

## 附錄 1：分段式成長模型（PGM1 與 PGM2）的比較與討論

附錄表 1-1 呈現的是以現場使用版資料，加權並以 MLR 估計法對集聚式抽樣的標準誤進行修正後的分析結果。PGM1 及 PGM2 模型用來分析納入遺漏值（模型 a）及刪除遺漏值（模型 b；使用表列刪除法）的資料。

在 PGM1a 模型中，第一階段成長率(S1)在四波的時間分數(time scores)設為[0, 1, 2, 2]，第二階段成長率(S2)的時間分數則設為[0, 0, 1, -.3]，經由這樣的設定，估計所得的截距分數即代表國一時學生的初始數學能力分數，S1 代表的是由國一至高二的直線成長率，而 S2 所代表的是國三至高三的非直線成長率。此模型的整體適配度  $\chi^2 = 12.87(df=1, p<.01)$ ，其它整體適配指標，包括 CFI=.99，TLI=.99，RMSEA=.028，SRMR=.029，此模型能解釋第一波至第四波綜合能力分數的變異量( $R^2$ )分別為.80，.80，.85 及.75，除了  $\chi^2$  值外，其他估計值皆顯示此模型良好的資料適配性。在此模型中所估計的截距與兩段斜率分別為 0，.601 ( $p<.001$ ) 與.261 ( $p<.001$ )，顯示在國一時，學生之數學平均 IRT 分數為 0，國一至高二間以.6 的直線速率成長，國三至高三間所估計的成長率則為.261。截距與第一波階段斜率 S1 的變異量估計值為.8 及.17，皆達到統計顯著性，顯示學生的國一初始能力表現與國一至高二的成長速率有顯著的個別差異，而且初始綜合能力較高的學生，其國一至高二的成長速率也較快（截距與斜率間之共變異數估計值為.18，截距與 S1 間的相關係數  $r=.5$ ）。

而 PGM1a 中第二階段斜率(s2)的平均估計值為.261，其變異量估計值為.113 ( $p=.48$ )，顯示國三至高三的發展曲線整體來說為正向的斜率，且個別學生間的 S2 斜率差異並不顯著。由於 S2 的變異量未達顯著，因此進一步將 S2 的變異量設定為 0，修正所獲得的模型適配度  $\chi^2$  值為 125.67 ( $df=4, p<.01$ )，CFI=.99，TLI=.98，RMSEA=.044，SRMR=.077，AIC=96304.98，BIC=96381.48。當刪除遺漏值後，PGM1b 出現違犯估計的問題（若使用 TEPS 公開版資料，此模型是可估計的，但模型適配度仍較 PGM2 差），因此未於附錄表 1-1 列出。

PGM2a 在 S1 與 S2 的時間負荷值與 PGM1 不同。在此模型中，S1 在前兩波時間點的因素負荷值設為[0, 1]，後兩波則自由估計，但設定此兩波的時間分數相同。因此，S1 代表的是由國一至高二間的非直線成長率；S2 的時間分數則設為[0, 0, 0, 1]，代表高二至高三的直線成長率。此模型的適配度  $\chi^2 = 93.32(df=1, p<.01)$ ，整體適配指標 CFI=.99，

TLI=.95, RMSEA=.077, SRMR=.062, 能解釋第一波至第四波綜合能力分數的變異量( $R^2$ )分別為.87, .72, .93 及.95, 除了  $\chi^2$  的檢定結果外, 其它估計都顯示此模型具有不錯的適配性, 在四波的資料解釋力 ( $R^2$ ) 皆比 PGM1a 要高。詳細的模型估計結果請見附錄表 1-1。在此模型中所估計的截距與兩段斜率分別為 0, .601 ( $p<.01$ ) 與-.208 ( $p<.01$ ), 顯示在國一時, 學生之數學平均 IRT 分數為 0, 國一至高二間平均成長率為 .601, 高二至高三間則為負成長 (平均估計值為-.21), 皆顯著不等於 0。

而由 PGM2a 的變異數估計值看來, S1 及 S2 皆有顯著的學生個別差異, 變異數估計值分別為.118 及.906, 皆達統計顯著。共變異數的估計值則顯示國一初始數學分數與 S1 及 S2 的成長率呈顯著正相關, 也就是國一初始數學能力較好的學生, 其國一至高二的成長率 (S1) 較高 ( $r=.28$ ), 高二至高三的成长率也較高( $r=.20$ )。PGM2a 是納入遺漏值的分析結果, 以完整資料進行分析的結果發現 PGM2b 也有良好的模型適配度。

本研究根據模型應用性、理論以及對實際資料的觀察選擇 PGM2 進行作為進一步分析的模型, 理由羅列於下: 第一、PGM2 所描繪的成長曲線符合我們所觀察的平均數軌跡: 由四波的平均數估計值顯示在高二時數學分數有個轉折點, 國一至高二的數學能力呈正向發展, 但在高二後有下降的傾向, 顯示分段探討高二前及高二後成長率的必要; 若是如 PGM1 模型中將國三至高三間 (第二波至第四波) 的成長率綜合分析, 則可能有高中時期學生數學分數緩步上升成長的錯覺 (例如, PGM1a 的 S2 平均估計值呈現顯著的正值, 這應該是國三/高二的高度正向成長率與高二/高三的負向成長率相互抵銷的結果)。

第二個原因與 PGM1 中的 S2 變異量估計值有關。由於 PGM1 中的 S2 為曲線軌跡(先為正向成長然後轉折向下), 使其變異量較難被估算及理解, 因此, 雖然我們從資料中看到學生在高中時期的數學表現有個別差異, 但在 PGM1a 的估計結果中, S2 並沒有顯著的變異量 (未顯著地不等於 0)。相對地, 由 PGM2 模型中所估計的 S2 (即高二至高三的線性成長率) 較易估算, 較易瞭解, 也較符合我們於資料中所觀察到的個別學生差異; 第三、由 PGM1a 的估計結果, 顯示應進一步將 S2 的變異量設定為 0, 而修正後的模型適配度則 PGM2a 差距不大, 一些模型比較指標例如 AIC, BIC 等則指出 PGM2a 為較好的模型。此外, PGM2 的模型也較穩定, 不像 PGM1 模型較易發生違犯估計 (例如負的變異數估計值) 的問題。

附錄表 1-1 PGM1 與 PGM2 模型納入遺漏值及刪除遺漏值的分析結果比較

	PGM1a (N=15523)	PGM1a 修正模式 (N=15523)	PGM2a (N=15523)	PGM2b (N=2842)
I 截距平均值	0 (.022)	-0.001(.022)	0.001(.022)	0.481(0.03)**
S1 平均值	0.601(0.012)**	0.609(.012)**	0.601(.013)**	0.828(.019)**
S2 平均值	0.261(0.021)**	0.163(0.019)**	-0.208(0.029)**	-0.139(0.026)**
I 截距變異數	0.800(0.032)**	0.838(0.024)**	0.876(0.023)**	0.582(0.03)**
S1 變異數	0.170(0.021)**	0.141(0.013)**	0.118(0.013)**	0.107(0.016)**
S2 變異數	0.113(0.158)	----	0.906(.103)**	0.640(0.072)**
Cov(I, S1)	0.186(0.027)**	0.139(0.018)**	0.091(0.016)**	0.046(0.015)**
Cov(I, S2)	-0.183(0.019)**	----	0.175(0.026)**	0.137(0.02)**
Cov(S1, S2)	-0.096(0.019)**	----	-0.023(0.022)	0.04(0.017)*
殘差變異量(Residual variances)				
Time1	0.202(.028)**	0.169(.02)**	0.133(.02)**	0.152(.031)**
Time2	0.345(.017)**	0.398(0.017)**	0.451(0.02)**	0.344(.018)**
Time3	0.289(.198)	0.248(0.026)**	0.155(0.045)**	0.289(.032)**
Time4	0.805(.087)**	0.968(0.049)**	0.155(0.045)**	0.289(.032)**
模型適配度				
$\chi^2$ (df)	12.87(1)	125.67(4)	93.32(1)	11.80(1)
CFI	1.0	.99	.99	1.0
TLI	.99	.98	.95	.98
RMSEA	.028	.044	.077	.062
SRMR	.029	.077	.062	.025
AIC	96129.30	96304.98	96282.406	28883.443
BIC	96228.75	96381.48	96381.857	28960.822
SBIC	96187.44	96349.70	96340.544	28919.517

註：\* p<.05; \*\* p<.01。 <sup>1</sup> 將 S2 的變異數設定為 0。CFI: Comparative Fit Index; TLI:

Tucker-Lewis index; RMSEA: Root Mean Square Error of Approximation; SRMR:

Standardized Root-mean-square Residual; AIC: Akaike Information Criterion; BIC: Bayesian

Information Criterion; SBIC: Sample-Size Adjusted Bayesian Information Criterion.