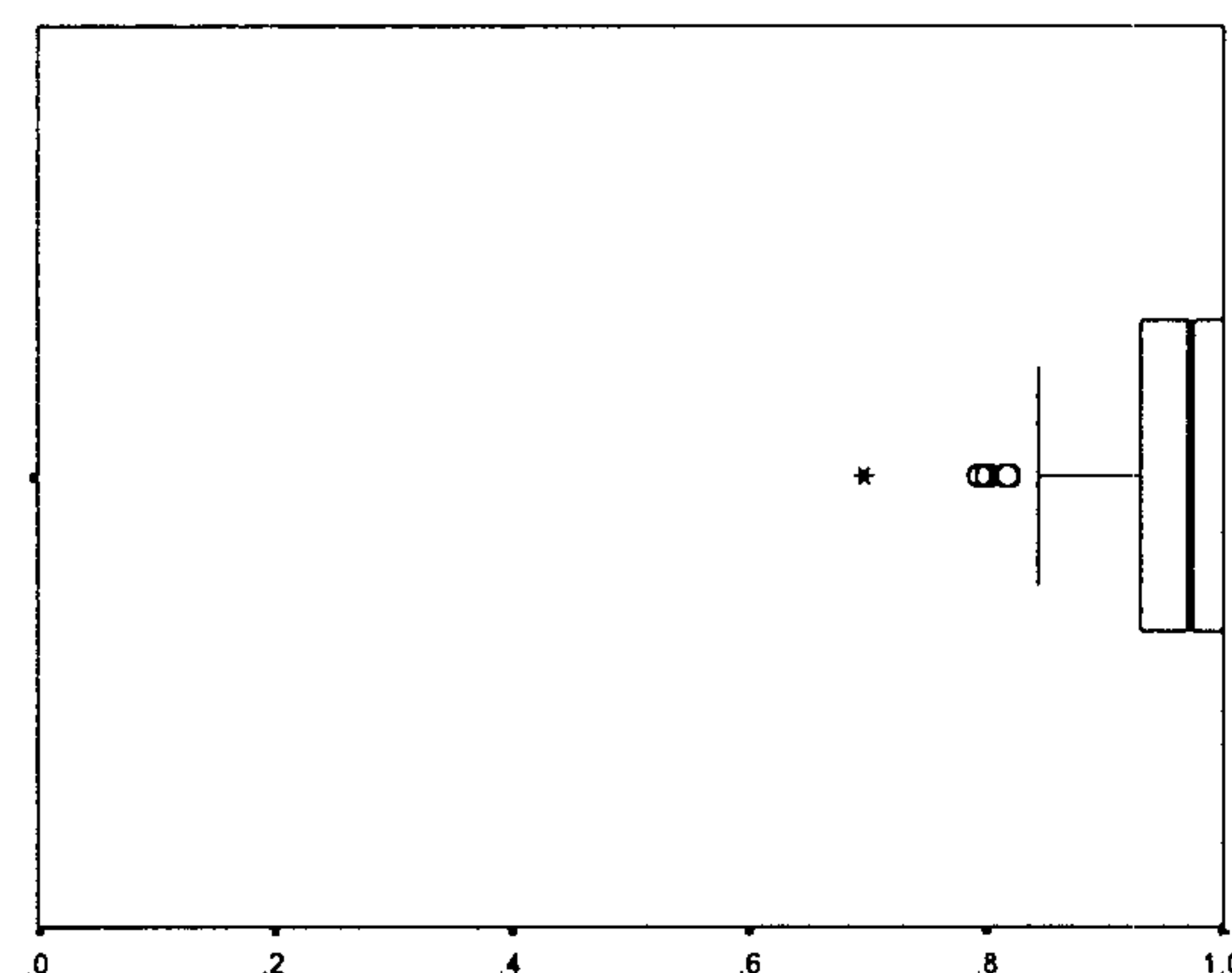
(4)  $13 - ( ) = 5$



十一、填填看：(每格 2 分，12%)

2-24

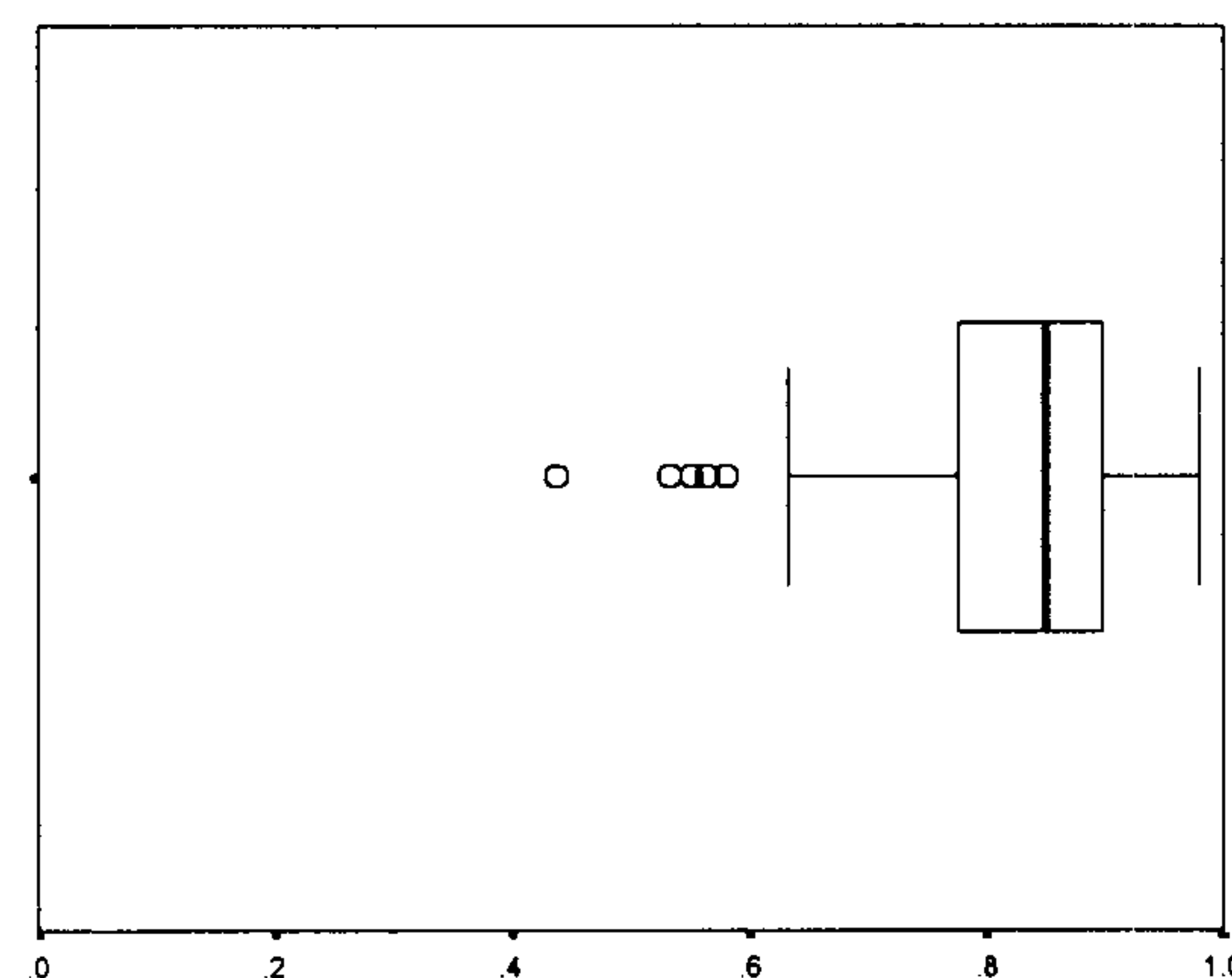
(5)  $19( )12 = 7$



十一、填填看：(每格 2 分，12%)

2-25

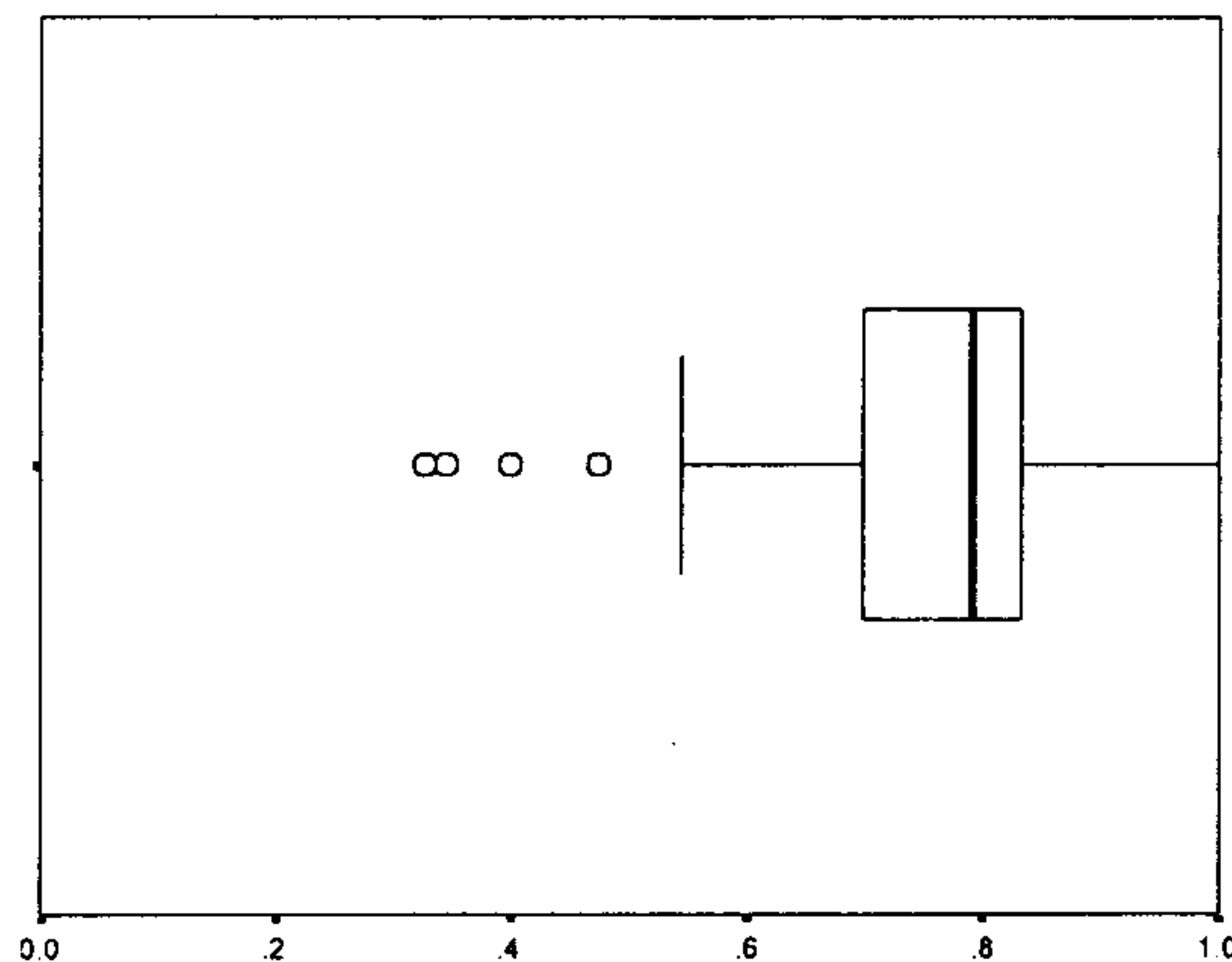
(6)  $38 + 13 = ( )$



十二、算算看，把你的算法和答案用算式寫下來。(每格 2 分算式 3 分，25%)

(1) 盒子裡有 85 個彈珠，拿走 8 個，還剩下多少個彈珠？

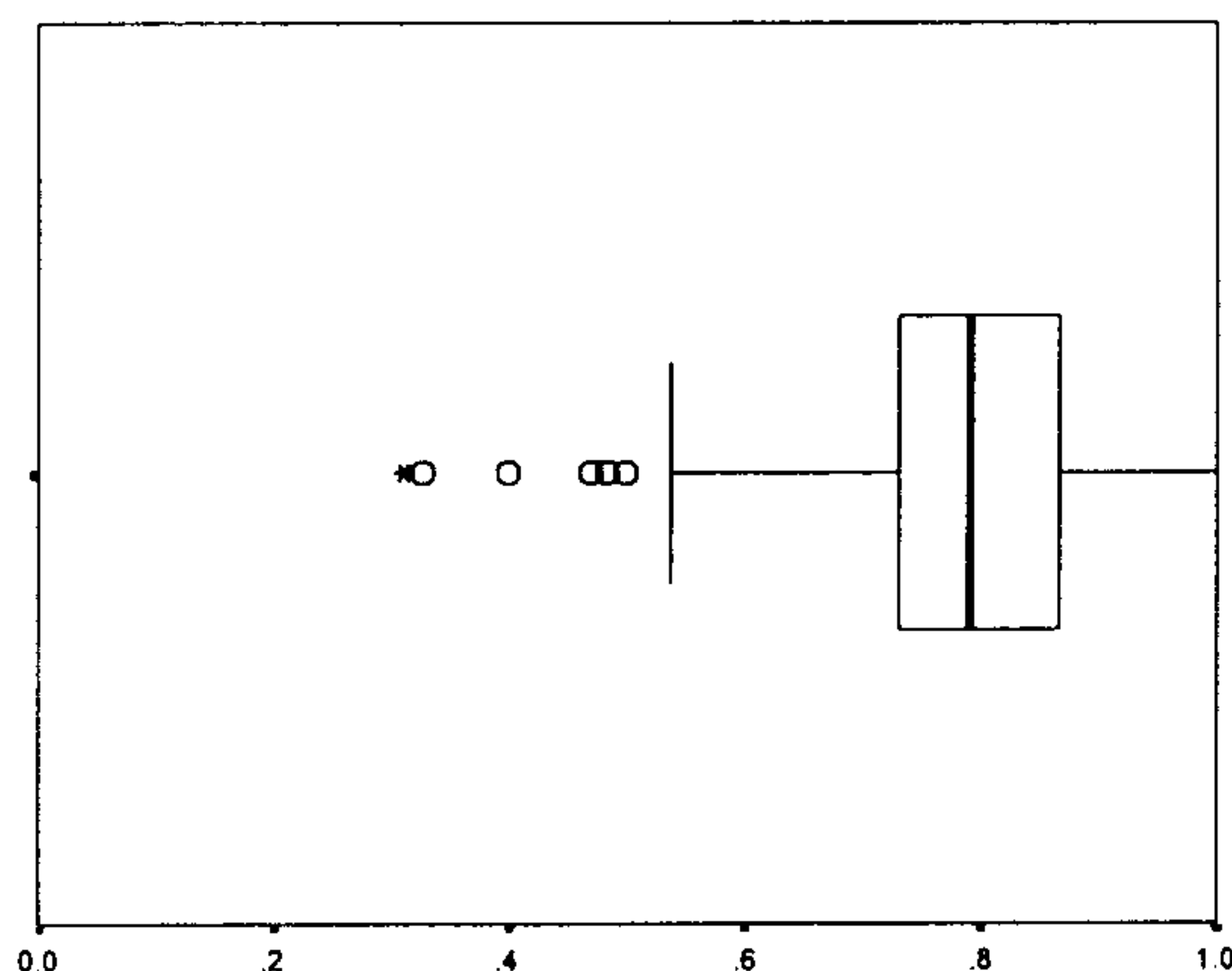
2-26 還剩下( )個彈珠。



十二、算算看，把你的算法和答案用算式寫下來。(每格 2 分算式 3 分，25%)

盒子裡有 85 個彈珠，拿走 8 個，還剩下多少個彈珠？

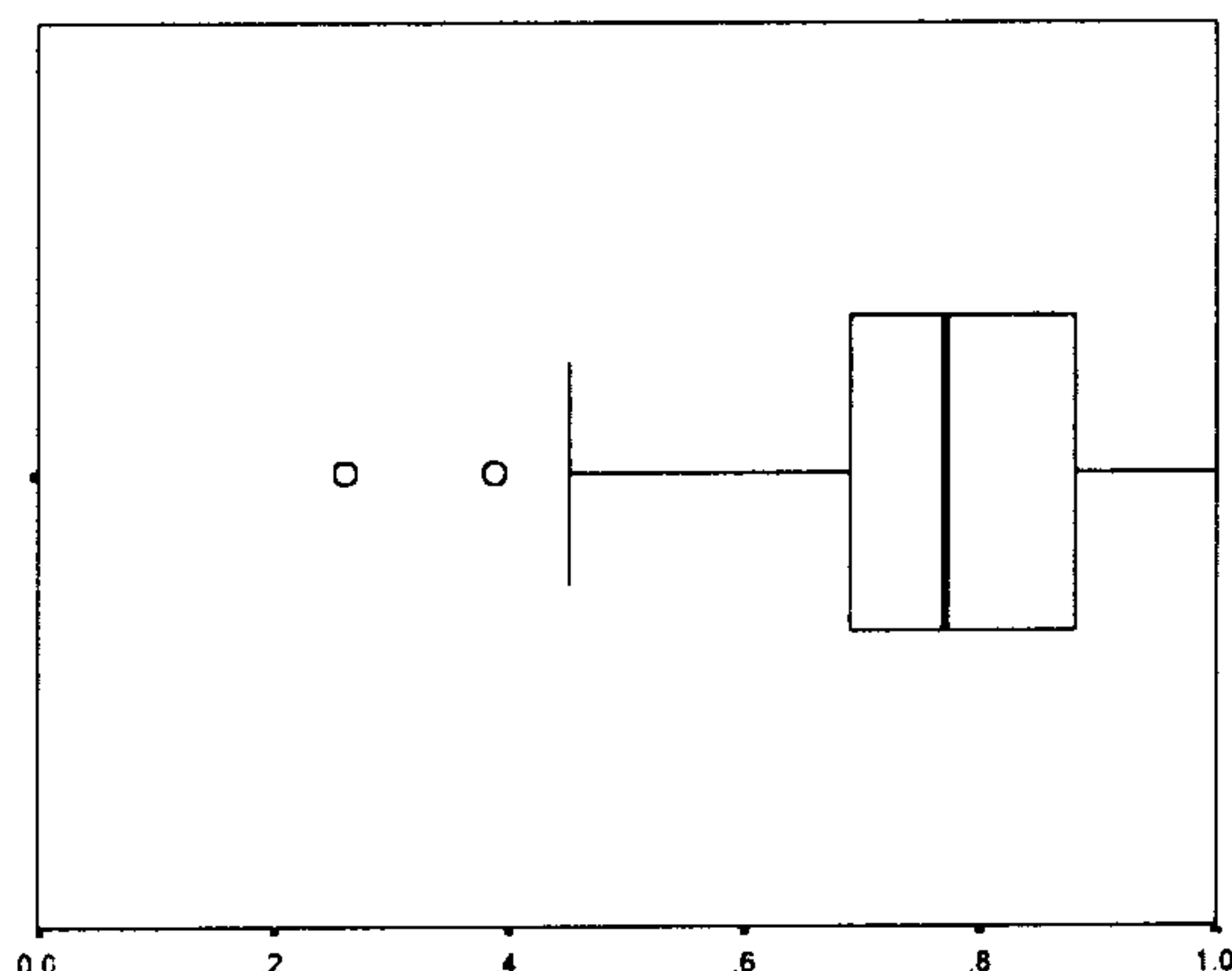
2-27 算式



十二、算算看，把你的算法和答案用算式寫下來。(每格 2 分算式 3 分，25%)

(2) 甲班有 28 本故事書，乙班有 37 本故事書，甲班比乙班少幾本故事書？

2-28 甲班比乙班少( )本故事書。

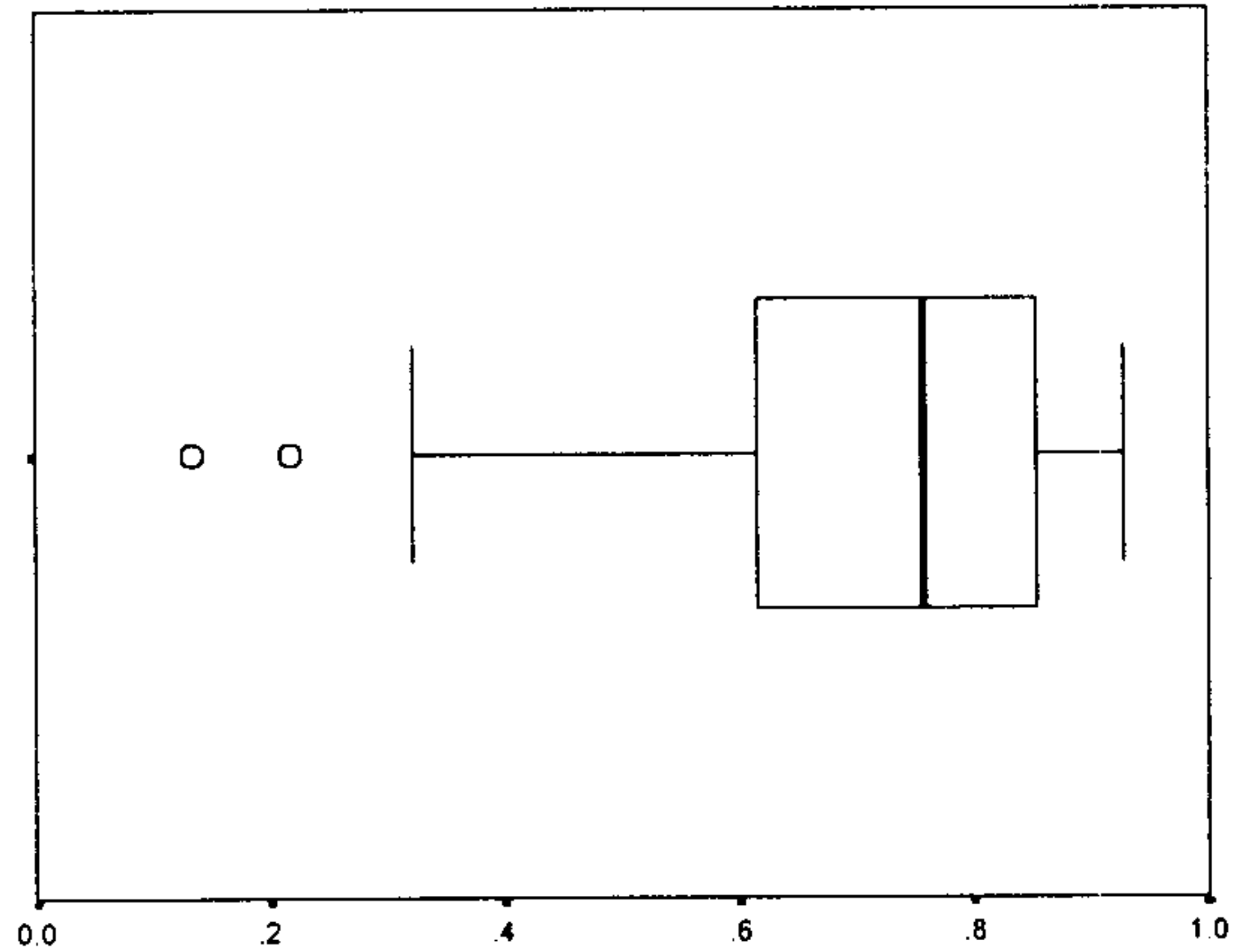




十二、算算看，把你的算法和答案用算式寫下來。(每格 2 分算式 3 分，25%)

甲班有 28 本故事書，乙班有 37 本故事書，甲班比乙班少幾本故事書？

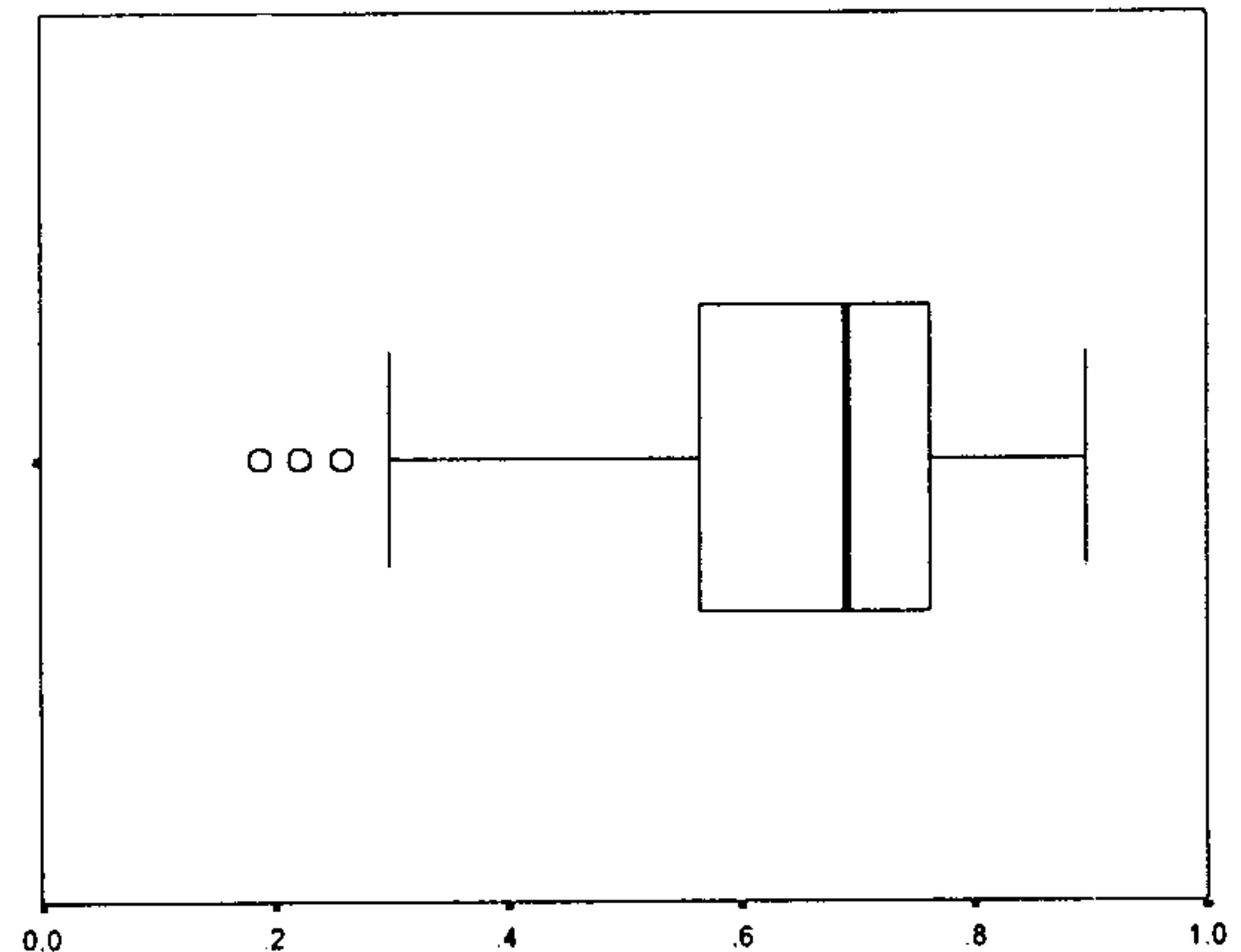
2-29 算式 \_\_\_\_\_



十二、算算看，把你的算法和答案用算式寫下來。(每格 2 分算式 3 分，25%)

(3) 明麗的存錢筒裡有 43 元，再存幾元就有 60 元？

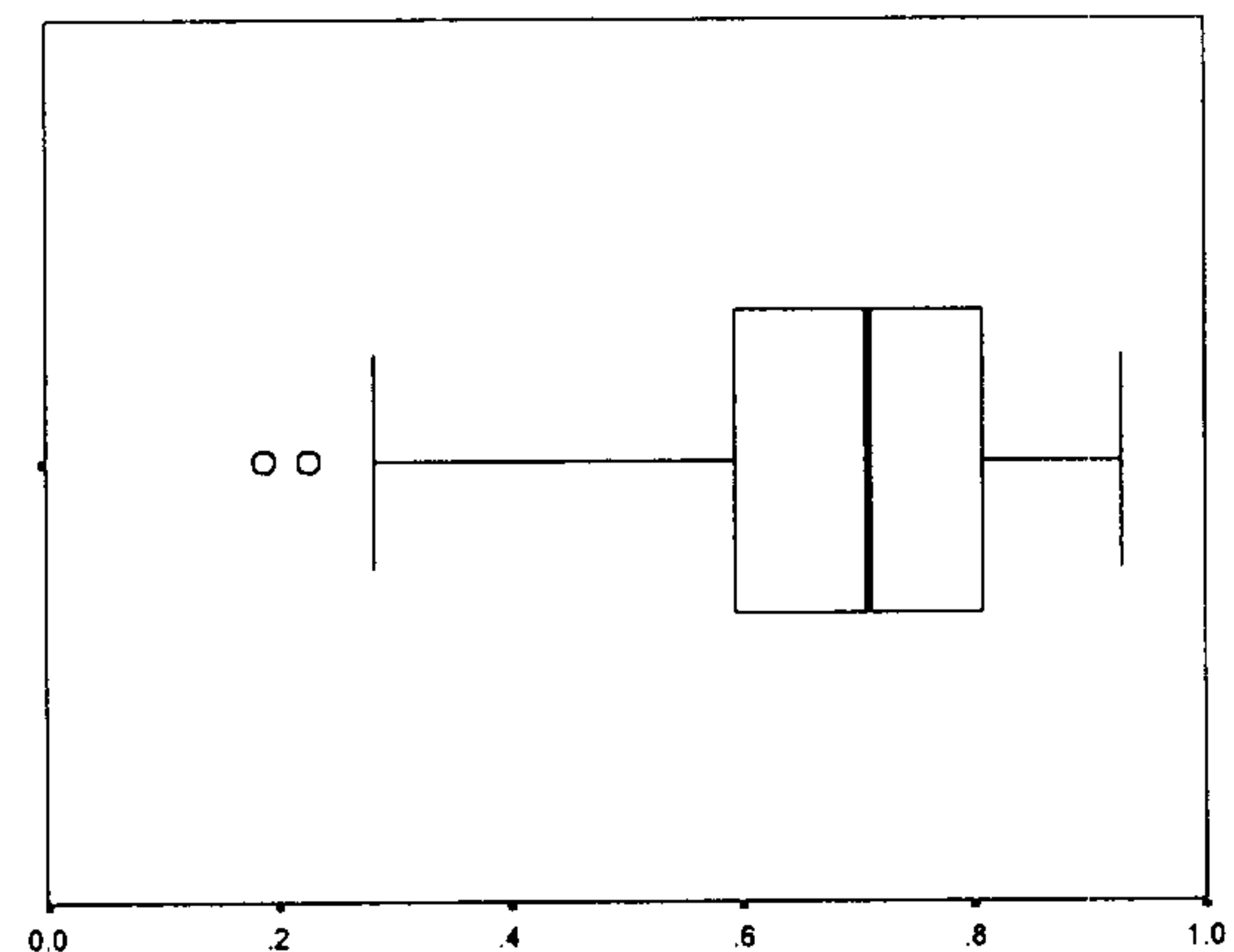
2-30 再存( )元就有 60 元



十二、算算看，把你的算法和答案用算式寫下來。(每格 2 分算式 3 分，25%)

明麗的存錢筒裡有 43 元，再存幾元就有 60 元？

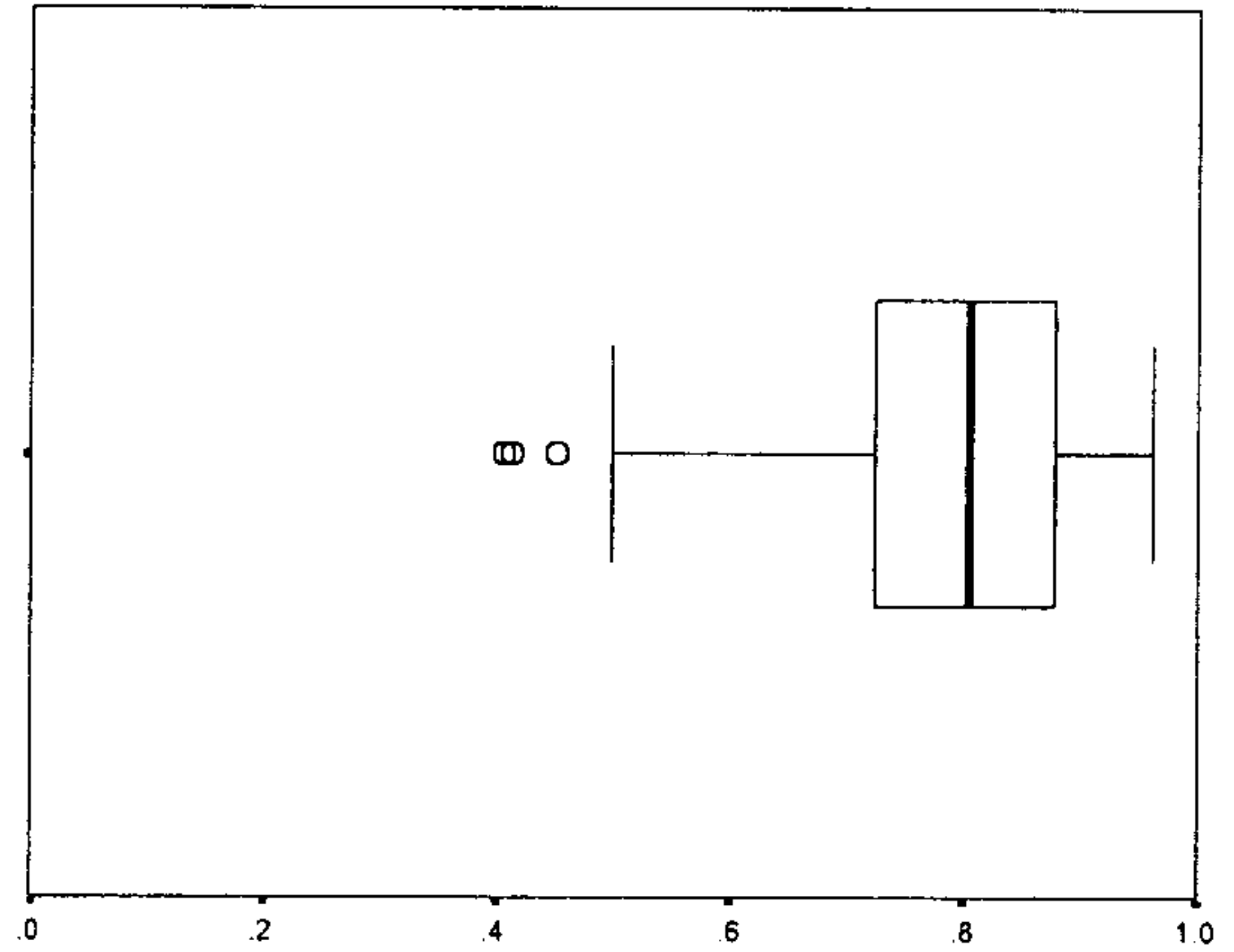
2-31 算式 \_\_\_\_\_



十二、算算看，把你的算法和答案用算式寫下來。(每格 2 分算式 3 分，25%)

(4) 公園裡有 18 人，走了一些人以後，剩下 6 人，請問走了多少人？

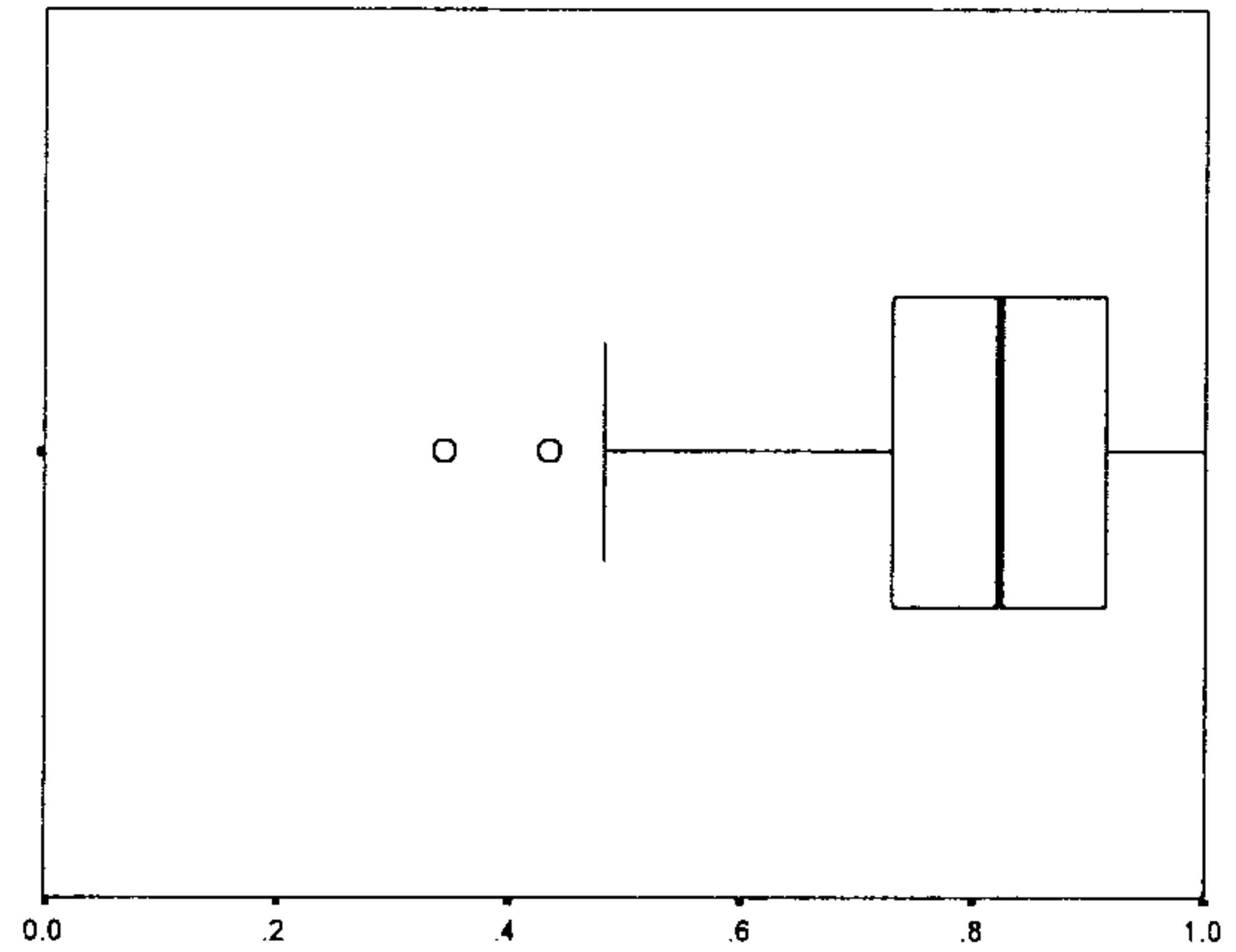
2-32 走了( )人。



十二、算算看，把你的算法和答案用算式寫下來。(每格 2 分算式 3 分，25%)

公園裡有 18 人，走了一些人以後，剩下 6 人，請問走了多少人？

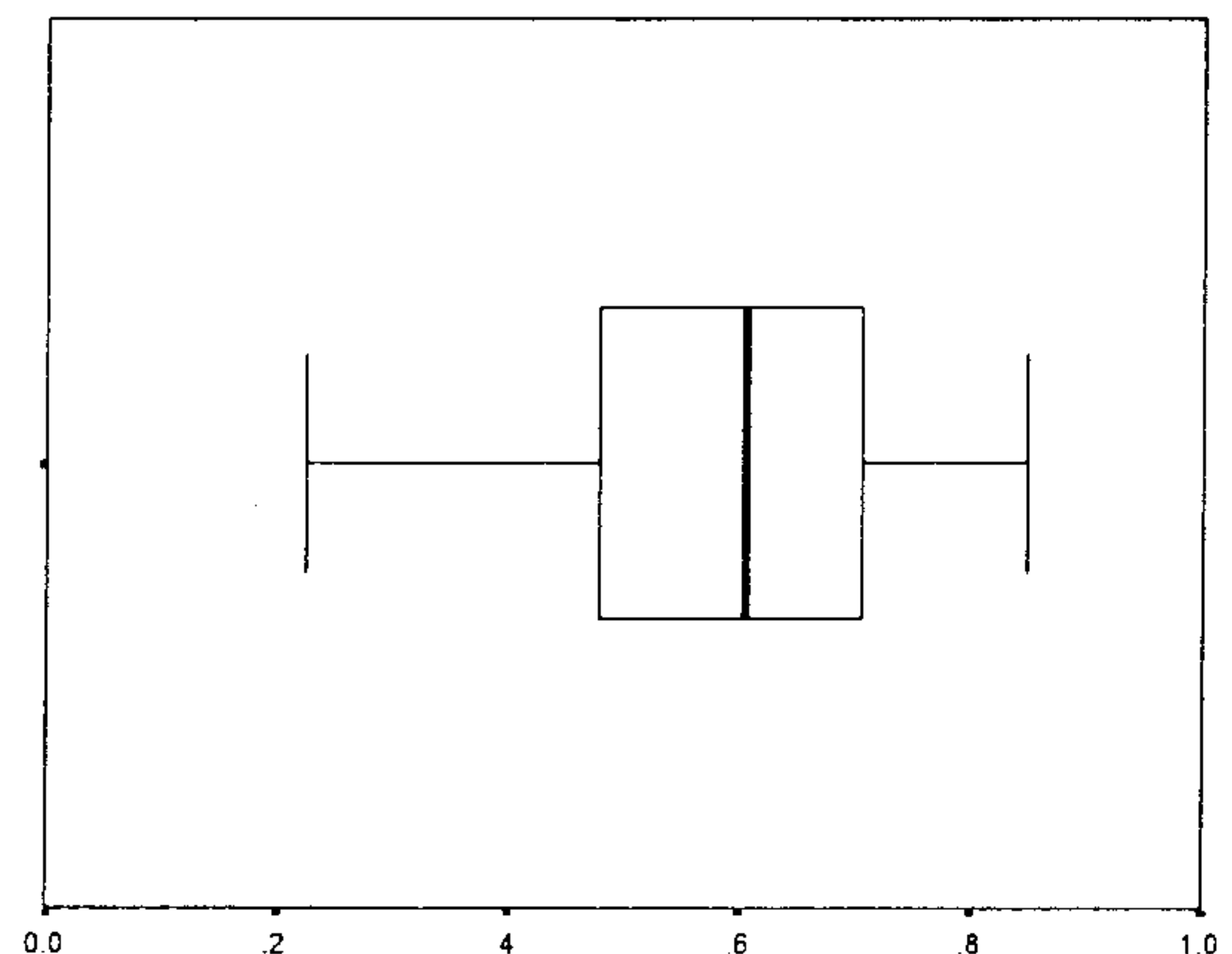
2-33 算式 \_\_\_\_\_



十二、算算看，把你的算法和答案用算式寫下來。(每格 2 分算式 3 分，25%)

(5) 小英帶 50 元上街買東西，買一個橡皮擦用掉 8 元，買一枝原子筆用掉 7 元，請問他買橡皮擦和原子筆用掉多少元？

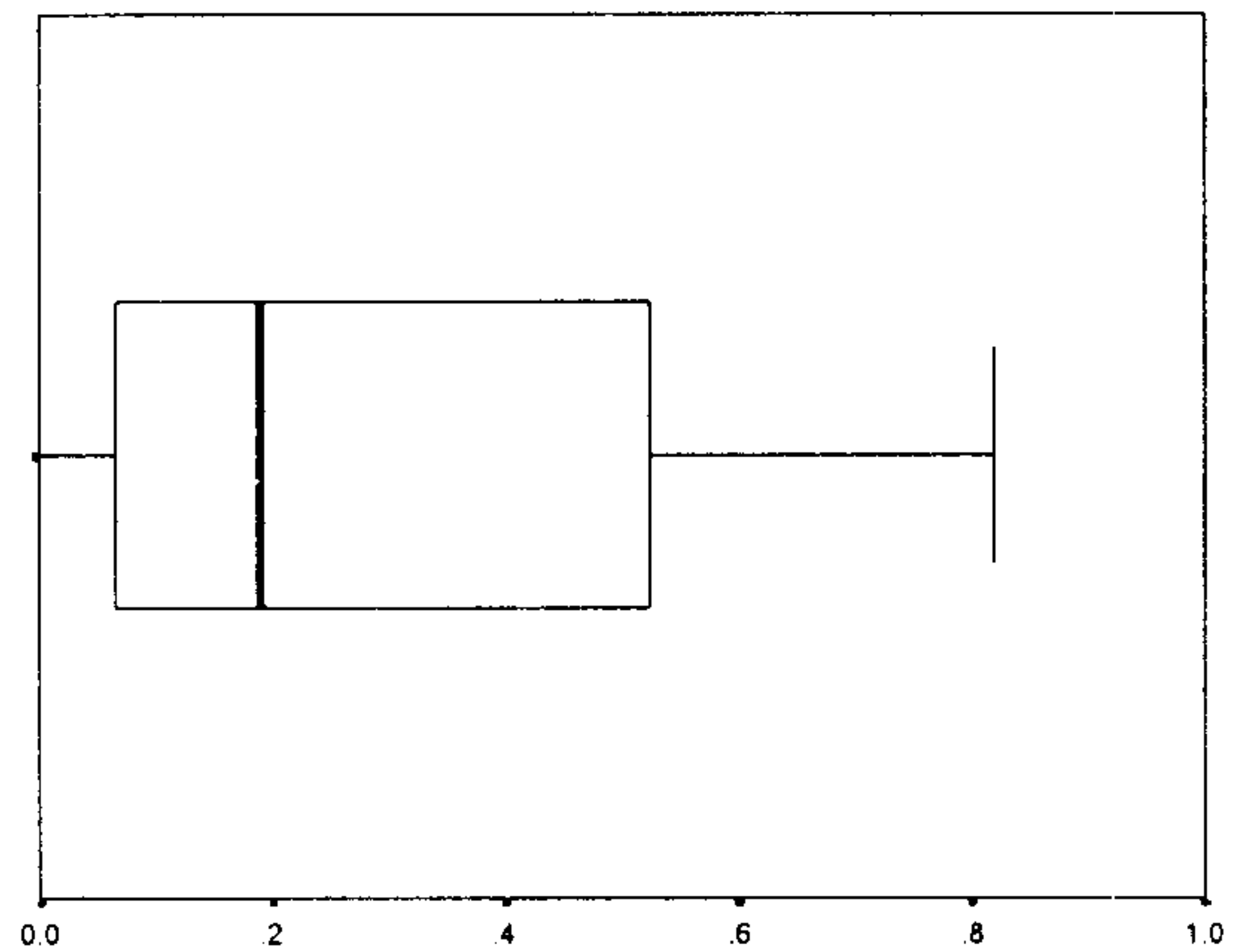
2-34 用掉( )元。



十二、算算看，把你的算法和答案用算式寫下來。(每格 2 分算式 3 分，25%)

小英帶 50 元上街買東西，買一個橡皮擦用掉 8 元，買一枝原子筆用掉 7 元，請問他買橡皮擦和原子筆用掉多少元？

2-35 算式 \_\_\_\_\_



一年級下學期，學童進行 100 以內數量合成、分解與比較問題，配合累進計數過程繁瑣的考量，教材裡問題中的加（減）數皆限制在 20 以內，表 2-2 呈現第二冊總結性評量中相關試題與學童表現，試題 2-26 是拿走型問題，2-27 要求上題的算式紀錄，通過率為 75%、77%，此解題表現低於 1-36 同型問題，顯示不同數量範圍造成的差異。

試題 2-28 是「少多少」的比較型問題，2-29 要求上題的算式紀錄，通過率為 75%、70%。2-30 為加數未知的追加型問題，2-32 為減數未知的拿走型問題，通過率為 65%、78%，此兩題的算式紀錄問題（2-31、2-33）的通過率為 67%、81%。雖然，「少多少」的比較型問題、加數未知的追加型問題與減數未知的拿走型問題，都可能引發特殊的題意理解困難，但是參考 2-26 上的表現，主要的困難可能仍是涉及的數量範圍。

表 2-2 中之 2-20 至 2-25 均為算式填充題問題，2-20 至 2-23 皆在基本加減事實範圍，通過率分別為 95%、93%、93% 和 89%，顯示對加法和減法的算式填充題題意的理解，並無明顯的差異。2-24 要求推論合理的運算，通過率為 95%。2-25 為與 2-20 同型的加法算式填充題，但數字範圍為兩位數，其通過率降為 82%，顯示當被加數與加數增大時，影響學童的表現。

綜合各類加減問題的表現，顯示一年級學童較能在 20 範圍以內，成功地進行加減運算。當數量範圍增大時，需要用「十」、「一」兩種單位（圖像表徵），或進行累進合成的活動（向上數或倒數策略），才能簡化與克服大數量計數的繁瑣，較低的通過率，懷疑部份學童尚未發展累進性合成運思的能力。

表 2-2 呈現試題 2-34（併加型問題）、2-35（算式紀錄）的通過率，

分別為 58%、28%。細察問題時，發現學童對於多餘資訊的處理欠佳，多餘資訊干擾了解題表現，即使是成功地解題，如何在紀錄中處理多餘資訊，還造成額外的困難，在實驗教材中，並未特別地考量這些問題，呈現可以進一步改進的空間。

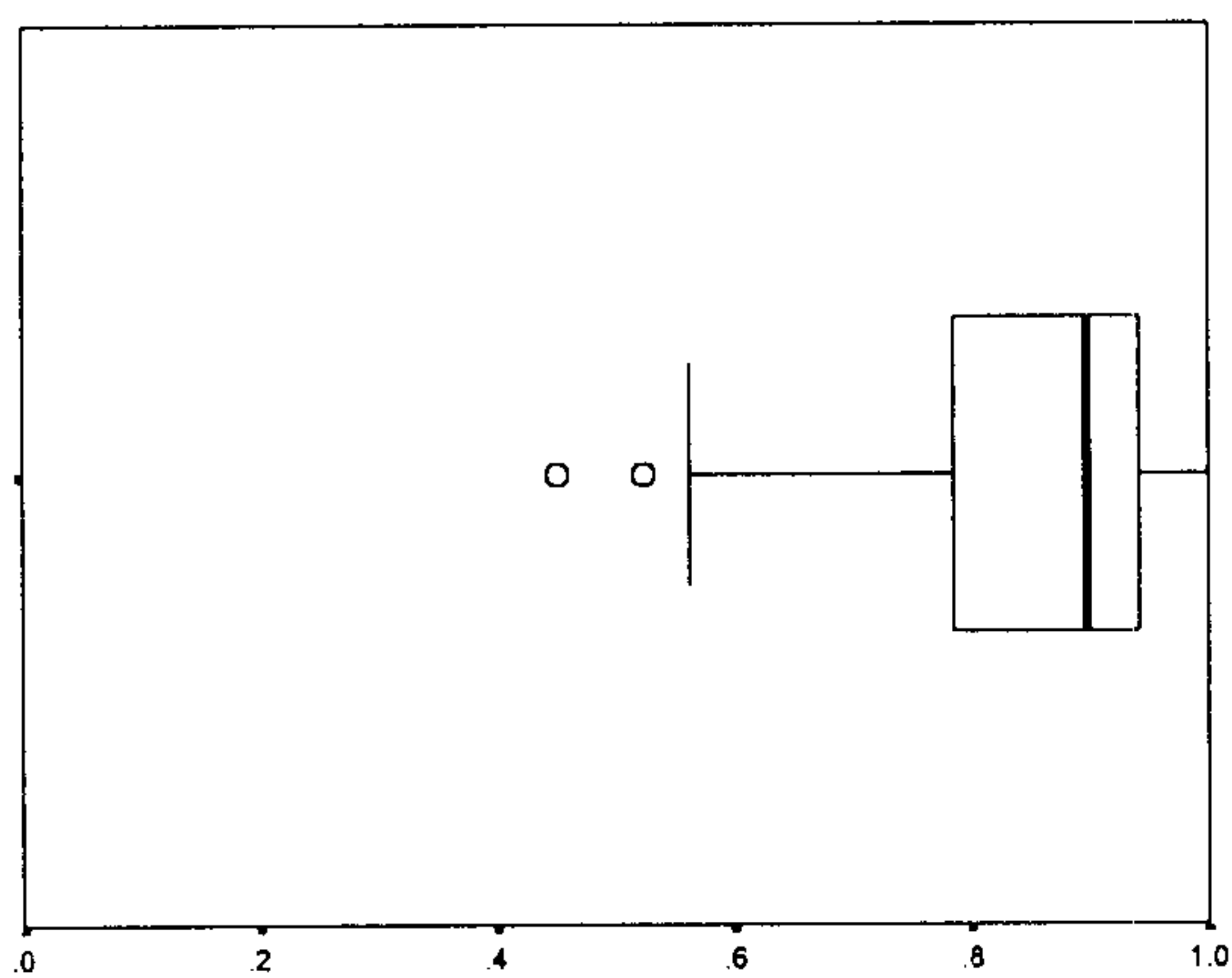
表 2-3：第三冊總結性評量中整數加減相關試題與班級通過率的分佈

<p>◎填填看：</p> <p><b>3-4</b></p> <p>(4) <math>59 + 26 = ( \quad )</math></p>	
<p>◎填填看：</p> <p><b>3-5</b></p> <p>(5) <math>66 - 29 = ( \quad )</math></p>	

◎填填看：

3-6

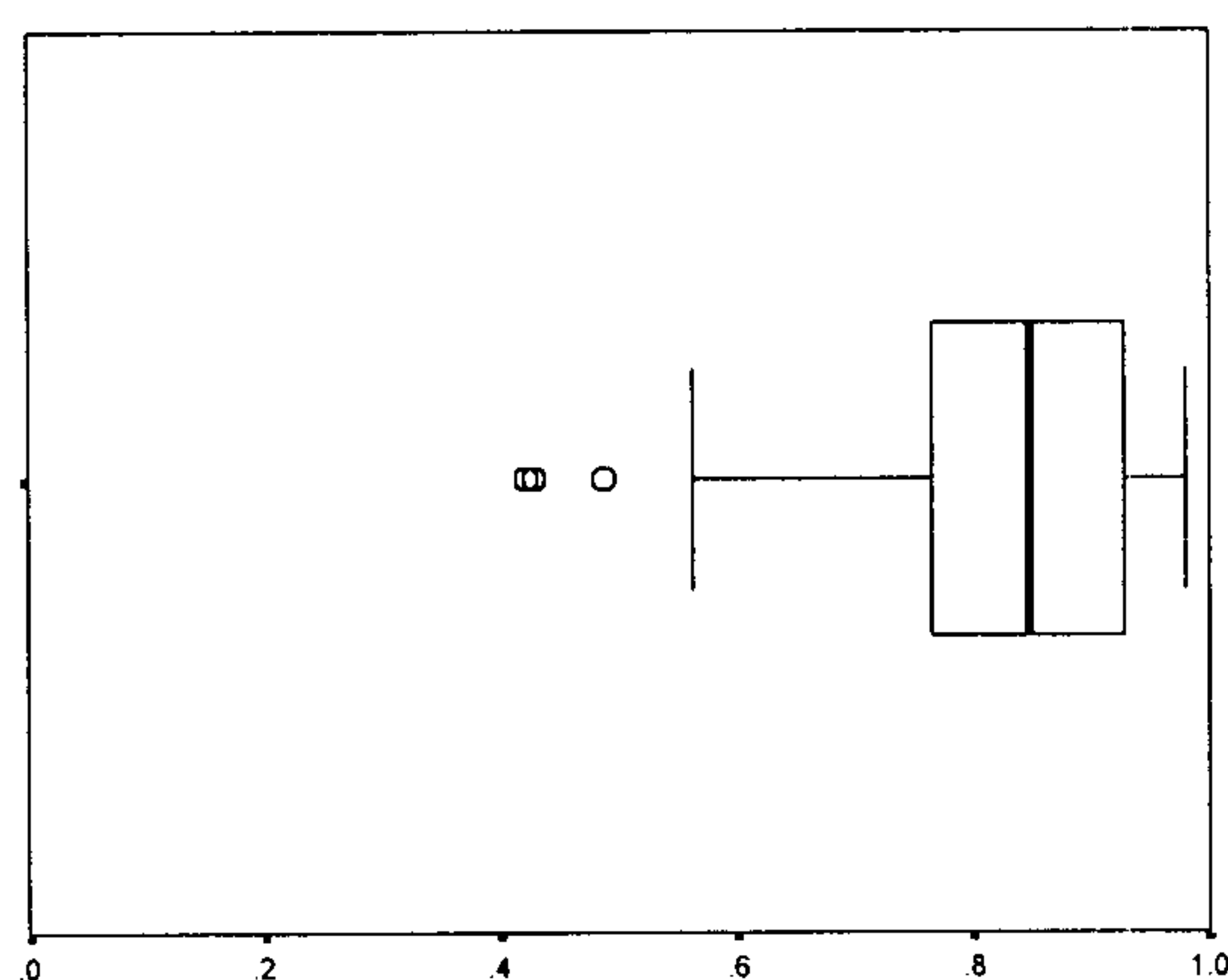
$$(6) 41 - (\quad) = 34$$



◎用算式填充題記錄問題，再寫出答案。

3-16

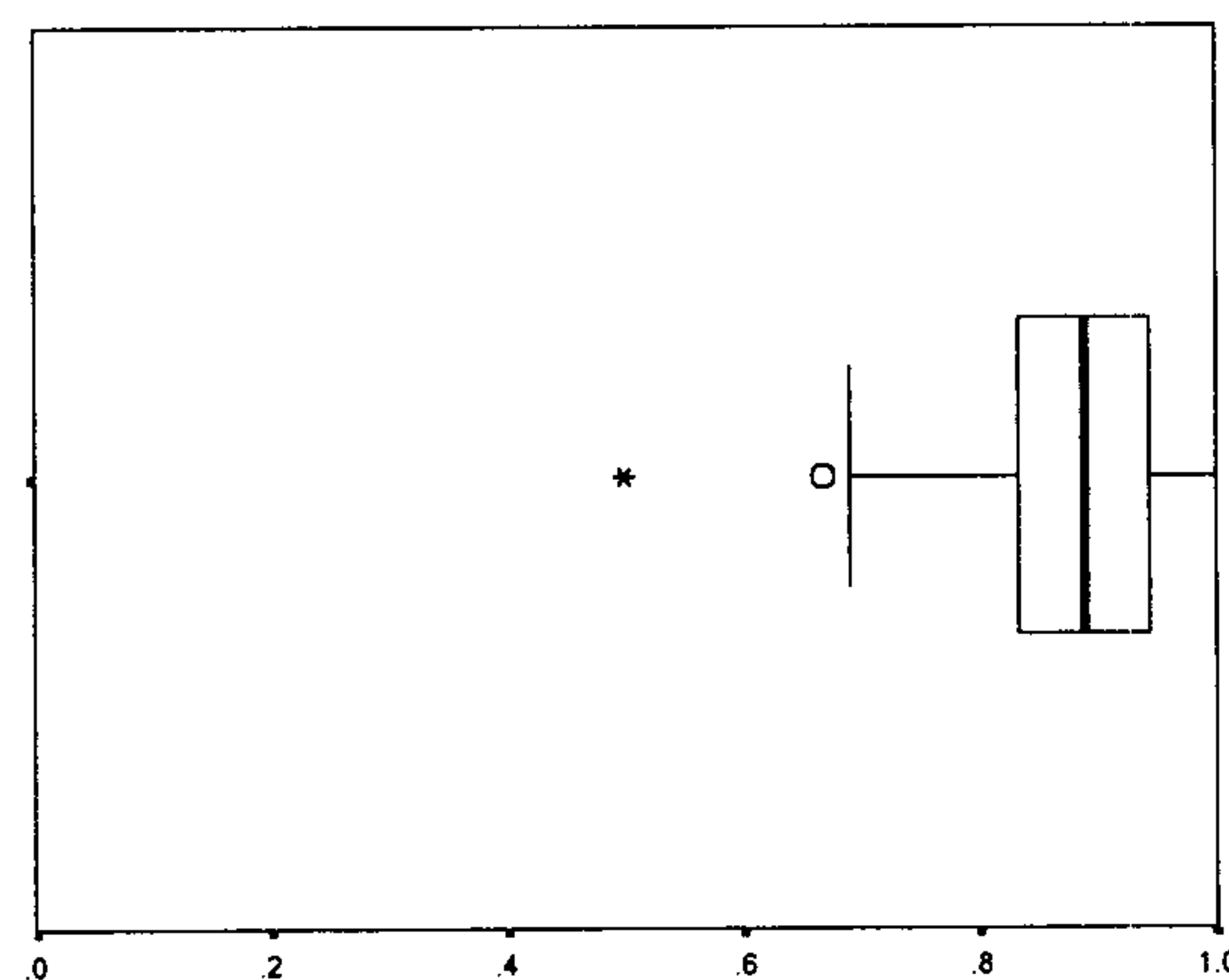
(16) 教室裡有 32 個小朋友，47 張椅子，有多少張椅子沒有人坐？



◎用算式填充題記錄問題，再寫出答案。

3-17

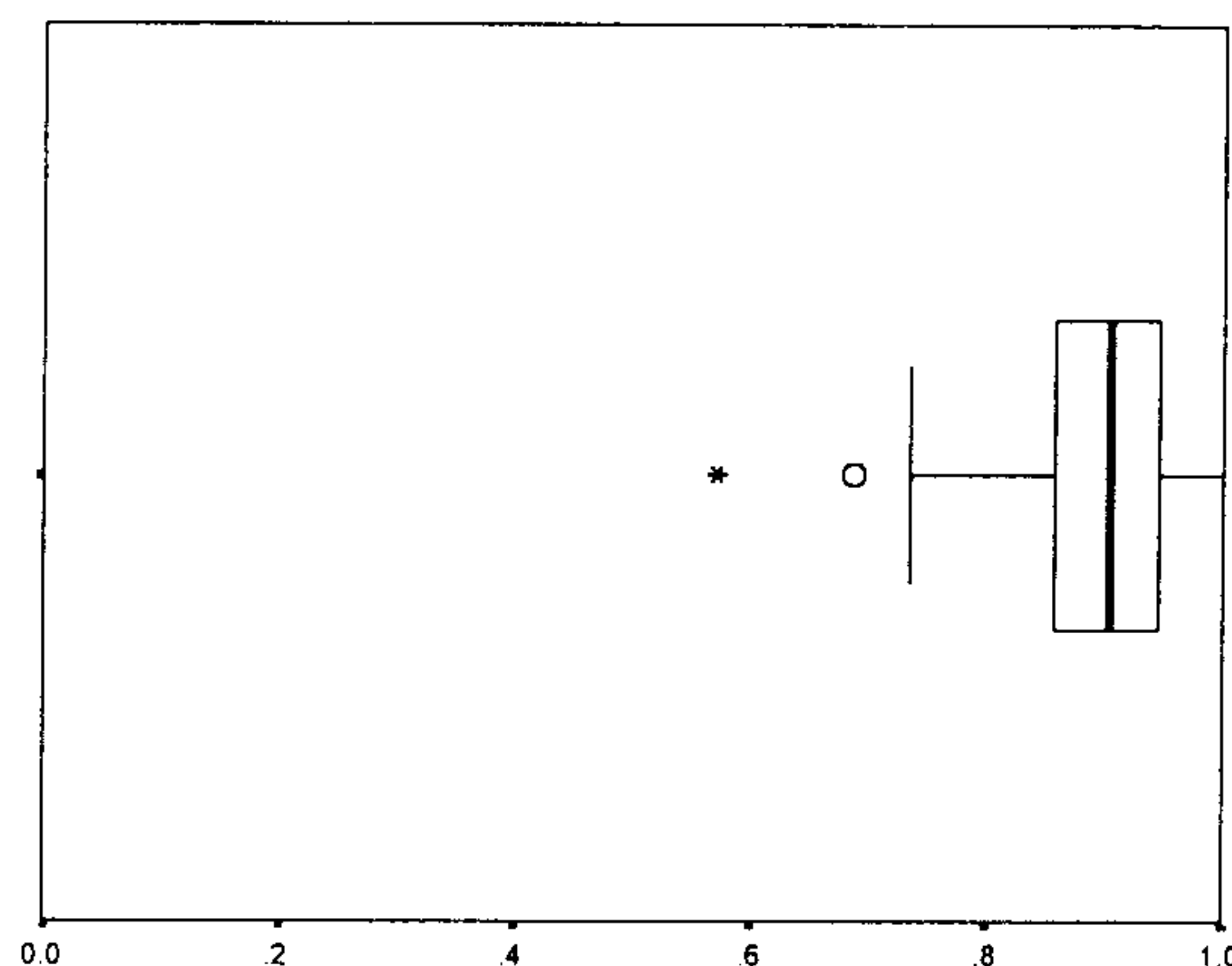
(17) 小宇有 37 張喜愛的貼紙，容容有 18 張喜愛的貼紙，兩人合起來有幾張貼紙？



◎ 把你的做法記下來，並寫出答案。

**3-20**

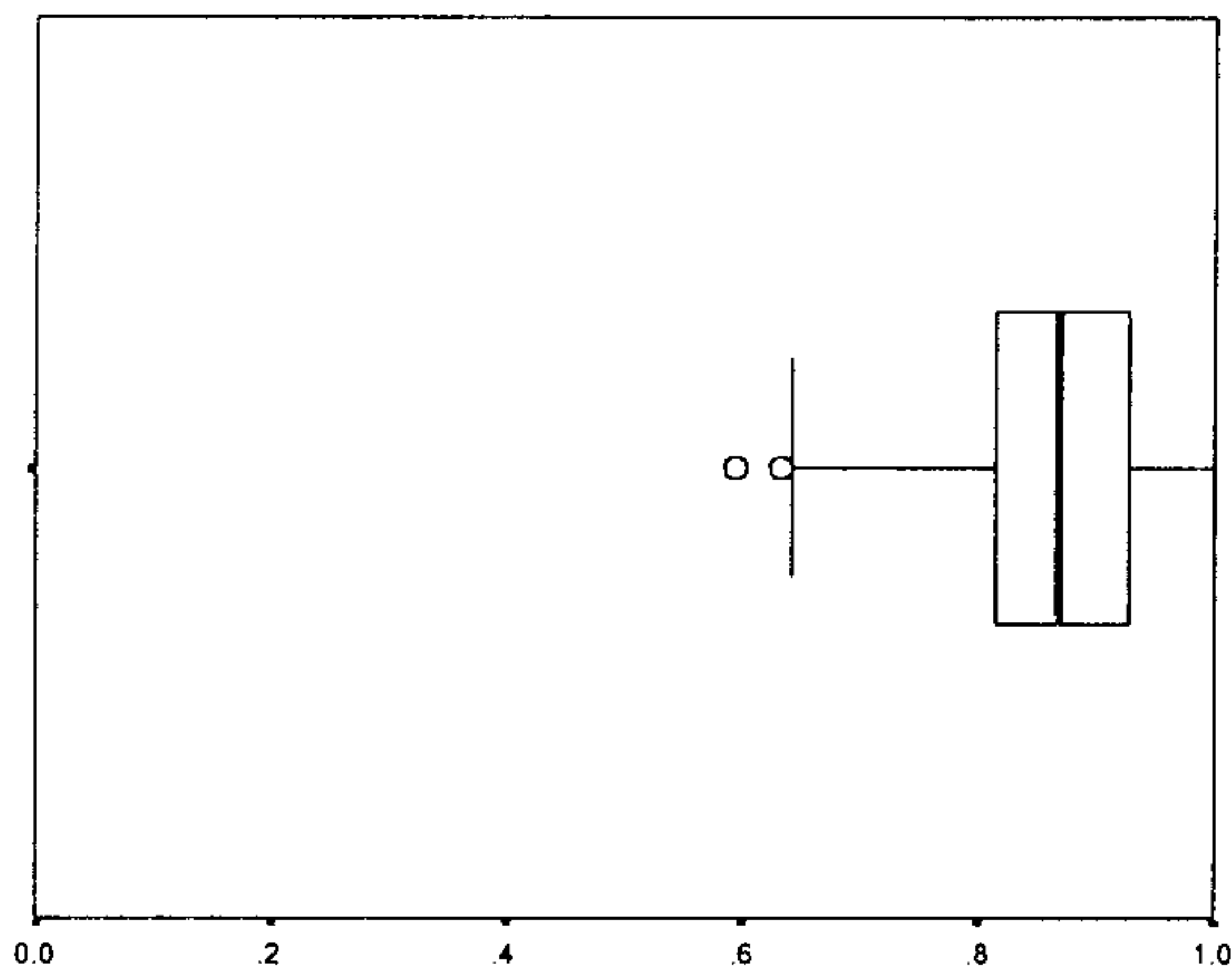
(20) 小英收集了 42 張郵票，爸爸又給他 29 張郵票，小英現在有多少張郵票？



◎ 把你的做法記下來，並寫出答案。

**3-21**

(21) 罐子裡有 196 個珠子，拿走了 20 個珠子，罐子裡還有多少個珠子？

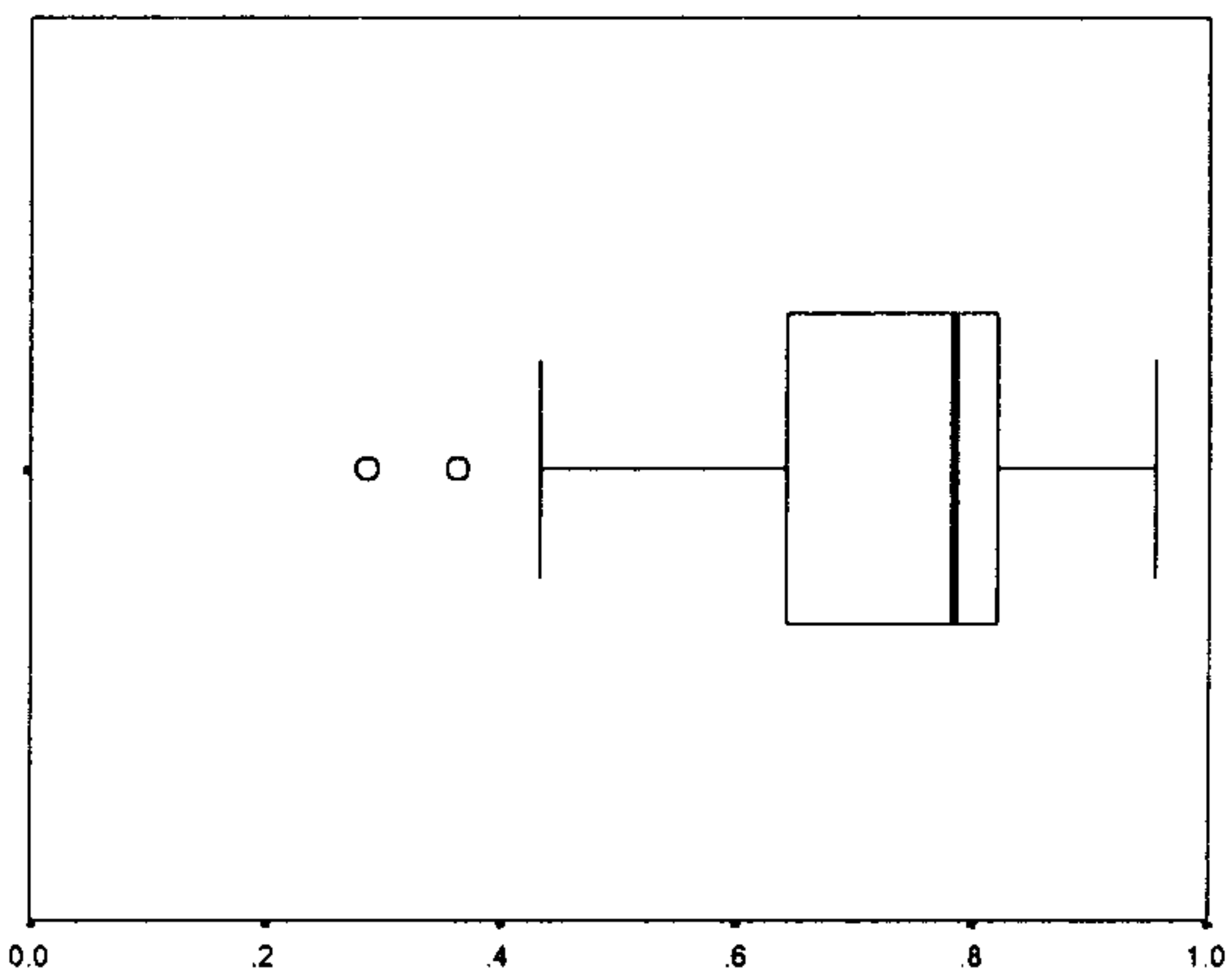


◎ 把你的算法用直式記下來。

**3-24**

(24) 吳興國小有男生 52 人，女生 37 人。

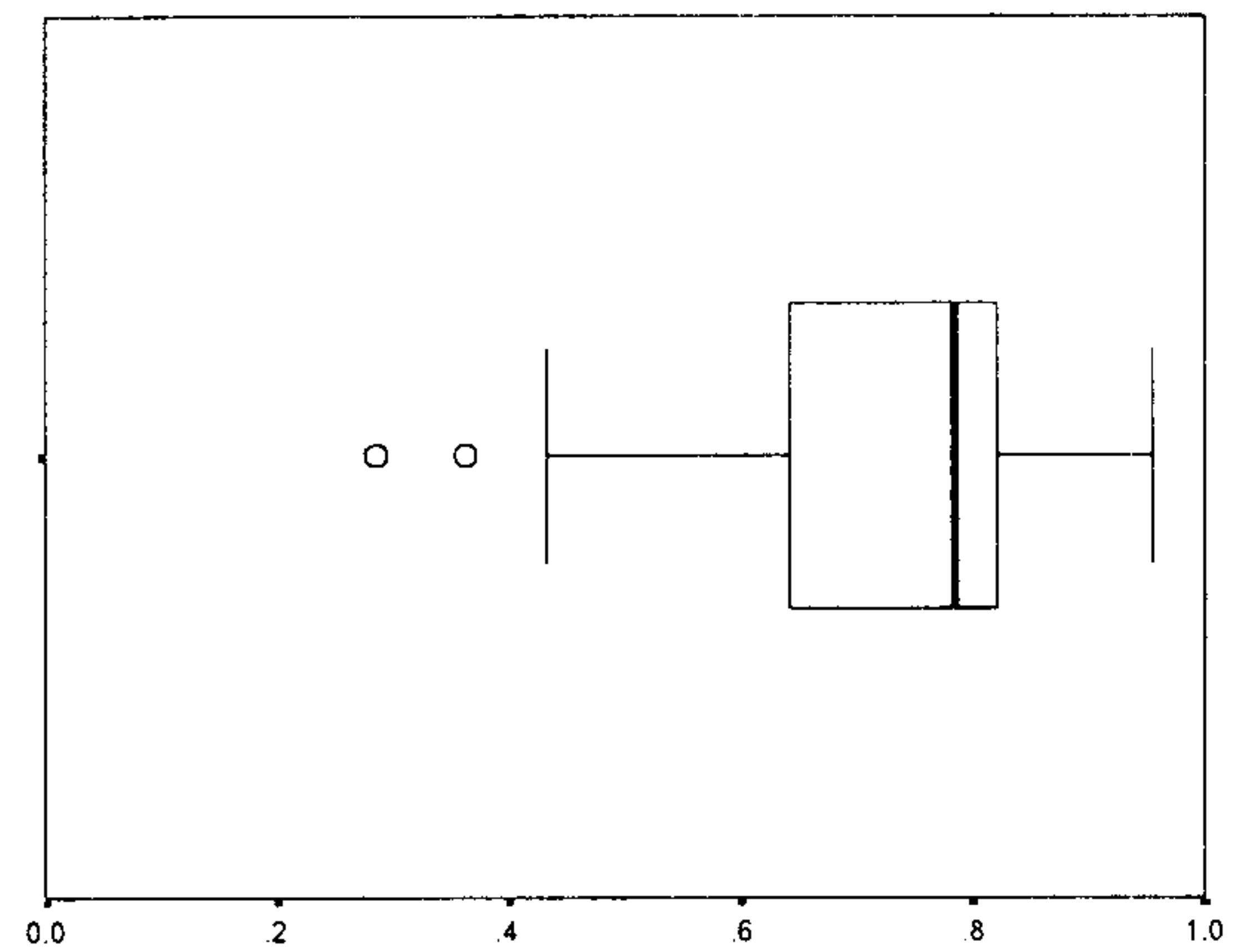
① 全校學生有多少人？



◎ 把你的算法用直式記下來。

**3-25**

(25) 一部玩具小汽車 35 元，一部玩具小卡車 45 元，各買一部共要多少元？



二年級上學期進行 200 以內數量合成、分解與比較問題，表 2-3 呈現第三冊總結性評量中相關試題與學童表現，試題 3-20、3-21 是數量在 200 以內的結果量未知添加型和拿走型問題，並要求算式紀錄，通過率為 90%、86%，3-4 至 3-6 為加減算式填充題，通過率分別為 92%、87%、86%，相較於一下的表現，顯示累進性合成運思的發展，學童已較能適應大數量的加減運算。

試題 3-24 在同一情境下包含併加與「多多少」比較兩個獨立問題，3-25 是屬於併加型問題，兩個問題皆在兩位數加減範圍，並要求用直式紀錄格式描述解題過程與結果，通過率分別為 74% 與 84%，相較於前段二上學童加減問題上的表現，直式紀錄格式僅增加些微的困難，3-24 上的低通過率，較可能是由比較問題造成的。

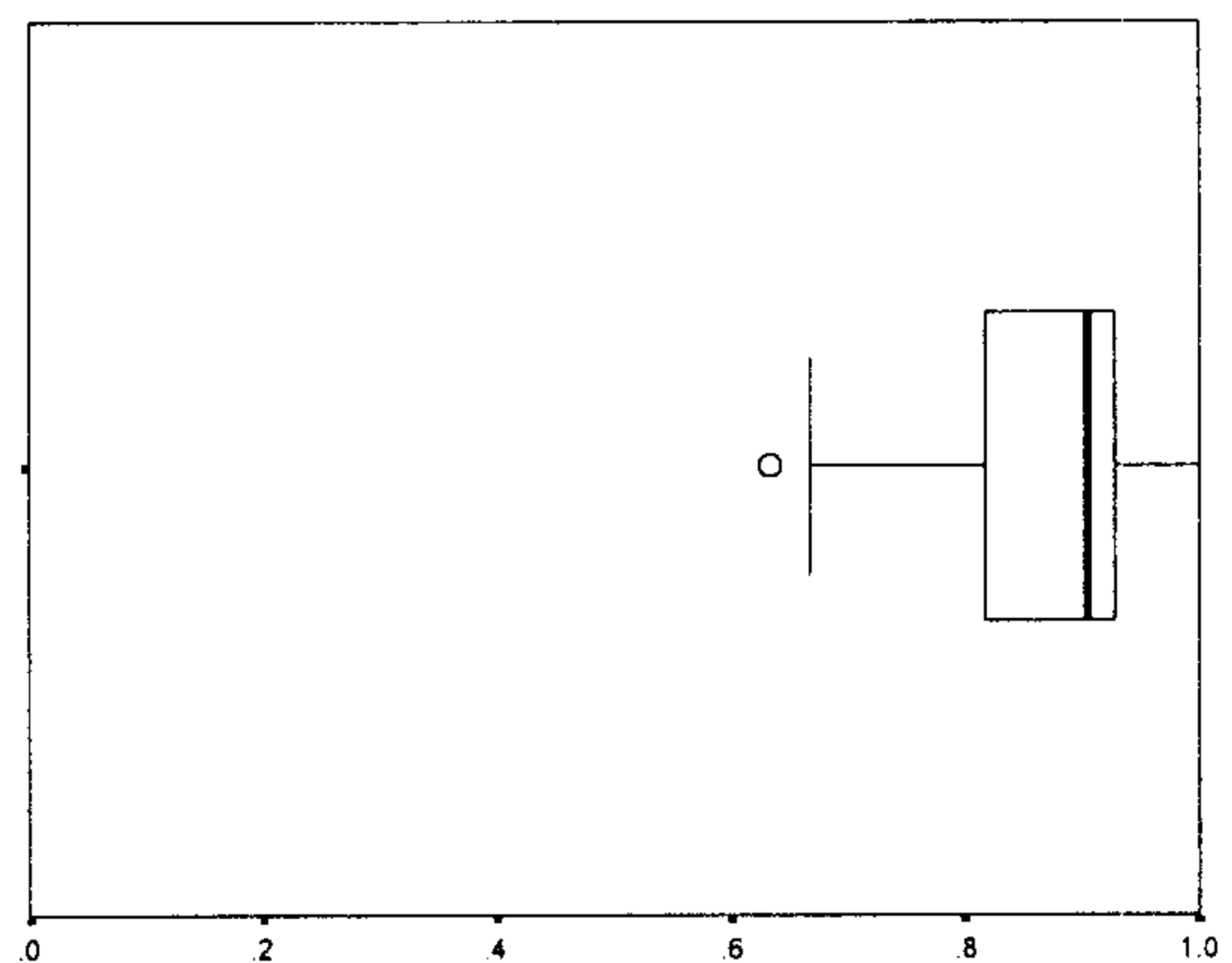
表 2-4：第四冊總結性評量中整數加減相關試題與班級通過率的分佈

◎ 把你的做法用算式記下來：(在算「幾倍」的問題時，用有「 $\times$ 」號的算式來記錄)

**4-6**

(6) 存錢筒裡原來有 75 元，用掉了 34 元，還剩下多少元？

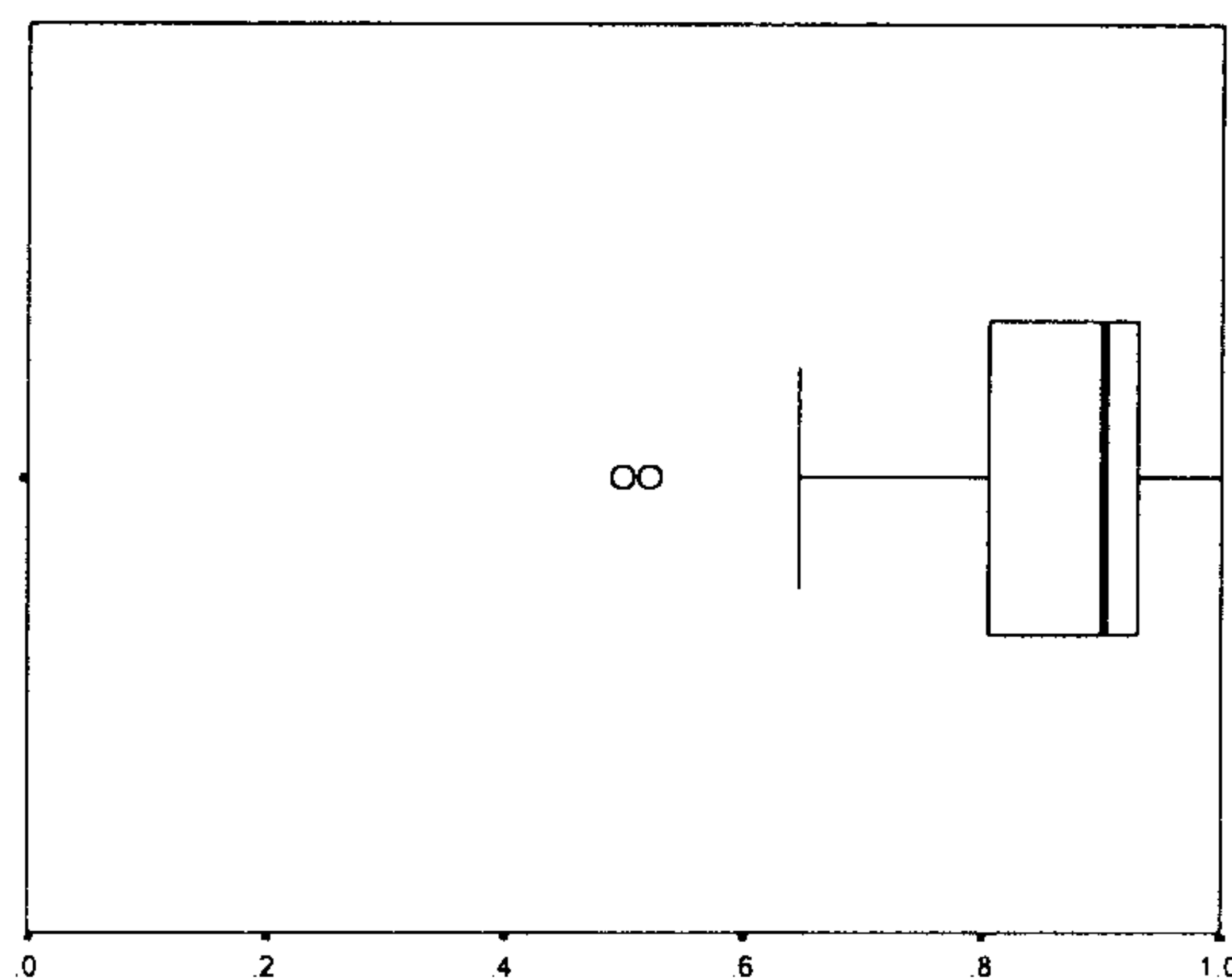
( ) 元



◎請用算式填充題來記問題。(不用算出答案)

**4-11**

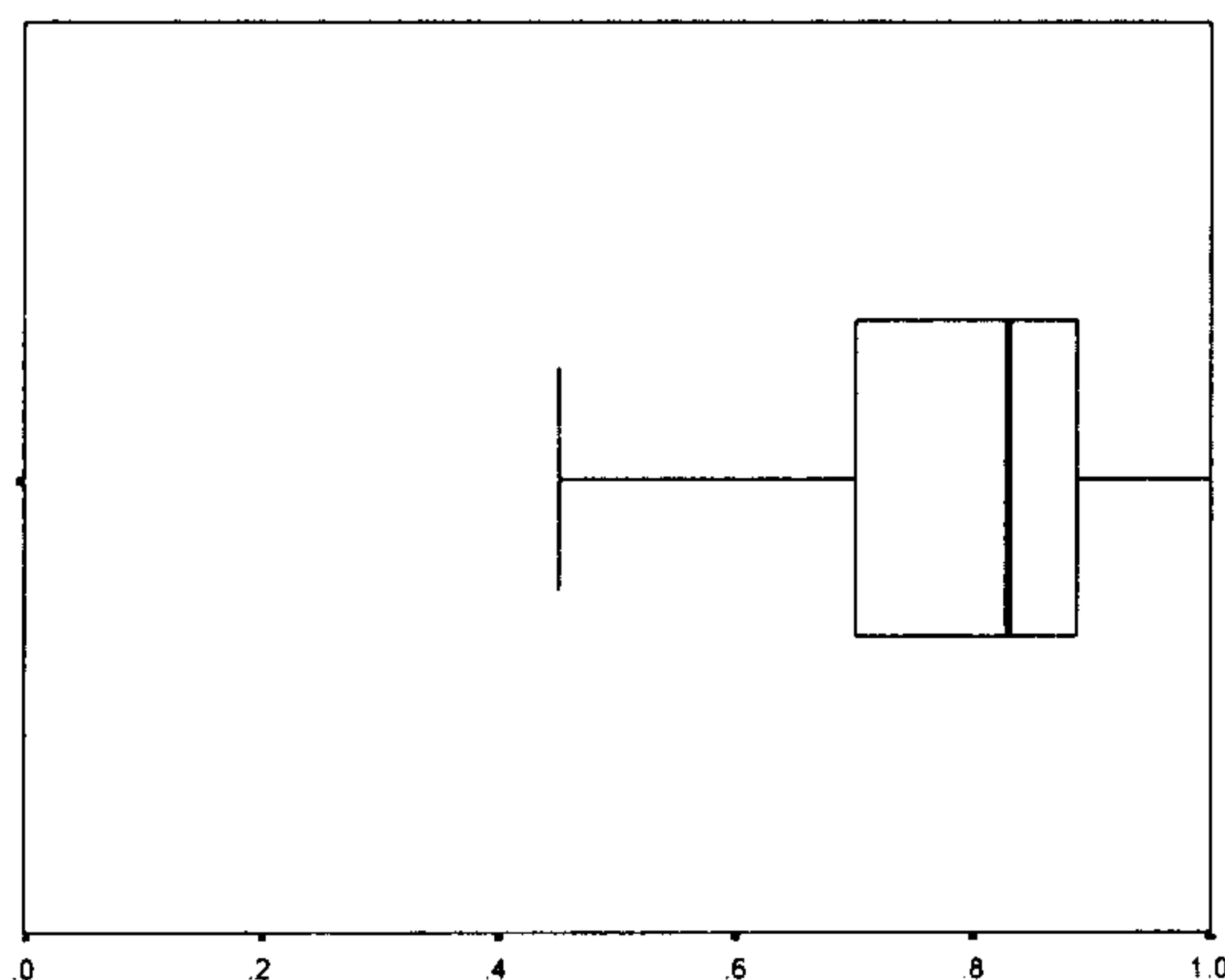
(11) 弟弟有 10 元，媽媽再給他 14 元，弟弟現在有多少元？



◎請用算式填充題來記問題。(不用算出答案)

**4-12**

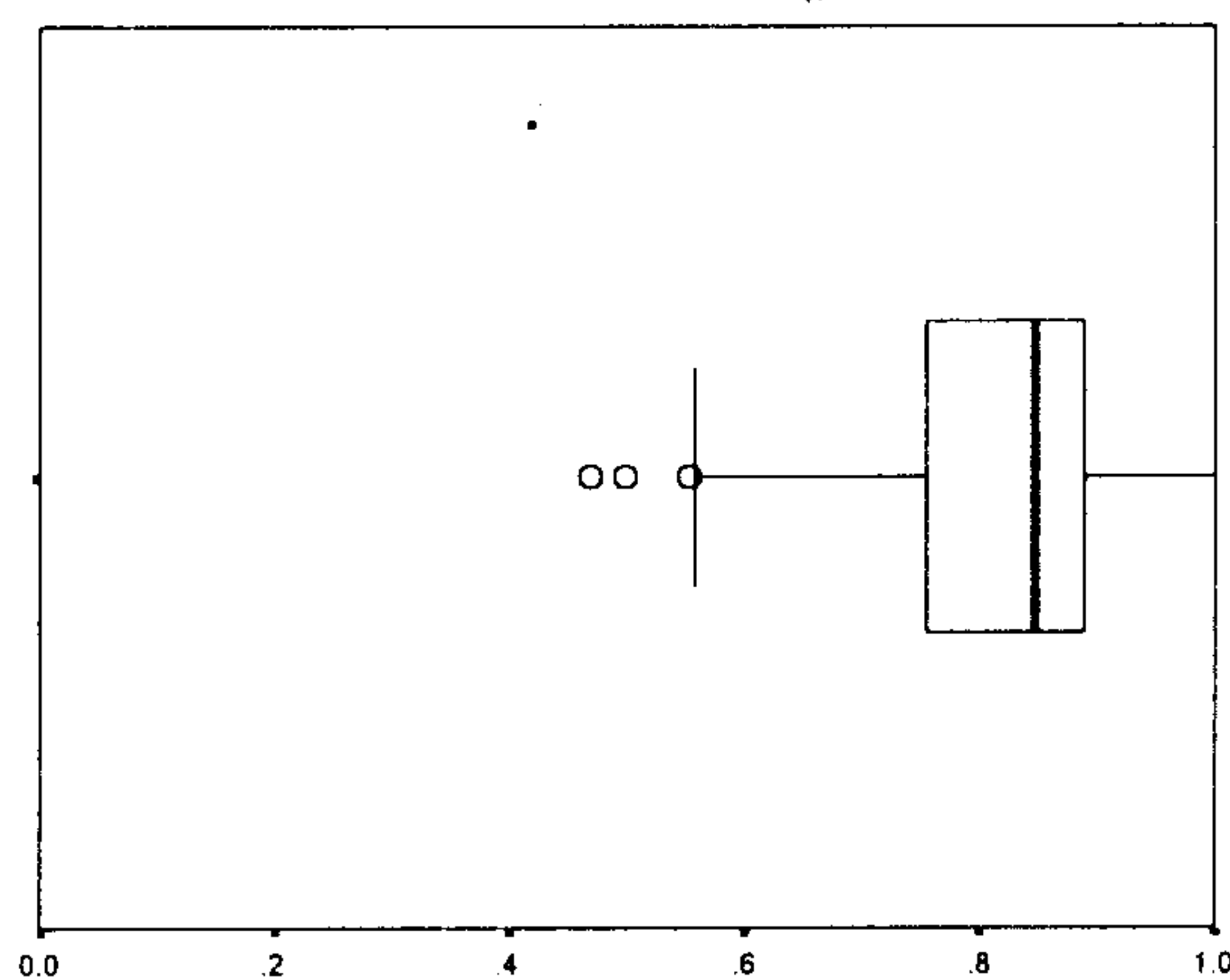
(12) 袋子裡有 8 個花片，再放進幾個就有 11 個花片？



◎想想看，做做看：

**4-13**

(13) 57 和  $93 - 36$ ，誰比誰大？用「 $>$ 」、「 $<$ 」或「 $=$ 」的符號記記看：

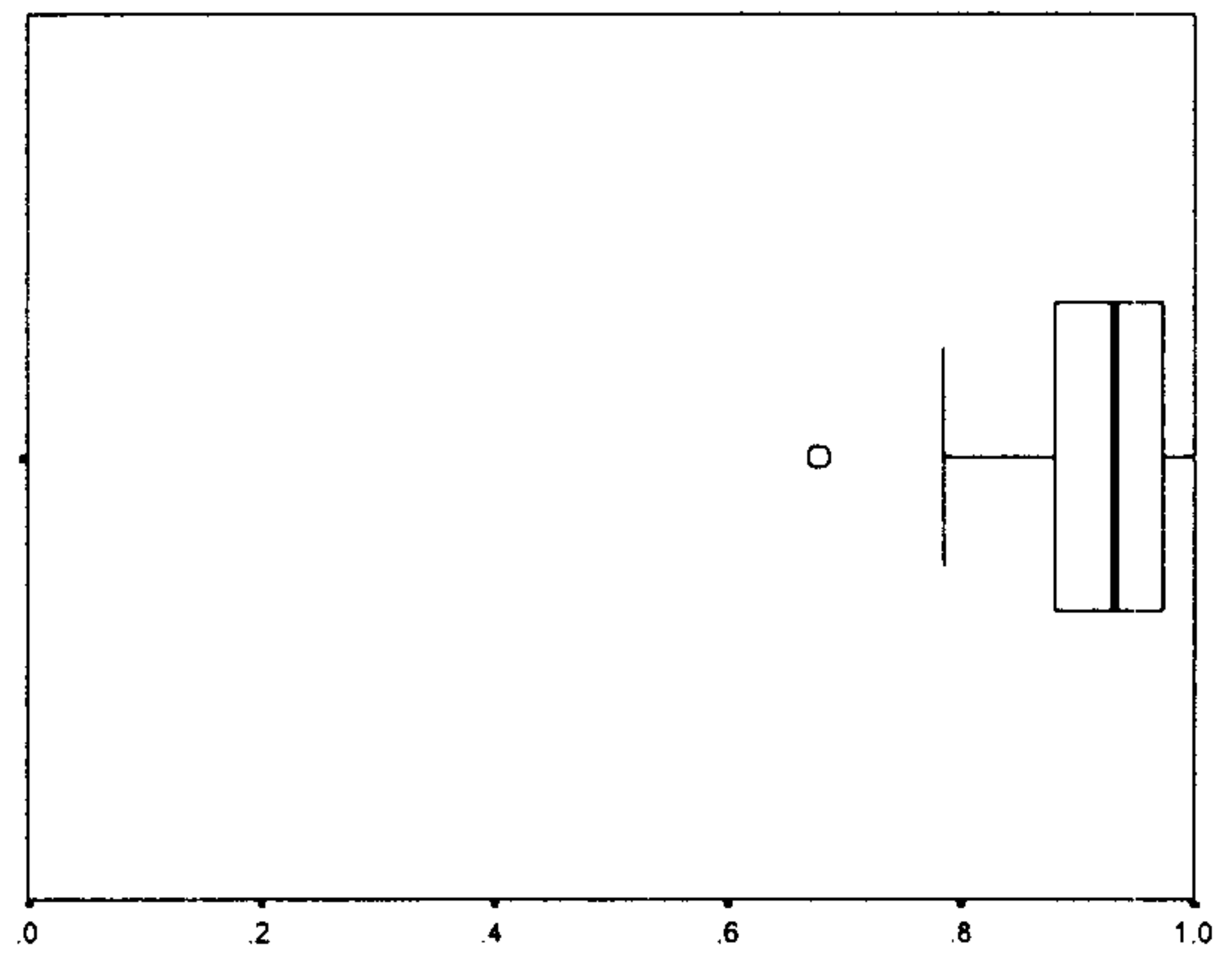




◎把你的做法用直式記下來：

**4-15**

(15)  $42 + 39 = ( \quad )$

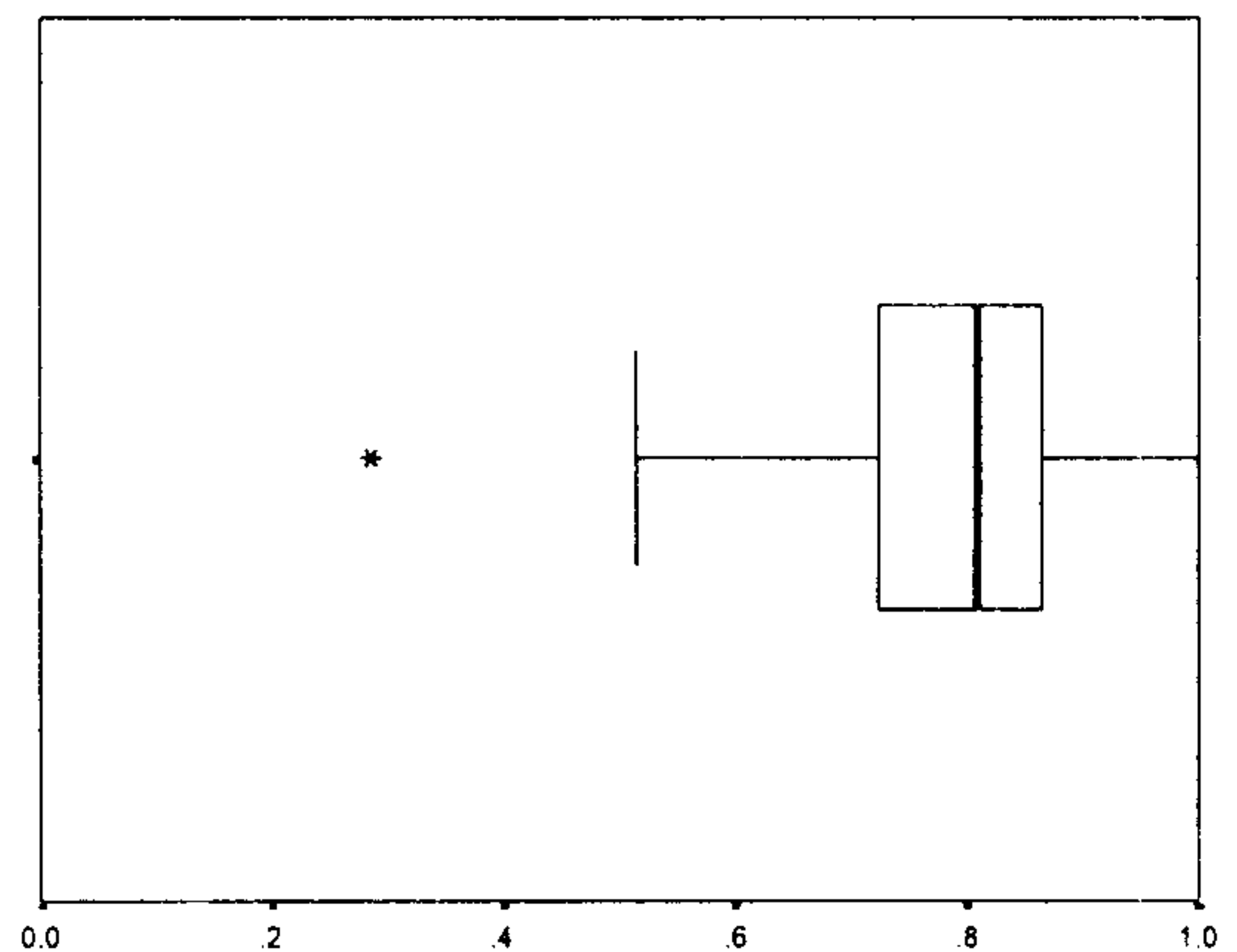


◎把你的做法用直式記下來：

**4-16**

(16) 操場上有 34 個男生和 58 個女生，女生比男生多幾個人？

( ) 人



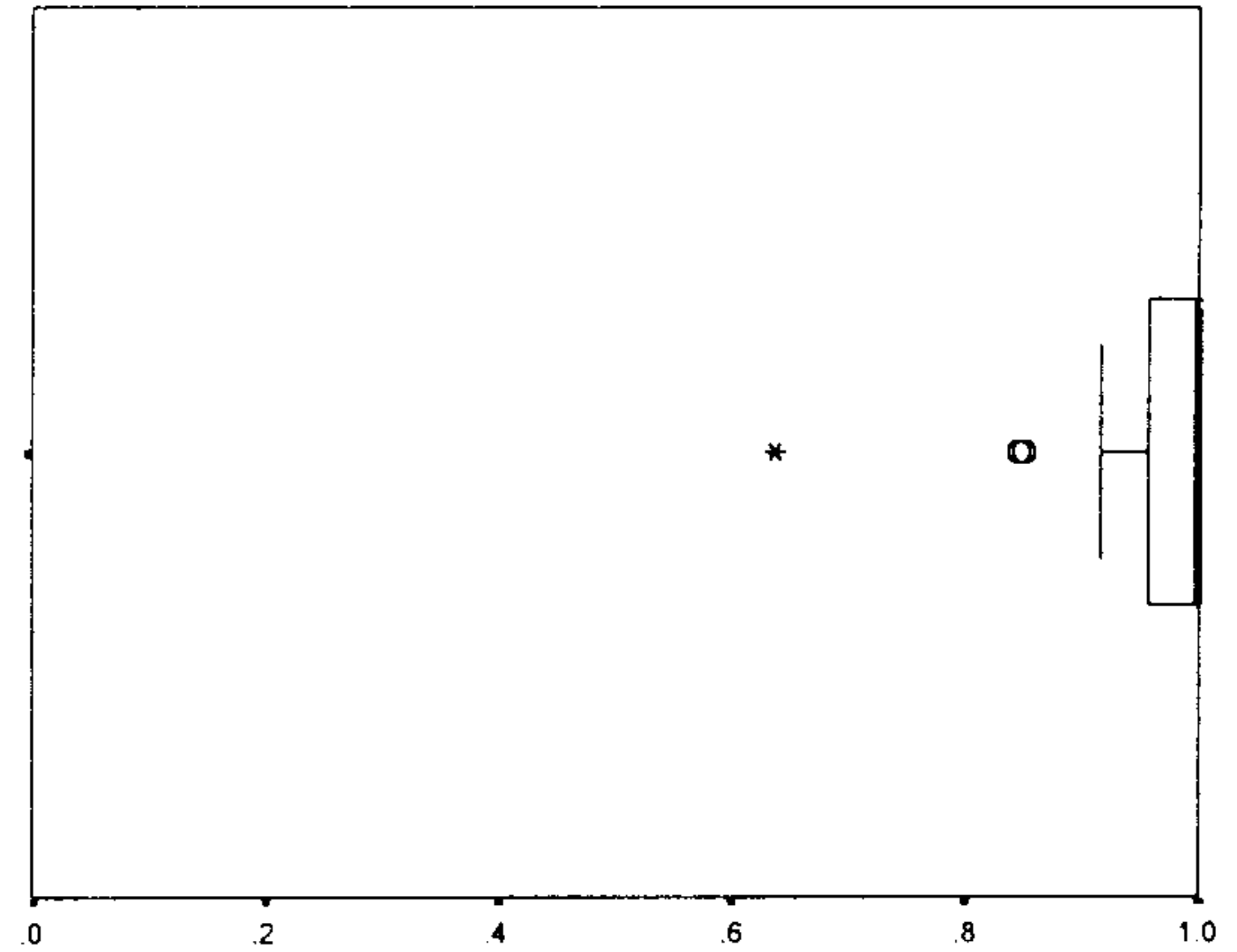
二年級下學期仍繼續進行兩位數範圍的合成、分解與比較問題，表 2-4 呈現第四冊總結性評量中相關試題與學童表現，試題 4-6 是兩位數拿走型問題，並要求用算式記錄作法，4-15、4-16 要求用直式記錄作法，其中 4-15 為加法算式填充題，4-16 為「多多少」比較問題，此三題的通過率分別為 87%、92% 與 80%，紀錄格式並未顯示明顯的差異，比較問題仍較為困難。

表 2-5：第五冊總結性評量中整數加減相關試題與班級通過率的分佈

二、在( )中填入看「=」、「>」、「<」的符號：(1 個括號 2 分，共 6 分。)

**5-10**

(2)  $46 - 11$  ( )  $30$ 。

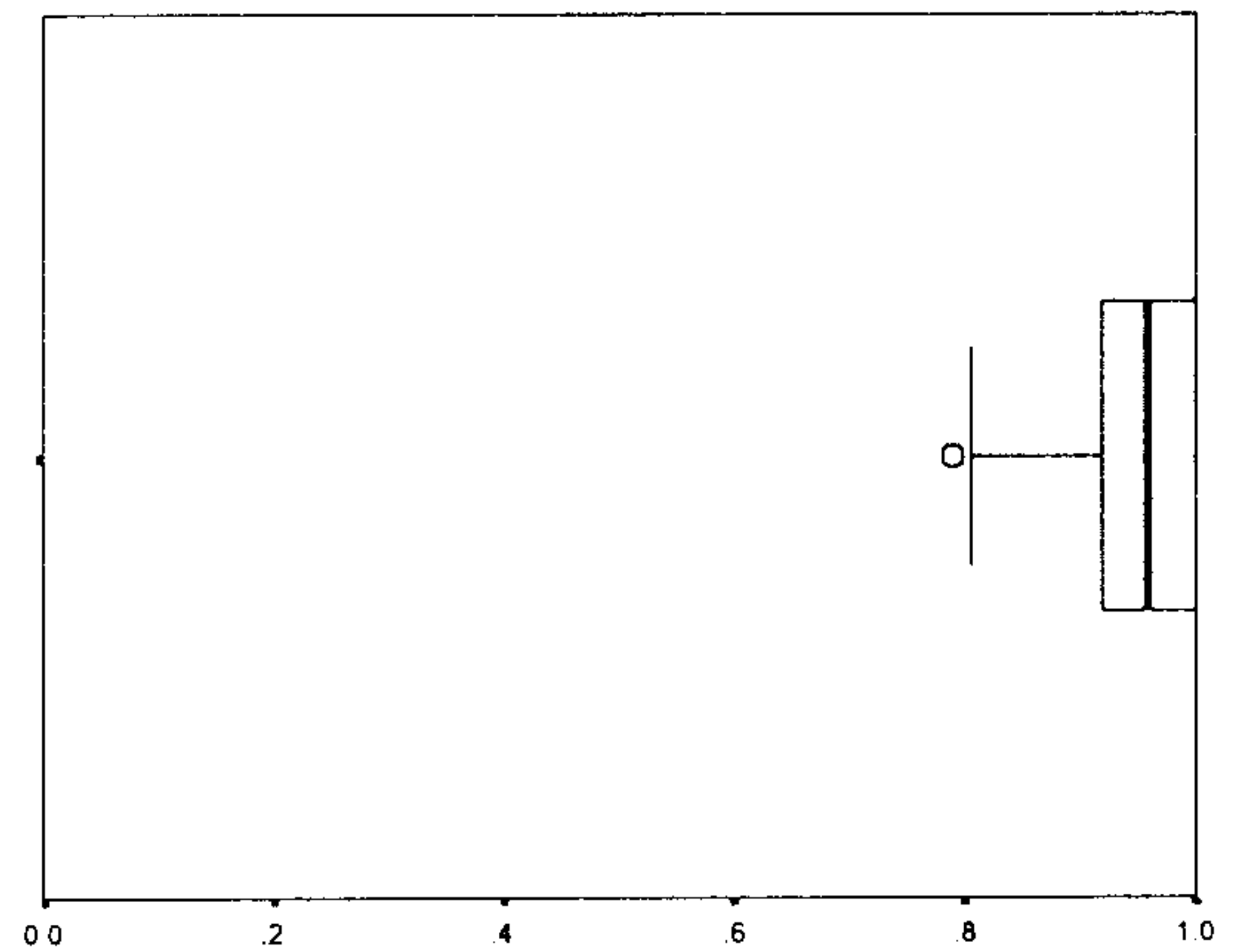


四、算算看，把你的做法用算式記下來：(1 題 6 分共 60 分)

**5-13**

(1) 妹妹有 693 元，用掉 428 元，還剩多少元？

答：( ) 元

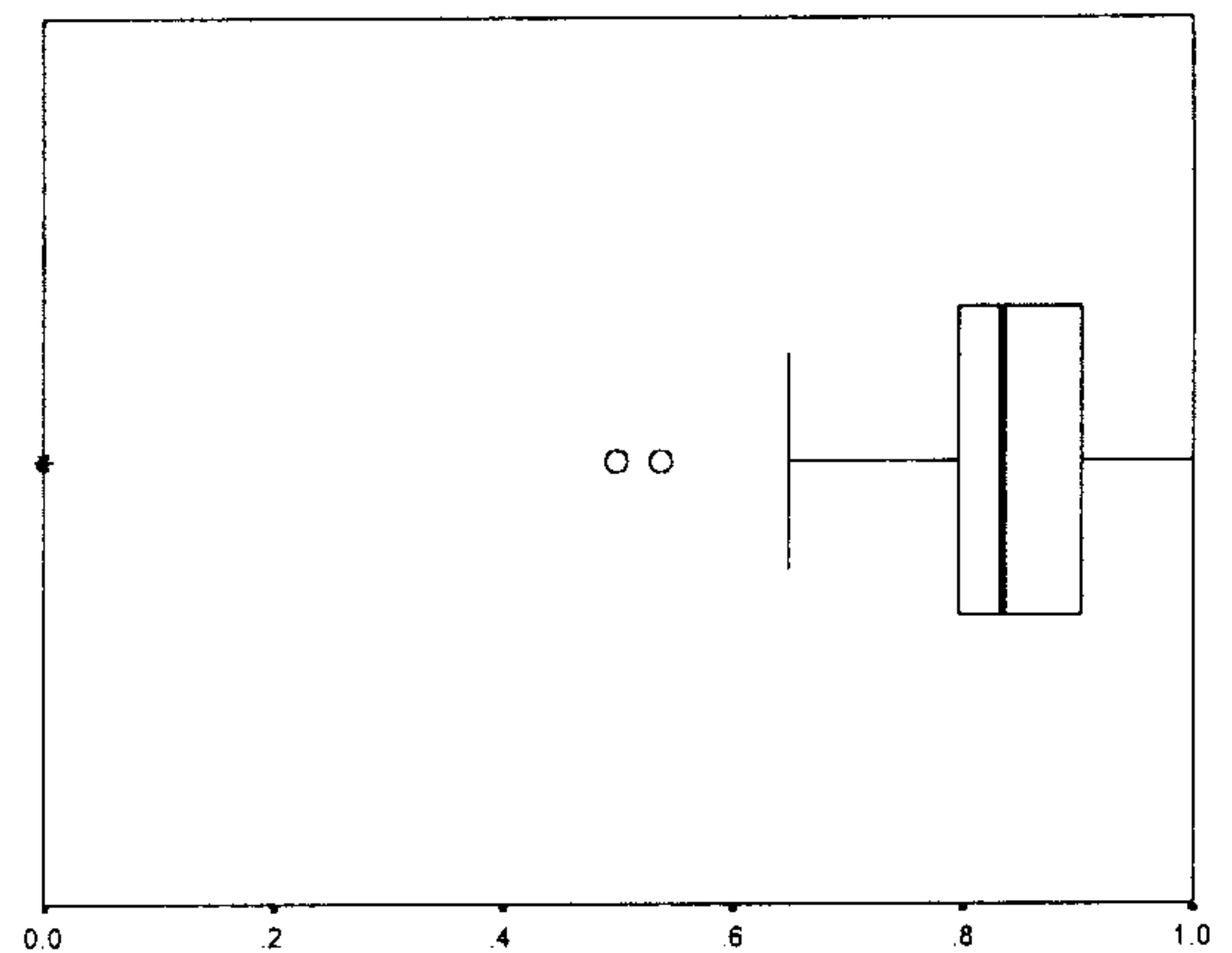


四、算算看，把你的做法用算式記下來：(1 題 6 分共 60 分)

**5-14**

(2) 小雯收集了外國郵票 157 張，我國郵票 645 張，共有多少張郵票？

答：( ) 張

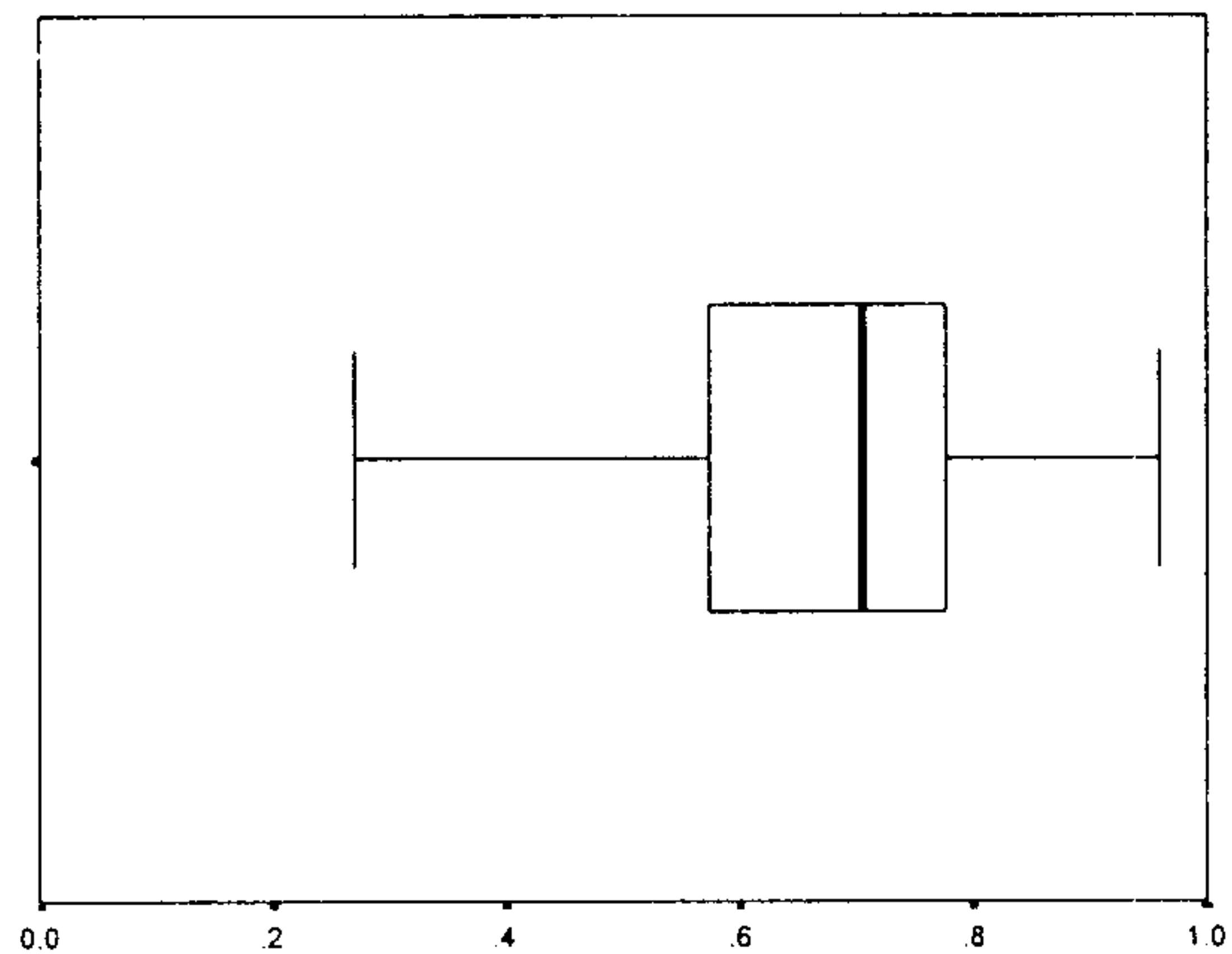


四、算算看，把你的做法用算式記下來：(1 題 6 分共 60 分)

5-20

(8) 小雪有 340 元，買一本書用去 45 元，買一盒餅乾用去了 36 元，小雪共花了多少元？

答：( )元



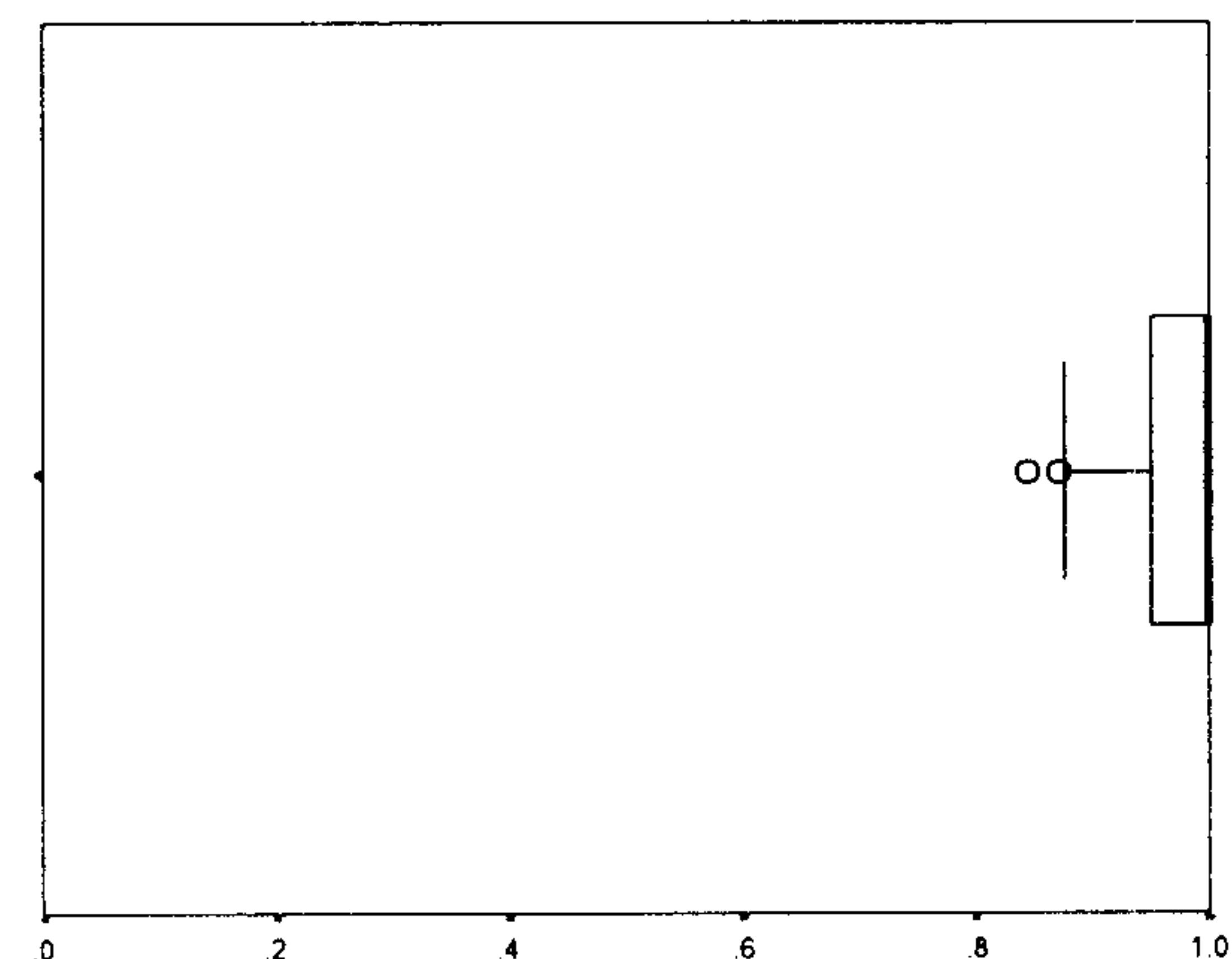
三年級上學期將合成、分解與比較活動延伸至三位數範圍，表 2-5 呈現第五冊總結性評量中相關試題與學童表現，試題 5-13 是三位數的拿走型，5-14 為三位數併加型問題，通過率分別為 84%、86%。5-20 為二位數併加型問題，但含有多餘數字資訊，通過率降為 42%，將加減運算擴展至三位數時，學童需同時掌握「又百」、「又十」、「又一」的累進合成活動，學童似乎尚能適應此項要求，但是對多餘資訊的處理，仍有極嚴重的困難。

表 2-6：第六冊總結性評量中整數加減相關試題與班級通過率的分佈

二、在( )填上 > 或 <、= 的符號：(每題 2 分共 6 分)

6-8

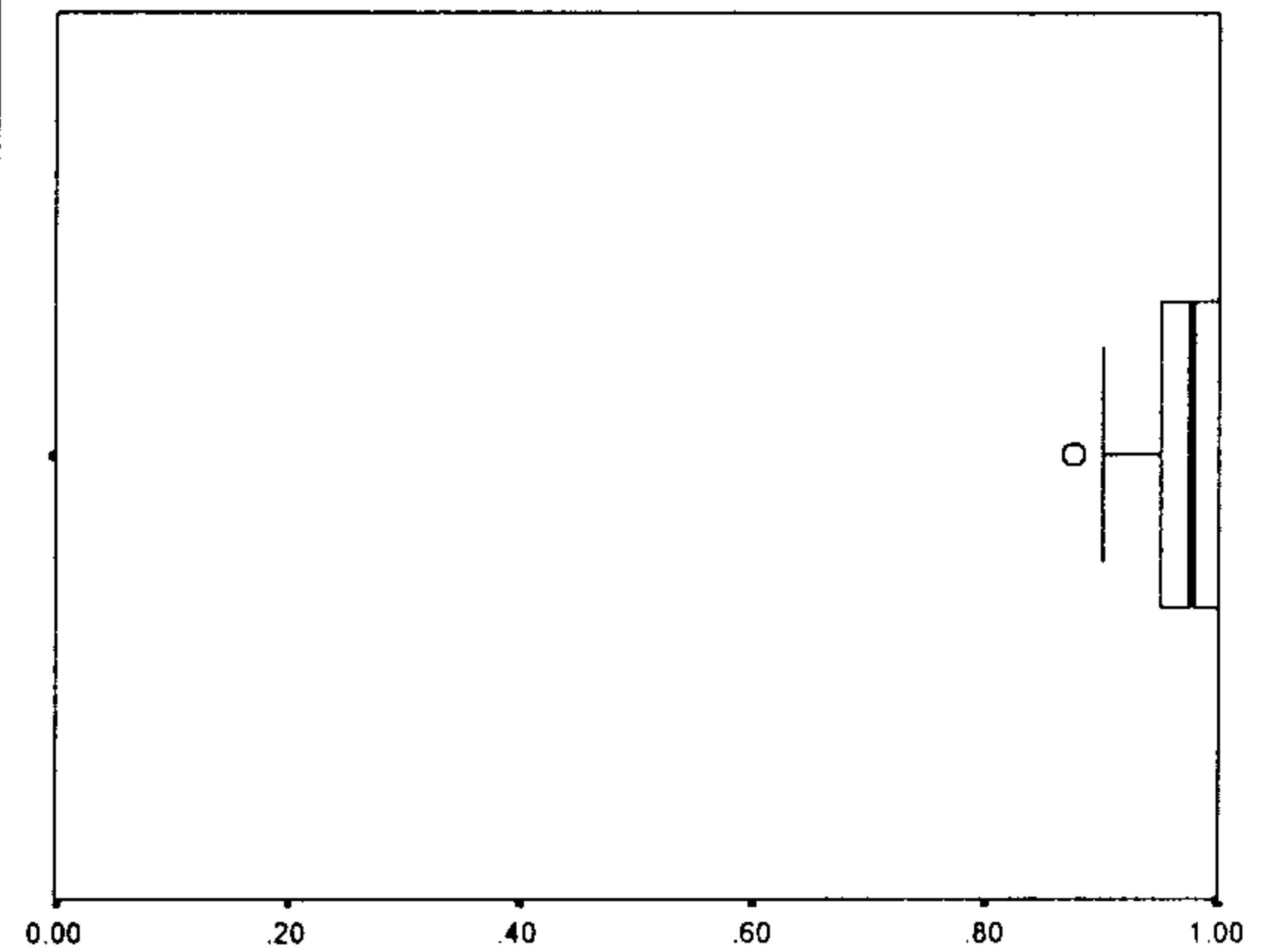
(8)  $33 + 28$  ( )  $51 - 33$



二、在( )填上 > 或 <、= 的符號：(每題 2 分共 6 分)

6-9

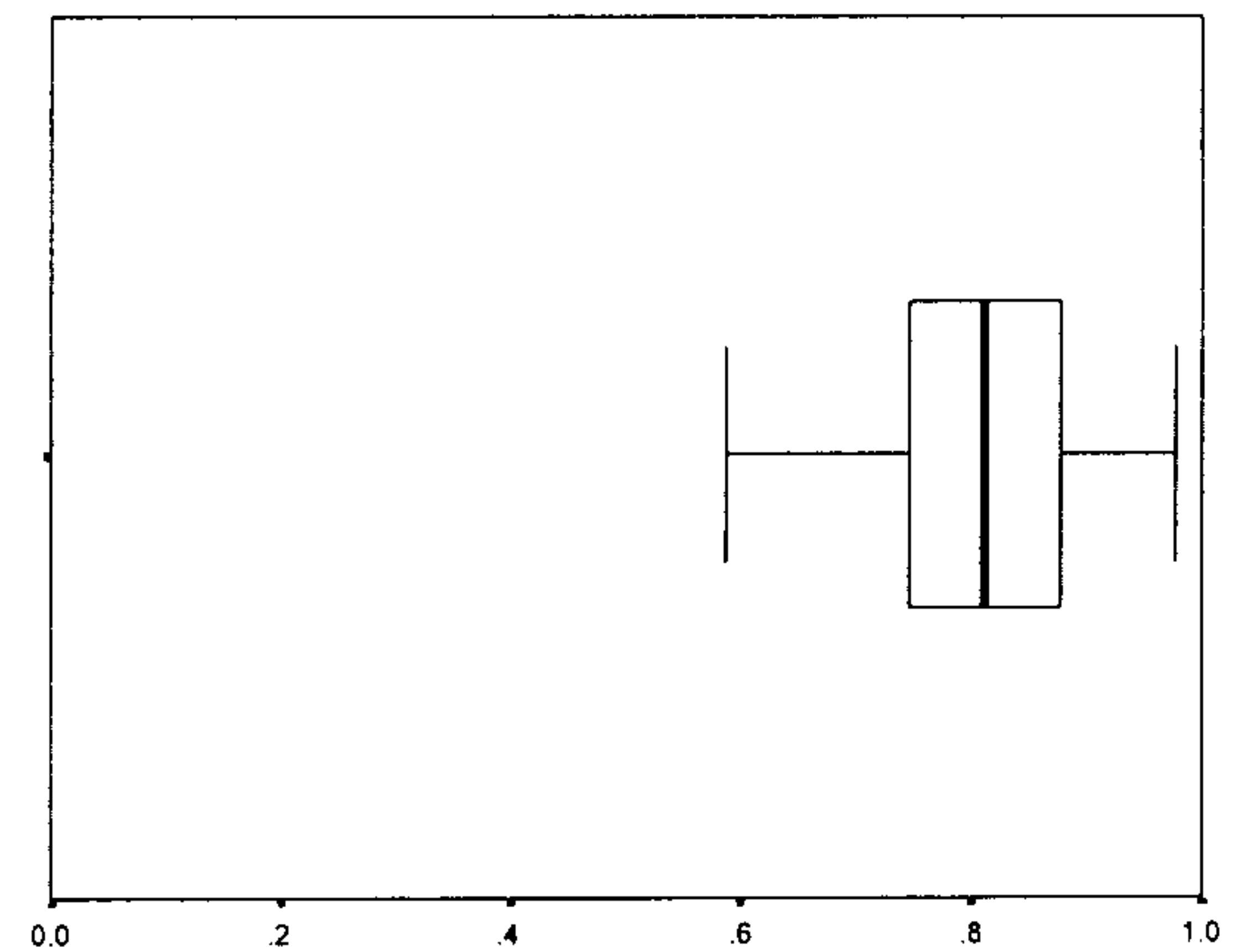
(9)  $128 - 38$  ( )  $128 + 38$ 。



三、算算看，把你的做法用算式記下來：(每題 6 分共 48 分)

6-10

(10)  $2000 - 85 =$  ( )

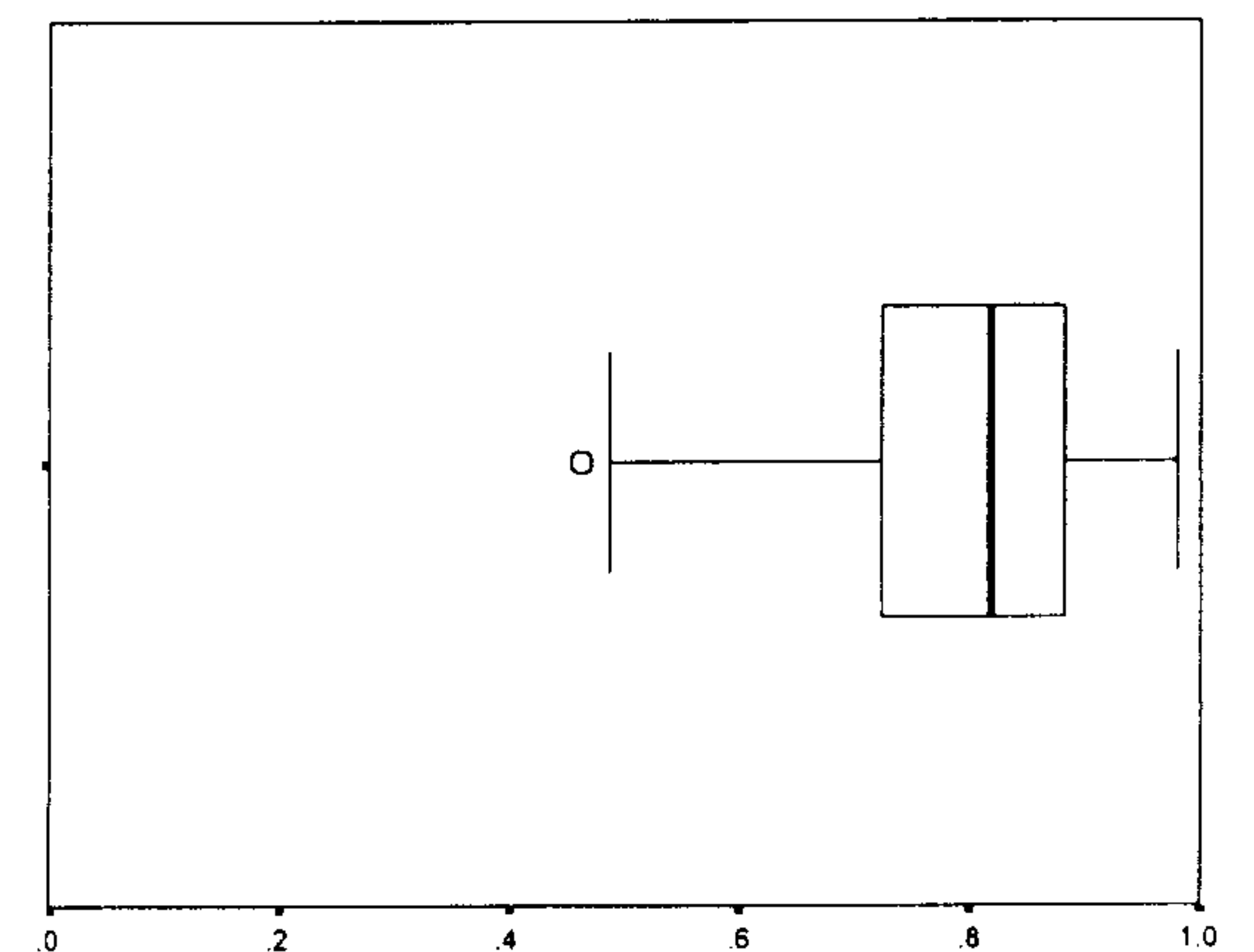


三、算算看，把你的做法用算式記下來：(每題 6 分共 48 分)

6-14

(14) 水果行昨天買進 927 個柳丁，今天比昨天多買了 86 個柳丁，今天買進多少個柳丁？

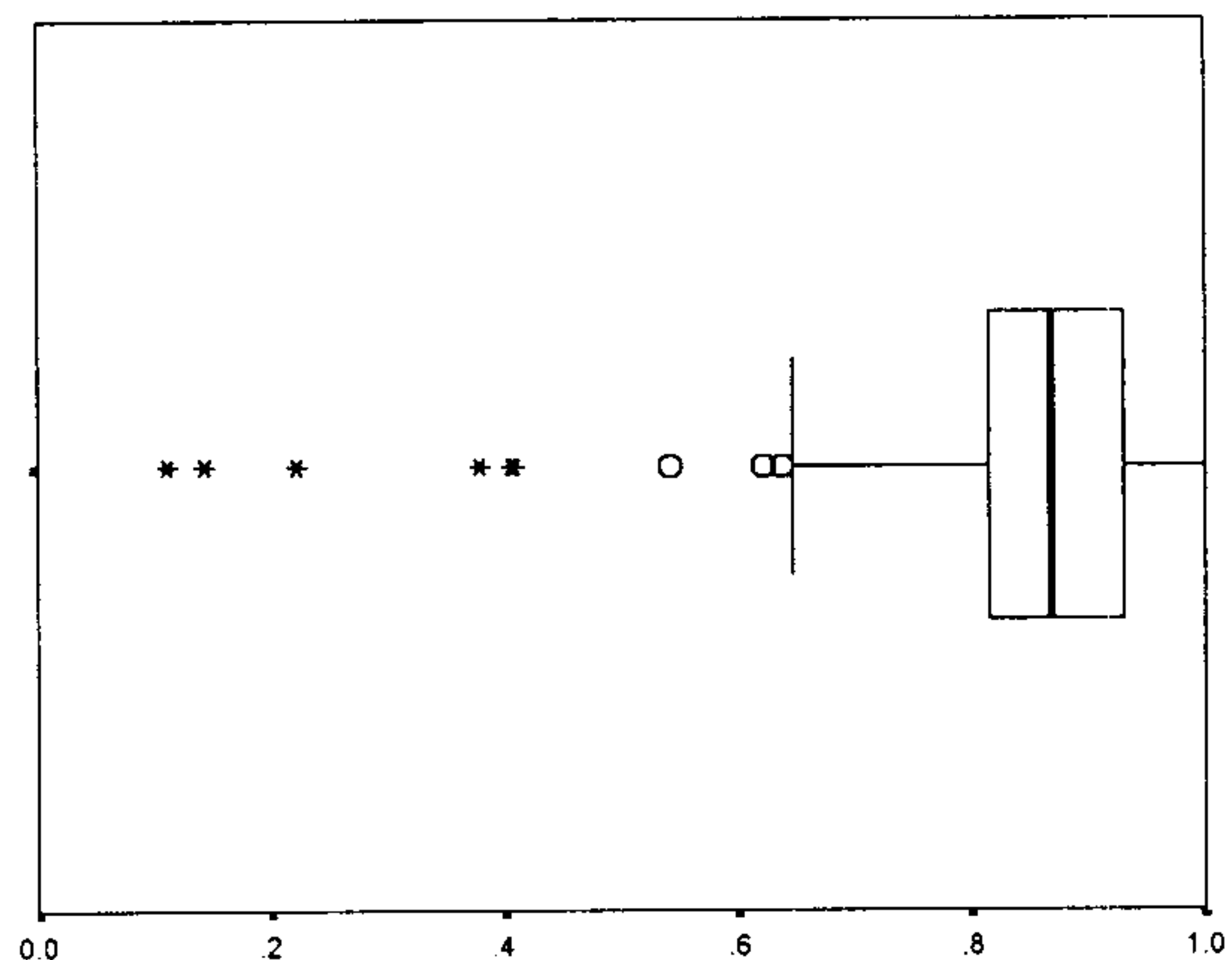
( ) 個柳丁



四、用等號右邊只有( )的算式填充題記問題(每題 3 分共 6 分)

6-18

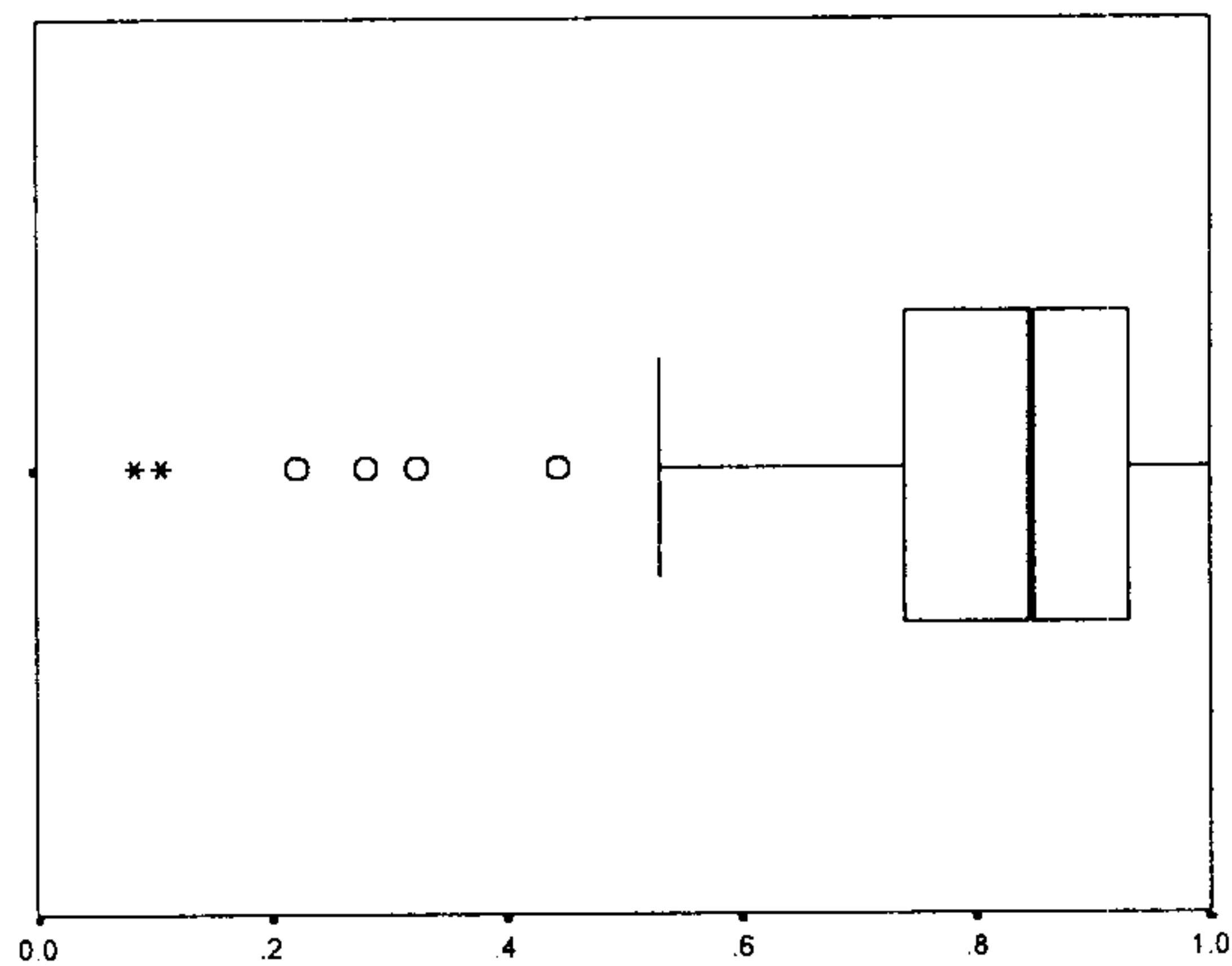
(18)妹妹採了許多草莓，吃了 18 個，還剩下 26 個，妹妹採了多少個草莓？



四、用等號右邊只有( )的算式填充題記問題(每題 3 分共 6 分)

6-19

(19)禮堂裡原有 28 張椅子，又搬進一些椅子後，現在有 72 張椅子，搬進幾張椅子？

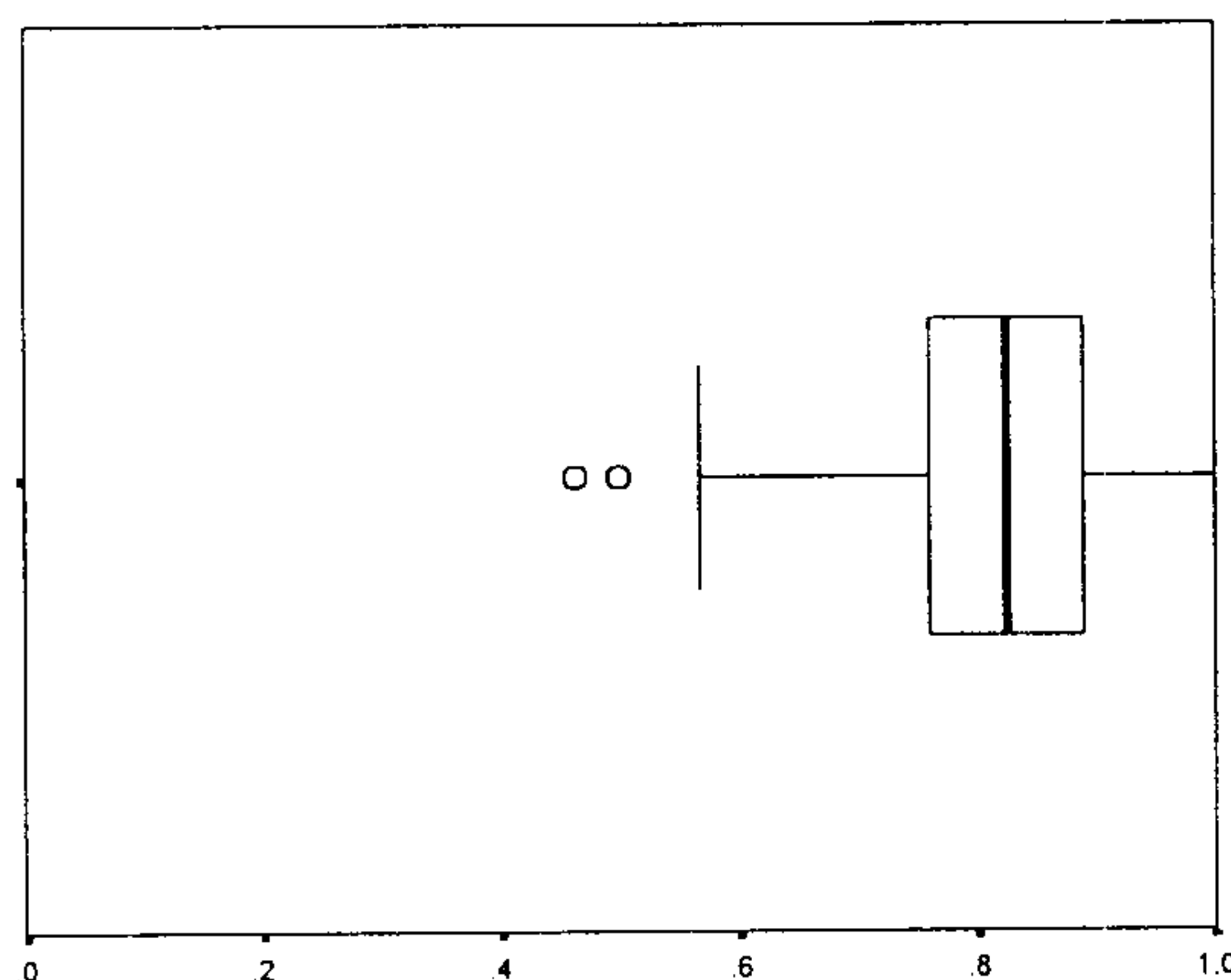


五、用「幾個十幾個一」加(減)「幾個十幾個一」的方法算算看，再把做法用直式記下來：(每題 6 分共 12 分)

6-20

(20)鉛筆 63 枝，原子筆 26 枝，原子筆比鉛筆少幾枝？

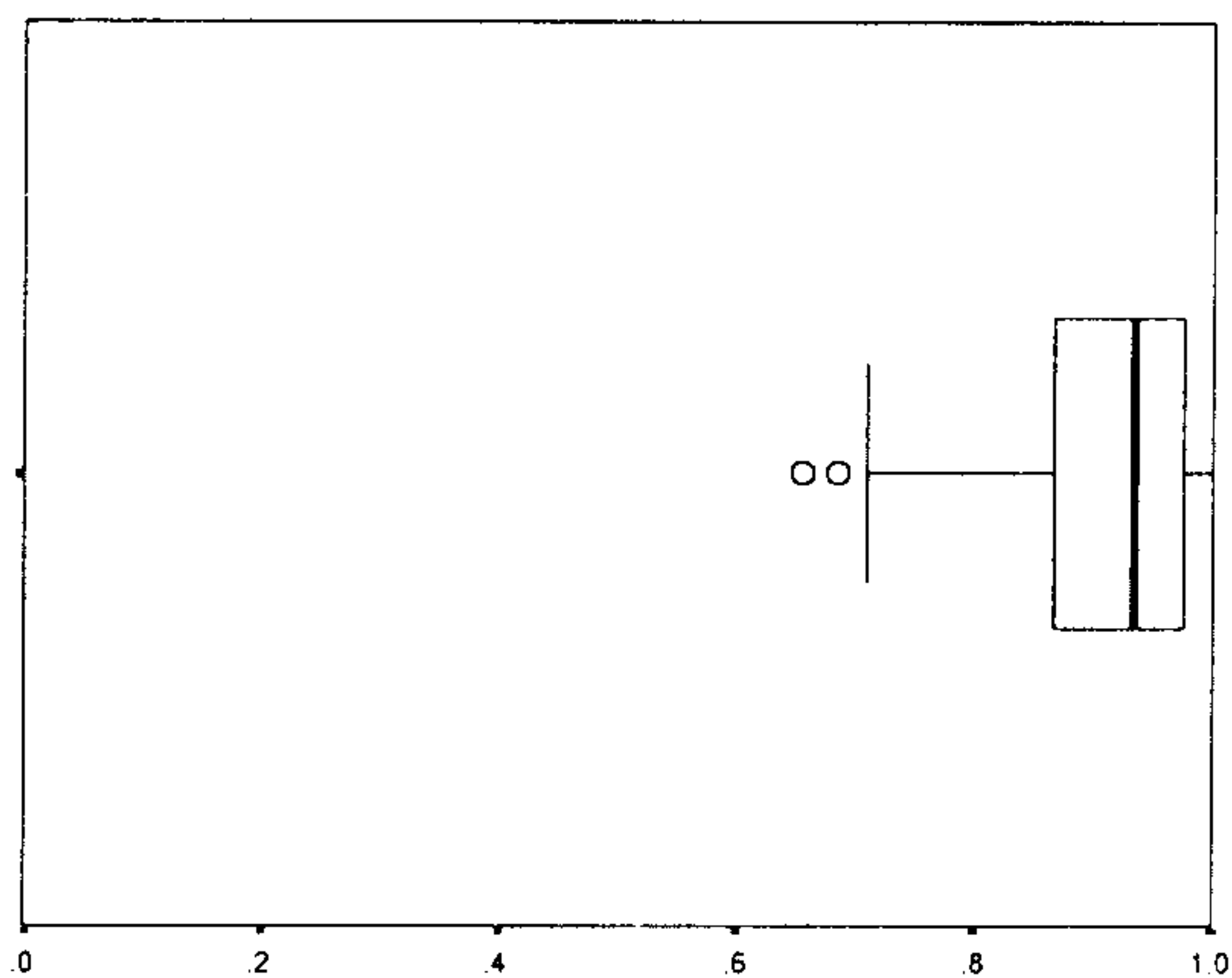
( )枝



五、用「幾個十幾個一」加(減)  
「幾個十幾個一」的方法算算看，  
再把做法用直式記下來：(每題 6 分  
共 12 分)

**6-21**

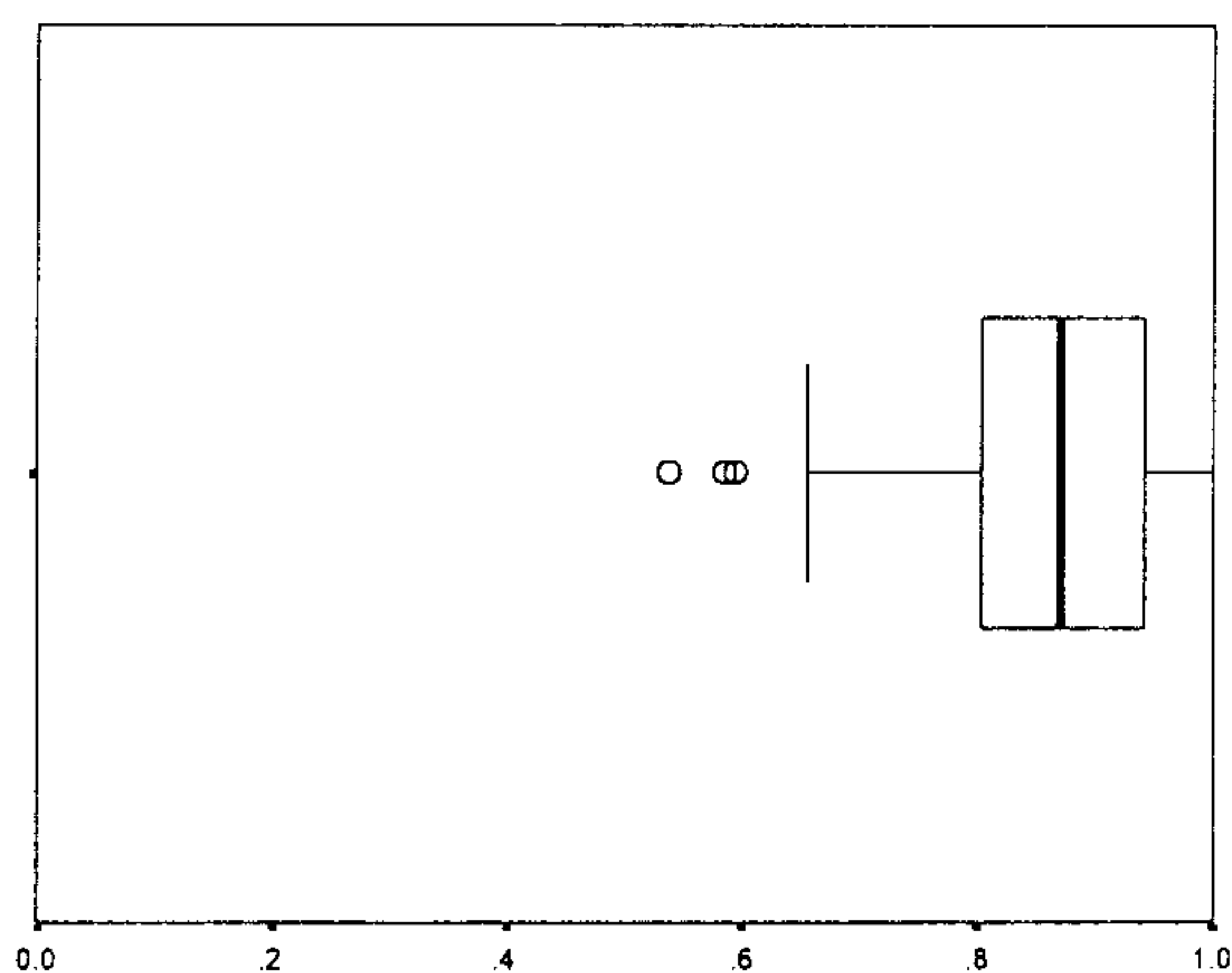
(21)  $44 + 36 = ( \quad )$



六、先算出答案，並加以驗算  
(把做法用算式記下來)：(每題 6  
分共 12 分)

**6-22**

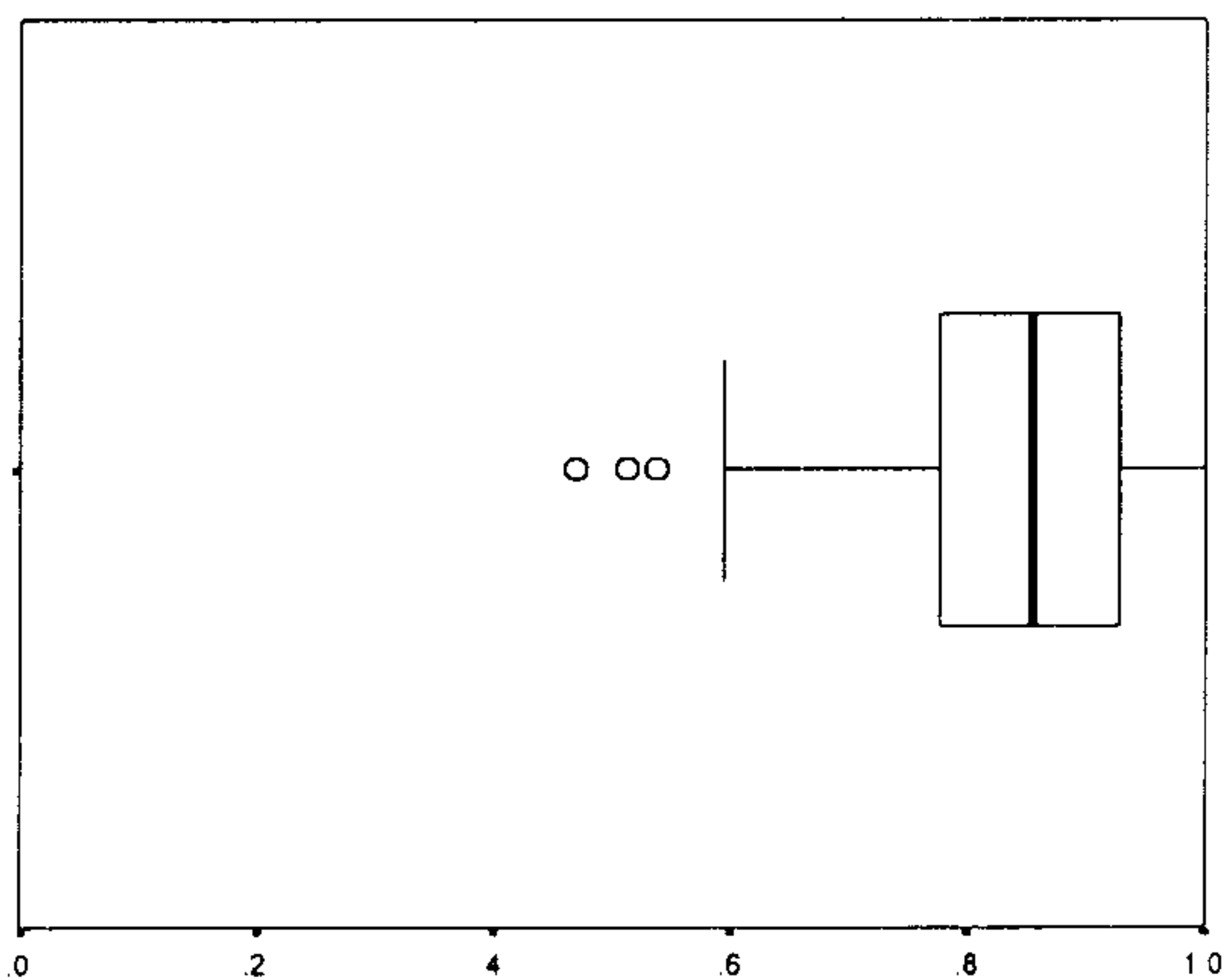
(22)  $86 - 59 = ( \quad )$



六、先算出答案，並加以驗算  
(把做法用算式記下來)：(每題 6  
分共 12 分)

**6-23**

(23)  $78 + 34 = ( \quad )$



三年級下學期將合成、分解與比較活動延伸至 2000 以內範圍，表 2-6 呈現第六冊總結性評量中相關試題與學童表現，試題 6-10 為四位數減兩位數的算式填充題，通過率為 81%，相較於三上三位數加減表現，新的數量範圍造成部份學童的困難，6-14 則為三位數加兩位數的比較量未知比較型問題，通過率為 80%，比較問題再次顯示它的難度。

試題 6-22、6-23 均為兩位數加減算式填充題問題，且要求顯示答案的驗算，其通過率為 86% 和 84%，參考二年級同數量範圍問題（3-4、3-5、4-15），兩位數加減運算本身不能解釋稍差的表現，然而要求運用加減互逆的性質來驗算答案，可能造成額外的困難，部份學童可能尚未發展部分——全體運思，來掌握此項性質。

## 問題記錄

表 2-3 中，試題 3-16 是「全體量已知、部分量未知」的併加型（或比較型）問題，3-17 屬於併加型問題，此兩題皆要求先用算式填充題記錄問題，再進一步求解，其通過率為 83%、88%。表 2-4 中，4-11、4-12 亦要求用算式填充題記錄問題，4-11 為添加型問題，4-12 為加數未知的追加型問題，其通過率為 87% 和 80%。二年級階段的問題記錄，是先前同類情境（合併、添加、拿走或比較）經驗的延伸，配合以前在同情境下解題與算式記錄的經驗，要求將預期的解題活動，用算式的格式描述出來，上述的評量結果顯示：當情境中活動結果未知（如 3-17、4-11）時，學童有較佳的問題記錄表現，而活動的部份資料未知（如 3-16、4-12）時，則表現較差。

表 2-6 中，6-18 是起始量未知的拿走型問題，6-19 是加數未知的添加型問題，兩題皆要求用標準算式填充題（等號右邊只有括號）的形式，來記錄問題，通過率分別為 83%、81%。要用加法算式填充題來記錄 6-18 問題，或用減法算式填充題來記錄 6-19 問題，學童需發展部分——全體運思，掌握合成與分解活動的互逆關係，資料顯示部份學童可能尚未完成發展。

## 和、差與定數的比較

表 2-4 中，試題 4-13 是「兩數的差」與定數的大小比較，並用「〈」、「〉」或「＝」記錄關係，通過率約為 80%，較低於本冊中其他加減問題（4-6、4-15，參見表 2-4），顯示部份二下學童對此類問題尚有理解的困難。表 2-5 中，5-10 是同類型同數量範圍的問題，其通過率則高達 96%，可見三上學童已能適應此類問題。表 2-6 中，試題 6-8、6-9 皆為「兩數的

和」與「兩數的差」的比較，兩題的通過率皆約 97%。

### 整數多單位加減運算

在兩位數範圍內，試題 6-20、6-21（參見表 2-6）要求用多單位加減運算方式解題，並要求用直式格式記錄解題過程與結果，6-20 為「少多少」的比較型問題，6-21 為加法算式填充題，其通過率分別為 81% 和 91%，兩者的差異可能來自兩個原因，一方面懷疑比較問題的困難，另一方面懷疑：加法中將低階單位「聚」為高階單位較容易，而減法中將高階單位「化」為低階單位則較為困難。

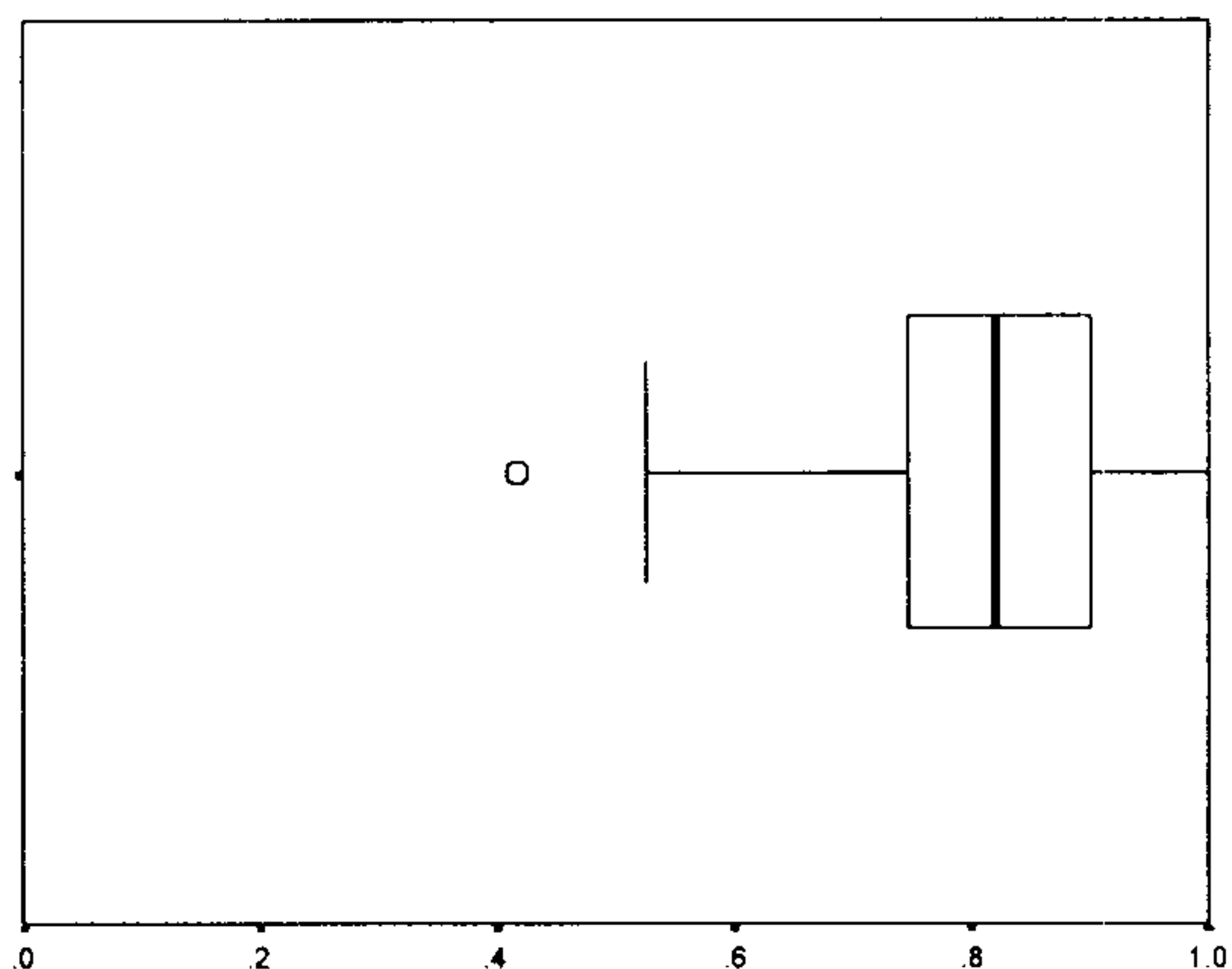
表 2-7：第七、八冊總結性評量中整數加減相關試題與班級通過率的分佈

<p>一、用直式把做法記下來。(每題 6 分，共 24 分)</p> <p><b>7-3</b></p> <p>(3) 超級市場原有 9632 個番茄，賣掉一些後，還剩 3825 個。問賣掉多少個番茄？</p>	
<p>一、用直式把做法記下來。(每題 6 分，共 24 分)</p> <p><b>7-4</b></p> <p>(4) 文具店原有鉛筆 21356 枝，再買進一些後，共有 34520 枝。問文具店再買進幾枝鉛筆？</p>	



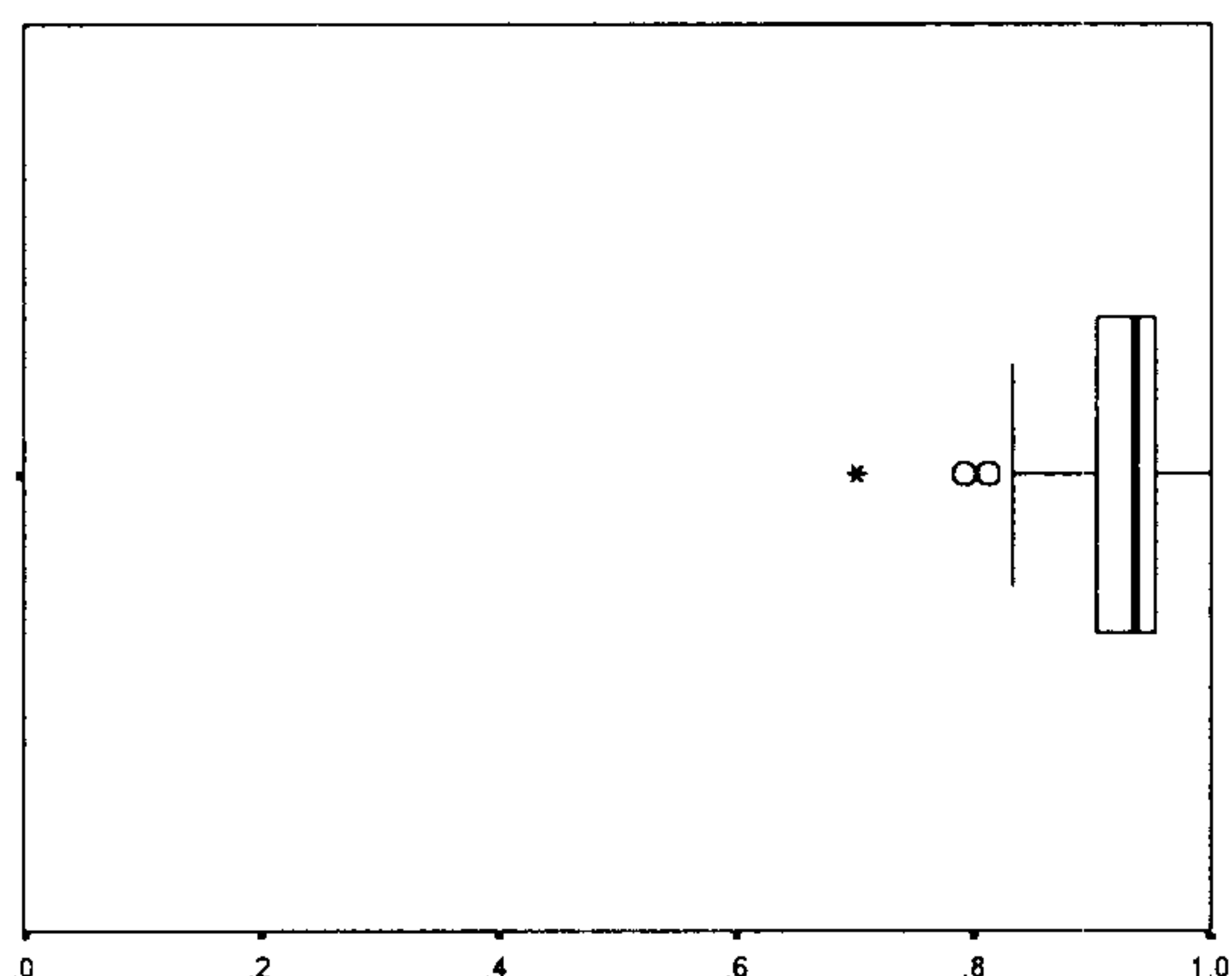
一、用直式把做法記下來。(每題 4 分，共 24 分)

$$\begin{array}{r}
 \mathbf{8-5} \\
 (5)30000000 - 25431440 \\
 = ( \quad \quad \quad )
 \end{array}$$



一、用直式把做法記下來。(每題 4 分，共 24 分)

$$\begin{array}{r}
 \mathbf{8-6} \\
 (6)3654105 + 6417225 \\
 = ( \quad \quad \quad )
 \end{array}$$



四年級上學期將多單位加減運算活動延伸至五位數範圍，並討論直式記錄的格式，四年級下學期將上述活動延伸至八位數範圍，表 2-7 呈現第七、八冊總結性評量中相關試題與學童表現，試題 7-3 為減數未知的拿走型問題，而 7-4 為加數未知的追加型問題，透過問題轉換，兩題皆為減法運算，7-3 在四位數範圍，7-4 為五位數範圍，其通過率分別為 89% 和 81%。以 7-4 的表現為底線，推估尚有兩成左右的學童，不能適應多單位的概念，來解整數加減運算，兩題之間的差異，語意結構的不同可能是一個因素，檢查一年級時的表現，當數字不大時，減數未知的拿走型問題，易於加數未知的追加型問題。另一個可能的因素是：7-4 是五位數字，而造成其通過率低於 7-3，「萬」單位及它與其他較低階單位間的轉換關係，在第七冊第八單元才引入，部份學童尚未穩固此部份的學習經驗。

試題 8-5 是八位數減法算式填充題，8-6 是八位數加法算式填充題，通過率分別為 82%、93%，8-5 需連續地借位，連續數次的借位可能是造成

解題困難的主因，因此亦懷疑此階段部份學童，尚不能掌握各階單位間的相互轉換關係。

## 小結

綜觀學童在各學期總結性評量上的表現，引發下列各方面的印象，在問題類型方面：（一）加減算式填充題的意義是根植在添加與拿走情境中（參見一、二年級時相關問題的表現）。（二）比較問題始終造成較多的困難，在小數量範圍中，尚可採用「一對一對應」或「配對」的方式進行比較的運作，當數量增加時，配對策略變得繁雜不易執行，而比較活動與合成或分解活動的整合，有賴部份—全體運思的成熟，將較少的量視為較多的量中的一部份，實驗教材對此困難尚未特別注意。（三）多餘資訊至三上始終造成極嚴重的干擾，實驗教材中少有多餘資訊的問題，學童可能誤以為所有的數字都需要使用，這是溝通問題情境時社會認知的因素，教材是否或如何應對這個困難，值得進一步地討論。在運思發展方面，由一下的表現，推估仍有四分之一的學童尚未完成累進性合成運思的發展，或未能調適使用累進計數的方式來解被加（減）數較大的問題，至二上時，同數量範圍問題的表現才提昇至接近90%；同樣地，由三下驗算、列式或比較問題的表現上，推估仍有二成的學童，尚未完成部份—全體運思，如何因應學童發展的個別差異，仍是須持續注意的問題。