

整數認識與貨幣

林碧珍 蔣治邦

一、課程概要

依據民國八十二年國小數學課程標準（教育部，民 82）教材綱要，在整數（由於國小課程中不包含負數，本文中「整數」一詞皆指正整數）概念的內涵一年級為一百以內各數的概念，二年級為一千以內各數的概念、化聚、進位與位值，三年級為一萬以內各數的概念、化聚、進位與位值，四年級為億以下各數的概念、進位與位值，六年級為億以上各數的概念，實驗教材在整數認識部份主要包含有：基數及序數概念，以及印—阿數字系統蘊含的多單位概念。

基數意義的認識強調在整數的說、讀、聽、寫、做，其具體的意義是：透過測量、計數活動，能說出數詞或寫出數字來描述指定物件的量；看到數字時，能讀出數詞，或運用某種表徵方式（具體物、圖像）表現出數字所描述的數量；聽到數詞時，能寫出數字，或表現出數量。

在基數意義方面，實驗教材配合學童發展的預期，採用下列認識整數的活動策略：（一）分段模仿 20 以內標準數詞序列的唱數及寫法，並在計數問題情境中，建立計數活動類型，穩固數詞（字）的基數意義（第一冊）。（二）以 20 以內數詞序列語音及書寫規律的經驗為基礎，分段地在「又一個」計數活動中，協助學童嘗試描述（命名與書寫）30~50 個物品的數量，並發展累進計數的活動類型（第二冊）。（三）運用 50 以內數詞序列中「又十」或「又一」的語音及書寫規律，分段地在「又十個」及「又一個」的累進計數活動中，協助學童嘗試描述（命名與書寫）50~200 個物品的數量，並透過比較、捆綁或交換活動，協助學童建立「十」單位的意義（第二~三冊）。（四）同樣地運用先前語音及書寫規律，分段地在「又一個」、「又十個」及「又百個」或「又千個」的累進計數活動中，協助學童嘗試描述（命名與書寫）200~10000 個物品的數量，並透過比較或交換活動，協助學童建立「百」、「千」單位的意義（第四~六冊）。（五）透過多單位與位值的觀點，協助學童認識萬以上的整數（第七、八、十一冊）。

依據國小數學課程標準教材綱要，有關貨幣教材規定一年級兒童能認識及使用一元、五元、十元、五十元，及一百元及能了解之間的關係，並能化聚。二年級則能認識五百元、一千元，並能使用各種幣值並能化聚，

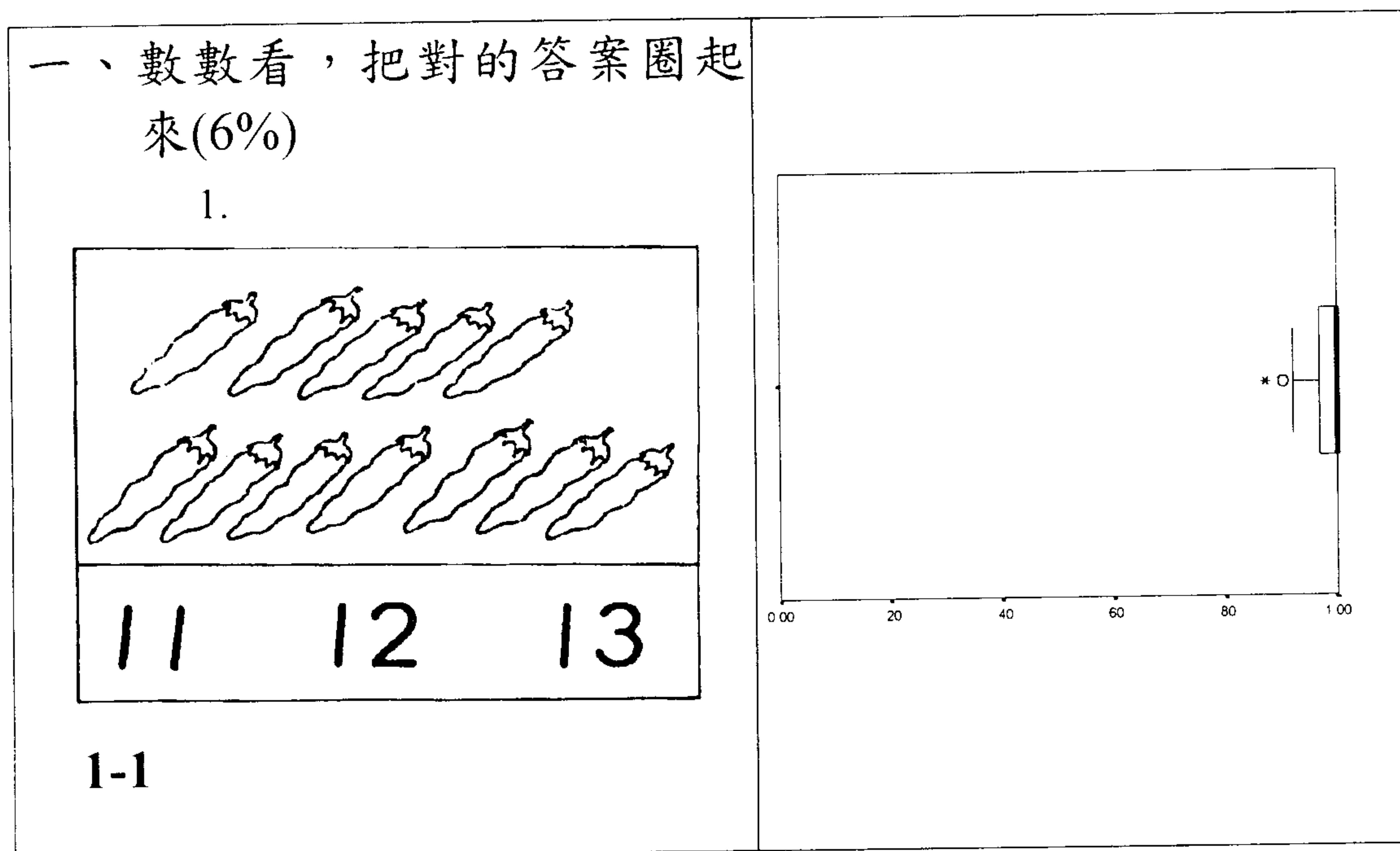
由於學童已由日常生活經驗中認識各種錢幣，實驗教材將其融入於數與計算單元，在第二冊教材中，將一元硬幣視為是一種可操作具體物，協助進行整數的計數、合成、分解或比較活動，認識 5 元、10 元、100 元等錢幣，並將它們視為多個一元合成的表徵，可以當作具體的圖像表徵（其功能性亦如同將 10 枝捆成一束的吸管）來使用，並經驗 10 元、5 元和 1 元之間的化聚，第四冊認識 500 元及 1000 元的錢幣，並使用各種幣值。

實驗教材在 50 以內範圍內討論序數的意義，具體表現在(1)說（寫）出指定的物件排在第幾個？(2)指出排在第幾（數字或數詞）個的是什麼？(3)比較序數的先後次序關係等活動中。位置標示活動分兩階段來進行，在先約定排序的方向後，第一階段呈現完整的物品序列，要求用序數來描述指定物品的位置（第一冊），第二階段只呈現部份物品序列，要求由一個已知序數的位置，來推算（向上數或倒數）指定物品的位置（第二冊）。

在整數大小比較方面，分三階段進行，（一）透過一一對應，進行 20 以內數量多少比較（第一、二冊）。（二）經由序數的次序概念與基數的累進關係，進行 100 以內數的大小比較，並使用「 $>$ 」與「 $<$ 」符號記錄大小關係（第二冊）。（三）利用位值概念，解決兩整數的大小比較問題（第十一冊）。

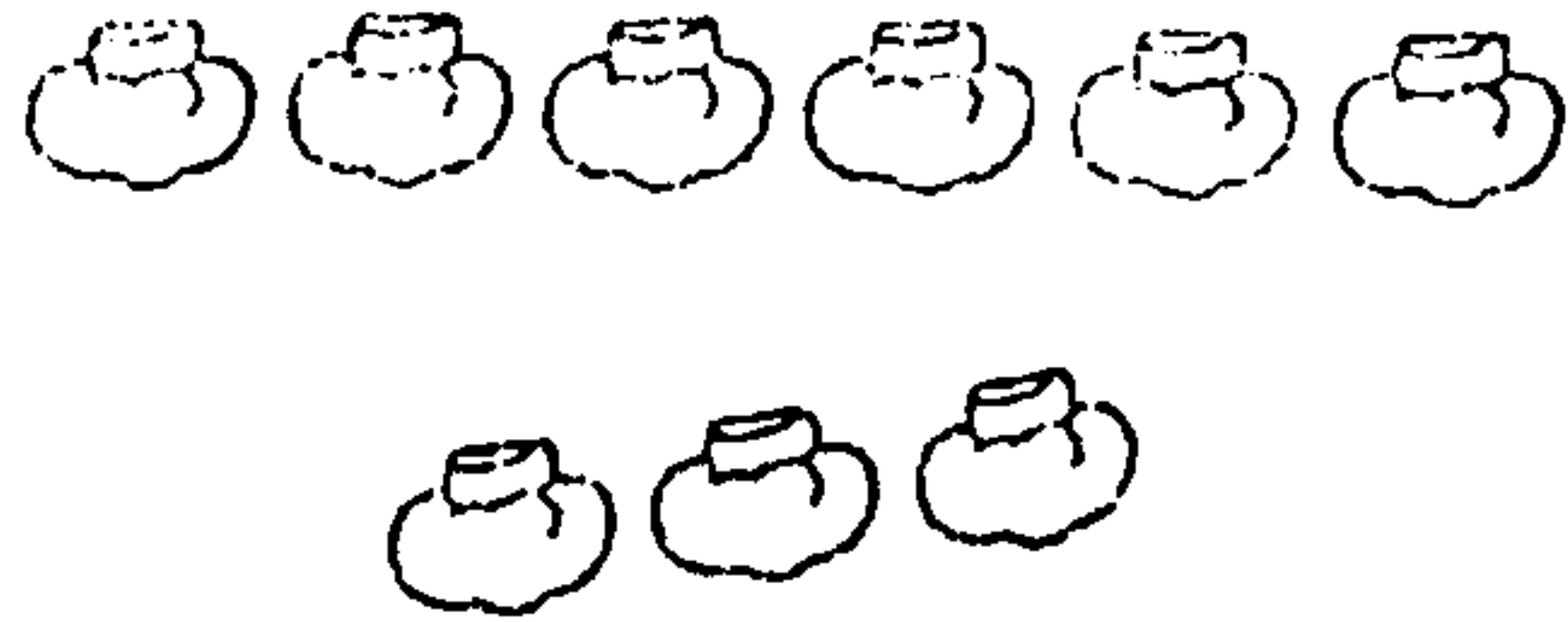
二、數數、認數、寫數、做數

表 1-1：整數計數、做數有關的試題與班級通過率的分佈



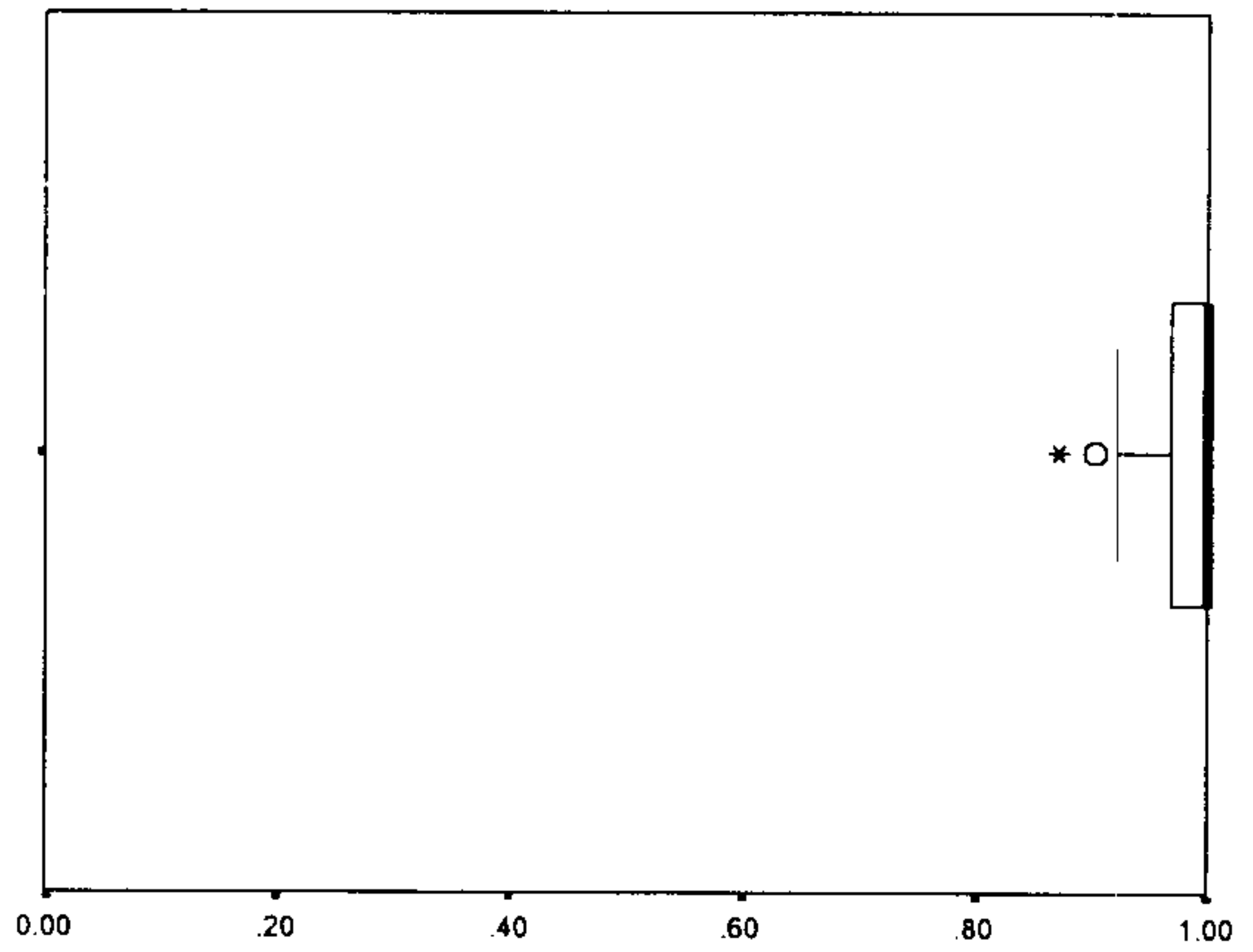
一、數數看，把對的答案圈起來(6%)

2.



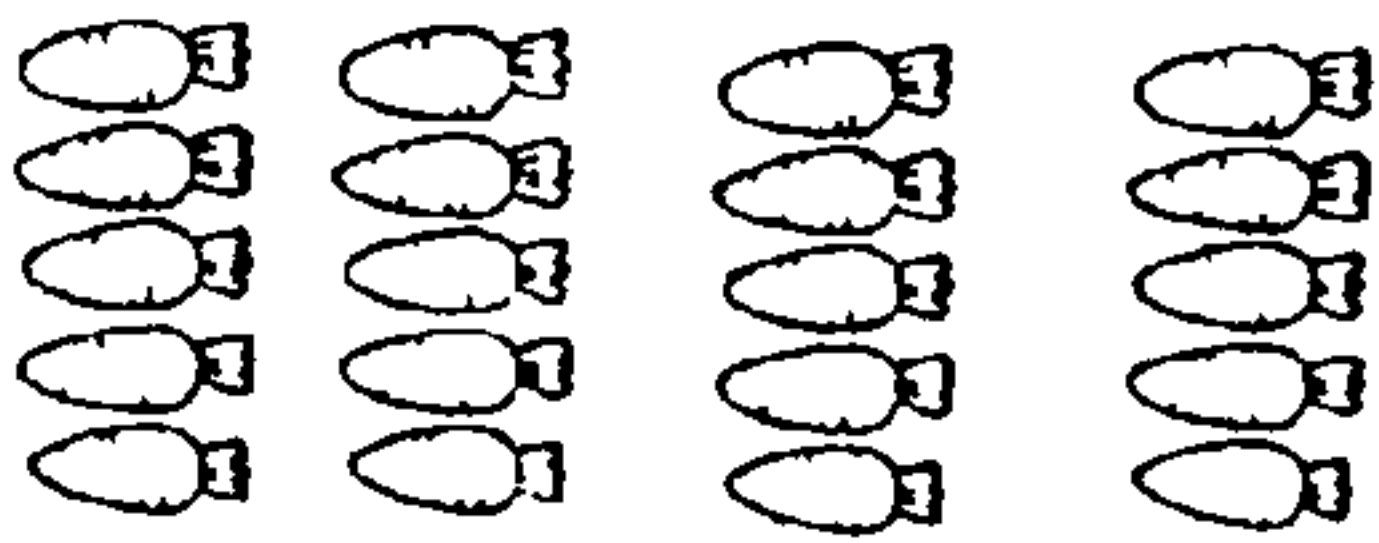
9 10 11

1-2



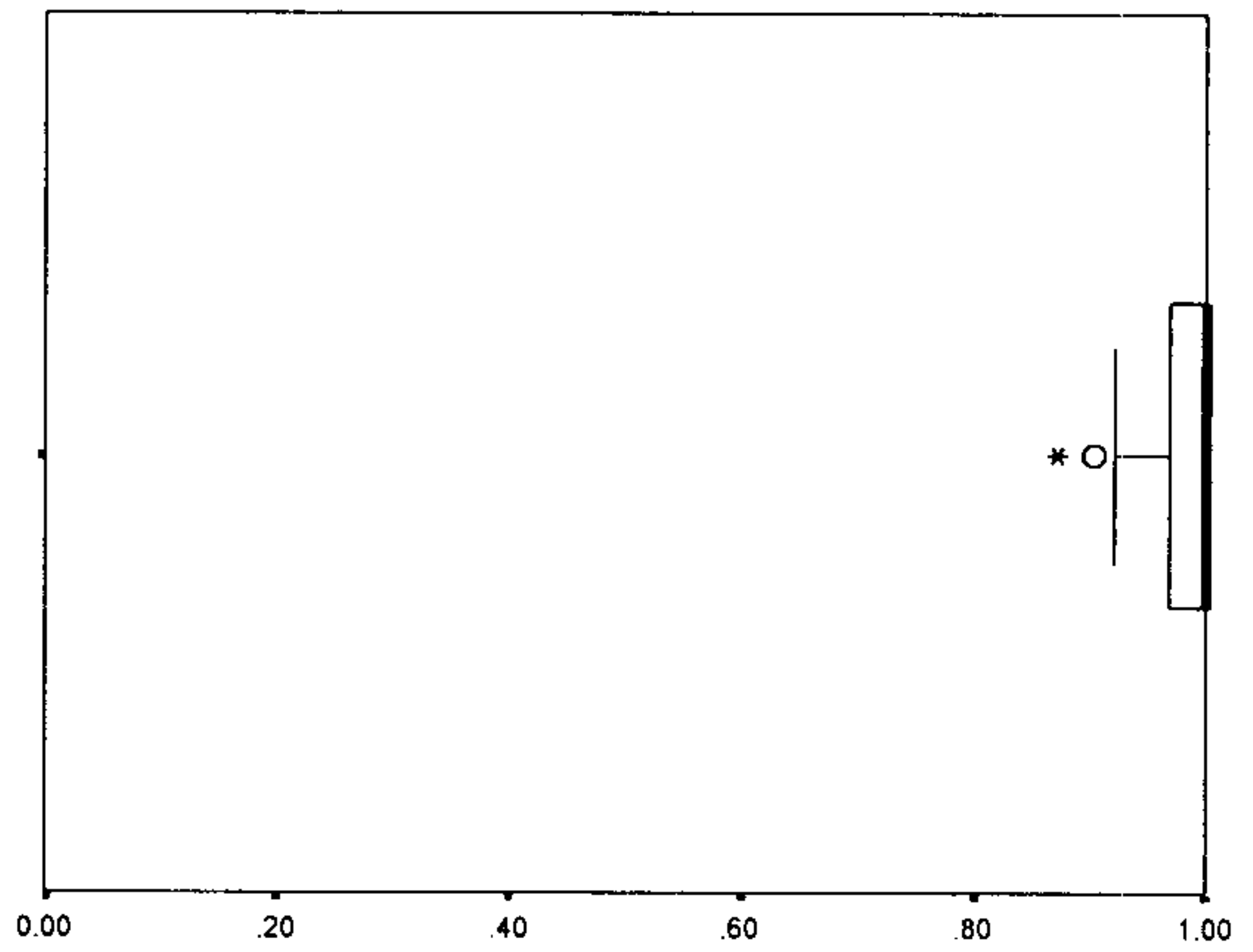
一、數數看，把對的答案圈起來(6%)

3.

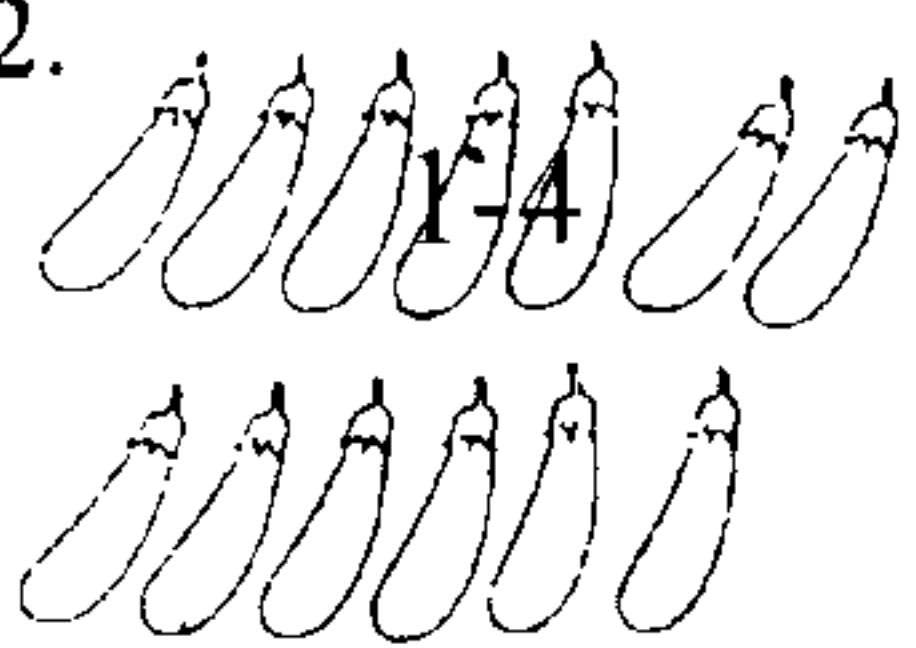
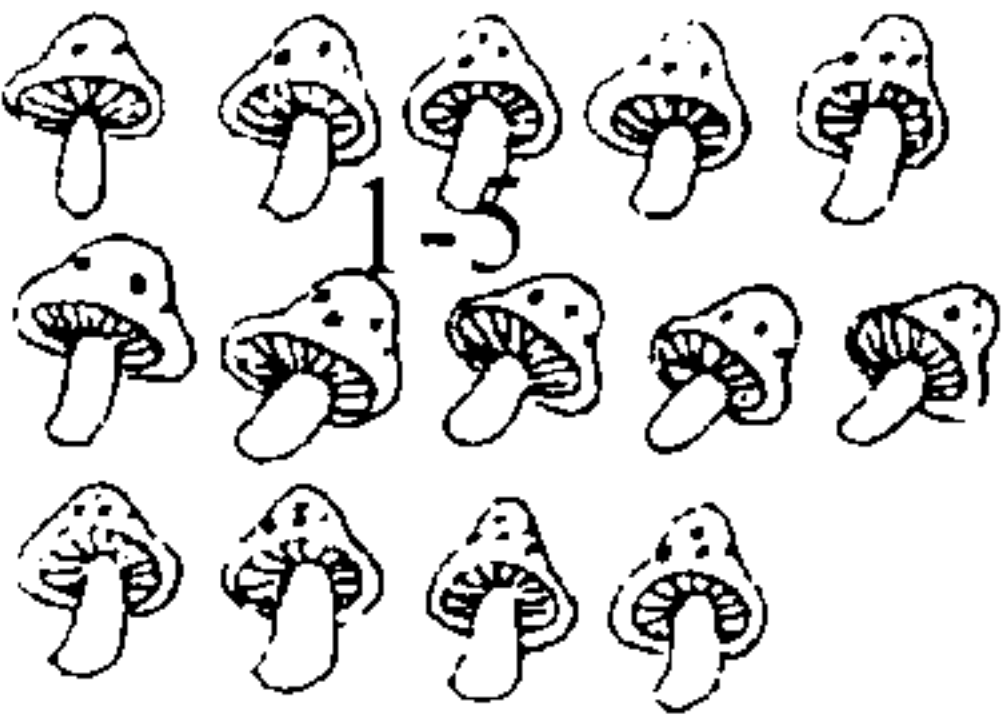


18 19 20

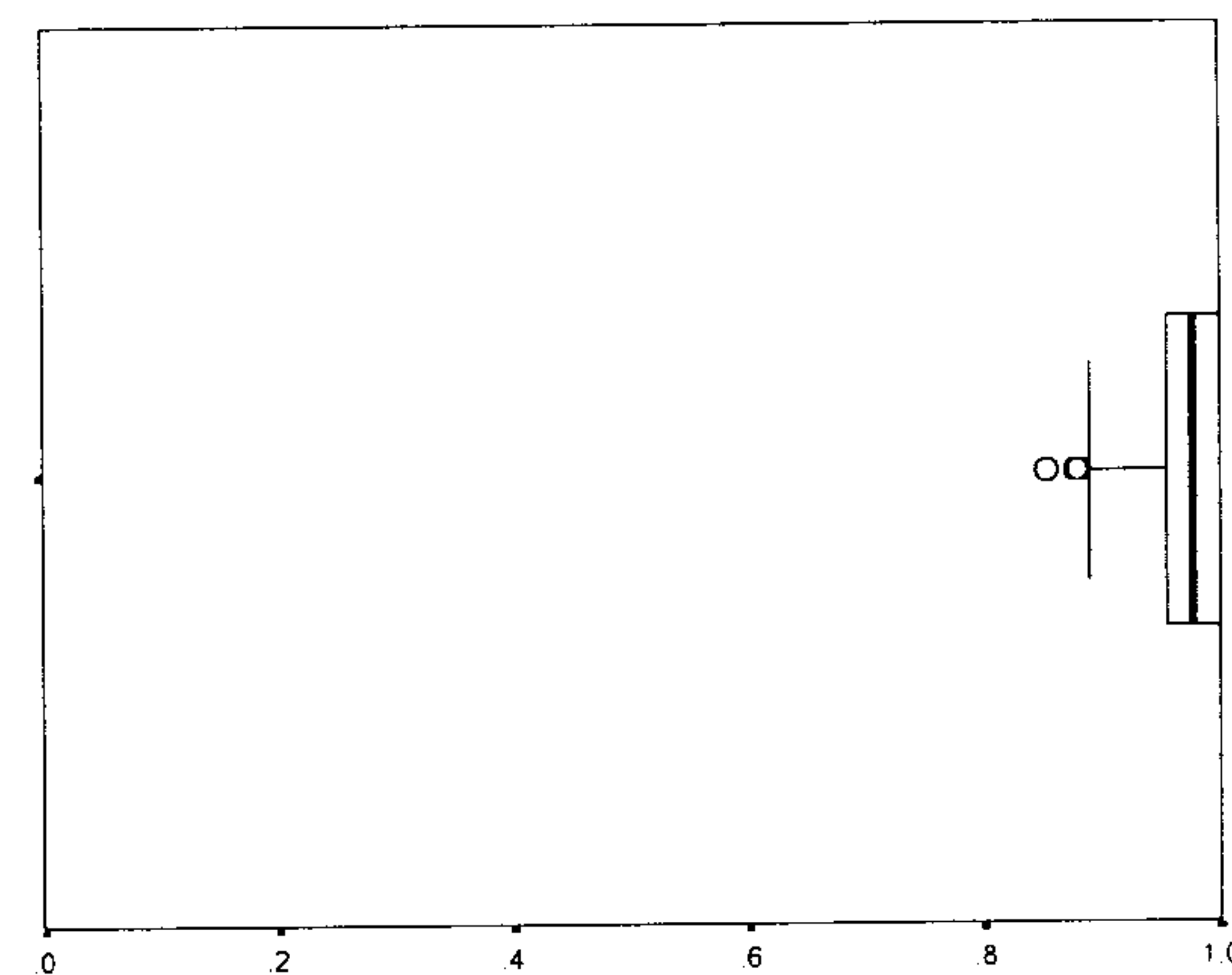
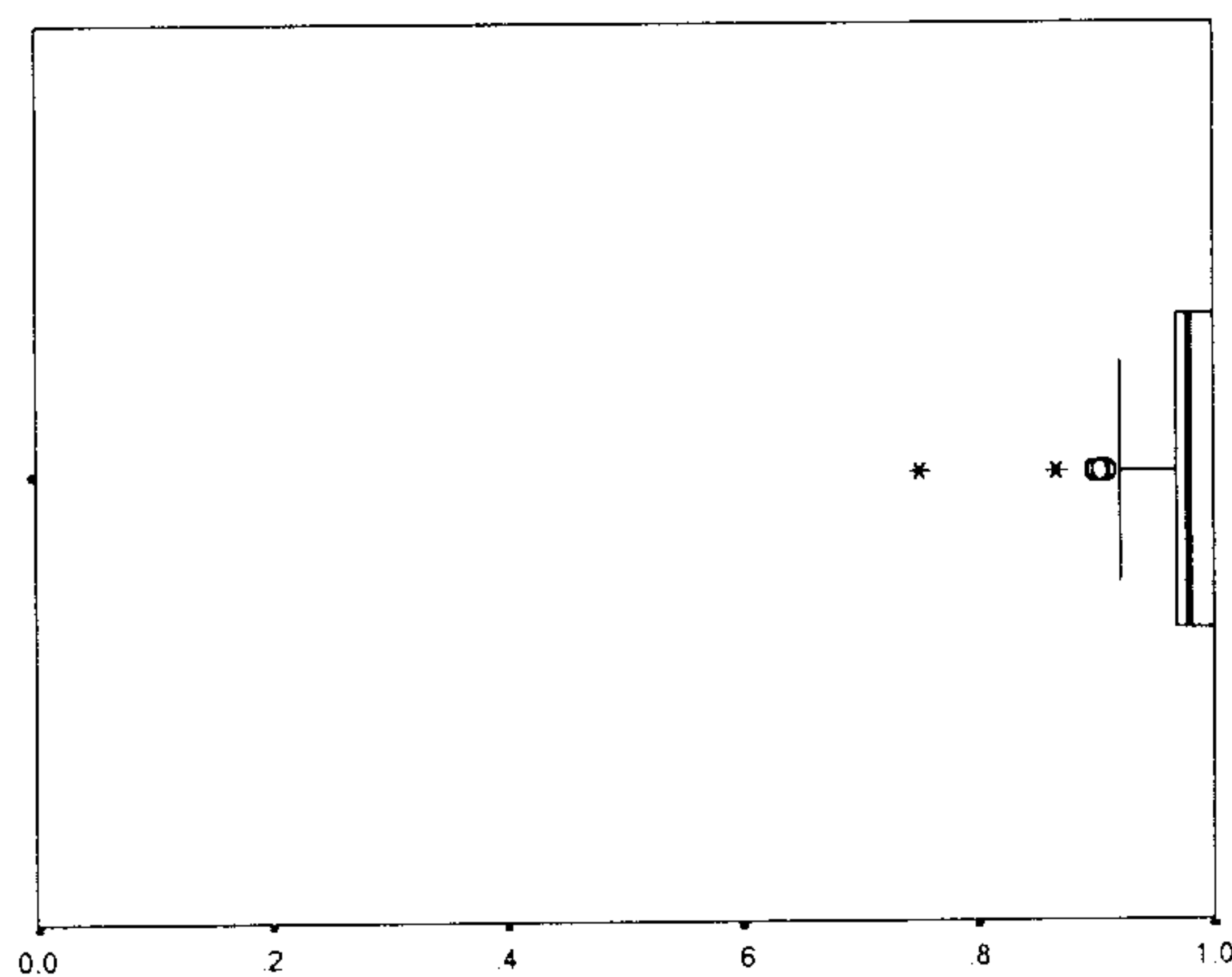
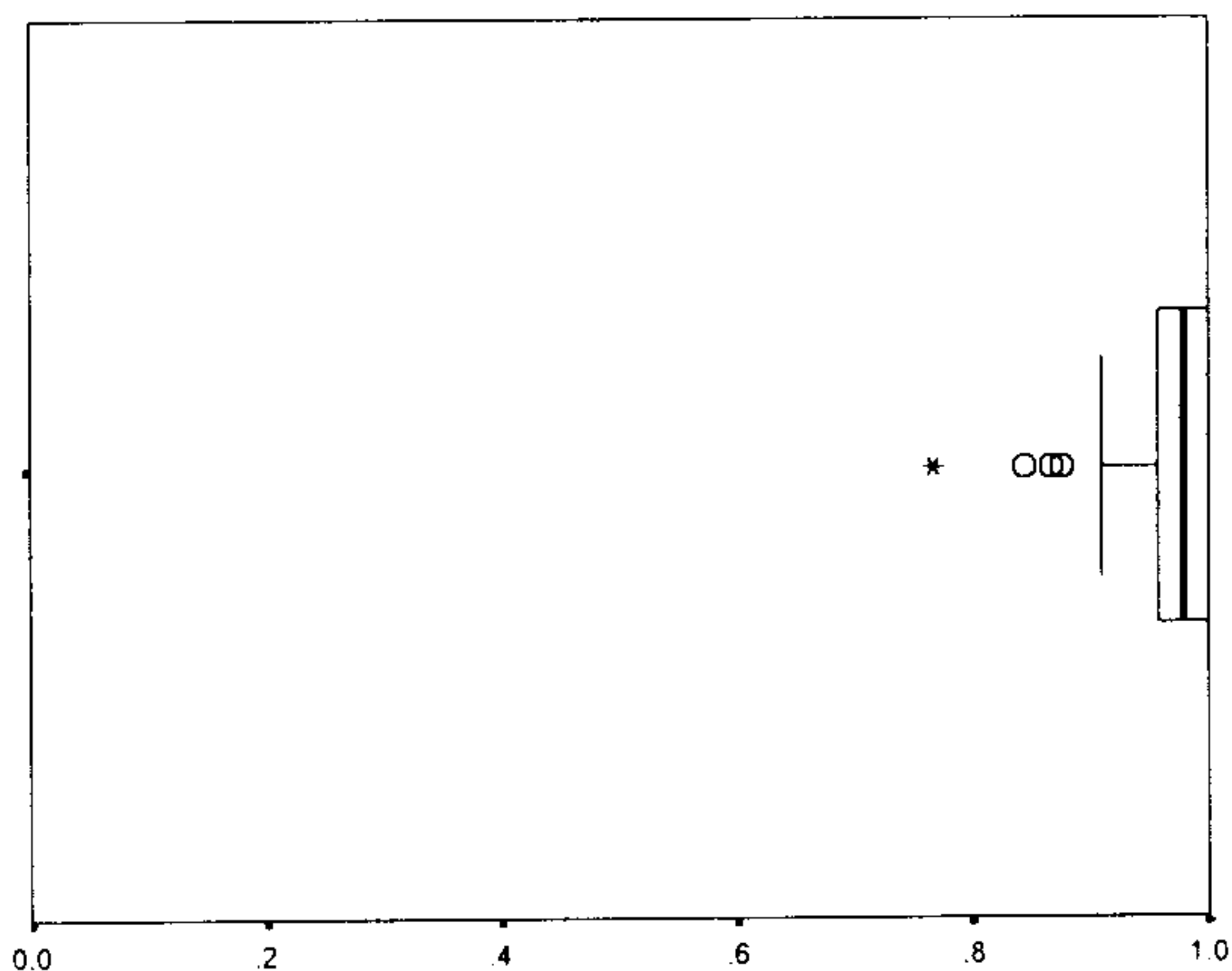
1-3



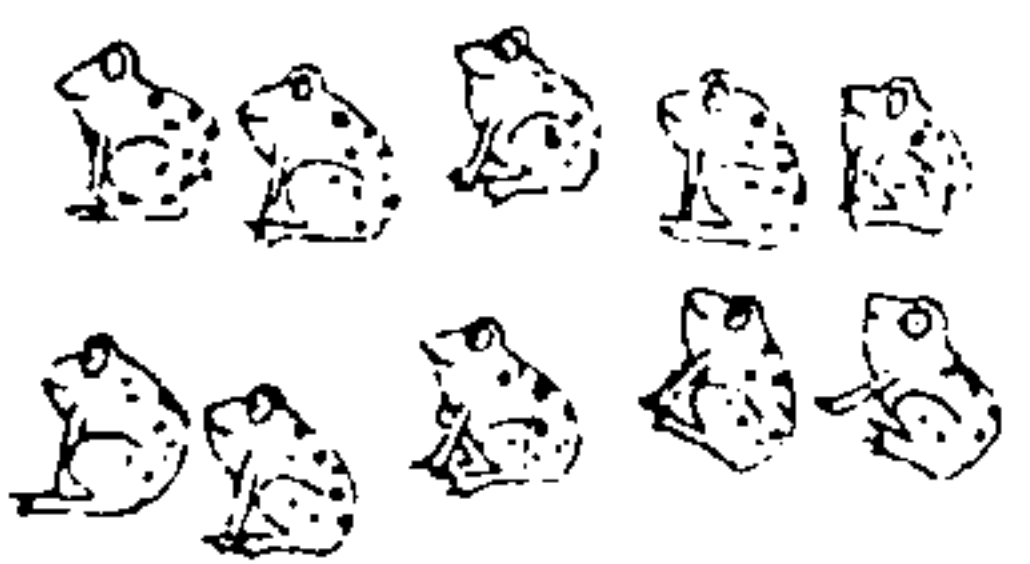

二、寫寫看，有幾個？多的打√(12%)

<p>2.</p> 	

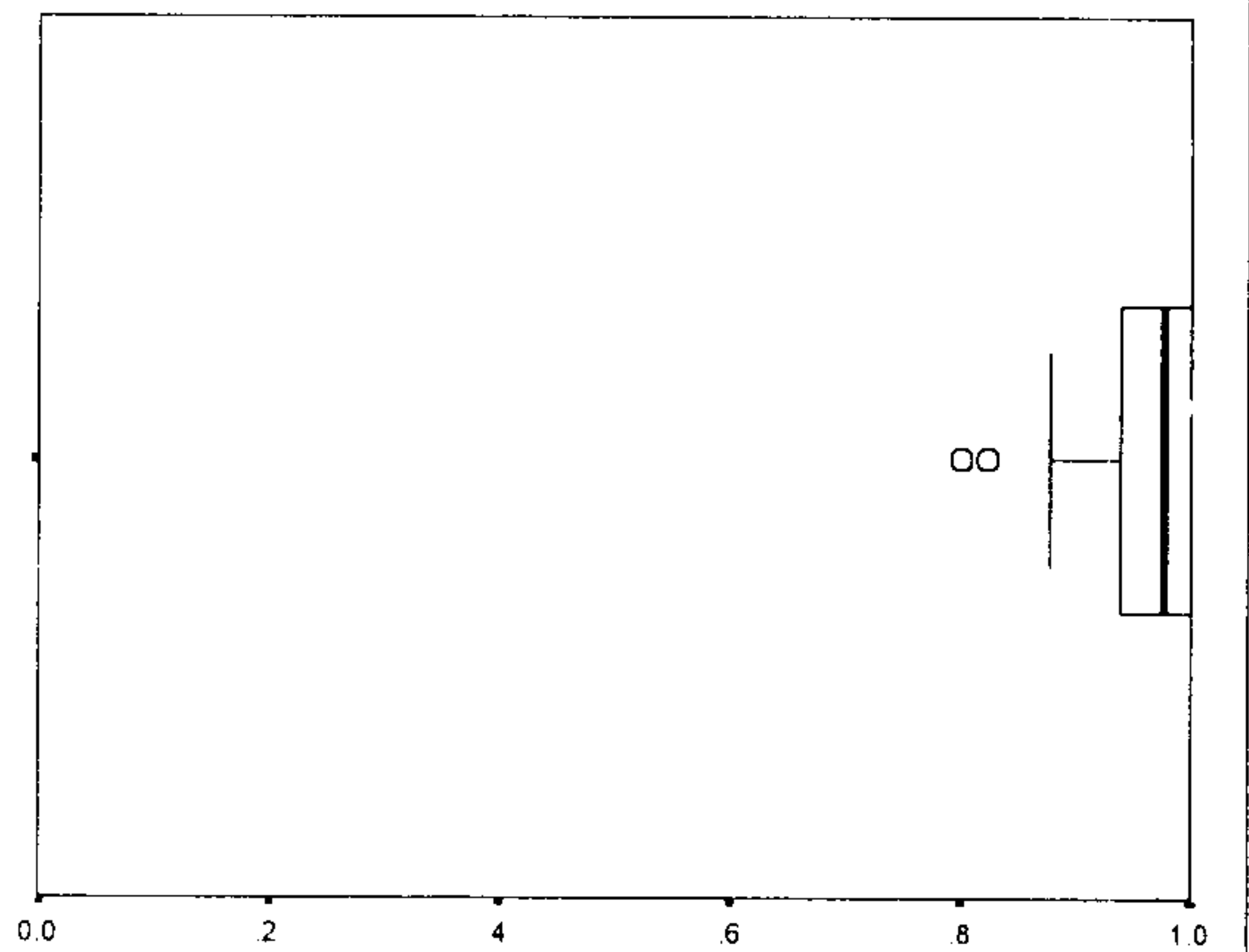
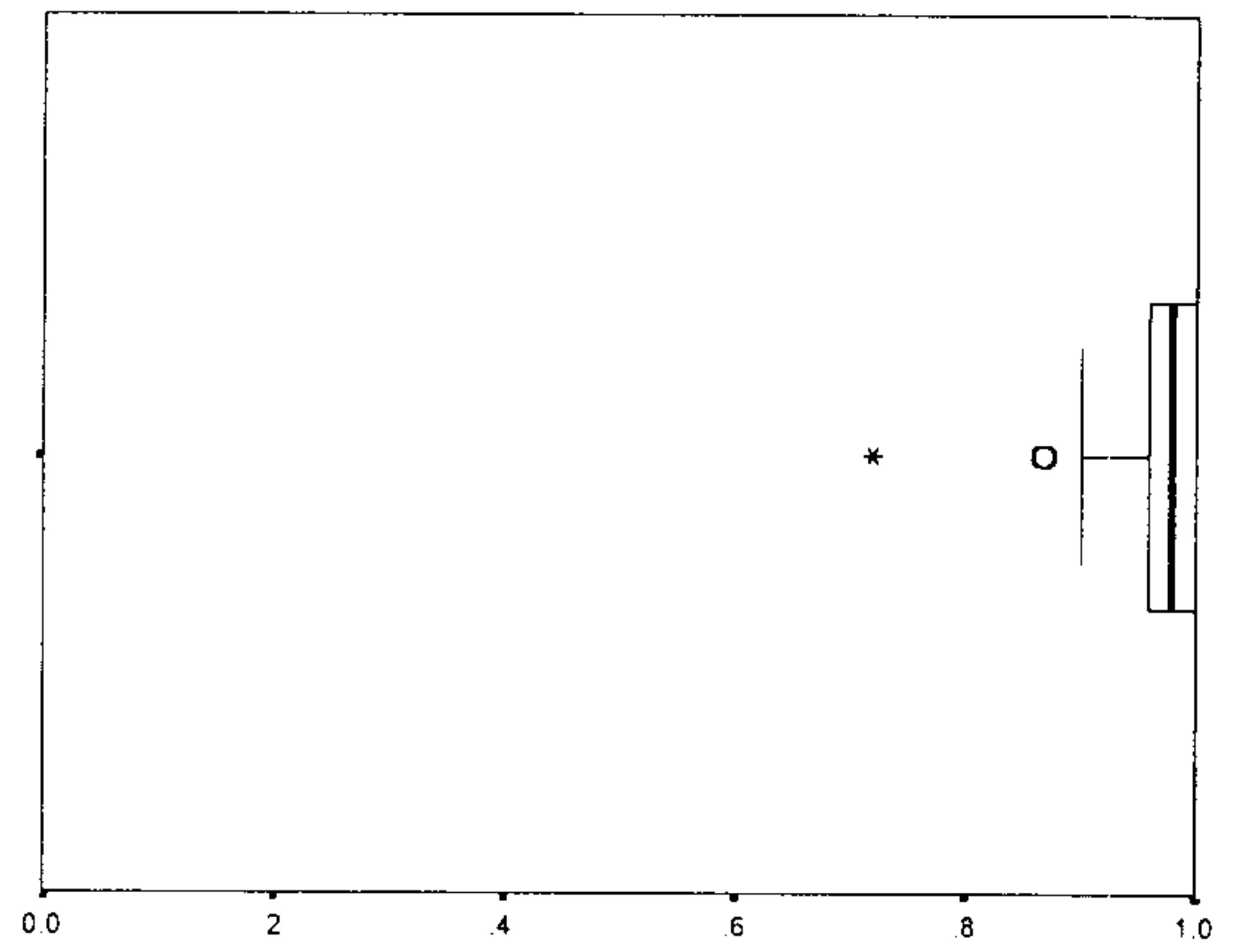
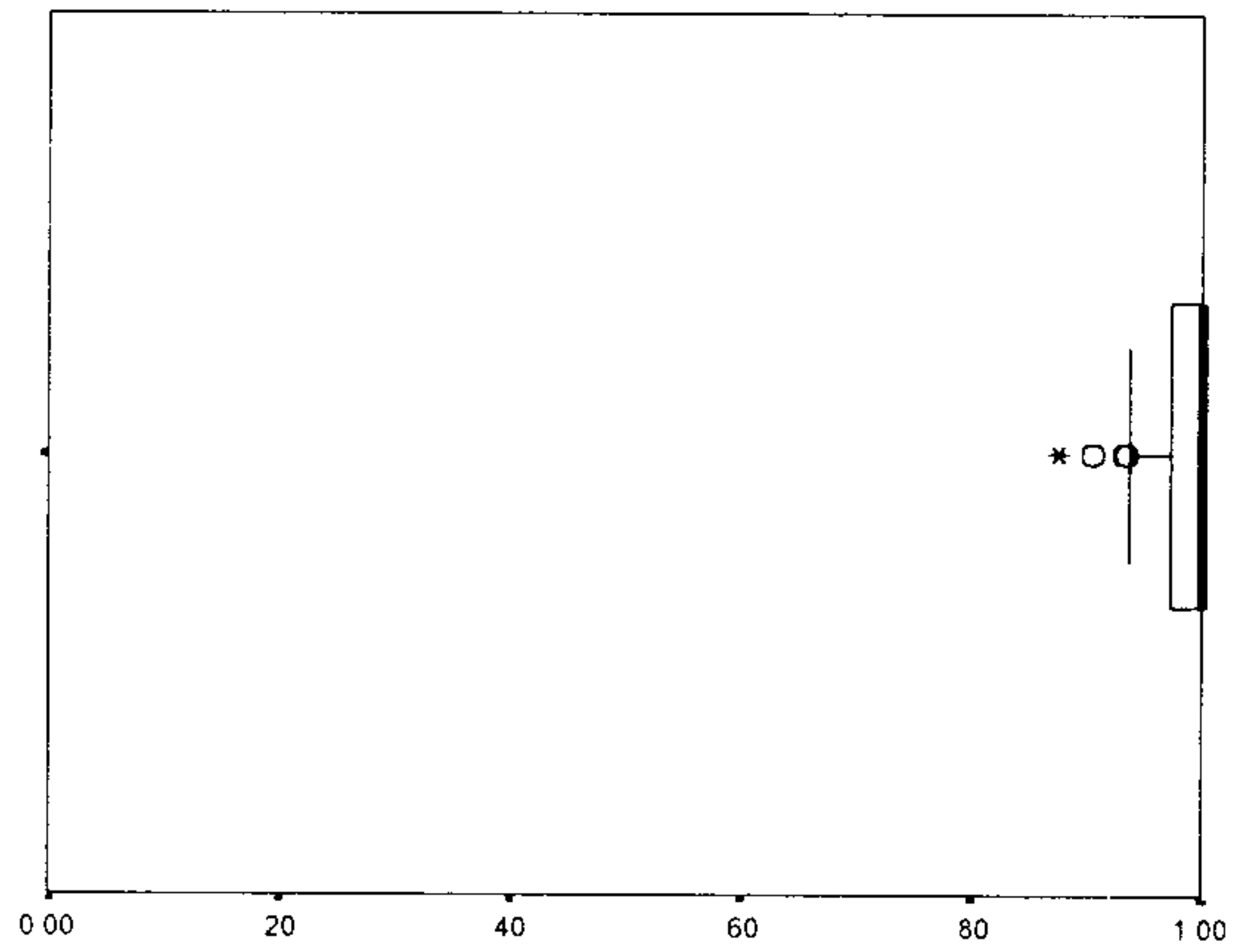
1-6



二、寫寫看，有幾個？多的打√(12%)

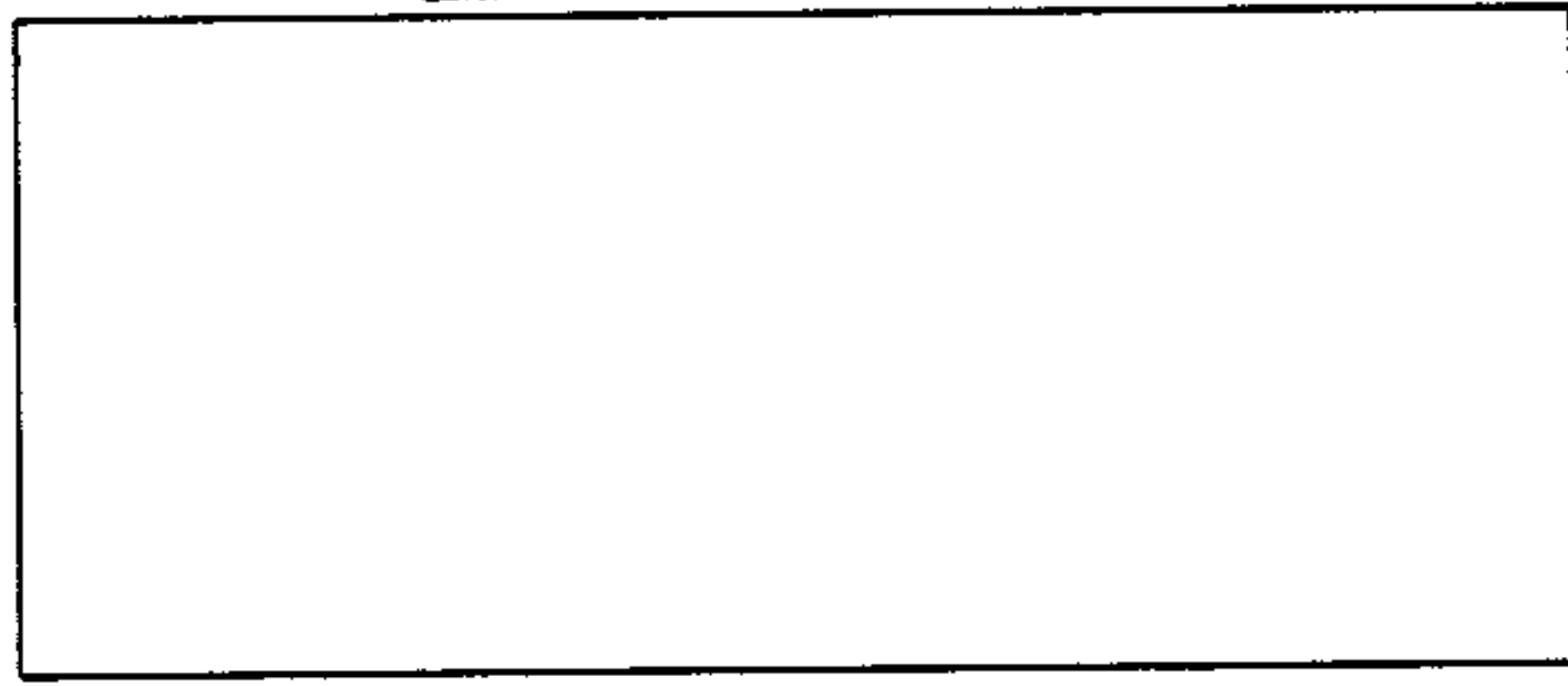
3. 	
1-7	1-8

1-9

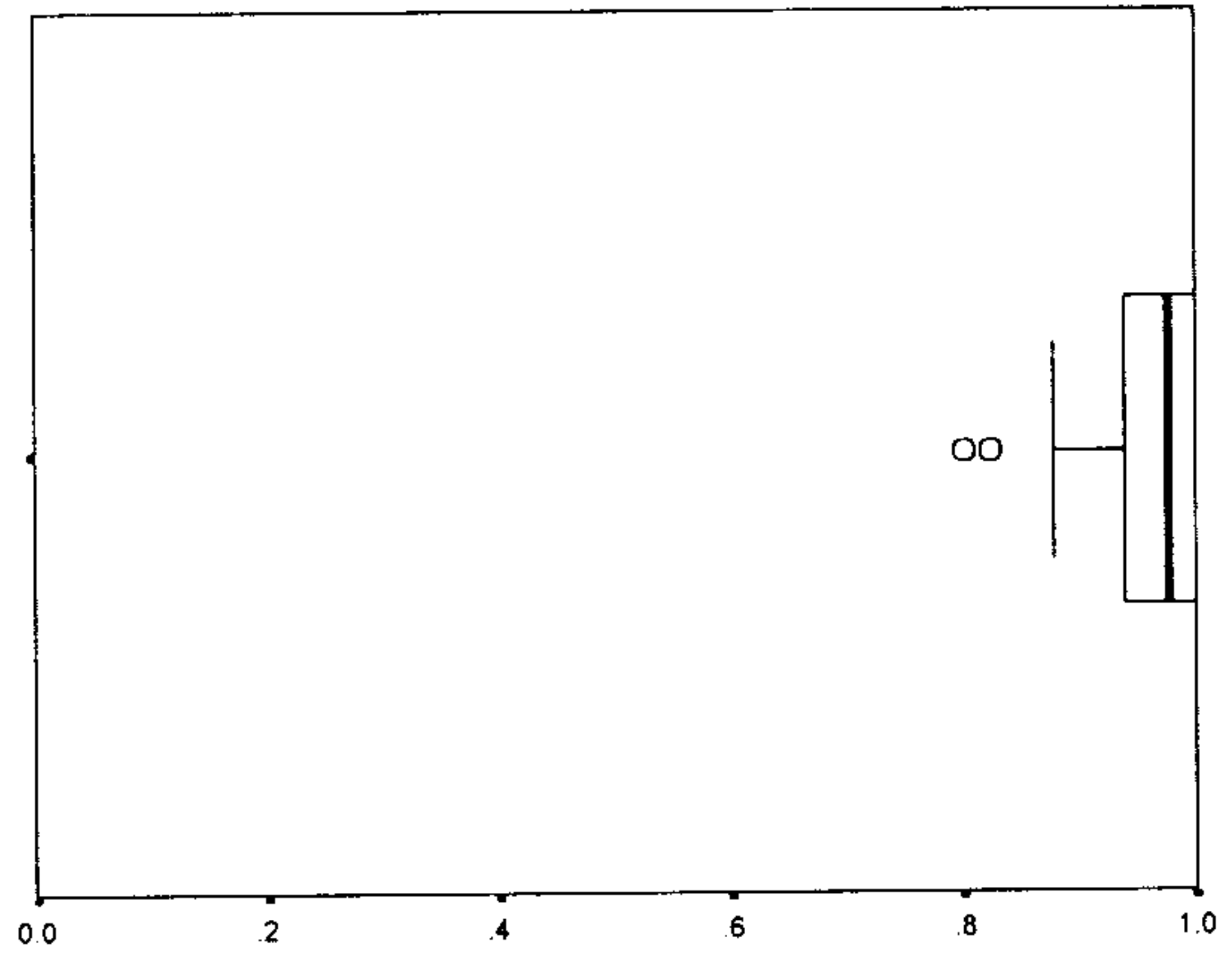


六、畫○做做看(4%)

1. 畫 8 個○

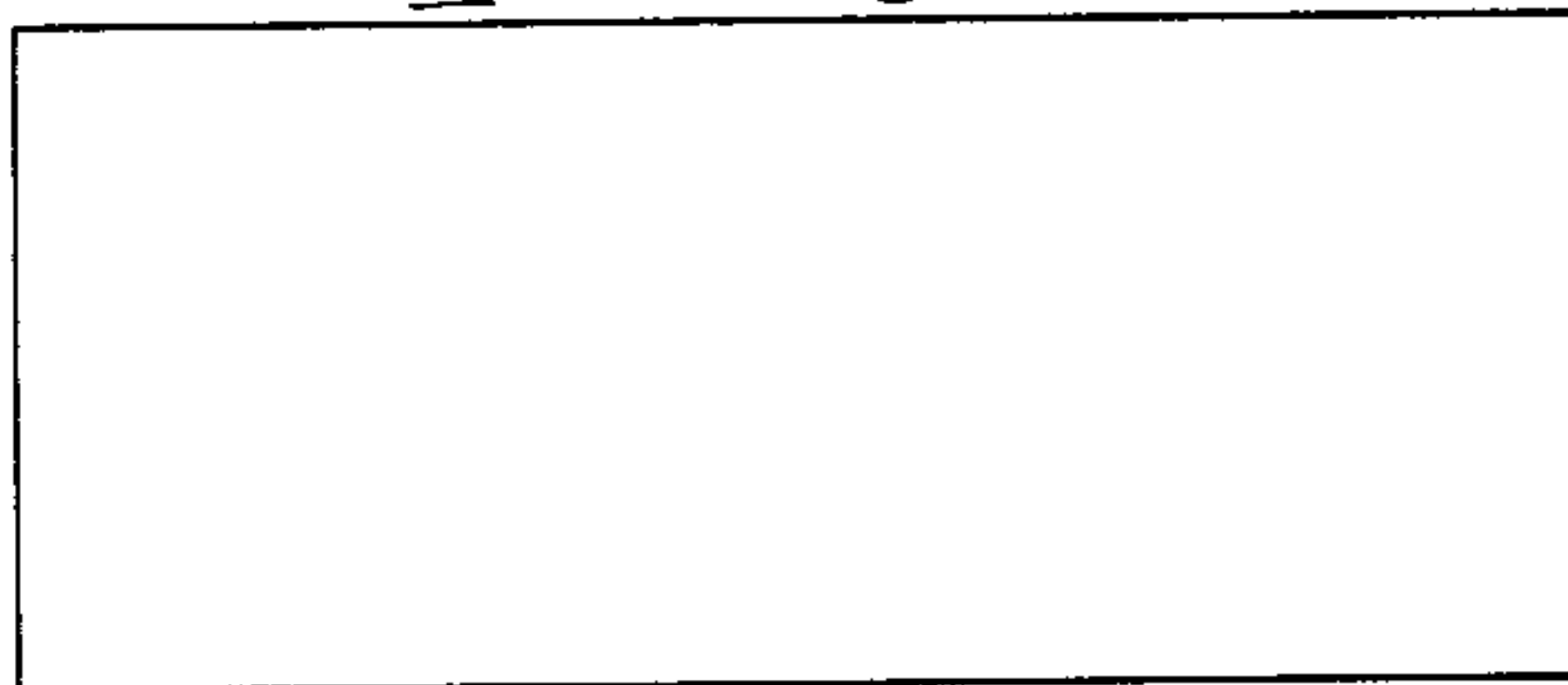


1-19

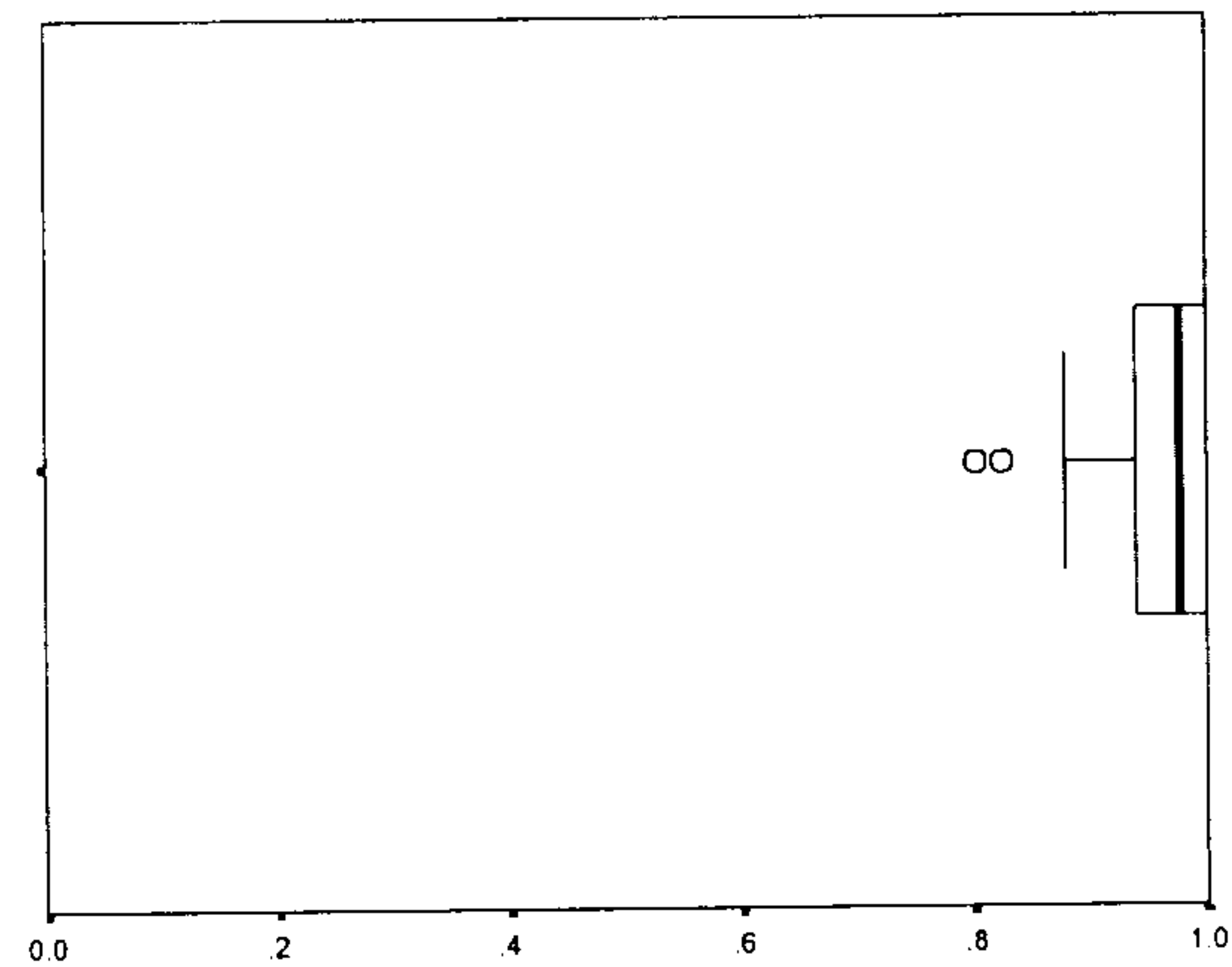


六、畫○做做看(4%)

2. 畫 15 個○

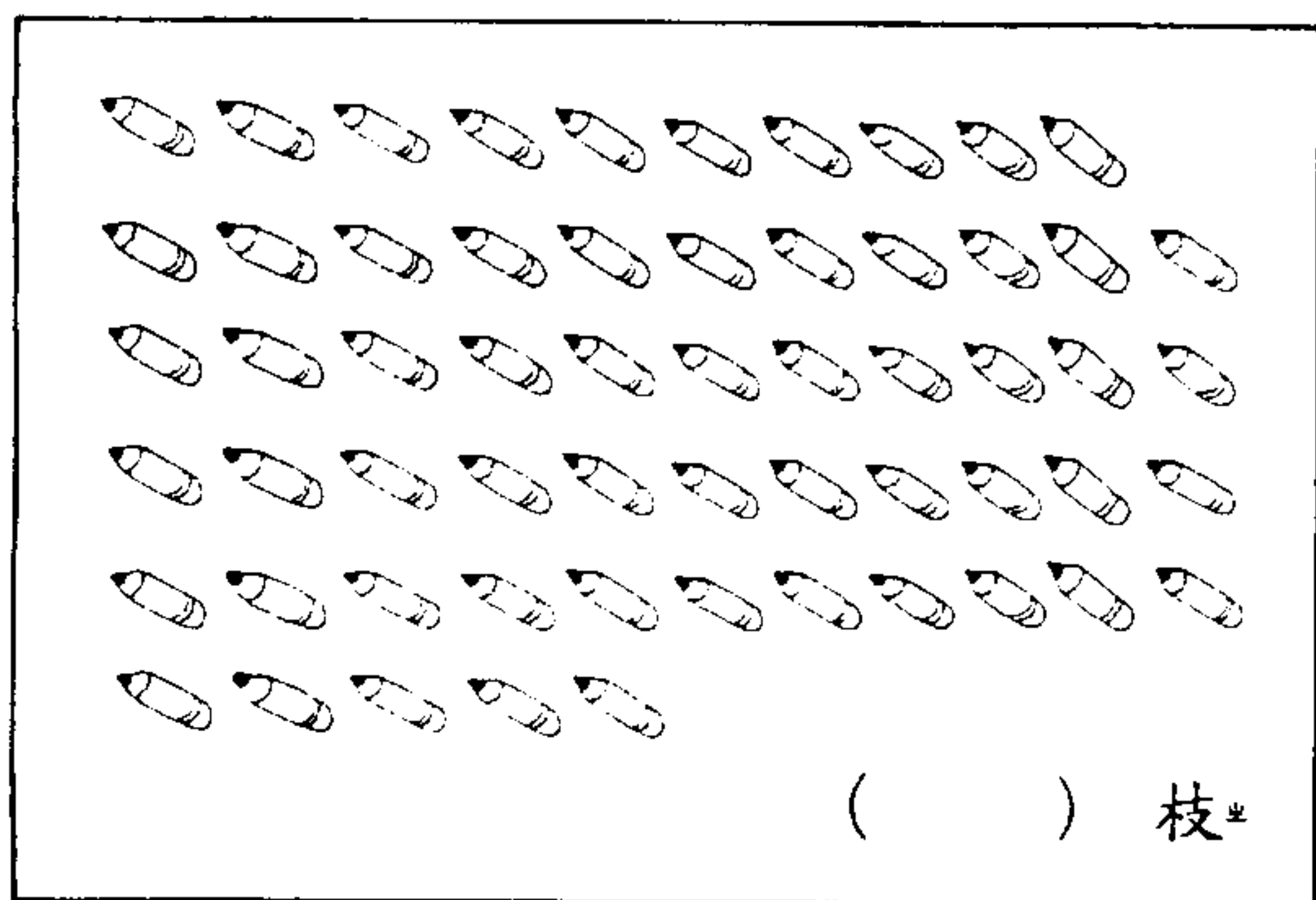


1-20

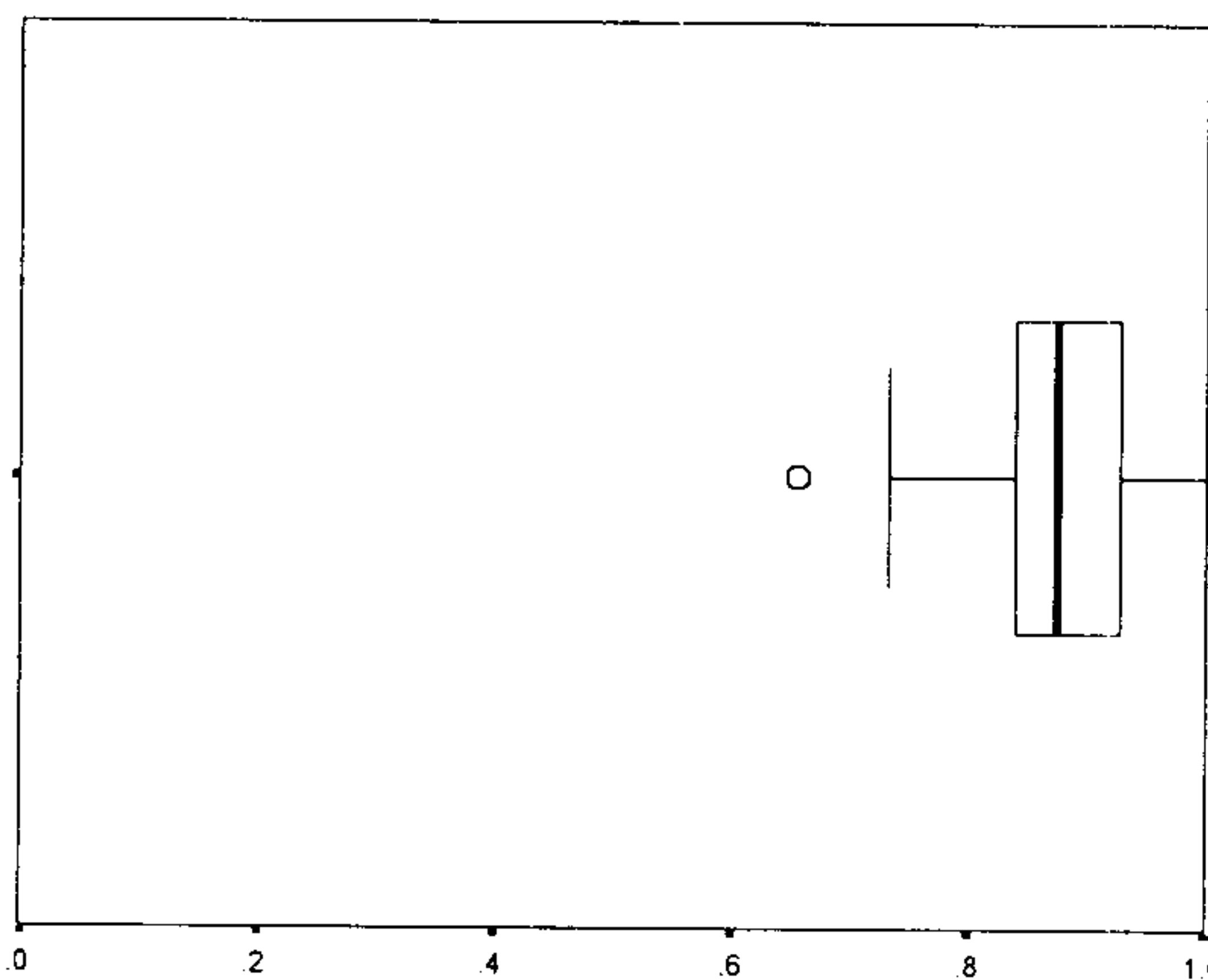


二、數一數，有多少？(每格
3分，6%)

1.

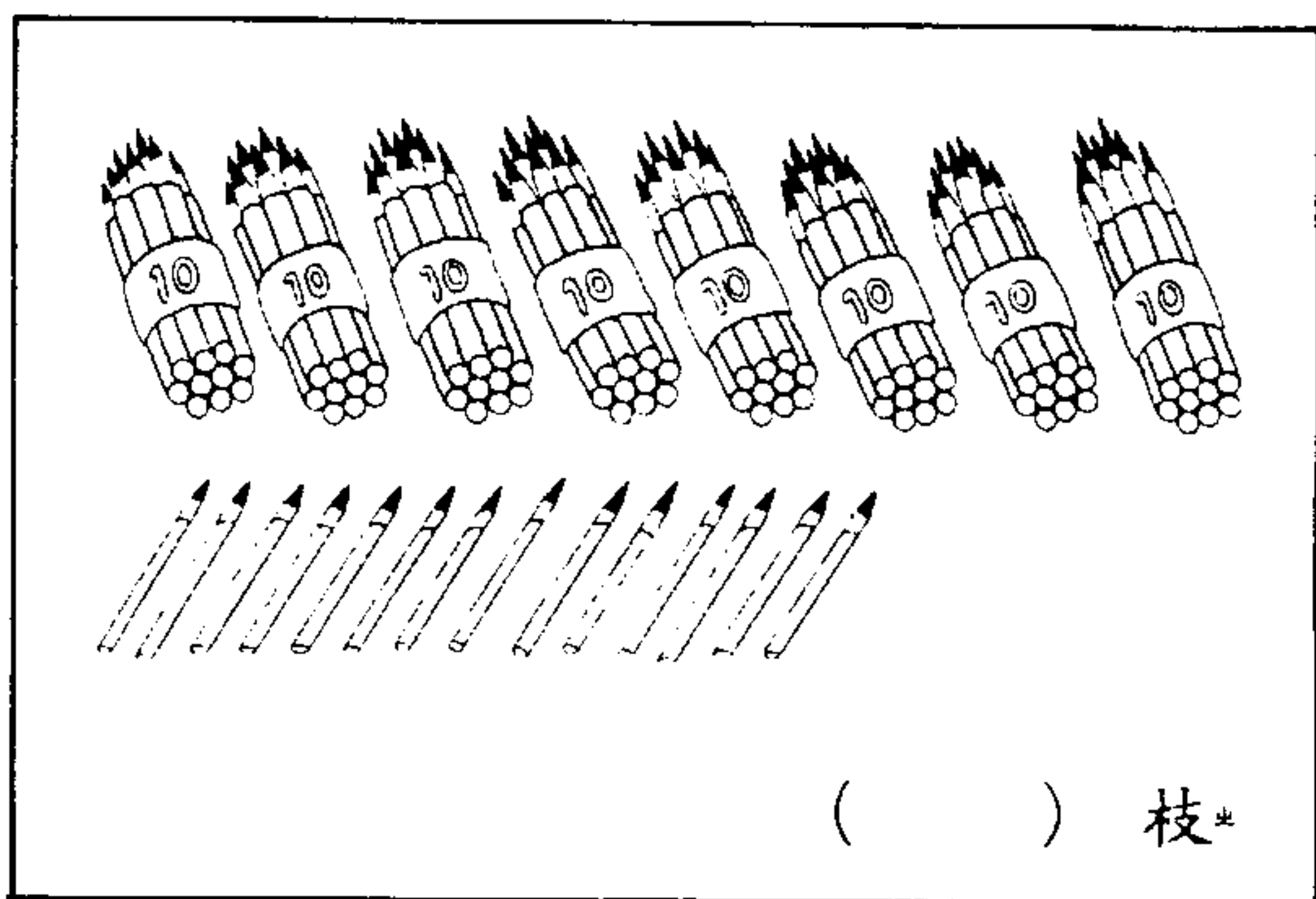


2-4

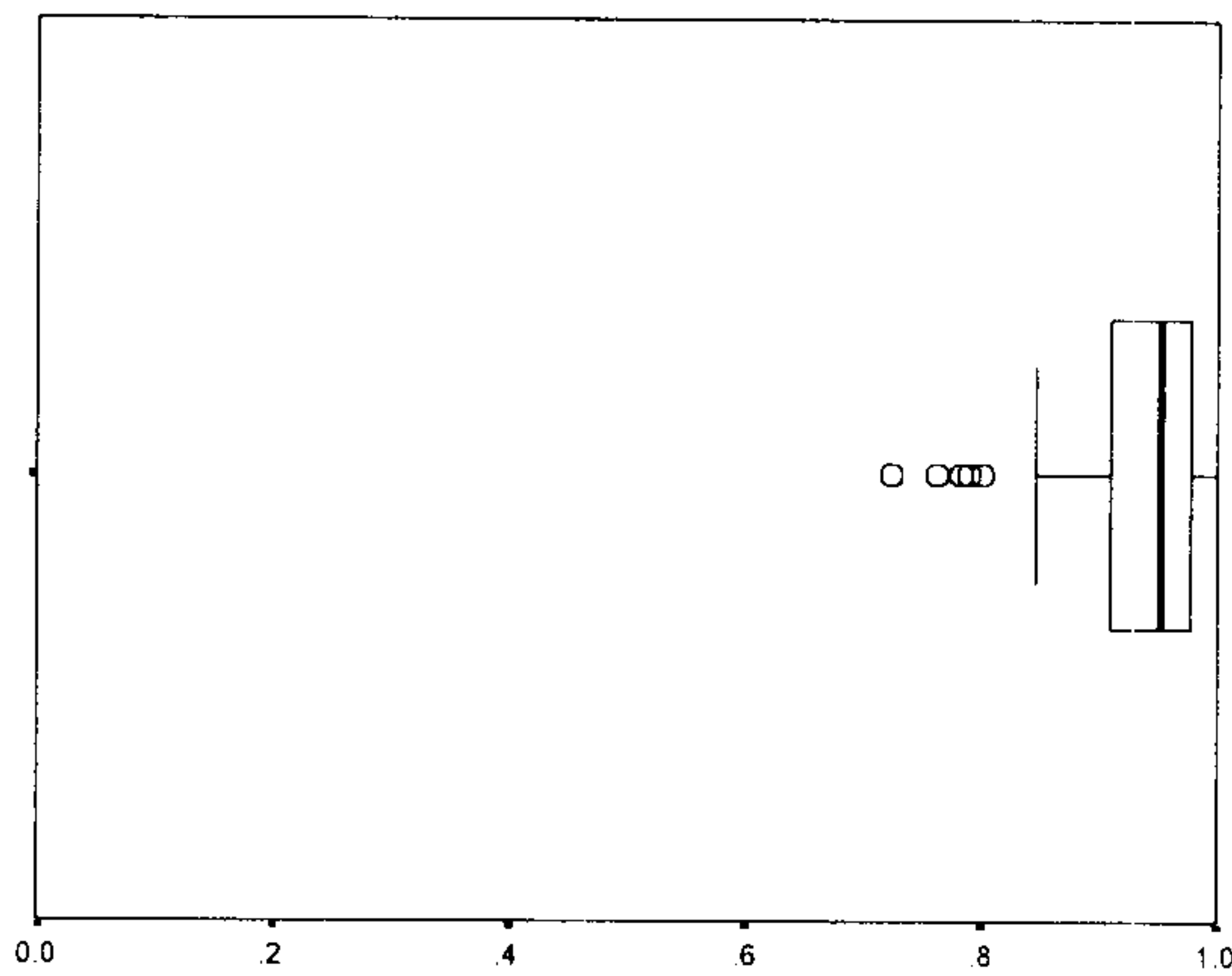


二、數一數，有多少？(每格
3分，6%)

2.

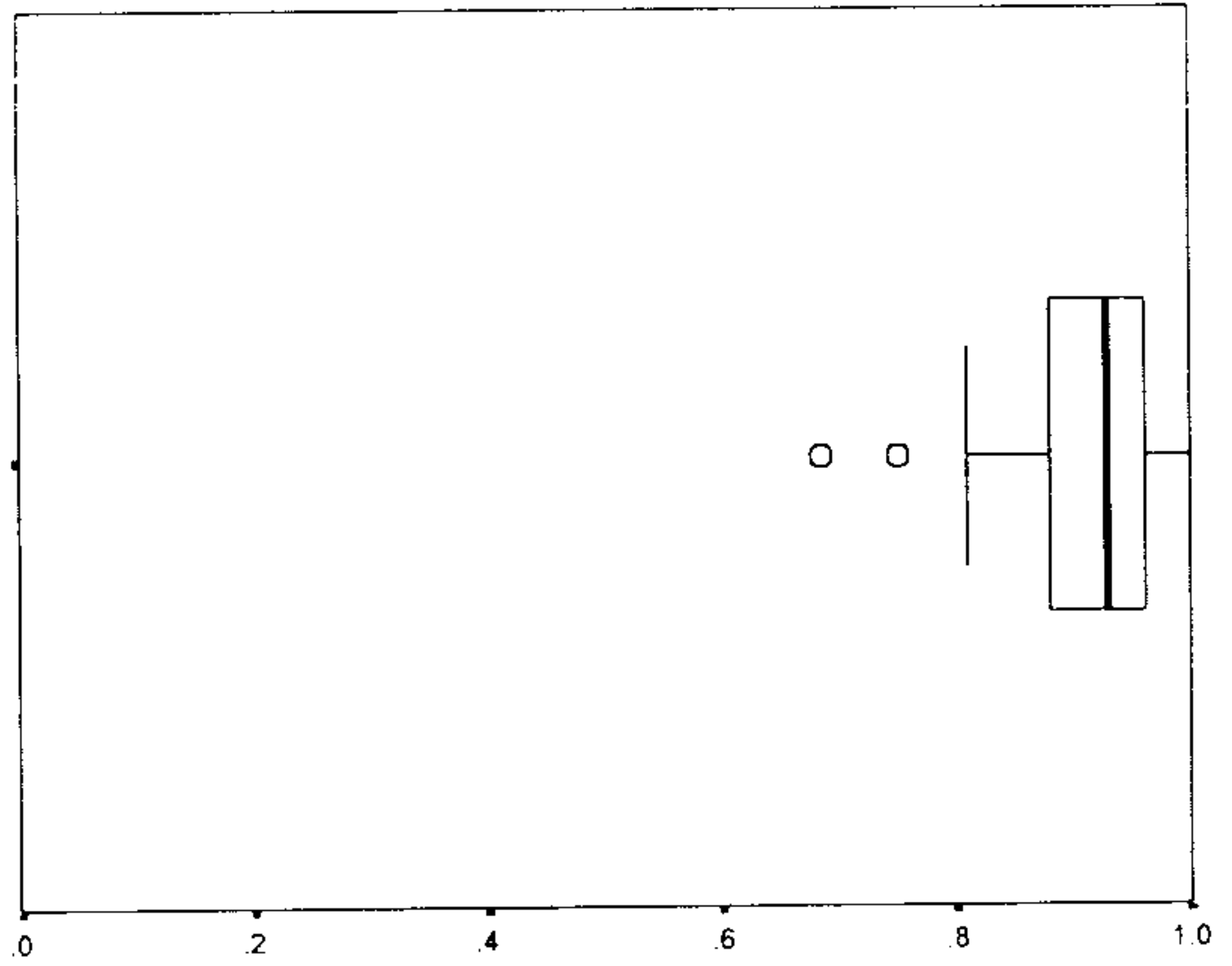
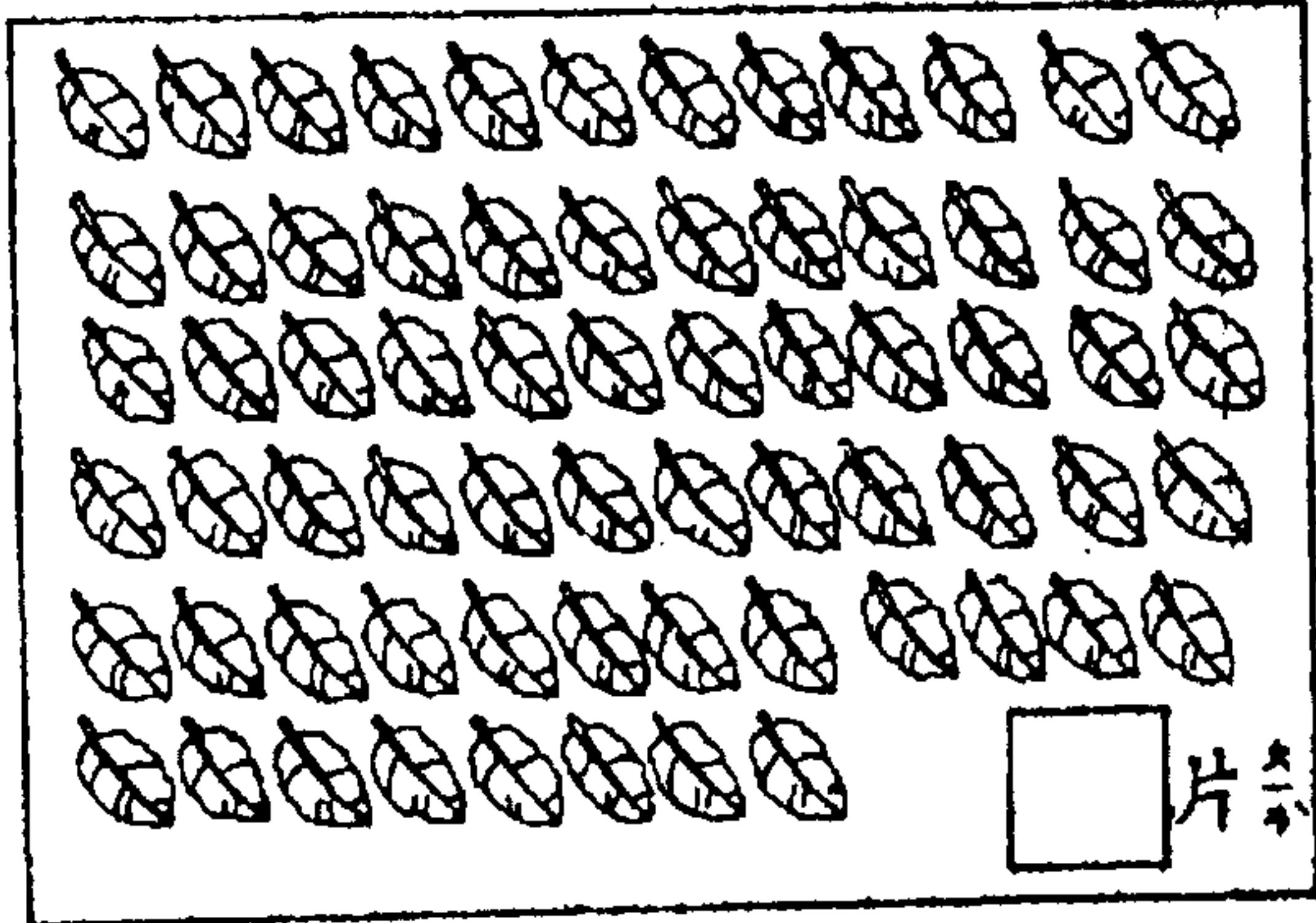


2-5



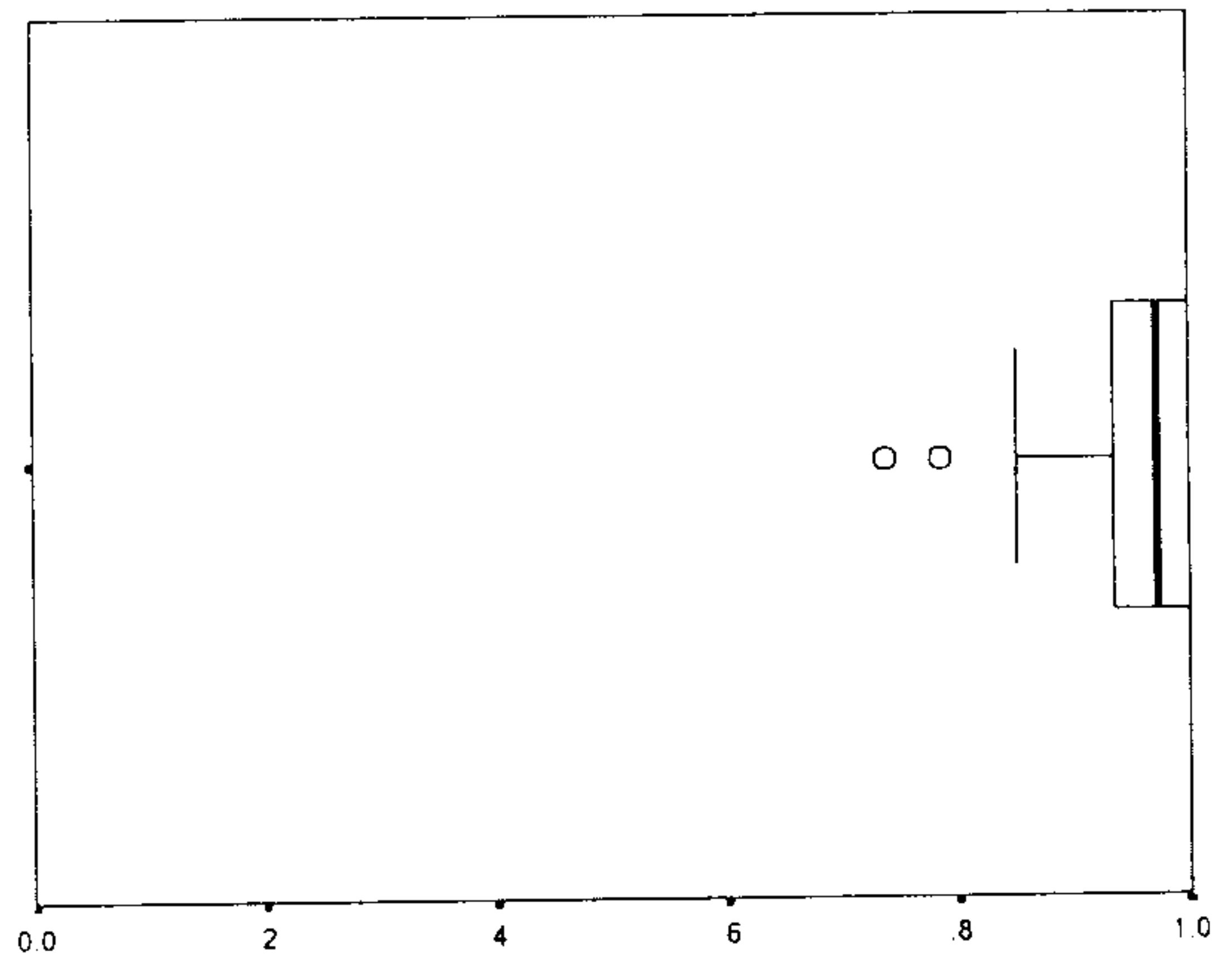
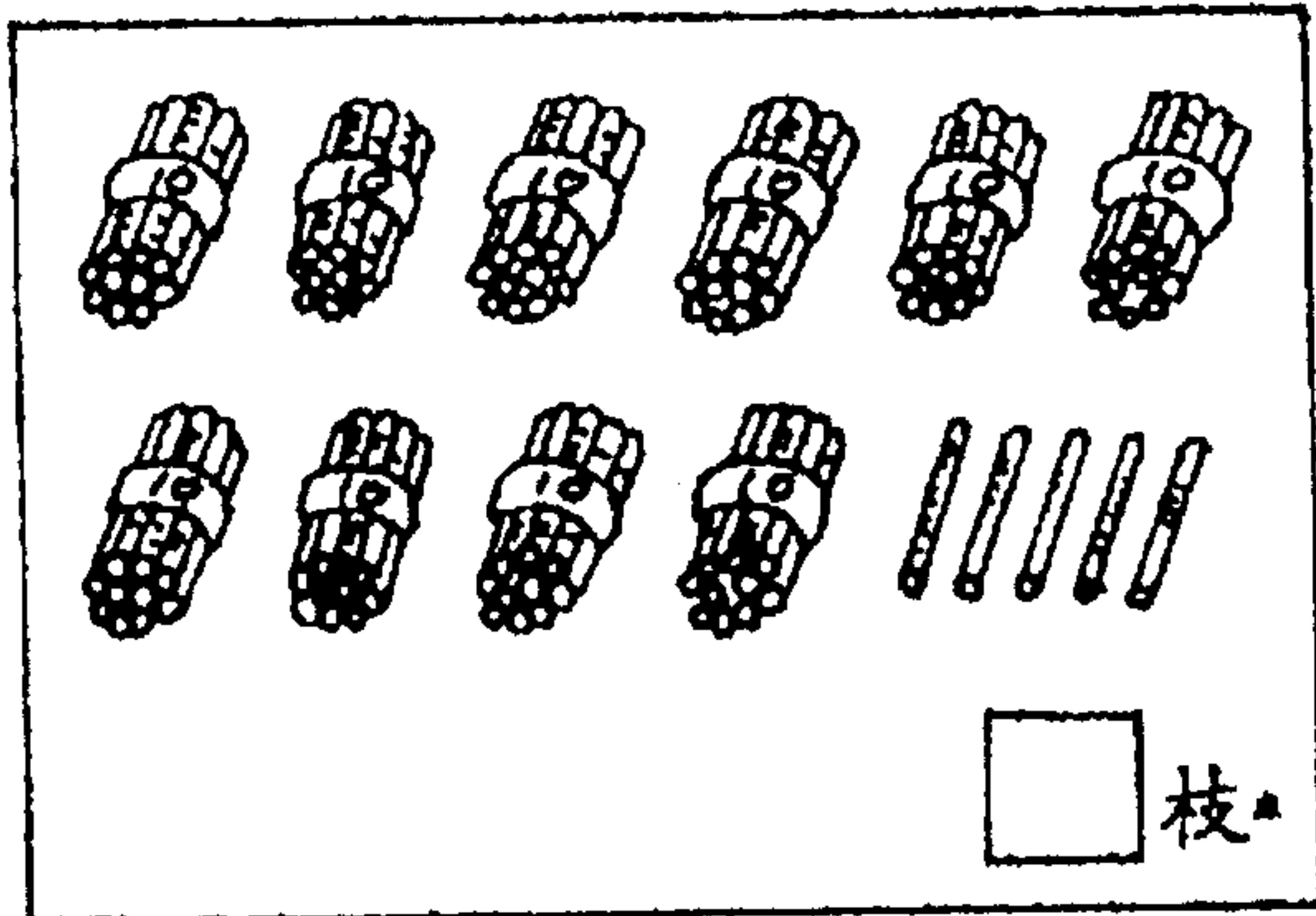
◎數一數，有多少？

(1) 3-1



◎數一數，有多少？

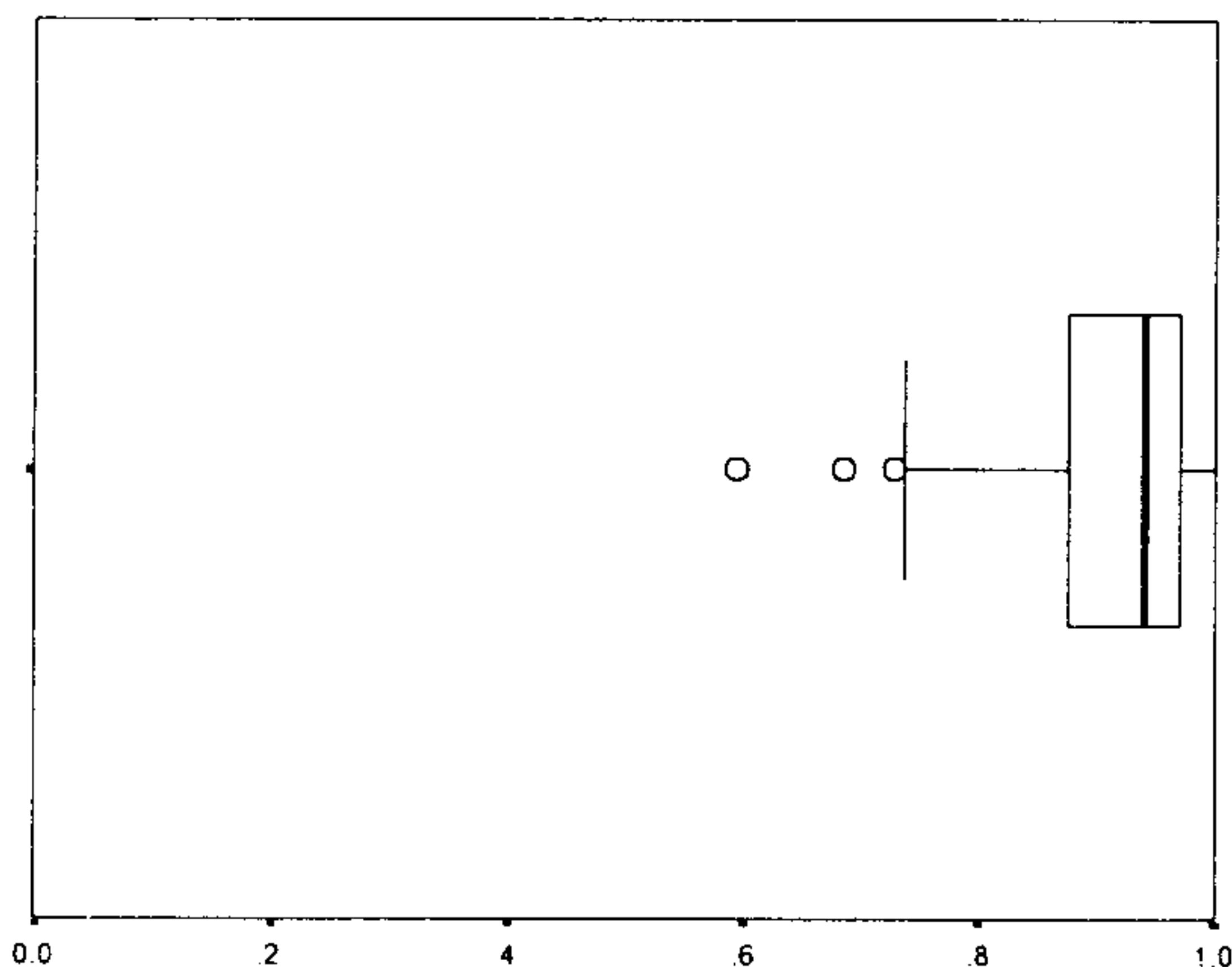
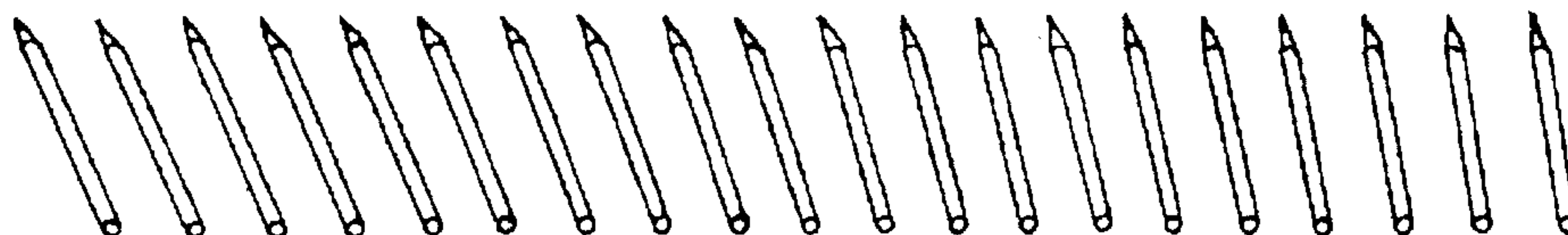
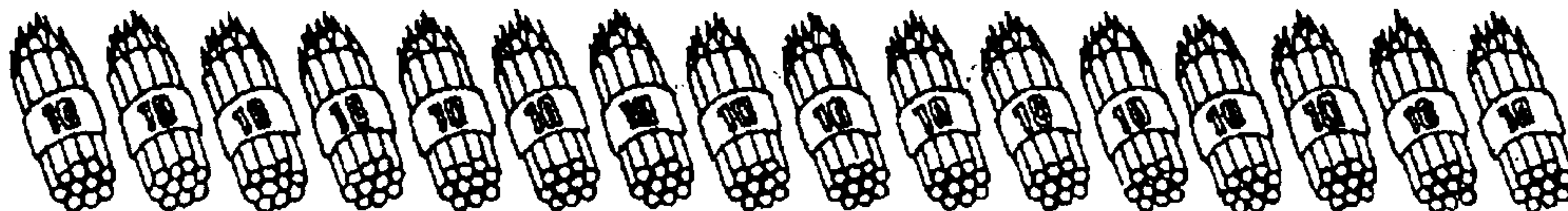
(2) 3-2



◎圈圈看：

(3)把 132 隻圈起來。

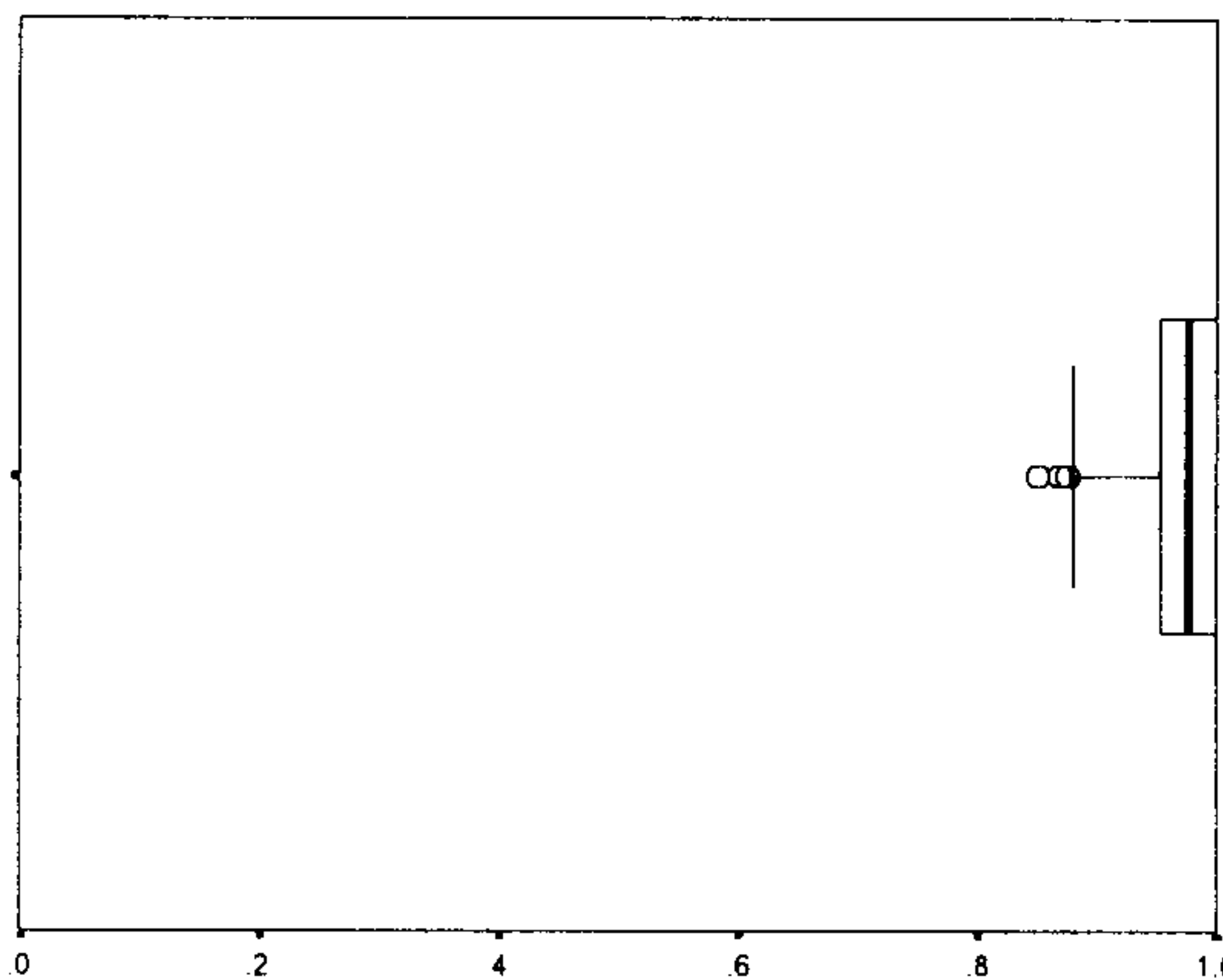
3-3



◎填填看：

4-1

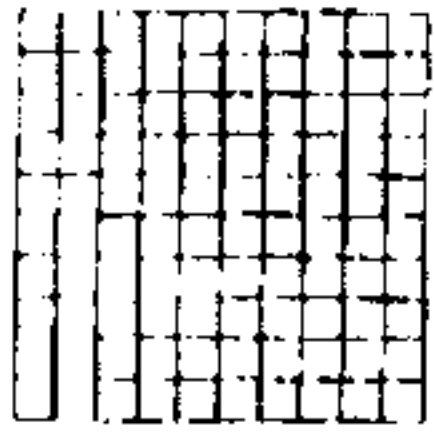

(1)8 個十和 7 個一合起來是
()。





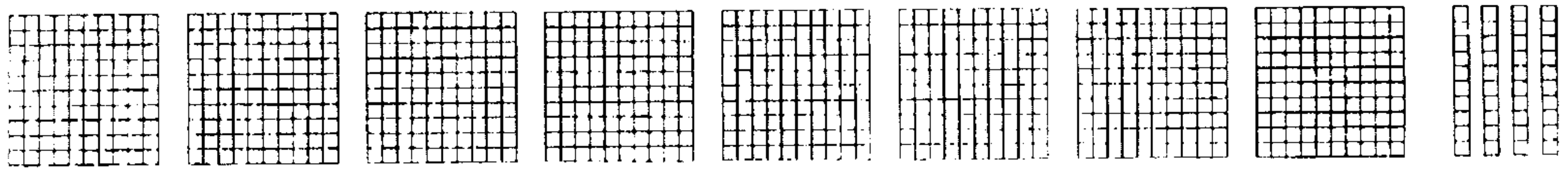
◎ 填填看：

4-5

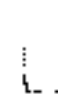
(5)

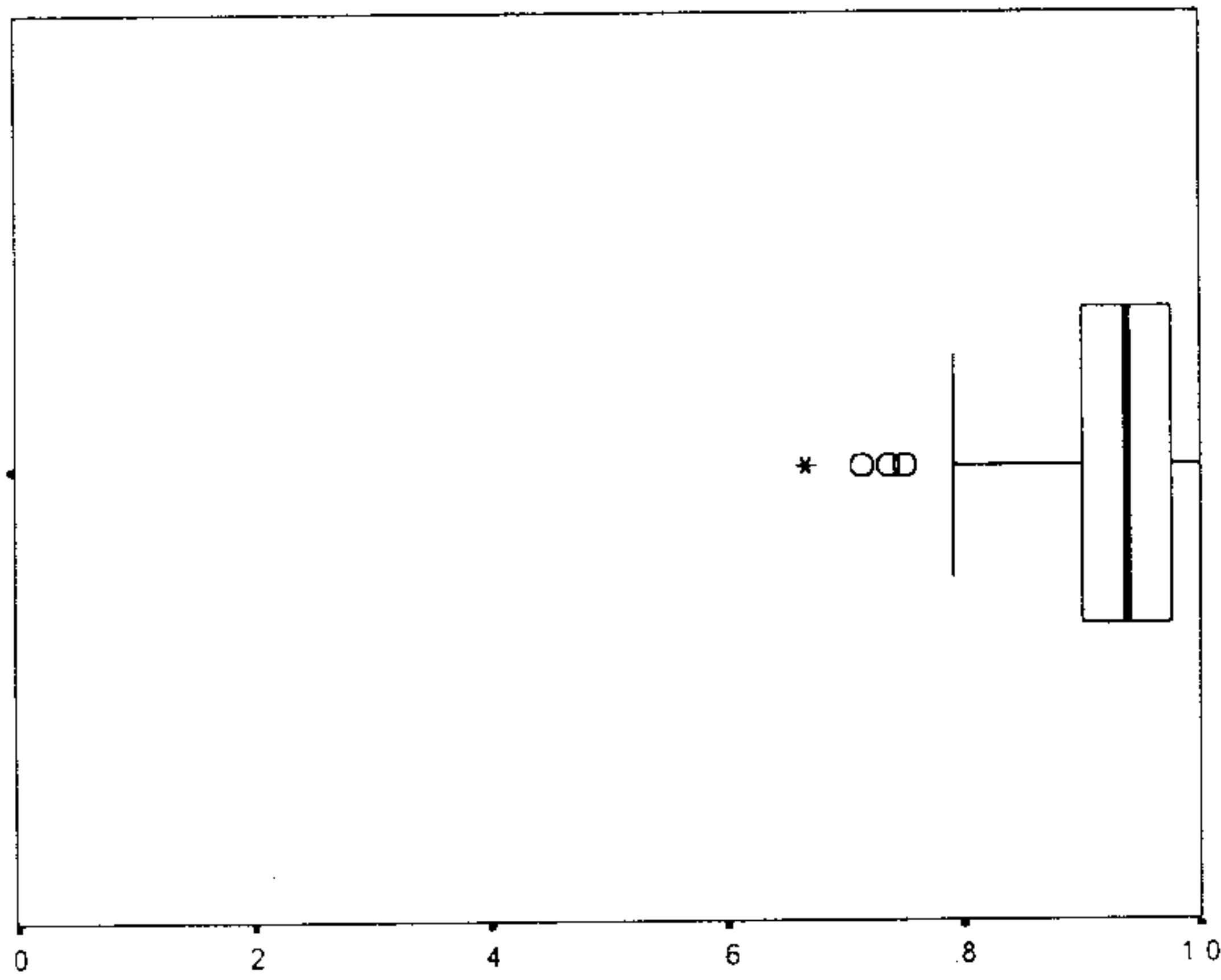
一一張  要用 100 個  排成 1。

一一條  要用 10 個  排成 1。



要用

() 幾個  排成



一、填填看：(每題 2 分，共 12 分)

6-3

(3) 數數看，有多少？

1 0 0 0	1 0 0 0	1 0 0 0	
1 0 0 0	1 0 0 0	1 0	1 0
1 0 0 0	1 0 0 0	1 0	1 0

()

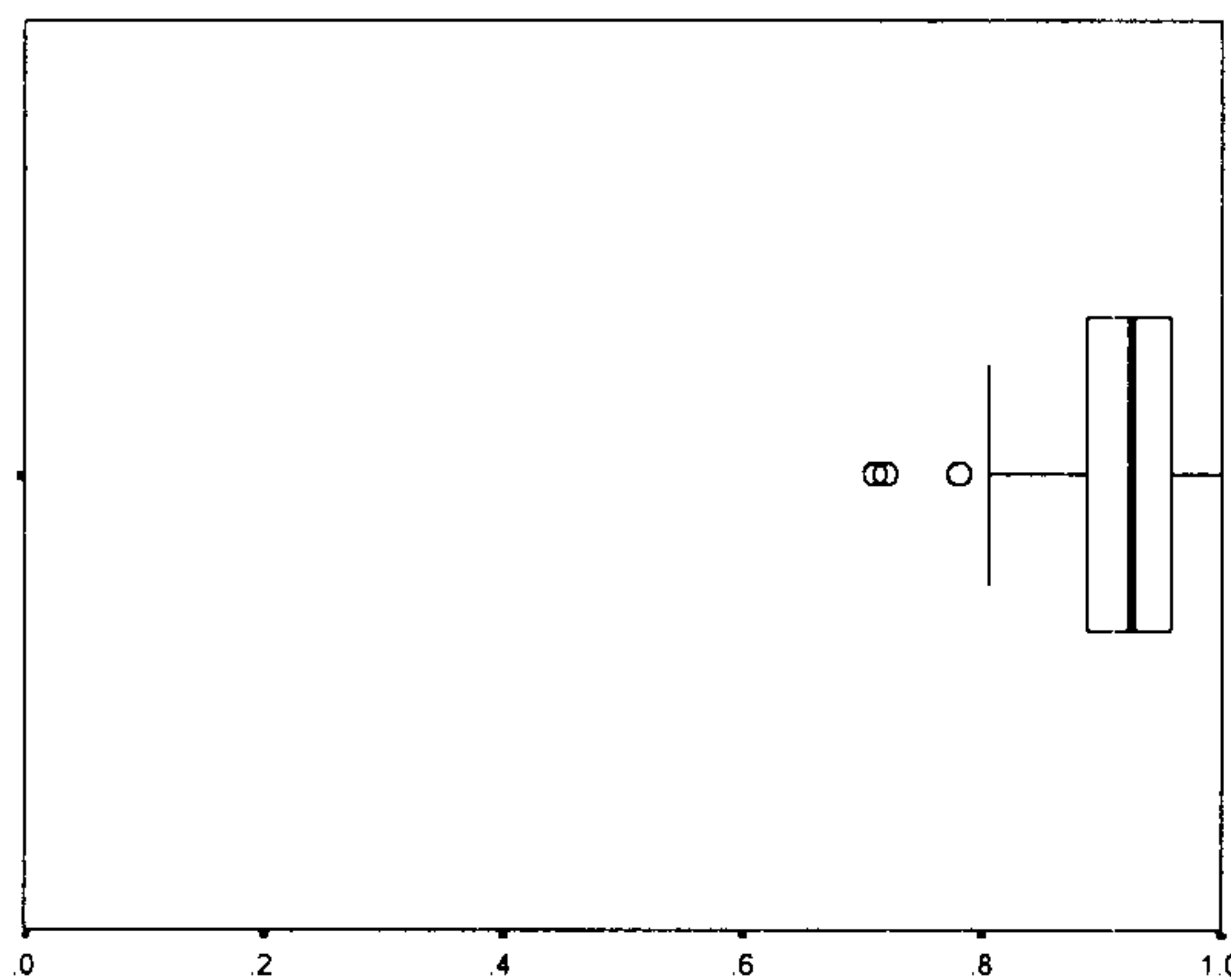














表 1-2：錢幣有關的試題與班級通過率的分佈

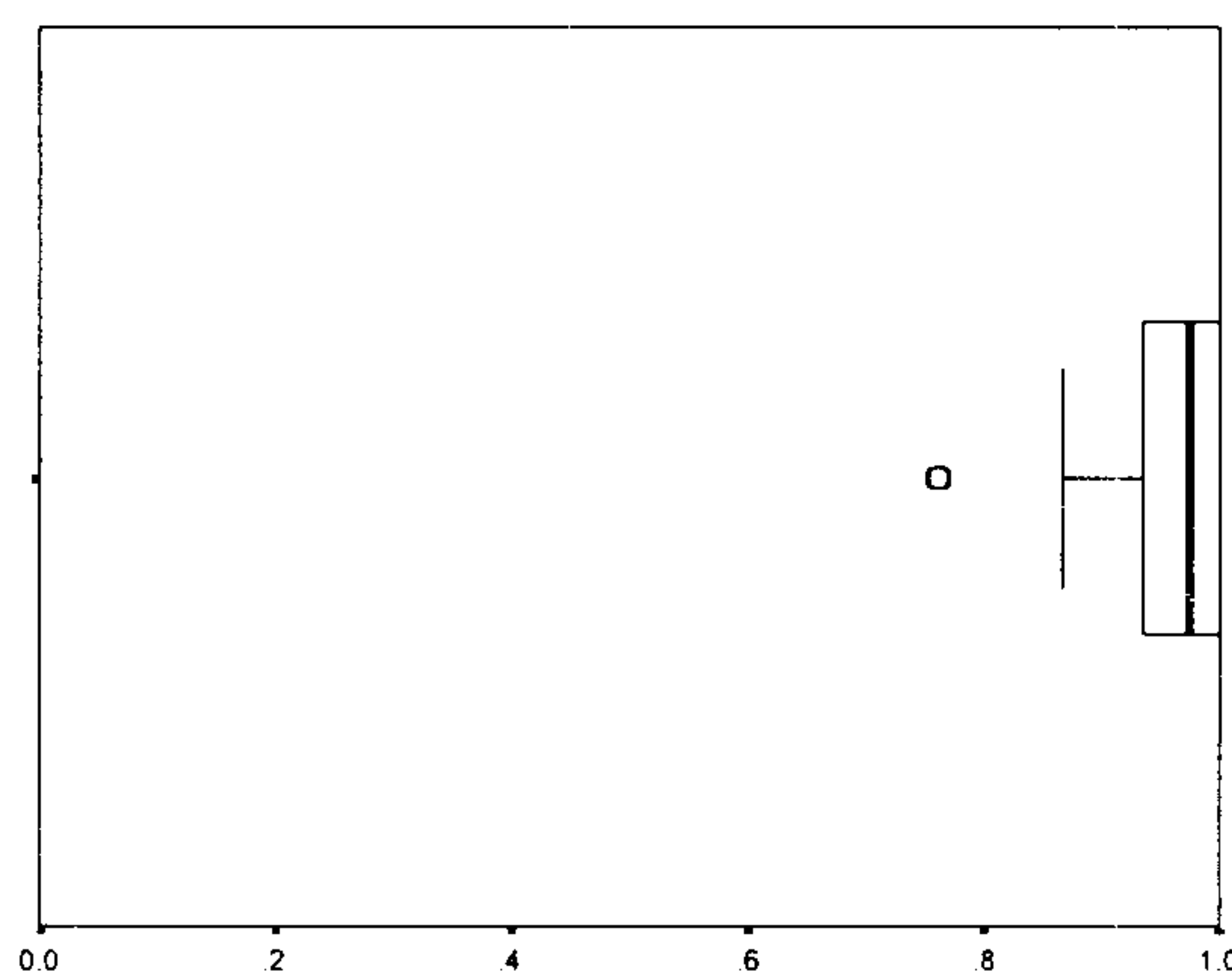
五、數數看，多少錢？(每題 2 分，6%)

1.

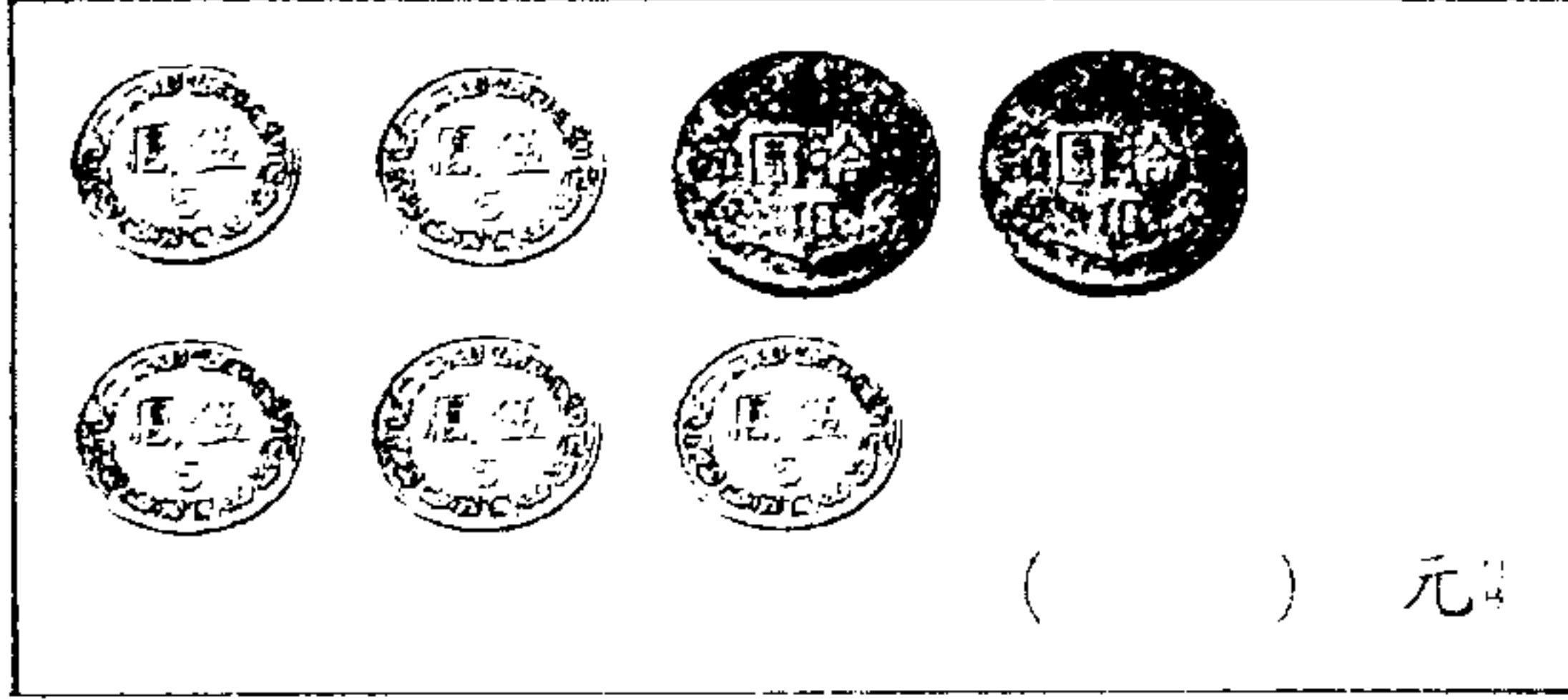
() 元

2-10

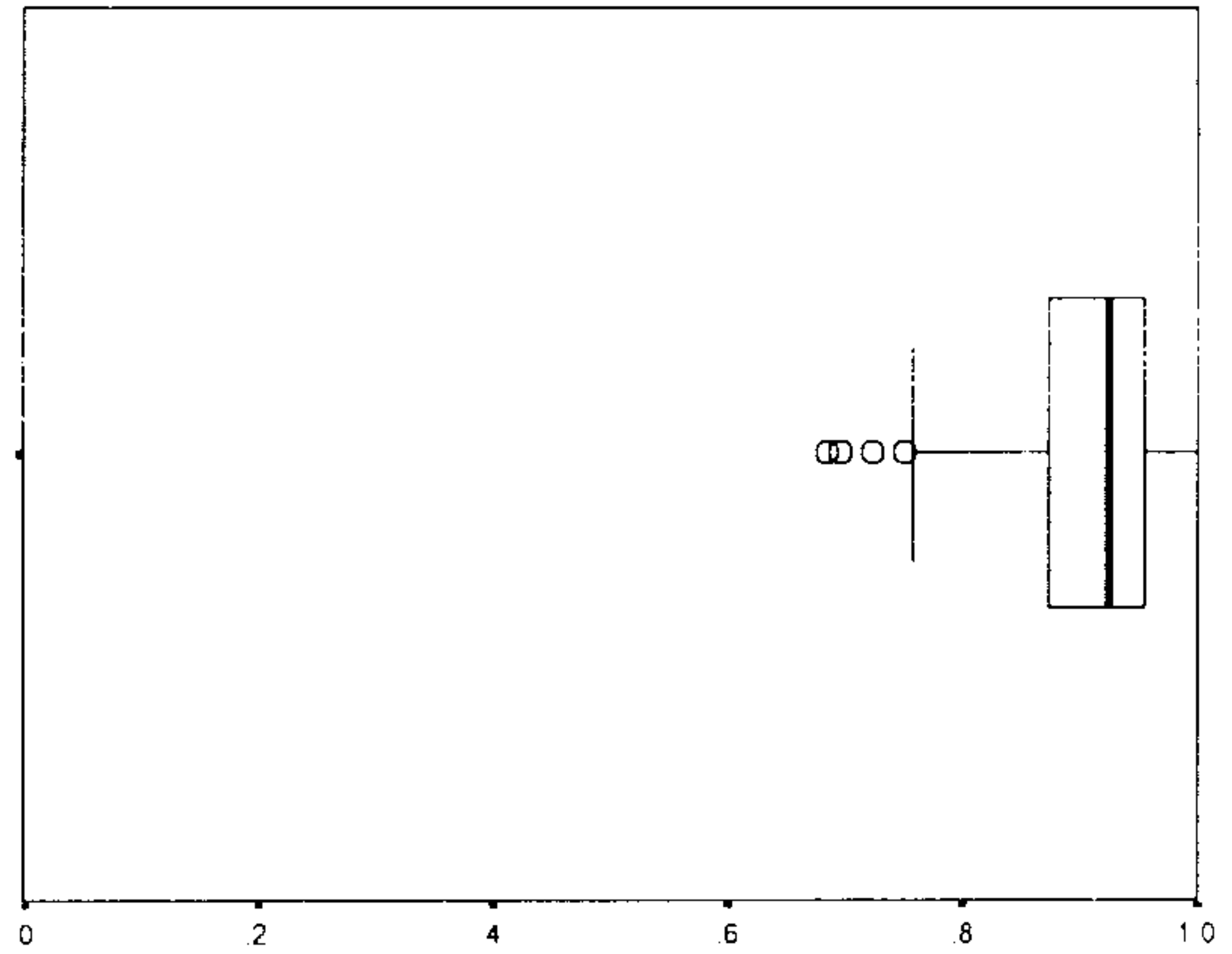


五、數數看，多少錢？(每題 2分，6%)

2.

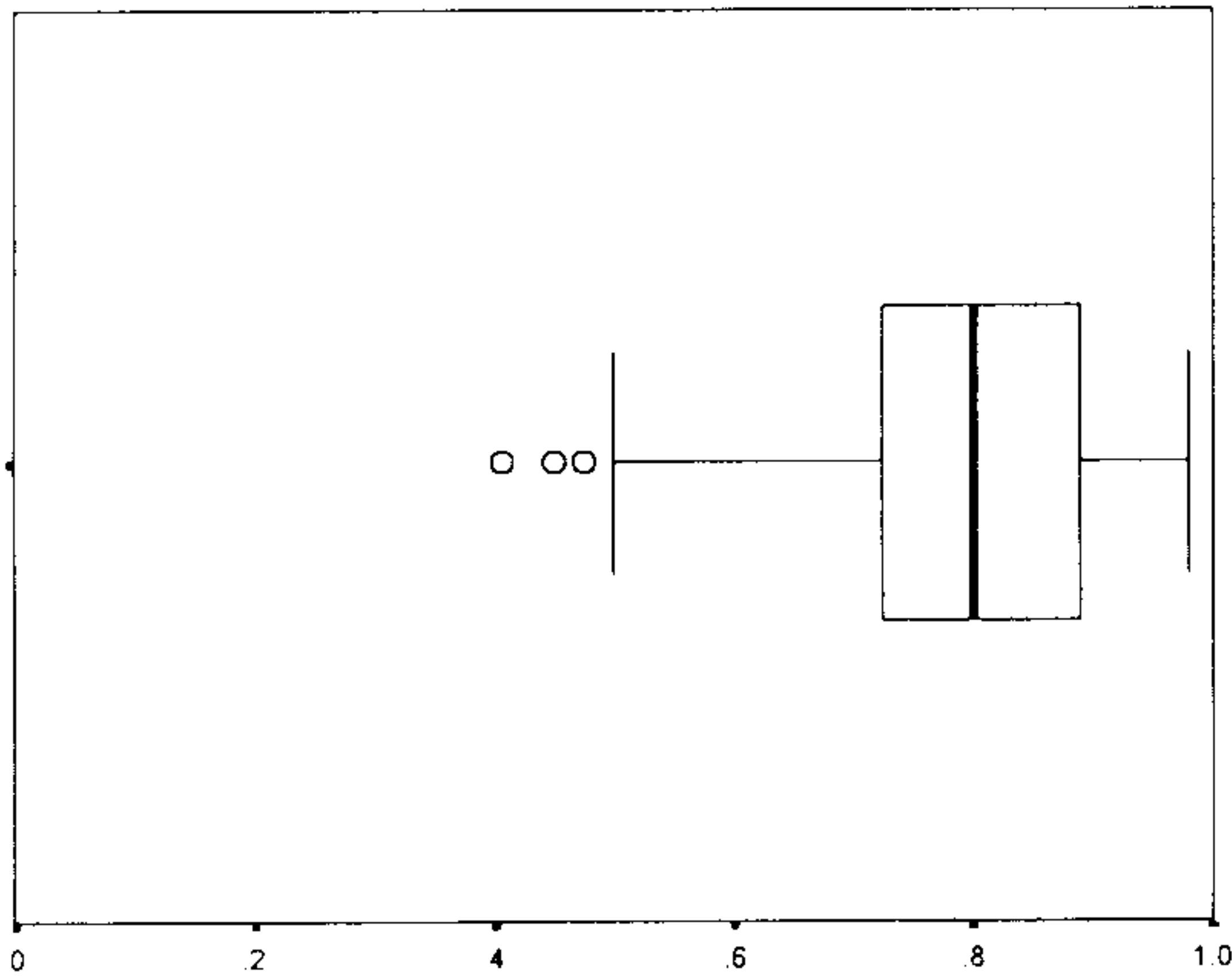
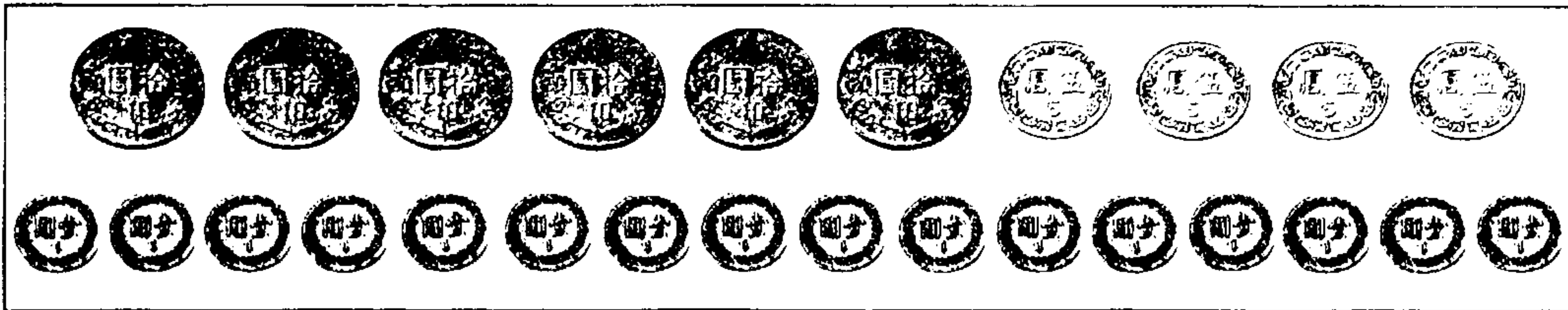


2-11



六、買一個鉛筆盒 45 元和一隻自動筆 16 元，共要多少錢？
把你付的錢圈起來。(4%)

2-12

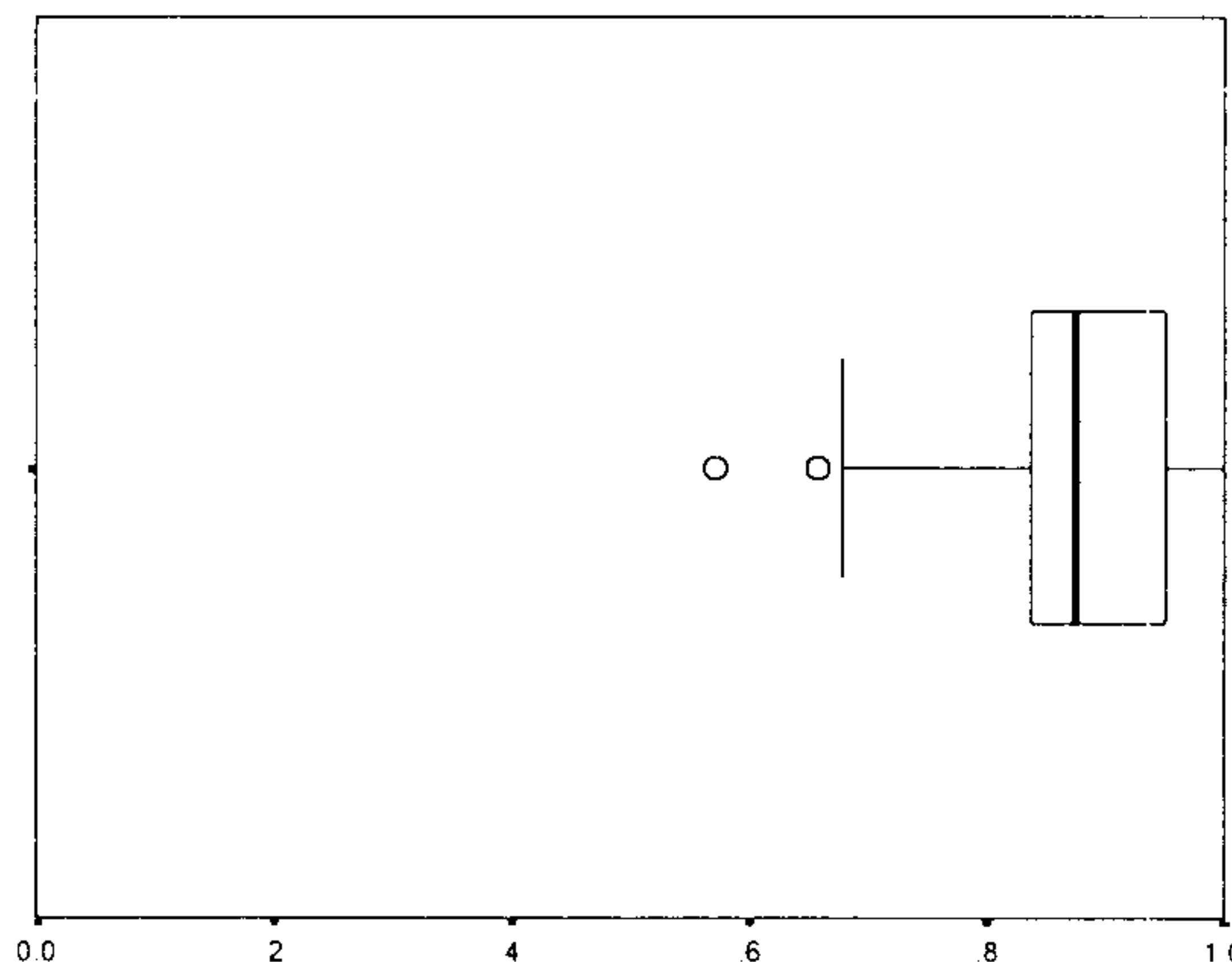
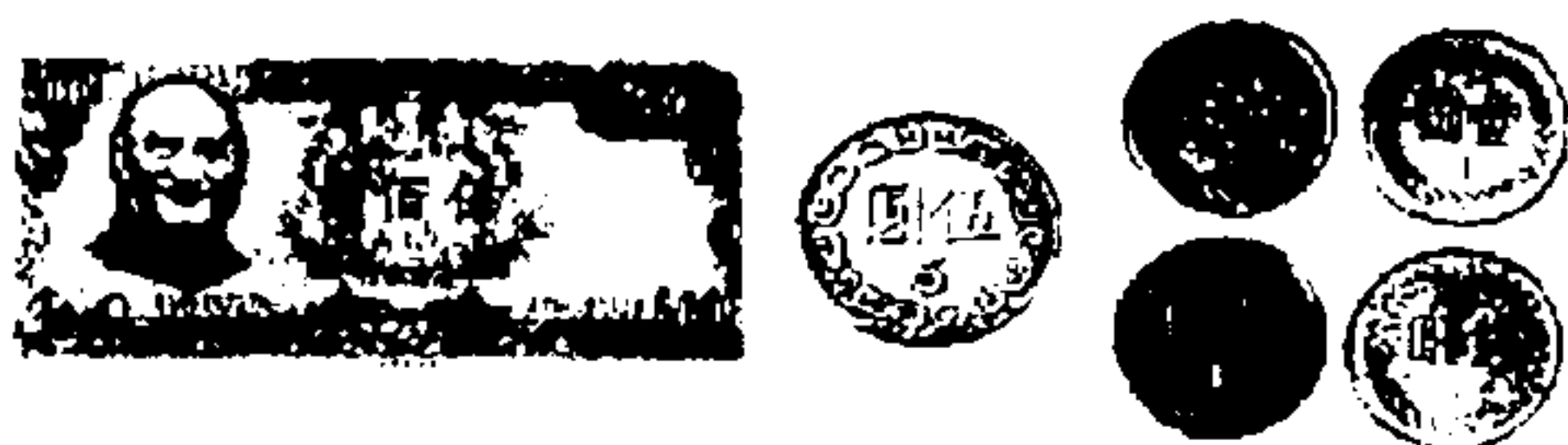


◎填填看：

4-4

(4) 這裡有多少錢？

() 元。



整數計數、做數以及與錢幣有關的試題與班級通過率的分佈呈現於表 1-1 與表 1-2。一年級學童在上學期學習 20 以內的整數，在基數概念方面，第一冊的評量試題包括：（一）數量（圖像物件表示）與數字的配對，如 1-1、1-2、1-3，全體學童通過率為 98%、98%、98%；（二）計數數量並寫出數字，如 1-4、1-5、1-7、1-8，全體學童通過率為 97%、98%、98%、97%；（三）看到數字表現出數量，如 1-19、1-20，全體學童通過率為 98%、98%。顯示：兒童在一年級上學期之數數、認數、寫數、做數等問題，都有相當不錯的表現。

同樣的，一年級下學期學習 20 至 100 以內數數、認數、寫數、做數問題，第二冊評量試題 2-4、2-5、2-10、2-11，皆要求計數數量（圖像物件表示）並寫出數字，但其在數量的呈現方式不同，2-4 呈現的數量是排列整齊但未分群的，而 2-5 則混和 10 枝一捆的表現方式，二者的平均通過率相差為 8%（87%，94%）。2-10（表 1-2）呈現一元與十元硬幣，2-11 混和呈現五元與十元硬幣，它們的通過率分別為 96%和 90%，2-12 要求圈選出適當的一元、五元或十元硬幣的數量，來購買兩個物件（分別為 45 元與 16 元），雖然學童可以先算出總價再用錢幣來表現，學童亦可用錢幣先表現兩個物品的價錢，再將它們圈在一起，問題的最低要求乃是用具體的表現數字，其通過率為 78%，由 2-4 與 2-5 的表現可見，當被計數的數量很多時，而被計數物未使用不同的單位來簡化表現時，計數的過程的繁雜易產生錯誤。由 2-5 與 2-10 的表現，預測十元硬幣引發的反應與十枝一捆的圖像相當近似。但是由 2-11 與 2-12 的表現，值得懷疑此階段部份學童在同時面對三個單位時，較易產生混淆。

二年級上學期學習 200 以內之數數、認數、寫數、做數問題，第三冊評量試題 3-1、3-2，皆要求計數數量（圖像物件表示）並寫出數字，3-1 呈

現排列整齊的 68 片葉子（五排 12 片與一排 8 片），而 3-2 則混有 10 枝一捆的表現方式，二者的通過率分別為 92%、96%，3-3 要求利用捆（十枝）與枝的圖像表現數字（132）的意義，其通過率約為 91%。被計數物是否有被加以分群（不同單位）的呈現，依然影響二年級上學期的學童的表現。對於被計數物是未分群的 2-4 和 3-1 試題通過率的不同（87%和 92%），一個可能的解釋是一下和二上學童在發展上的差異，較多數的二上學童能自行形成高階單位（10 或 12），來增加大數量計數的正確性。

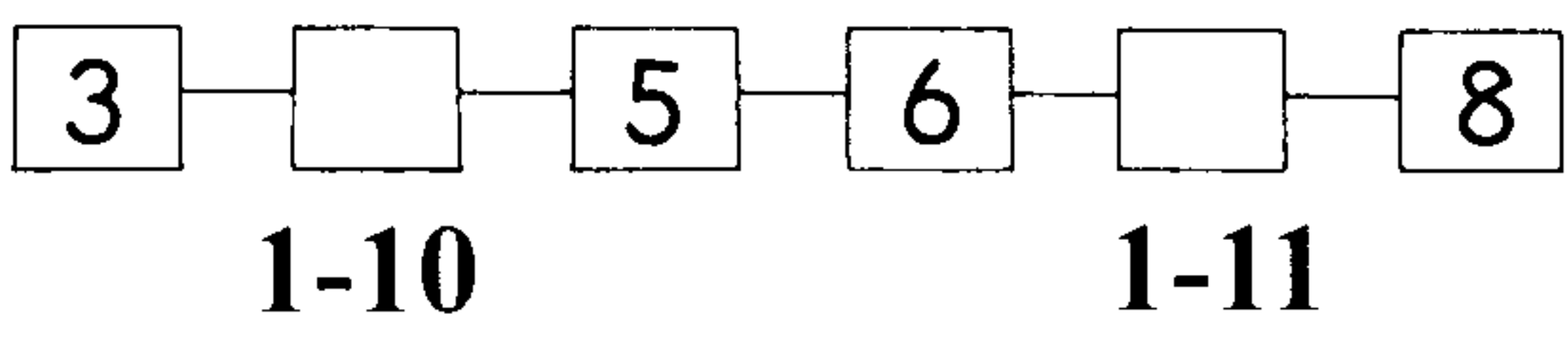
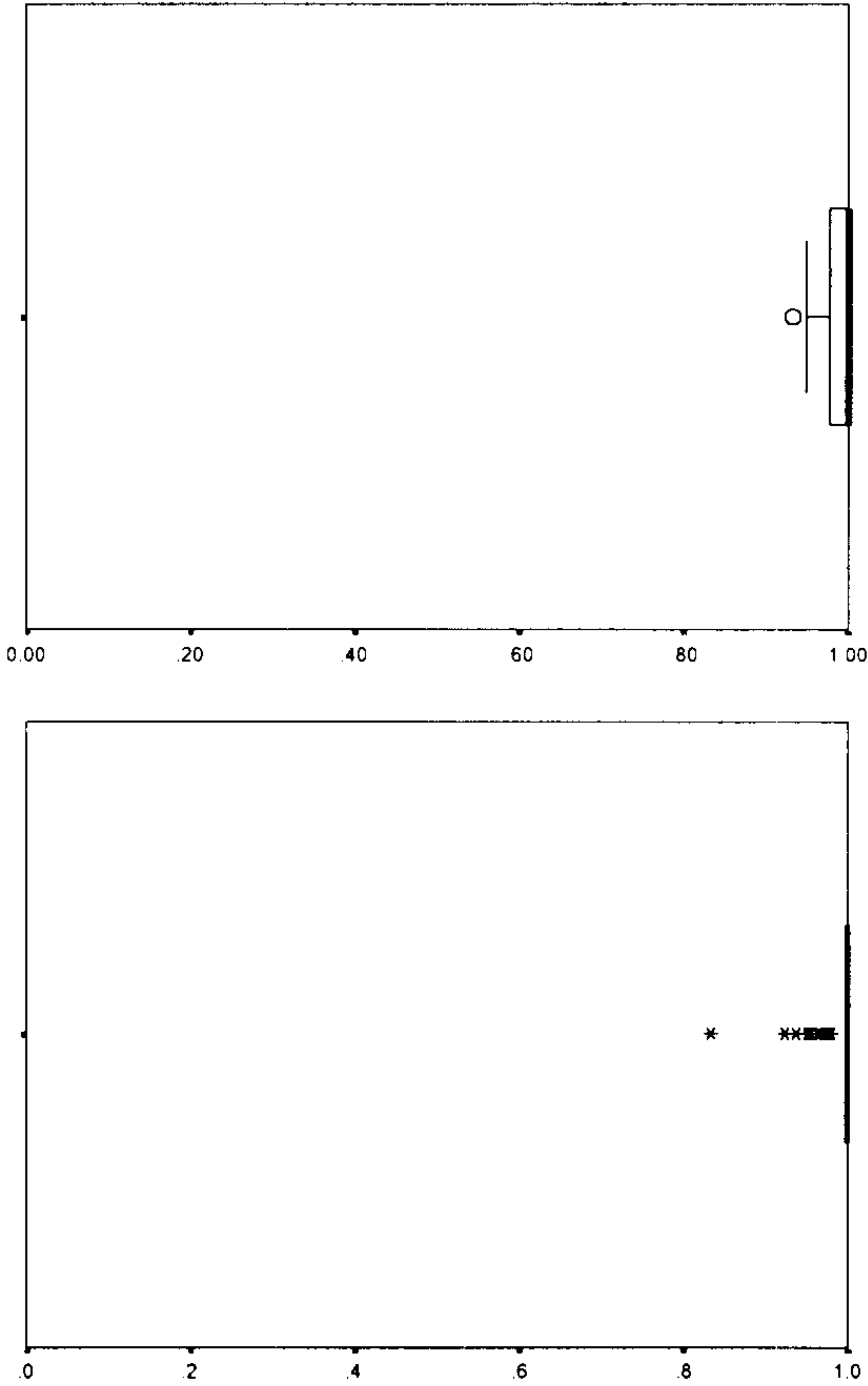
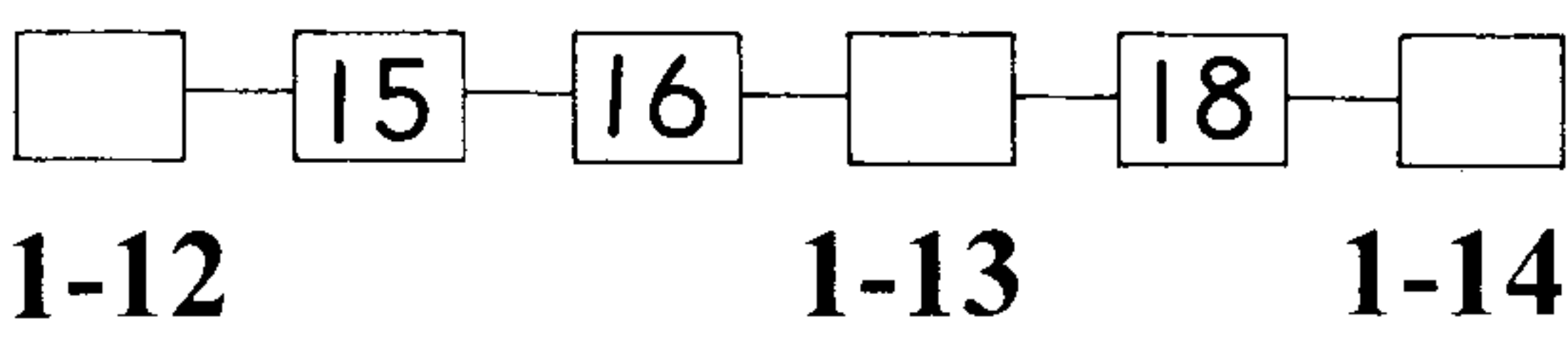
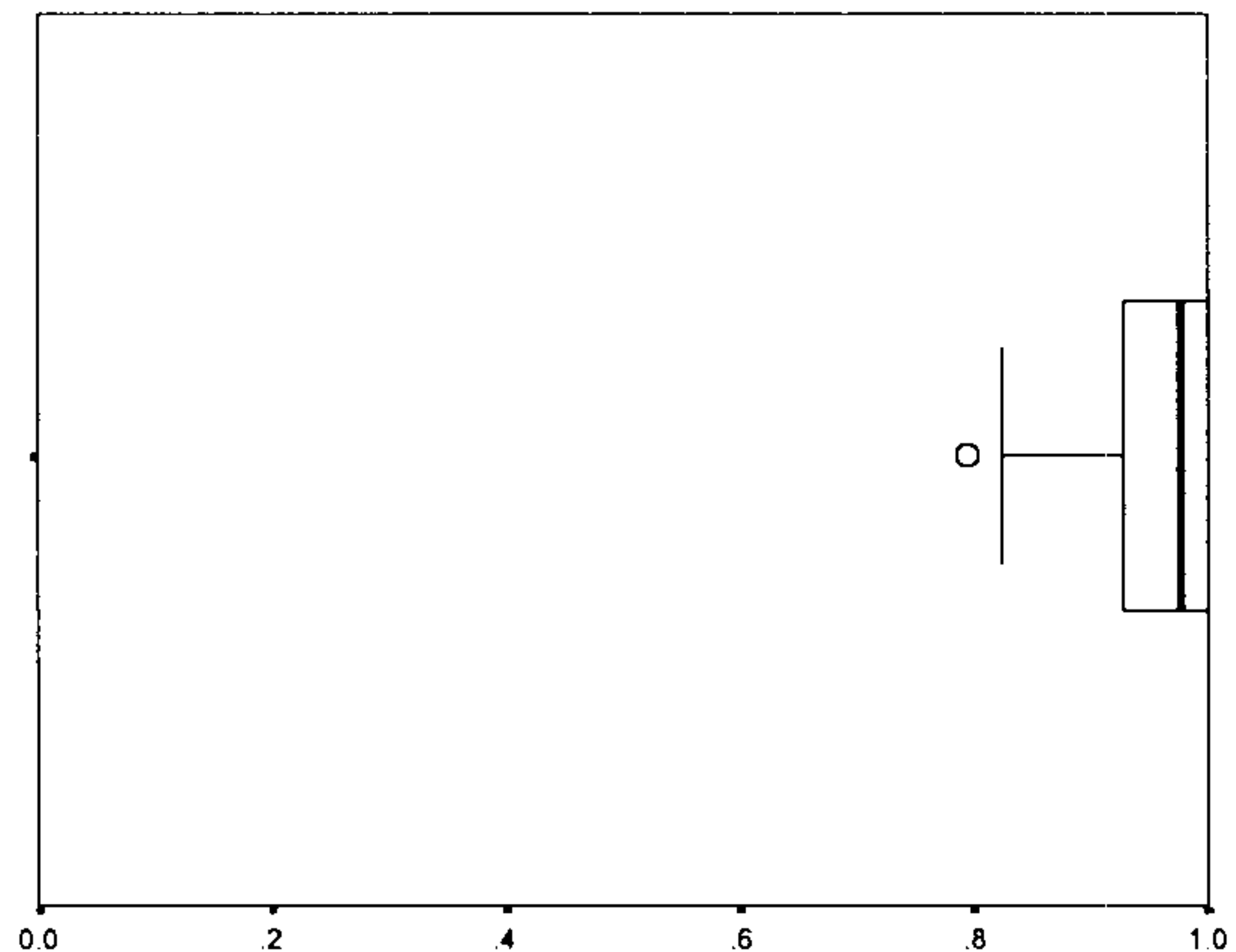
二年級下學期學習一千以內之數數、認數、寫數、做數問題，第四冊評量試題 4-4、4-5 皆要求計數數量（圖像物件表示）並寫出數字，4-4 呈現三種不同幣值錢幣，要求學童計數 500 元、5 元和數個 1 元所合成的數量，其通過率約為 68%。4-5 呈現百格板（100）與橘色積木（10）的圖像計數至 840，其通過率約為 93%，這兩個問題都要同時面對三個單位（500、5、1 或 100、10、1），學童此時的計數表現，較一下時優異（參考 2-11，2-12）。在 4-4 中除了需認識 500 元、1 元、5 元外，還涉及到 1000 以內累進計數的能力，學童必需具有 500 再累 5 是 505，再加 4（或逐次累 1）而得出 509，並且知道如何寫出“509”缺十位三位數字的紀錄，4-4 較低的通過率，提醒這些可能的困難需要更多的注意。試題 4-1 呈現另一種計數活動的形式，在沒有具體物或圖像的支持下，只用文字描述多個「十」、「一」單位的組合，而要求描述組合結果，一方面這是印阿數字系統的組織原則，另一方面學童可以透過累進計數的方式完成解題，此題通過率達到 97%，顯示在兩位數（二下）範圍此種問題並未造成困難。

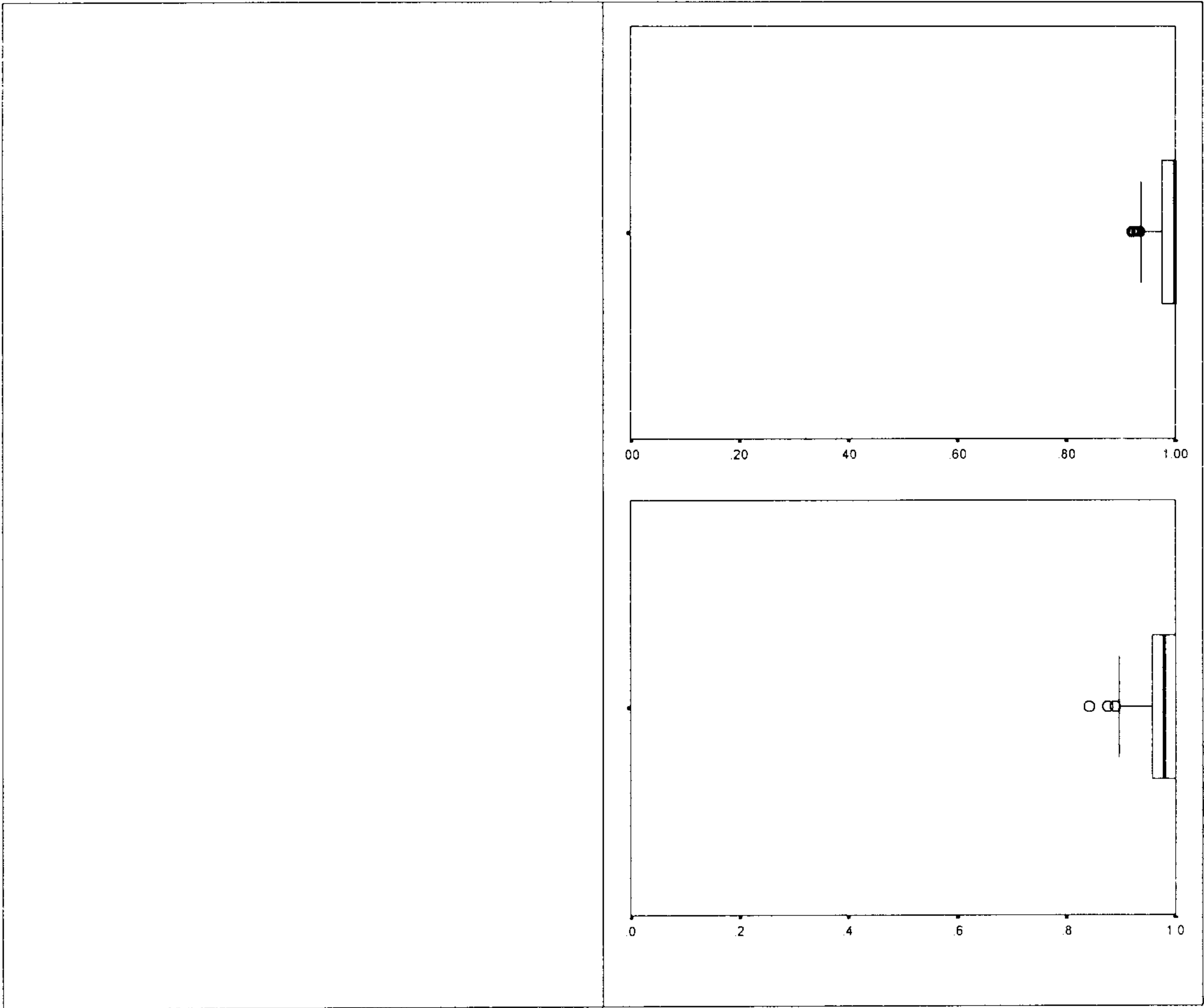
三年級學童繼續學習一萬以內整數的認識，第六冊試題 6-3 呈現代表千與十的圖像，要求計數並寫出總和，其通過率約為 91%，此題要同時面對三個單位（1000、10、1），而且答案（7040）為有缺位的四位數字，這些方面的困難仍值得注意。

總而言之，有關整數的基數概念部份，透過計數活動形成數量、數詞與數字的連結，各年級學童的表現尚佳，總結性評量上相關試題的通過率多在 90%以上。在計數大數量離散物件時，較多二年級學童發展出適當的策略，來克服冗長逐個計數監控的困難。當問題中有兩個以上圖像表徵（分別表示不同且異於「一」的單位）時，低年級學童可能產生計數時的混淆。當學童尚未能用多單位概念來掌握整數意義時，缺位數字的書寫仍值得特別注意。

三、序數

表 1-3：整數序數概念有關的試題與班級通過率的分佈

<p>三、按照順序填填看(15%)</p> <p>  </p>	
<p>三、按照順序填填看(15%)</p> <p>  </p>	

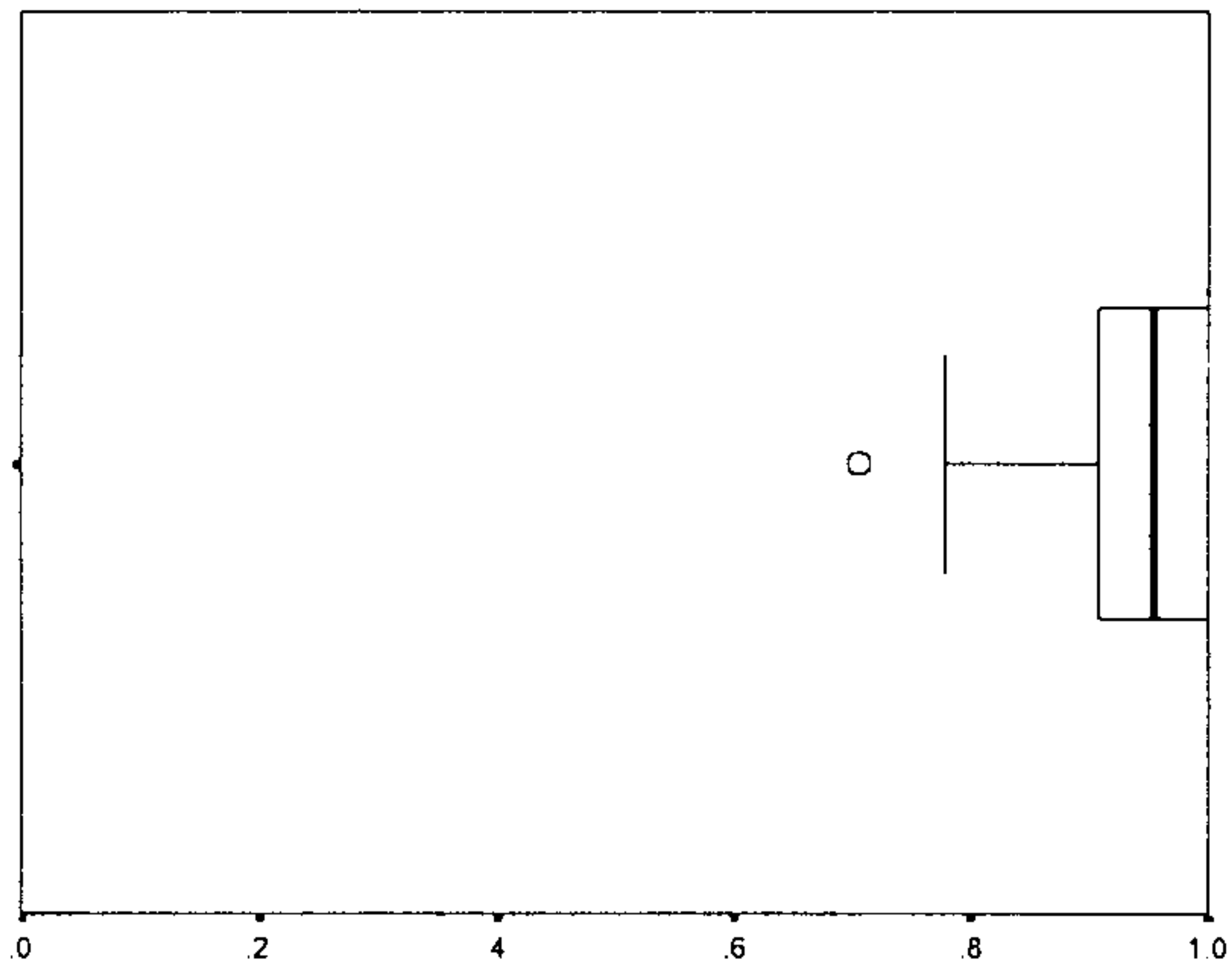
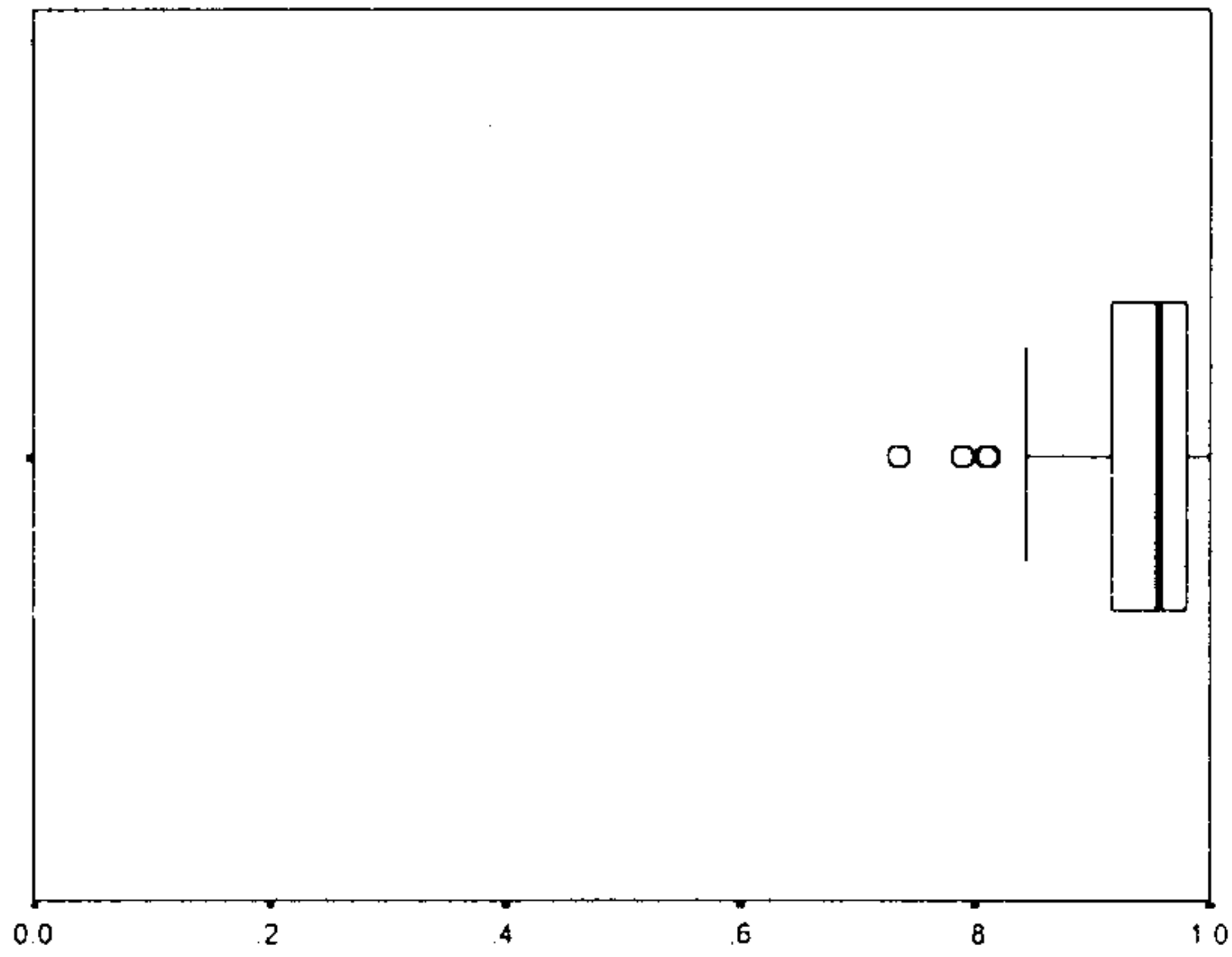




四、連連看(4%)


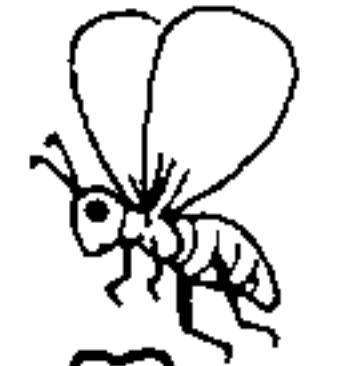













1-15

1-16



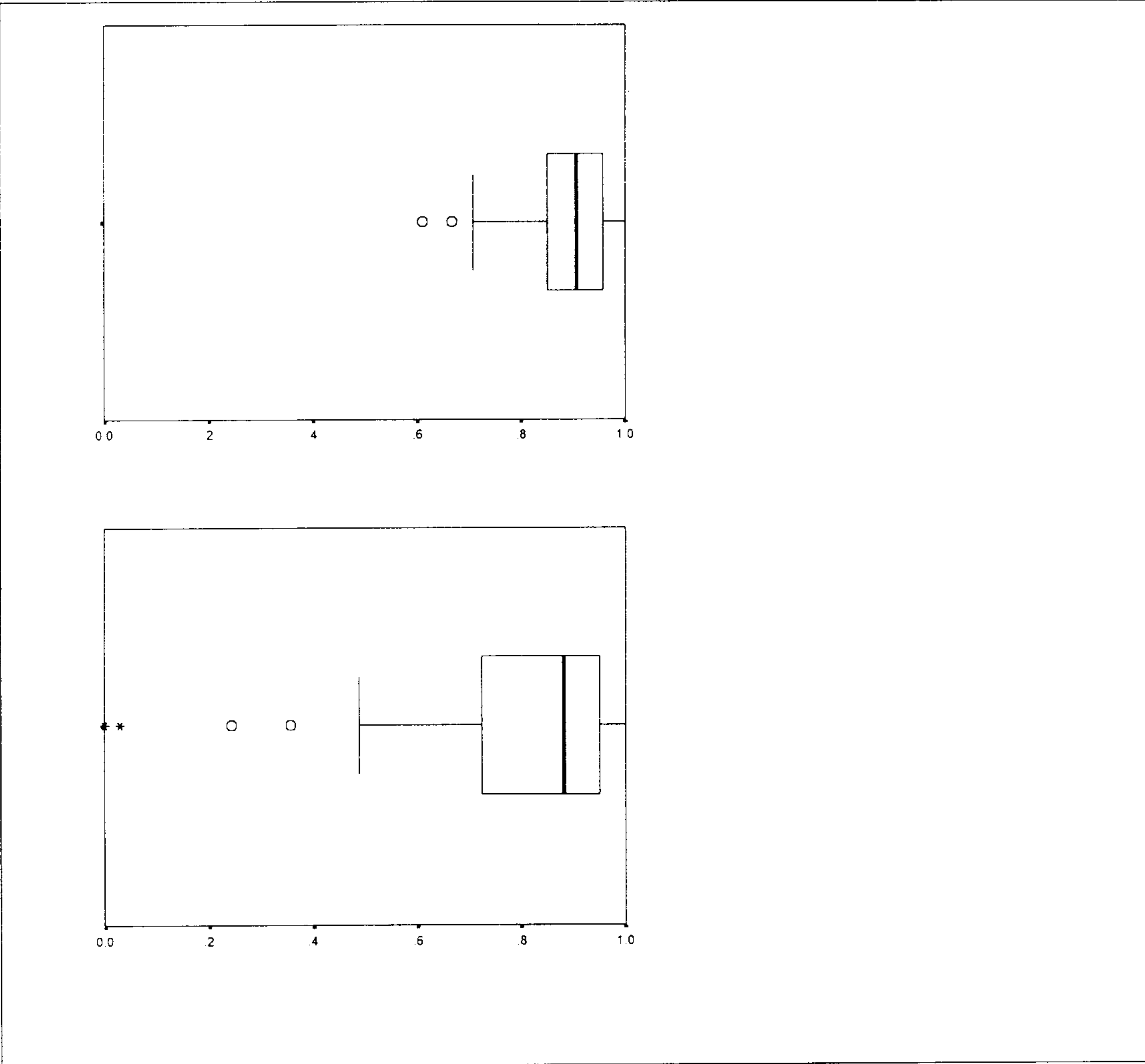


五、  停在第幾朵花上？  停在第幾朵花上？(4%)

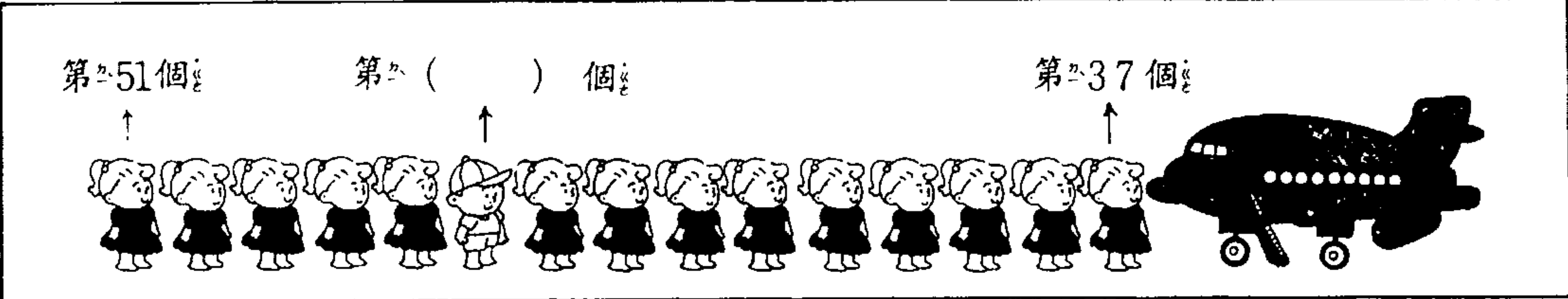
												
												
第2朵		第()朵				第()朵						

1-17

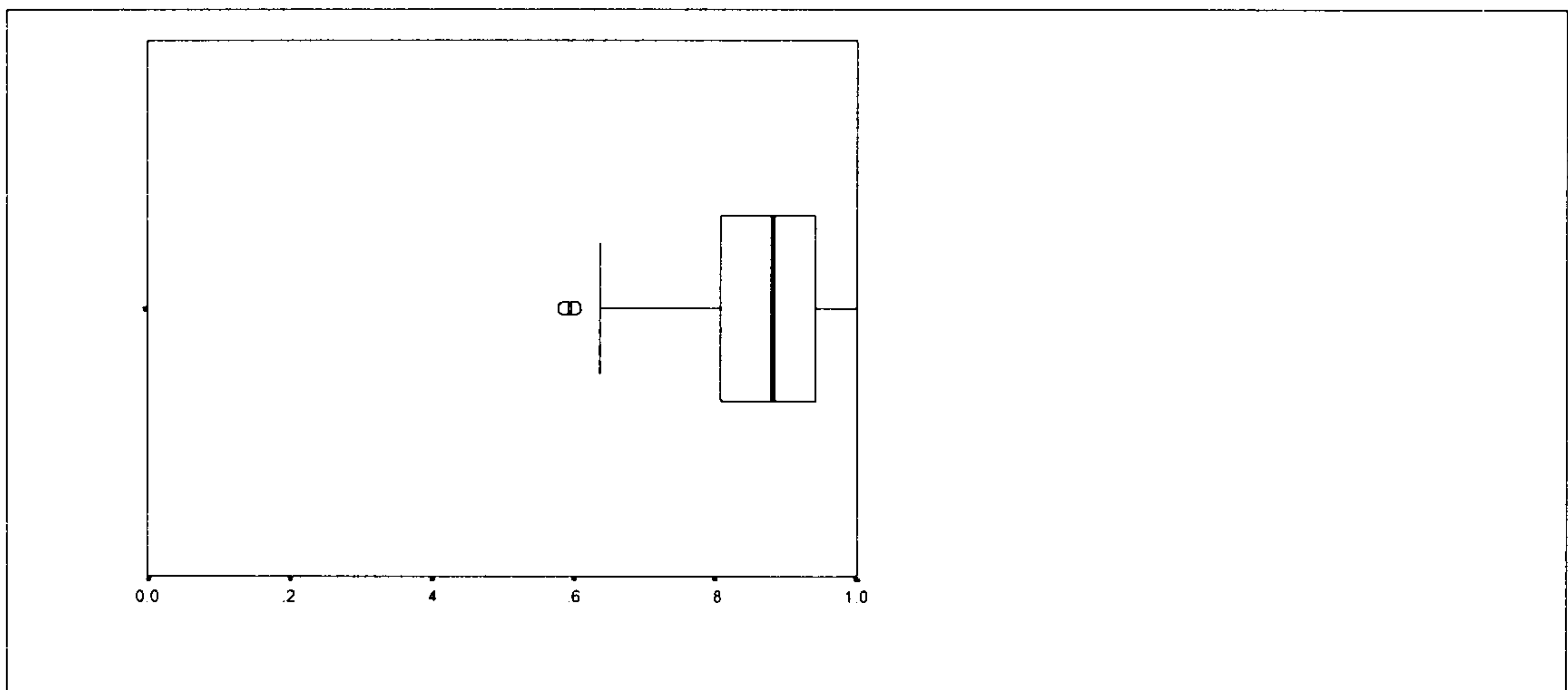
1-18



三、填填看，  排在第幾個？(3%)



2-6

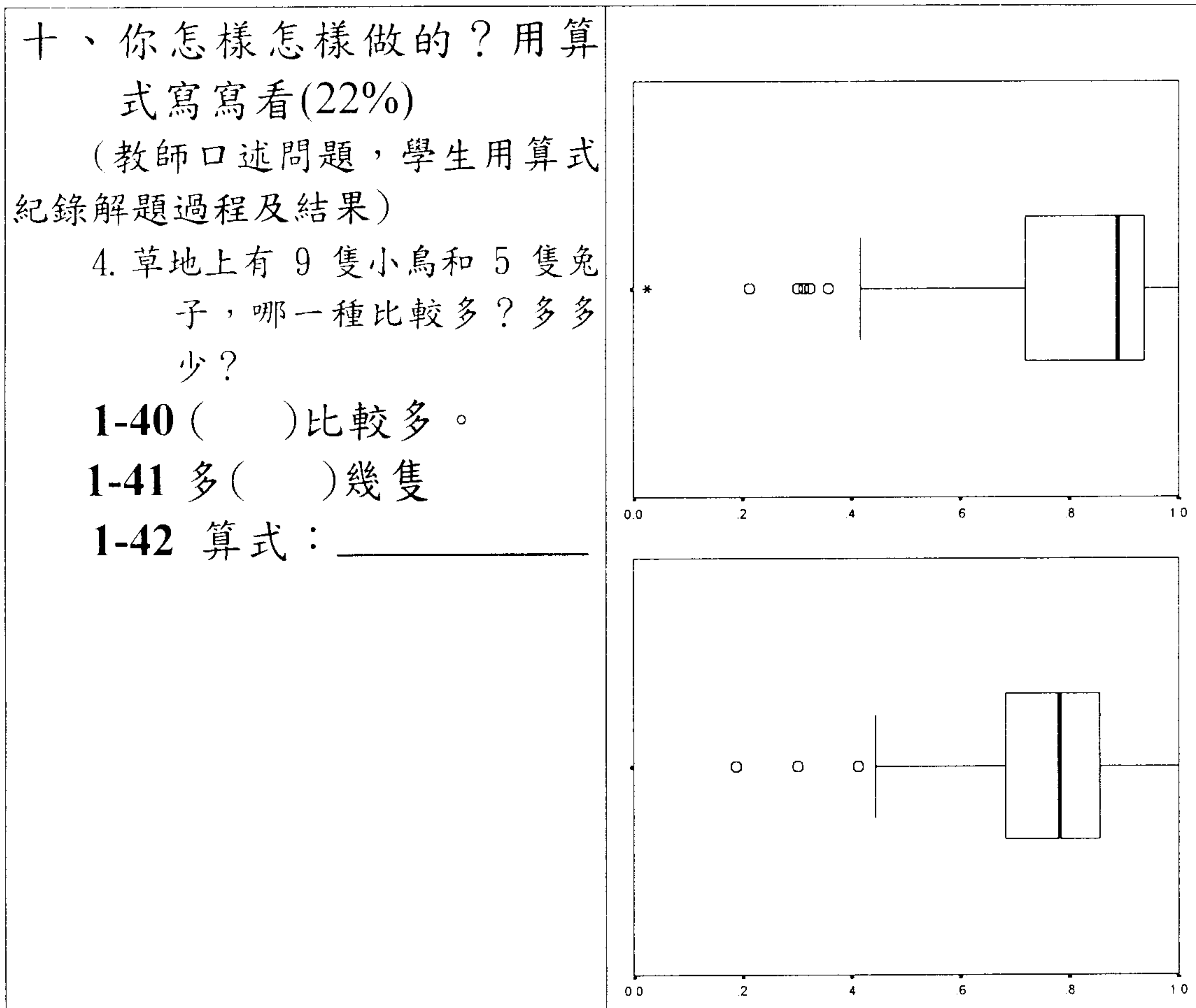


有關序數概念的問題與學童表現呈現於表 1-3，與基數問題（表 1-1、1-2）比較時，學童序數概念之通過率稍低。試題 1-10 至 1-14 是用來評量數字之先後順序，要求學童填寫一段數字序列中的空格，這五格的通過率均達到 95% 以上。1-15 和 1-16 評量兒童是否能指出排在第幾個的是誰（連連看），通過率分別為 94% 和 94%，1-17 和 1-18 要求寫出指定花朵是排在第幾個，通過率分別為 89% 和 80%，除了注意到「寫出第幾個」較「連連看」困難外，有班級在試題 1-18 上的通過率為 0，審視 1-17 與 1-18 的呈現方式，發現試題的命題模糊不清，可以將 1-17 與 1-18 的花朵解讀為一排花或兩排花，不同的解讀方式可能是這兩題通過率差異的主因，而不能解釋 1-18 造成特別的困難。

試題 2-6 與 1-17、1-18 相仿，亦是要求寫出指定物件的排列位置，其通過率為 87%。就試題分析而言，1-17 與 1-18 可以由圖上從第一個開始點數，來決定指定物件的位置，而且是由左向右的習慣次序，相對地，2-6 需由圖上第 37 與第 51 的標示，推測從右向左的排序方向，以第 37 個為始點向上數，或以第 51 個為起點進行倒數，才可能解題成功。因此而造成學童的困難。

四、兩數的大小關係的比較

表 1-4：整數大小關係比較有關的試題與班級通過率的分佈

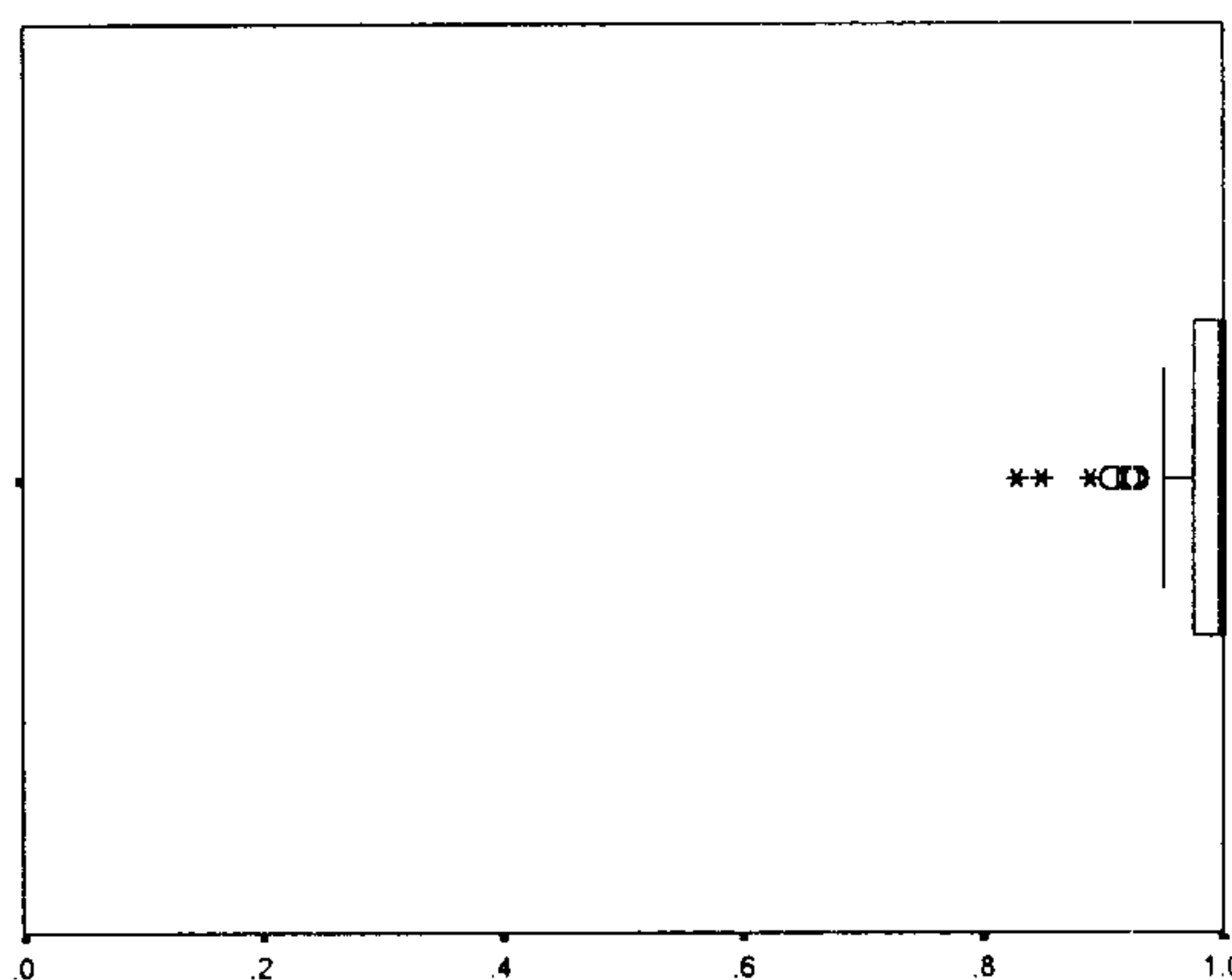


四、比比看，哪個數大？大的打√。(每題2分6%)

2.

73 37
() ()

2-8

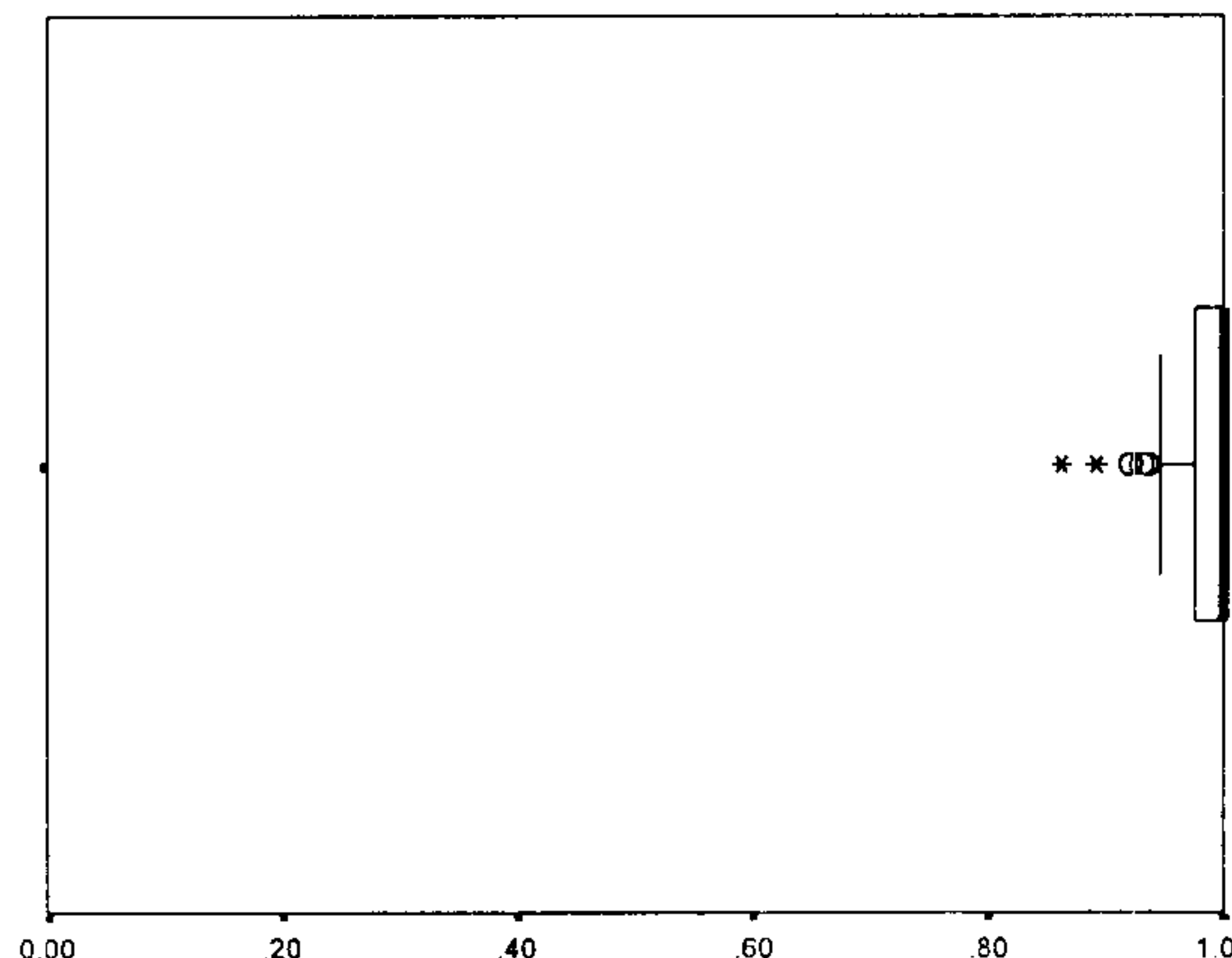


四、比比看，哪個數大？大的打√。(每題2分6%)

3.

49 60
() ()

2-9



除了少數試題外，有關兩數之大小比較之評量呈現於表 1-4。在一上，試題 1-6 和 1-9 (見表 1-1)，皆是用物品的圖像呈現兩數量，配合計數問題 (1-4、1-5 與 1-7、1-8)，要求比較兩數量誰多，其通過率為 97%、97%，但是 1-40 用文字與數字來描述兩數量並要求比較時，通過率降為 81%，顯示未在題目中呈現數量的具像表徵時，要求學童同時自行表徵兩數量描述並進行比較，或結合兩數字的基數與序數意義來進行比較，造成部份學童的困難。在一下的 2-7、2-8 和 2-9，直接比較兩數的大小，結果發現學生通過率分別為 97%、98%、98%。試題 2-8 是比較 73 和 37 兩數的大小，雖然兩數均由相同的二個數碼組成，但兒童在此題的表現並不亞於其他類型的大小比較問題。

五、概數

表 1-5：整數大小關係比較有關的試題與班級通過率的分佈

<p>◎填填看：</p> <p>4-2</p> <p>(2) 姊姊想買一本 84 元的集郵冊，但是他只有 10 元的硬幣，請問他最少要帶幾個 10 元硬幣才夠？</p> <p>() 個 10 元。</p>	
<p>二、在 () 中填入「=」、「>」、「<」的符號： (1 個括號 2 分，共 6 分。)</p> <p>5-9</p> <p>(1) 五百多 () 600。</p>	

依據國小學課程標準有關概數之教材綱要為：二年級學生能做二位數的加減估算。在實驗教材有關概數的引入首次出現在第四冊第七單元，在設計上是先利用錢幣的特性（有壹元及十元）與日常生活經驗，來掌握兩位數最多包含幾個十，以及最少幾個十能包含該兩位數，再藉由錢幣的活動經驗。在數情境下，討論一個兩位數，最多可以使用幾個「十」，並討論最少要用幾個十合起來，才會比該數大。在總結性評量試題 4-2 上，通過率約為 83%，雖然學童之表現尚不太差，概數與加減估算的教材位置仍須進一步的思考與分析。

第五冊實驗教材引入「幾百多」概數的說法，試題 5-9 比較「五百多」和「600」的大小，並用「<」、「>」或「=」記錄關係，其通過率為 98%，顯示學童多能理解「幾百多」的語意。