

國別	學科內容
我國	「數與量」、「幾何」、「代數」、「統計與機率」、「連結」
芬蘭	一年級、二年級：「數與計算」、「代數」、「幾何」、「數據處理與統計」
	三年級~五年級：「數與計算」、「代數」、「幾何」、「數據處理」、「統計與機率」
	六年級~九年級：「思考技能與方法」、「數與計算」、「代數」、「函數」、「幾何」、「機率與統計」
荷蘭	小學：「數學洞察力與運算」、「數與計算」、「測量與幾何」
	中學：「學生學會使用適當的數學語言來組織自己的想法，向其他人解釋，並學會理解其他人的數學語言。」
日本	小學：「數與計算量」、「量與實測」、「圖形」、「數量關係」、「算數的活動」
	中學：「數與式」、「圖形」、「函數」、「資料的活用」
美國	「數與運算」、「代數」、「測量」、「幾何」、「數據分析」

如表 11 所示：無論是我國或芬蘭、荷蘭、日本、美國學科內容除了一般常見的學科內容「數與量」、「幾何」、「代數」、「統計與機率」外，也將如下內容強調於學科內容中：如芬蘭「思考技能與方法」；荷蘭「數學洞察力與運算」與「數學語言的溝通」；日本「算數的活動」、「資料的活用」，以及我國「連結」。

(六) 教學方式

1. 做數學

模仿與記憶的數學學習方式，只是知識的形式堆砌，Freudenthal 主張從尋找問題、解題與組織論點的「做數學(doing mathematics)」活動學習數學(Freudenthal, 1971, 1973)，數學學習由「學數學」的過程轉為「做數學」而不是被動吸收數學已知知識，而是學生的思維活動，是實踐與創新的過程，不斷地經歷直觀感知、觀察發現、歸納類比、空間想像、抽象概括、符號表示、運算求解、資料處理、演繹證明、反思與建構等之思考與探索的過程。

2. 數學教學「生活化」「問題解決化」

「問題解決」被視為一種增進思考技能的手段，「問題解決」並不只是學習數學的目標，也是主要的手段 (NCTM, 2000: 52)。芬蘭自 1985 年一直將「問題解決」列為課程總體目標之一，從小一開始安排「問題解決」課程 (FNBE, 1985、1994、2004)，1990 年起，芬蘭同時重視「日常生活數學」，在就學之初甚至學前教育就成為一項普遍的活動 (Malaty, 2009)，「日常生活數學」使芬蘭因此在 PISA2003 及 2006 分居第二 (Malaty, 2007: 420-421)；荷蘭現實數學教育教父 Freudenthal 自 1970 年代起呼籲數學與現實連結 (Freudenthal, 1983)，指出數學教學不能只侷限於形式符號與邏輯體系，主張「學生不是學習『數學』，而是學習『數學化』」，應提供學生現實世界中的具體問題，讓學生運用數學知識、技能以及數學思維，經由觀察、分析與比較，以及類比、歸納的過程中，發現未知的規律、關係與結構，進而形成數學概念，強調數學與現實連結的荷蘭在 PISA2003 及 2006 分居第四與第五 (OECD, 2007)，也有不錯的表現；日本從其國內教育課程實施狀況及國際性學力調查結果，發現學生計算基礎與基本知識與技能的紮根情形良好，但存有對計算意義理解不夠等以及未能利用已學的知識與技能充分活用於生活與學習的課題 (文部科学省, 2007a、2007b)，小學階段增設「數學的活動」領域，從 1 年級開始增列「數量關係」，中學階段由現行的「數與式」、「圖形」、「數量關係」3 領域，改為「數與式」、「圖形」、「函數」、「資料的活用」4 領域，將其中的「數量關係」改為「函數」，增設「資料的活用」(文部科学, 2008b、2008f)，較之學科知識的學習，更重視「社會中能使用的能力」PISA 型的學力觀 (中原忠男, 2008)；美國基於社會需要能應用數學思考解決問題的公民，自 1980 年代起重視問題解決，NCTM 1980 年公布的《行動綱領：18 世紀學校數學教育的建議》，將問題解決作為 1980 年代數學教育的核心 (NCTM, 1980)。

重視社會中能使用的能力的「PISA 型學力」以及與生活連結的「生活數學」已成趨勢，我國自國民政府治台後的 1952 年版至 1990 年版的小學總體目標 (教育部, 1952、1962a、1968a、1975、1993、2000)，以及中學的總體目標自 1962 年版至 1990

年版，僅 1983、1985 年版未納入(教育部，1962b、1968b、1972、1983a、1985、1994、2000)，無論中小學早已重視形成數學問題與解決數學問題的能力，反而於 2003 年版只是「學習應用問題的解題方法」(教育部，2003c：22)，2008 年版雖有「懂得利用推論去解決數學問題，包括理解和解決日常問題，以及在不熟悉解答方式時，懂得自尋解決問題的途徑」(教育部國民教育司，2009a：1)，卻隱含於一般論述之中。

3. 從學生熟悉及有意義的方式著手

荷蘭的數學教育改革被視為「現實(realistic)」並不僅只是因為與真實世界連結，而是因為 RME 提供學生可以想像的問題情境。荷蘭文的「想像」是「zich REALISERen」，強調讓某些事在你心中成真，由此產生 RME 這個名稱。將問題呈現給學生時，可取自真實世界，但非必要，只要在學生的心中是真實的，無論是童話的幻想世界，甚至是能提供適當情境的數學正式世界，都是合適的情境(Van den Heuvel-Panhuizen,2000：4；Van den Heuvel-Panhuizen & Wijers,2005：288)，以對學生而言較有意義的非正式數學語言的描述與訊息的辨識著手，相對地比較容易解題，非正式的數學用語經由垂直式數學化的過程，簡化和形式化漸漸發展成更正式的用語，最後以數學的語言或演算法解出，進而發展成更正式的語言，學生再運用已有的知識與技能去發現未知的規律、關係和結構將符號與策略運用於另一脈絡問題，熟練所學的數學語言 (Gravemeijer, 1994； de Lange,1996)。

4. 提供學習機會

教師只負責提問，學生在討論與批判之下，不斷地修正概念，最後由學生自己提出所有的答案的蘇格拉底詰問法(Socratic method)，能成功教會低成就學生更高層次的數學以及破除學習發展等候的迷思(劉柏宏，2004；<http://www.projectseed.org/>)，能否學習某一數學概念與否，大多數是端賴於先前的學習機會(prior opportunities to learn)，此觀點已打破某一數學概念的學習，必需等到大腦成熟到某一程度不可的假設(NMAP,2008：19-20)。

5. 擇其一教學方式不宜

特定教學方式只有在特定的條件下才能有效發揮作用，不宜執著於特定教學方式。「以學生為中心」，或是「教師主導」的教學方式，何者為宜，都得不到研究的支持，研究並不支持擇其一的教學方式(NMAP,2008)。

6. 小組協助的個別化學習能夠改善計算技能

學生的四則運算能力及分數能力不足，將造成無法進一步學習代數及其他高等教學，「小組協助的個別化學習」對概念理解及問題解決的效果雖不明顯，但能夠改善學生的計算技能(NMAP,2008)。

7. 「概念理解」、「熟練計算」、「事實中解決問題」並重

「概念理解」、「熟練計算」、「事實中解決問題」的學習三階段將相互促進效果(NMAP,2008:13-14)

(六) 數學評量情境

1. 具深度和廣度的問題情境

RME 強調評量應如金字塔從基本技能到高階推理 (higher-order reasoning) 的每一層次，涵蓋所有數學領域的深度和廣度 (De Lange, 1995)，而高階推理 (higher-order reasoning) 的問題情境，對學生而言必須是相當陌生，以提供數學化的機會。換言之，RME 的「問題解決」不是在設定好的情境中執行簡單固定的程序，而是透過多種方式解決問題。此外，RME 強調評量尚須滿足有意義的 (meaningful) 與具訊息性 (informative) 這兩個條件 (Van den Heuvel-Panhuizen, 1996)，為了讓評量題具備意義與訊息性，情境 (Contexts) 扮演了很重要的角色。

2. 有意義的問題情境

有意義的評量題，首先須反映重要的學習目標，若主題不值得學習，就沒有評量的意義。其次，從學生而言是有意義而且值得去解決的觀點出發，所以有意義的問題情境須從學生易於接近的 (accessible)、吸引人的 (inviting)，而且值得去解決的觀點出發，必須具挑戰性 (Treffers, 1987)，並且要讓學生清楚知道為何需要針對給定的評量題找出答案 (Gravemeijer, 1982)，當學生從有意義的問題情境中，