大學生微積分學習之分群化概念結構圖分析

蔡孟憲 / 林原宏

大學生微積分學習之分群化概念結構圖分析

蔡孟憲
臺中教育大學數學教育學系碩士班研究生

林原宏
臺中教育大學數學教育學系教授

摘要

「微積分」課程是普通大學、科技大學理工及商管學院必修的專業基礎科目，用來培養學生修習進階專業課程所需要的各種能力，奠定紮實微積分基礎觀念對於大學課程相關領域的學習有相當大的幫助。

本研究旨在應用多元計分概念詮釋結構模式（Polytomous Concept Advanced Interpretive Structural Modeling,簡稱為PCAISM）分析方法，並利用模糊集群分析將學生分群，探討各群大學生的微積分概念結構圖。本研究探討44位大學生，測驗試題共10題，測量6個微積分基本概念。

研究結果發現：1.運用概念結構圖可進行個別化的認知診斷，診斷學生概念精熟與否，藉由分析得到的結果，瞭解個別學生概念間的指向和連結性，以作為補救教學之參考依據；2.透過模糊集群有助於教師進行分組補救教學，經由有效的管理方法，以模糊集群進行分群，本研究受試者可分為低精熟組和高精熟組，發現各群學生有其共同相似特徵：（1）就概念階層而言，不同組別的概念階層數、層次會有所不同；（2）就概念連結而言，各群學生概念間的指向關係有所不同；（3）就概念精熟度而言，高精熟組各概念的精熟度都很高，優於低精熟組。教學者若能將認知診斷結果相似的學生集中並進行分組補救教學，即可有效地提昇學習者的學習成效。

本研究亦提出相關建議，可利用同儕互助學習（peer assisted learning）的理念進行補救教學。由於本研究發現高精熟組的學生概念精熟度近似專家，可將低精熟組的學生分組並指派高精熟組學生協助同學課後學習，亦可使高精熟組的學生概念更加精熟，可作為補救教學及未來研究之參考。

關鍵字：多元計分概念詮釋結構模式、微積分概念、補救教學、模糊集群、同儕學習

Concept Diagram on the Cognition Diagnosis of Statistics Learning and Clustering with Application for University Students

Meng-Xian Tsai
Master degree student, Department of Mathematics Education,
National Taichung University
exin0955@hotmail.com

Yuan-Horng Lin
Professor, Department of Mathematics Education,
National Taichung University

Abstract

Calculus is an important course for university students because it is the foundation of quantitative research. The purpose of this study is to analyze the concept diagram of calculus concepts for university students with clustering based on concept proficiency. Methodology in this study is PCAISM (polytomous concept advanced interpretive structural modeling). This method can not only present the individualized concept structure by hierarchical diagram, but also calculate the magnitude of mastery on each concept. Besides, fuzzy clustering on concept proficiency expresses the cognitive characteristics. Empirical data comes form paper-and-pencil assessment of calculus course. The results show that all students could be classified into two clusters. Proficiency and characteristics of concepts between these two clusters are quite different. According to the results, it shows PCAISM can provide useful information for cognition diagnosis. It is found that using peer assisted learning will be a potential way to help student learning calculus in university. Finally, some suggestions and recommendations for future investigation are discussed.

Keywords: polytomous concept advanced interpretive structural modeling, calculus concepts, remedial instruction, clustering, peer assisted learning

壹、緒論

「微積分」課程是普通大學、科技大學理工及商管學院必修的專業基礎科目，用來培養學生修習進階專業課程所需要的閱讀、分析、推理、計算及演算能力，奠定紮實穩固微積分基礎觀念對於大學課程相關領域的學習有相當大的幫助。傳統只看測驗總分、排名次的評量，只看到表面的現象，無法得知其背後的意涵，如成績相同並不代表學生能力相同，試題的作答反應組型亦不相同，且無法顯示每個學生對概念的理解程度，也無從得知個別學生對概念間的落差，造成老師無法針對學生所缺乏的概念進行補救。

本研究使用了透過模糊理論（fuzzy theory）的計算方法並運用詮釋結構模式（interpretive structural modeling）的階層結構運算法則，將呈現出個人化概念階層結構，藉以分析微積分考試的資料。從多元計分概念詮釋結構模式（polytomous concept advance interpretive structural modeling, 簡稱為 PCAISM）方法得之其結果比只單用成績更能有效的解讀個別學生的學習狀況與成效，並且提供較多的訊息供老師解讀學生的狀況，使測驗能確實發揮評量的功效，並輔助老師了解學生的學習狀況與學習困難之處。

在學校教室環境中，限於教師人力資源的限制，實際上很難進行個別補救教學。根據認知診斷訊息進行適當分群，使得「群內同質，群間異質」，是有效知識管理的一環。Zadeh（1965）提出的模糊理論，考慮隸屬度（membership）的非二元觀點（Kaufman & Rousseeuw, 1990），此觀點亦適合社會科學的資料分析（吳柏林，2005）。由於學生的認知狀態非二元分類所能解釋；因此，模糊集群（fuzzy clustering）所依據的隸屬度計算，適合應用於學習結果的分析（Lin, Yu, and Wu, 2006）。所以，本研究以微積分教學行動研究資料，應用模糊集群方法，依據學生的認知診斷訊息給予分群，以作為進行分組補救教學的依據。

貳、文獻探討

一、多元計分概念詮釋結構模式

多元計分概念詮釋結構模式是以 Lin, Hung, and Huang（2006）所提出的概念詮釋結構模式（concept advanced interpretive structural modeling, CAISM）為基礎，針對其計分法進行擴展與改良，並推導出適用於多元或混合的計分測驗資料之演算法則，增進概念詮釋結構模式理論之應用範疇（Lin and Lin, 2010; Warfield, 1976）。有關多元計分概念詮釋結構模式，其步驟如圖1所示：

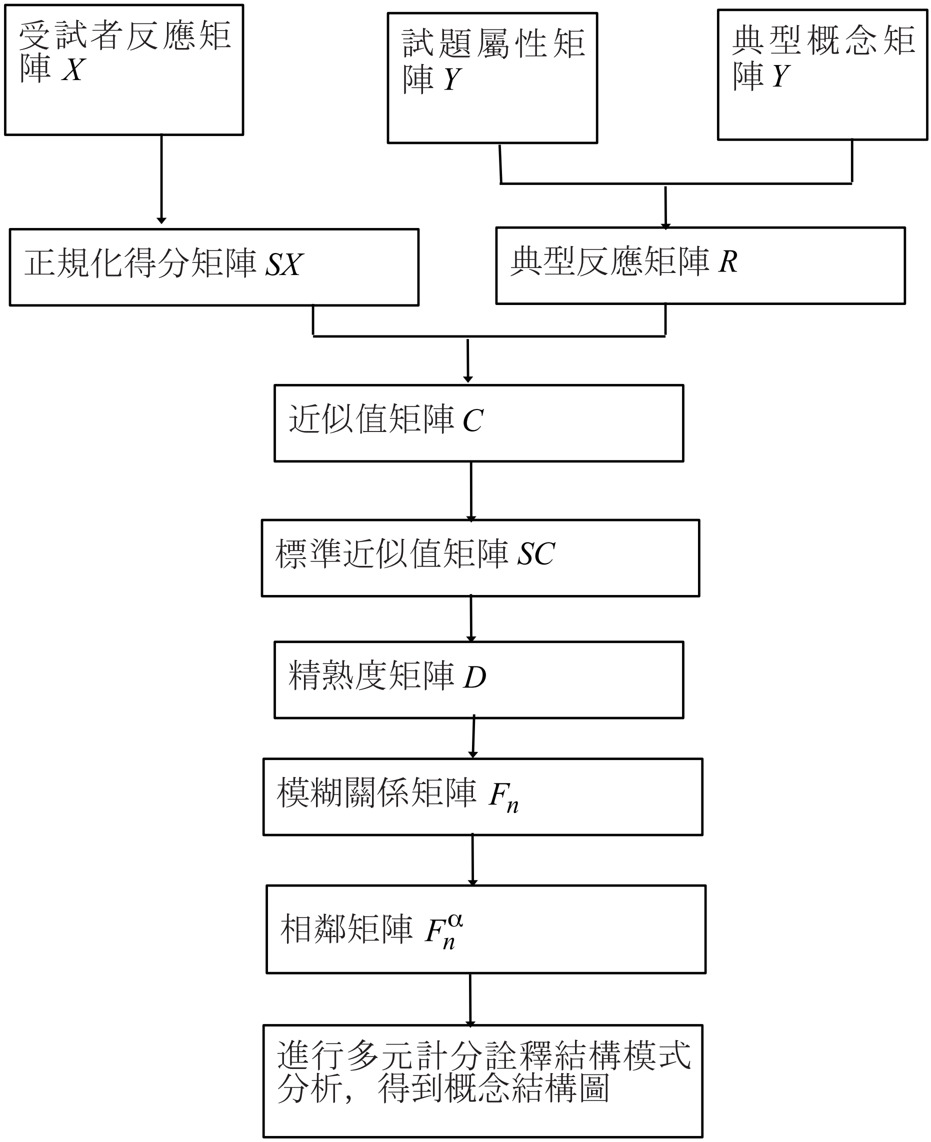

圖1 多元計分概念詮釋結構模式的演算法

二、模糊集群分析及相關研究

Zadeh（1965）提出模糊理論，將元素和集合之間的關係，以介於[0,1]之間的隸屬度描述（吳柏林，1996；林原宏，2005）。模糊集群融合隸屬度訊息，在相關的研究實例中，由於學習的量化結果具有不確定性（uncertainty），因此適宜以模糊集群來分析，依據學生的學習成果給予分群，以利進行補救教學（林原宏，2007）。本研究採目標函數法（objective function）之fuzzy c-means進行模糊集群分

析（Bezdek, 1981）。林原宏、黃國榮（2003）根據其理論撰寫模糊集群分析程式，軟體名稱為FCUT，研究者僅需輸入欲分析 N 位個數的 M 個變項，並設定預計想分群的群數，至於群數的決定，採用分割係數（partition coefficient）$F(U;C)$ 與分割亂度（partition entropy）$H(U;C)$ 兩個指標來決定（Bezdek, 1981）。其公式如下所示：

$$F(U;C)=\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\sum_{c=1}^{C}(u_{cn})^2 \quad \text{（公式1）}$$

$$H(U;C)=\frac{-1}{N}\sum_{n=1}^{N}\sum_{c=1}^{C}u_{cn}\ln(u_{cn}),\forall u_{cn}\neq 0 \quad \text{（公式2）}$$

在上述公式中，N 為受試總人數，u_{cn} 為受試者 n 隸屬於群組 c 的隸屬度。當 $F(U;C)$ 值較大時且 $H(U;C)$ 值較小時，為較佳的群數（Bezdek, 1981），研究者可利用不同群數下的分割係數與分割亂度大小比較，據以決定最佳群數。利用模糊集群應用在學習成效的評量上，獲致相當不錯的成效。黃馨瑩、林原宏、莊曜遠（2007），在分析國小學童知識結構特徵與容量概念中，指出以模糊集群方式可將學童有效分群，進而發現各分群學童的不同學習特性，提供補救教學之參考；Lin, Yu and Wu（2006）以模糊集群分析方法分析國小學童在機率概念的解題策略，將學童分成不同集群，發現學童的解題策略，會因年級不同而有所差異。

三、相關研究文獻

辛靜宜、林珊如、葉秋呈（2005）以五年制專科生為研究對象，利用「微積分學習動機導向策略問卷」，進行微積分學習動機與學習策略之初探研究，發現微積分學習動機可分為自我效能與控制信念、學科價值、解題動機、理論動機、考試焦慮等5個因素，學習策略也分為理解、習題演練、上課學習習慣、個人學習習慣、後設認知等5個因素。該研究針對學習動機與學習策略的情意面向，可提供學習輔導的參考，但若進一步進行知識結構的診斷，則可進行補救教學的實施。王財印、林坤霖、柯麗蓉、郭柏立（2010）探討技專校院統測學成績與大一微積分學習成就之相關性及其影響性，發現不同學院與系別之間的學習呈顯著差異，可進一步了透過適當的銜接教材教法，使得微積分學習有困難的學生，能有更高更有效的學習成就。本研究的後續研究，可以利用知識結構的診斷方法，提供微積分學習困難學生的補救策略。

Fennema and Sherman（1978）研究美國中學學生數學學習態度對於數學成就的影響發現，不同數學成就的學生對數學實用性看法不同，這樣的研究發現，可進一步分析不同微積分知識結構的學生，其對微積分應用性看法的有哪些不同。Ferrini-Mundy and Gaudard（1992）發現同樣一起剛進入大學學習微積分的學生，在高中有先接觸過微積分基本概念的學生，對於大學課程的學習較優於其他學生。此研究意涵著，有良好的微積分先備知識（prior knowledge），可以得到較佳的學習效果。Stylianou, Kenney, Silver, and Alacaci（2000）也指出類似的看法，建構良好基本概念的學習，對於學習微積分有很大的幫助。

綜合以上文獻所述，可以看出有關微積分的學習，無論在學習動機與學習策略方面，知識結構或概念結構的探討，對於微積分學習的情意與認知層面，將有重要幫助。而且結構化的微積分概念分析方法，可進一步做為補救教學或進階學習輔導的參考依據。因此，本研究以概念結構圖進行微積分學習的探討，有其重要與可行之處。

參、研究設計與實施

一、資料來源

本研究資料來源為研究者所就讀學校大學部一年級的必修課程，該課程的大學生必須接受一學年的基礎微積分課程。且本研究為下學期課程中平時考所實施的測驗資料，試題內容如附錄。

二、研究樣本與分析軟體

本研究採便利取樣，受試者為共同修習同一門課的大學生共44位。研究者以「認知診斷之測驗分析即時服務系統」中所提供的多元計分概念詮釋結構模式（PCAISM）。如圖2所示，經選取適當的閾值 $(\alpha = .55)$ 後，可獲得受試者的概念知識結構圖及各概念之精熟度。所得之概念精熟度，以FCUT軟體進行模糊集群分析（林原宏，2005），據以獲得分群結果。根據上述流程分析結果，來探討不同集群的大學生的基礎微積分概念。

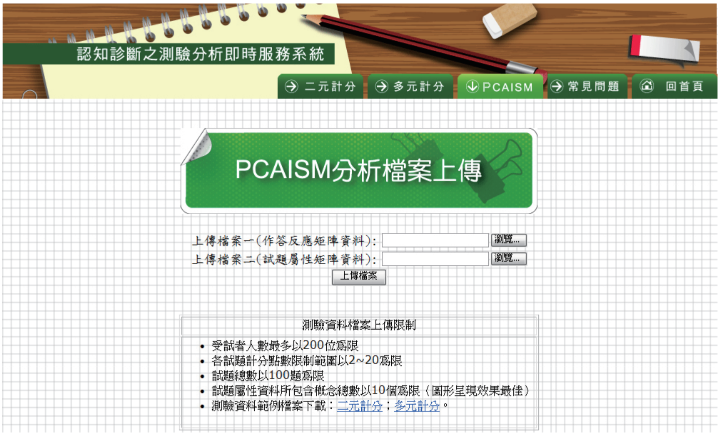

圖2 認知診斷之測驗分析即時服務系統

三、研究工具

本研究所測量的基礎微積分概念為教學者參閱微積分相關資料後，所認定對於修習微積分概念課程時，所應該了解的基礎微積分概念，且由研究者自行編製測驗，本測驗的 Cronbach's α 信度為.59，以大學生為研究對象。測驗包含受試者44

人，6個概念（教學者認定的），總計10題，答對1題得10分，若受試者於作答時，有提出試題所應具有的概念，但未能將試題作答完全，則給予一半的分數即5分。試題為多元計分，試題概念屬性如表1所示。試題反應矩陣$Y=(y_{ma})_{M\times A}$及試題答對率如表2所示，該表中，1代表有該題有測量到該概念；0代表該題沒有測量到該概念。

表1 試題概念屬性

概念編號	概念名稱
1	微積分基本定理
2	積分定理
3	定積分均值定理
4	定積分的性質及基本定理
5	偶奇函數在定積分上的應用
6	平面上曲線所圍的區域面積求法

表2 試題反應矩陣$Y=(y_{ma})_{M\times A}$及試題答對率

試題	概念屬性						答對率
	1	2	3	4	5	6	
1	1	0	0	0	0	0	94%
2	0	1	0	0	0	0	36%
3	0	0	0	0	0	1	61%
4	0	0	1	0	0	0	70%
5	0	0	0	1	0	0	41%
6	0	0	0	1	0	0	45%
7	1	0	1	0	0	0	67%
8	0	0	0	0	0	1	88%
9	0	1	0	0	1	0	44%
10	0	0	0	0	0	1	41%

肆、研究結果與討論

一、微積分概念精熟度之模糊集群分析

以學理上由言，分群群數可從2至$N-1$群（N為施測總學生數），但在實證研究上，以實際可行的不同群數間，選擇一個較佳的群數。本研究屬於微積分教學行動研究，因此，就現場教學資源而言，群數以2群至7群間選擇個較佳群數決定之。所以，施測資料之各概念的精熟度進行模糊集群分析，以2群至7群數下比較其最佳群數，其分割係數和分割亂度之值如表3所示。由於在2群的情形下，其分割係數最大且分割亂度最小，符合最佳群數的決定。因此，本研究將全體學生分成二群，各學生在二群的隸屬度與隸屬群組如表4所示。

各群人數與群中心與群中心之各概念精熟度如表5，其折線圖如圖3所示。由表5和圖3可知，顯示第一群的概念精熟度都介於.50到.57之間，第二群的概念精熟度都是1。因此，研究者將第一群命名為低精熟組，第二群為高精熟組。

全體學生中，低精熟組有41位，高精熟組有3位。限於篇幅，無法一一呈現每位學生的概念詮釋結構圖。因此，研究者在二群學生中，各抽取兩位受試者，低精熟組為受試者32與受試者40，高精熟組為受試者23與受試者43。研究者以此四位學生，比較說明各群學生的微積分概念階層知識結構圖之特徵。

表3 不同分群數之分割係數及分割亂度

	群數					
	2	3	4	5	6	7
分割係數	.97	.68	.54	.52	.52	.51
分割亂度	.07	.50	.80	.92	.99	.99

表4 隸屬度模糊矩陣及分群

受試者編號	第一群隸屬度	第二群隸屬度	隸屬群組	受試者編號	第一群隸屬度	第二群隸屬度	隸屬群組
1	0.997864	0.002136	1	23	0.000014	0.999986	2
2	0.990472	0.009528	1	24	0.972177	0.027823	1
3	0.991847	0.008153	1	25	0.982394	0.017606	1
4	0.974436	0.025564	1	26	0.990472	0.009528	1
5	0.979177	0.020823	1	27	0.997864	0.002136	1
6	0.979177	0.020823	1	28	0.993118	0.006882	1
7	0.989297	0.010703	1	29	0.986142	0.013858	1
8	0.991679	0.008321	1	30	0.989297	0.010703	1
9	0.983104	0.016896	1	31	0.980180	0.019820	1
10	0.992298	0.007702	1	32	0.982226	0.017774	1
11	0.988592	0.011408	1	33	0.983104	0.016896	1
12	0.970727	0.029273	1	34	0.987371	0.012629	1
13	0.973791	0.026209	1	35	0.993118	0.006882	1
14	0.976802	0.023198	1	36	0.989297	0.010703	1
15	0.985858	0.014142	1	37	0.984778	0.015222	1
16	0.976271	0.023729	1	38	0.982258	0.017742	1
17	0.989297	0.010703	1	39	0.974329	0.025671	1
18	0.980770	0.019230	1	40	0.980770	0.019230	1
19	0.984889	0.015111	1	41	0.000014	0.999986	2
20	0.991016	0.008984	1	42	0.991679	0.008321	1
21	0.994578	0.005422	1	43	0.000014	0.999986	2
22	0.987500	0.012500	1	44	0.979177	0.020823	1

表5 各群人數與群中心之各概念的精熟度

群組	人數	概念編號					
		1	2	3	4	5	6
第一群	41	.55	.50	.53	.57	.52	.54
第二群	3	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

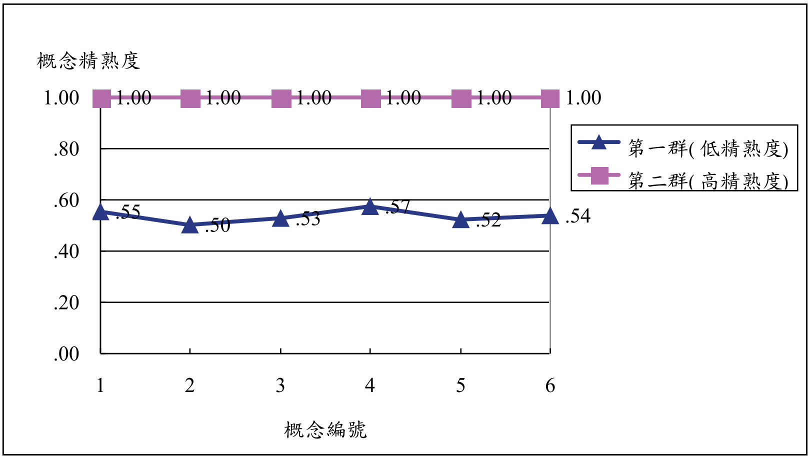

圖3 二群之群中心(概念精熟度)折線圖

二、各群學生概念階層知識結構圖特徵

以下分別就低精熟組和高精熟組所選取之學生，探討概念階層知識結構圖；圖中之圓圈內上方的數字分別代表概念1到概念6，圓圈內下方的小數則代表受試者在該概念之精熟度 d_{na} ，精熟度介於0和1之間，數值越高代表受試者在該概念越精熟。

（一）低精熟組學生的概念階層知識結構圖特徵

低精熟組之受試者32和受試者40的微積分概念階層知識結構圖分別如圖4、圖5所示，根據圖4、圖5，其歸納如下：

1. 就受試者32而言，其分佈在階層三的概念1（微積分基本定理）、概念3（定積分均值定理）和概念5（偶奇函數在定積分上的應用）均為等價關係（equivalent relation）的概念，精熟度為0.52；概念2（積分定理）和概念4（定積分的性質及基本定理）位於第二層，且其與第一層和第三層中的每個概念元素均有聯結關係，顯示概念2和概念4，對受試者32而言，為概念1、概念3和概念5的先備概念知識；概念6（平面上曲線所圍的區域面積求法）位於第一層，與第二層的概念均有聯結關係，顯示概念6對受試者32而言，為概念2和概念4的先備概念知識。

2. 就受試者40而言，其分佈在階層四的概念2和概念3與第三層的概念均有聯結關係，對受試者40而言，概念5為概念2和概念3的先備知識概念；概念5位於第三層，且其與第二層和第四層中的每個概念元素均有聯結關係，顯示概念5對受試者32而言，所需的先備概念知識為概念1和概念4；概念6位於第一層，與第二層的概念均有聯結關係，顯示概念6對受試者40而言，為概念1和概念4的先備概念知識。

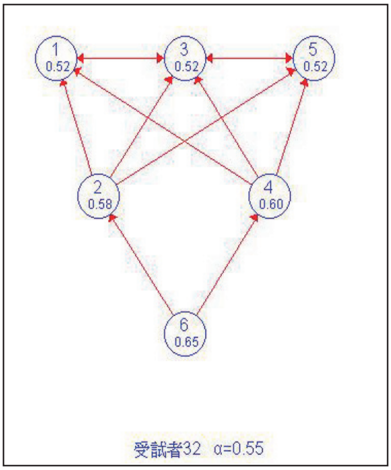

圖4 受試者32之概念階層知識結構圖

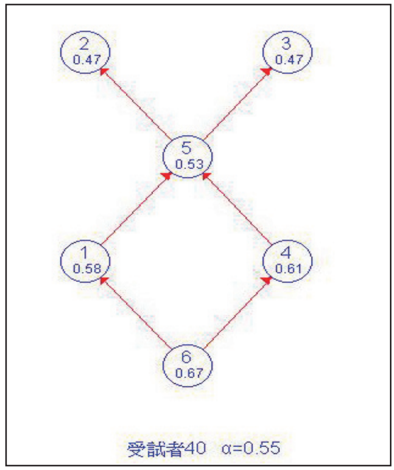

圖5 受試者40之概念階層知識結構圖

（二）高精熟組學生的概念階層知識結構圖特徵

高精熟組之受試者23和受試者43的微積分概念階層知識結構圖分別如圖7、圖8所示，根據圖7、圖8，其歸納如下：

1. 概念階層只有一層但兩兩間互相指向，表示在概念結構上，這些概念彼此間呈現等價關係。從認知心理學的觀點言之，專家的概念結點是關聯密切的。因此，受試者23和受試者43的概念結構和專家相似。

2. 所有概念間皆有互相指向關係，各概念的連結性相當緊密。

3. 各概念的精熟度為1。

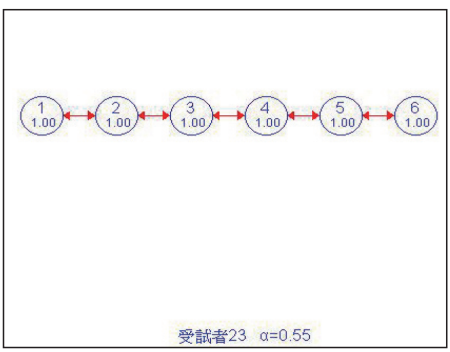

圖6 受試者23之概念階層知識結構圖

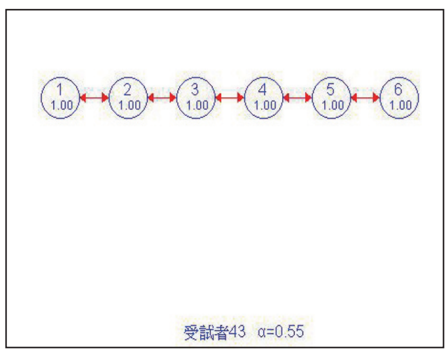

圖7 受試者43之概念階層知識結構圖

綜合以上說明，可發現本研究兩組的概念階層明顯，低精熟組為三個或四個階層，概念間的連結關係緊密；高精熟組為一個階層，概念之間關係密切，互有連結指向關係。教師可依據各群學生概念階層知識結構圖和概念精熟度訊息，有效管理對於瞭解學生學習微積分的知識，以進行有效率的補救教學。

伍、研究限制與結論建議

針對本研究限制和結論建議，具體臚列說明如下：

一、研究限制

1.本研究僅以單一班級的小樣本進行研究，雖然多元計分的概念詮釋結構模式不受大小樣本所限，但小樣本的施測資料，對於微積分精熟度和概念結構的診斷分析結果推論仍有限。

2.本研究測驗僅有10題，所評量的微積分概念亦僅有6個，此乃因為僅以平時考試為實證資料。所以，對於測驗工具的效度以及分析結果一般推論，仍是未來研究改進的方向。

二、結論

1.運用概念階層知識結構圖可進行個別化的認知診斷。本研究以一個班級的人數為樣本進行測驗分析，診斷學生概念精熟與否，藉由分析得到的概念階層知識結構圖，瞭解個別學生概念間的指向和連結性，以作為補救教學之參考依據。

2.透過模糊集群有助於教師進行分組補救教學。經由有效的管理方法，以模糊集群進行分群，本研究受試者可分為低精熟組和高精熟組，發現各群學生有其相似性的特徵：（1）就概念階層而言，不同組別的概念階層數、層次會有所不同；（2）就概念連結而言，各群學生概念間的指向關係有所不同；（3）就概念精熟度而言，高精熟組各概念的精熟度都很高，優於低精熟組。教學者若能將學習認知結果相似的學生集中並進行分組補救教學，即可有效地提昇學習者的學習成效。

三、建議

根據本研究的研究限制與結論，提出下列建議，以提供未來研究之參考

1.本研究以模糊集群的方法進行各群之概念階層知識結構圖的分析與比較，教師可依據受試者測驗結果和概念階層知識結構圖，針對精熟度不佳的概念，進行補救教學。教師亦可根據受試者個別的需求，補強其較不精熟的概念，提昇學生的學習能力，此方法可供教師進行課程設計和補救教學的參考依據。

2.O’Donnell and King（1999）學習發生在社會互動之中，因此老師不是唯一與學生互動、從而學習的人，就算是知識技能或地位相似的同學，也可以互助學習，

因「同儕學習」可說是同學們互相幫助、互相支持、互相需要的一種學習方式。Toping（2001）提出同儕協助學習（peer assisted learning），意指經由地位相似的同伴所提供的主動協助與支援，已習得知識及技能。因此研究者發現高精熟組的學生概念精熟度近似專家，可將低精熟組的學生分組並指派高精熟組學生協助同學課後學習，亦可使高精熟組的學生更加精熟。

3.本研究僅以單一班級的小樣本之平時考試進行研究，雖然多元計分概念詮釋結構模式亦適用於小樣本，但後續研究可進行較大樣本系統性探究，並嚴謹建立微積分評量工具的信度與效度，以獲得更多的認知診斷證據；或進行補救教學前後的效果分析，進行概念階層知識結構圖和概念精熟度的差異比較。

4.本研究以大學微積分進行實證研究，但多元計分概念詮釋結構模式亦可應用於其他具結構性知識的學習領域或科目，而且學校教學者亦可實際應用於教學現場，針對使用後的成效提出建議，作為未來研究改進的依據。

參考文獻

王財印、林坤霖、柯麗蓉、郭柏立（2010）。**技專校院統測數學成績與大一微積分學習成就之相關研究。第二屆科技與數學教育學術研討會**。臺中市：臺中教育大學。

吳柏林（1996）。社會科學研究中的模糊邏輯與模糊統計分析。**中國統計通訊，7**（11），14-30。

吳柏林（2005）。**模糊統計導論：方法與應用**。臺北市：五南圖書公司。

辛靜宜、林珊如、葉秋呈（2005）。五年制專科學生微積分學習動機與策略之初期研究。**南大學報：教育類，39**（2），65-82。

林原宏（2005）。模糊取向的詮釋結構模式之概念結構分析與應用。**教育與心理研究，28**，161-183。

林原宏（2007）。模糊理論在社會科學研究的方法論之回顧。**量化研究月刊，1**（1），53-84。

林原宏、黃國榮（2003）。**FCUT軟體[軟體和說明]**。臺中市：國立臺中教育大學。

林原宏、莊惠雯、易正明（2009）。教師對於學童數學概念之知識管理整合方法－概念詮釋結構模式與分群在時間概念之分析應用。**管理科學與統計決策，6**（3），46-58。

黃馨瑩、林原宏、莊曜遠（2007）。整合集群分析與多元計分次序理論於五年級兒童容量概念的知識結構。**2007第四屆測量統計方法學學術研討會暨臺灣統計方法學學會年會**。臺北市：東吳大學。

Bezdek, J. C. (1981). *Pattern recognition with fuzzy objective function algorithms.* New York: Plenum Press.

Fennema, E., and Sherman, J. (1978). Fennema-Sherman Mathematics Attitude Scales: Instruments designed to measure attitude toward the learning of mathematics by females and males. *Journal for Research in Mathematic Education, 7*, 324-326.

Ferrini-Mundy, J., and Gaudard, M. (1992). Secondary school calculus: preparation or.pitfall in the study of college calculus? *Journal for Research in Mathematics Education, 23*, 57-69.

Kaufman, L., and Rousseeuw, P. J. (1990). *Finding groups in data.* NY: John Wiley & Sons.

Lin, Y. H., Hung, W. L., & Huang, K. J. (2006). *CAISM software* [manual and software for CAISM]. Taiwan, Taichung City: National Taichung University.

Lin, Y. H., Yu, M. N., and Wu, B. L. (2006). Fuzzy classification analysis of rules usage on probability reasoning test with multiple raw rule score. *Proceedings of the 2ndWSEAS/IASME International Conference on Educational Technologies* (pp.54-59). Bucharest, Romania.

Lin, Y. H., and Liu, M. H. (2010). Integration of polytomous IRS and S-P Chart in concept. diagnosis of fraction addition based on learning styles. *Proceedings of the 10th WSEAS International Conference on Systems Theory and.Scientific Computation* (pp. 48-53). Taipei, Taiwan.

O’Donnell, A. M. and King, A. (1999). *Cognitive perspectives on peer learning.* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Stylianou, D. A., Kenney, P. A., Silver, E. A., and Alacaci, C. (2000). Gaining insight into students' thinking through assessment tasks. *Mathematics Teaching in the Middle School, 6*, 136-144.

Topping, K. (1998). Peer assessment between students in colleges and universities. *Journal of Educational and Psychological Consultation, 68*, 249-276.

Warfield, J. N. (1976). *Societal systems planning, policy and complexity.* NY: Wiley.
Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy set. Information and Control, 8, 338-353.

附錄 微積分試題

題號	試題內容
1	請詳細寫出微積分基本定理
2	試利用定義求$\int_{-2}^{2}(x+3)dx$之值
3	試求曲線 $y=x^3$ 與 x 軸所圍成區域在[-2，0]之間的面積
4	請詳細寫出微積分之積分均值定理並證明之
5	已知$\int_0^2 f(x)dx=4$，$\int_2^5 f(x)dx=7$，$\int_3^5 f(x)dx=3$，試算出$\int_0^3 f(x)dx$之值
6	已知$\int_0^2 f(x)dx=4$，$\int_2^5 f(x)dx=7$，$\int_3^5 f(x)dx=3$，試算出$\int_0^3 f(x)dx$之值
7	若$\int_1^3 x^2dx=2f(c)$，求 $f(c)$ 值
8	試求曲線 $y=x^2$ 與 $y=\sqrt{x}$ 所圍成的區域面積
9	已知 f 是偶函數且$\int_{-a}^{a} f(x)dx=6$，試求$\int_0^a f(x)dx$之值
10	試求曲線 $y=\sqrt{x}-1$，x 軸，及 $x=0$，$x=9$所圍成的區域面積