

## 第三章 八十二年版部編本教材分析

本章嘗試從課程的理論角度來分析八十二年部編國小教材的規劃，將國小幾何的學習區分為三個層次，分別是基本形體的初步認識、基本形體的構成要素與關係。

本章所指的基本形體包含基本平面圖形與基本立體形體兩部分。基本平面圖形包括三角形、正方形、長方形、圓形、梯形、平行四邊形、菱形等；而基本立體形體則有正方體、長方體、球體、柱體、錐體等。

### 第一節 基本形體的初步認識

基本形體的初步認識是指能辨識並說出某類基本形體的名稱。法國數學家 Vergnaud 曾提出一種說法，表示某一個概念是在不同的情境下仍具有不變性的東西，它可以有多種表徵，即  $C=(S,I,R)$ ；其中  $C$  是 Concept(概念)， $S$  是 Situations(情境)， $I$  是 Invariance(不變性)， $R$  是 Representations(表徵)。所以一個概念的建立與獲得，應提供兒童豐富的情境去探索，例如：由多種圖形組成的一幅畫、由圖形與圖形鑲嵌形成的圖案、由生活物件找出基本形體等，在豐富的情境下找到屬於某一形體共同的不變性，當作判斷的標準，如此反覆，進而認得更多的形體。

兒童在低年級階段時，對基本形體的認識主要是透過感官活動來經驗生活周遭中的各類形體，但是生活中實際存在的形體往往經過加工、美化的修飾，而數學中有關形體的觀點卻是理想化的結果，例如：長方形的桌子，它四個邊的轉折處經常是圓滑的，但我們仍可視它為長方形；裝冰淇淋的甜筒，我們也可視它為圓錐。

本教材對兒童在基本形體的初步認識時，主要是先從立體的實物上複製出平面圖形，經過辨認或分類後，再對所分類的一堆物件作整體描述的命名活動，此

時的命名活動只是針對圖形所在的整體給一個數學上的術語，例如：三角形、正方形、圓形、長方形等名稱。除了複製活動外，爲了加深兒童對形體的認識，我們也讓兒童經歷形體的造型活動與辨認活動。複製活動的重點在描出圖形卡的外框，利用色紙或紙板剪出三角形、圓形、長方形等基本圖形；造型活動則強調利用所學的基本圖形卡拼出各種圖案，或在釘板上用橡皮筋圍出圖形、用牙籤排出所指定的圖形；辨認活動則是讓兒童在複雜下情境中抽離出圖形的形狀，以加深兒童對形狀的認識。但是，無論是平面圖形或立體形體，我們剛開始提供的物件應盡量單純化，且具封閉性，可讓兒童親手操弄，並讓物件所處的背景單純，再提供結構複雜，甚至是非例行性的物件，以豐富兒童辨識基本形體的能力。

本節將低年級基本形體初步認識階段的教材分成兩大部分來說明，第一部分是基本形體的初步認識活動，第二部分則討論幾何量學習的前置經驗。

## 一、基本形體的初步認識活動

低年級基本形體的初步認識階段的教材，包含了辨識與觸摸、分類與命名、複製與造型等活動。

### (一) 基本形體的辨識與觸摸活動

辨識活動是指無論基本形體處於單純或複雜的情境中，兒童都可以從情境中依某類形體的外觀輪廓加以辨認，進而說出其名稱，其過程包括視覺的判斷與觸覺的感受。所謂情境指的是某一形體所處的背景，或該形體本身擺放的位置，如：直放、斜放、旋轉某個角度等，或同類形體的大小、顏色等。兒童在辨識的歷程中應當能經驗某類形體的不變性。活動進行的方式除了視覺的直接辨識外，也可以讓兒童觸摸隱藏的實物，嘗試描述出實物的外形或名稱。

#### 1. 平面圖形的辨識與觸摸活動

平面圖形是附著於實物上而存在的幾何描述，例如：日常生活中所看到的工具、器皿、建築、…等都可以有平面圖形的幾何描述。亦即我們若從這些實物中摒棄其無可避免的夾雜物，例如：輕重、顏色、氣味、大小、材質、硬度、厚度等，平面圖形就是對實物抽象的結果之一。

我們讓兒童從立體積木上拓印出圖形時，他可以對拓印出來的圖形外觀做判

斷，此時圖形所在的空間背景是較單純的情境，沒有受到原來立體積木其他部位的干擾。在這樣同時含有多樣圖案的立體積木背景中找出基本平面圖形，可以讓兒童在認識基本平面圖形的過程中增加辨識的能力，所以教學活動的安排，可以先從簡單的情境開始，等兒童較熟悉某些基本圖形時，再提供複雜的情境給予辨認。

另外，還需安排讓兒童同時察覺實心的圖形板與空心的形狀，均有同一圖形存在其上的活動，進一步讓兒童認識平面圖形所要討論的部分。

## 2. 立體形體的辨識與觸摸活動

生活中充滿許多由幾何圖形所組成的立體實物，因此在兒童開始辨認基本立體形體時，應提供日常生活中常用的立體實物進行辨識活動，如盒子、罐子、球、水果、箱子、瓶子等。無論是辨識活動或是觸摸活動，都應請兒童對立體實物的特徵作充分的描述，以加深兒童對立體形體的認識。

要透過平面圖形來辨認出立體形體前，應提供兒童有豐富的經驗，從不同的角度來觀察立體形體。學生在辨識立體形體時，通常最先看到的是大小、顏色、功能、質地、形狀，稱呼上則是用「看起來像某物」的方式來溝通，所以當學生進行辨識活動時，可提醒兒童將焦點放在外形輪廓上。進行教學活動時，可先從像球體、錐體、長方體、正方體的實物入手，接下來才區分長方體與正方體，再來依序認識球體、柱體與錐體。

但是，立體形體的構成要素，本教材是安排在兒童到了高年級時才討論，而低年級在認識立體形體時，則是提供兒童透過兩個或多個基本形體的組合或切割，請他組合或切割成指定的形體，在這樣的活動過程當中，讓學生可以進一步發展對基本立體形體的辨識活動，做為認識立體形體構成要素的前置經驗。

## 3. 基本形體的辨識與觸摸活動目標

從表 3-1-1 中可以發現，第一冊第六單元活動 3 是讓兒童經驗平面圖形可以從立體物件中拓印出來，在拓印的過程中，兒童可以套描積木的某一面輪廓，這就是形狀的複製活動。複製後，可讓兒童進行單純的形狀辨識與命名活動。

第一冊第六單元活動 5 則透過塗色活動讓兒童經驗圖形的外圍輪廓，因此形

體本身的出現應保持其輪廓的單純性與完整性，才能達到讓兒童將焦點專注於外圍輪廓的目的。這個活動同時也是認識「面」概念的前置經驗。

第一冊第六單元的參考活動 2 則是透過遊戲，加強兒童對某類圖形的辨識與名稱的連結。

第一冊第六單元的參考活動 4 將形狀依規律週期的方式呈現，一面加強兒童對圖形的辨識，一方面兒童經驗邏輯的思考，觀察如何找到形狀排列的規則性。

第一冊第六單元的參考活動 6 呈現形狀的多樣方式，讓兒童觀察了解在圖形的變化過程中，仍具有某些不變性。

第二冊第六單元活動 1 開始出現要從複雜的背景中辨識圖形，難度較高。

第二冊第六單元的參考活動 1 除了從生活情境中辨識形狀的難度增高外，還同時讓兒童察覺實心的圖形板與空心的形狀，都是同一形狀。

表 3-1-1

八十二年版活動目標			核心布題
1	6	*1 1.從觸摸中感覺物件的特色，如平平的、尖尖的、圓圓的、…。 2.增強辨認長方體、圓柱體、球體、圓錐體等。	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 準備球、盒子、空瓶子、空罐子、箱子、彈珠、造形積木、不透明的袋子、紀錄表。</li> </ul> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.教師先把球、盒子、空瓶子、空罐子、箱子、彈珠、造形積木等放進不透明的袋子。請學生雙手入袋中觸摸，猜猜看摸到什麼？</li> <li>2.猜完後，再請學生拿出該物，看看是否猜對了。</li> <li>3.把猜測的結果寫在統計欄內。</li> </ol>
1	6	3 透過描繪實物的表面，分辨三角形、長方形、正方形和圓形等形狀。	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 準備造形積木或立體實物。</li> </ul> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.請學生用描繪或蓋章的方法，把立體的面複製下來。</li> <li>2.學生針對不同平面圖形的整體外觀，加以命名。</li> </ol>
1	6	5 透過塗色活動，加強學生對三角形、長方形、正方形和圓形等平面圖形的認識。	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 準備各種常見的基本平面圖形。</li> </ul> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.請學生依指定的顏色，塗在指定的圖形上。</li> <li>2.請學生將相同圖形，塗上相同的顏色。</li> </ol>

			<p>註 1：塗色活動可以讓學生有內外、周界的初步概念，並作為面積大小的前置活動。</p> <p>註 2：所給圖形應盡量獨立、單純。</p>
1	6	*2 熟練辨識三角形、長方形、正方形和圓形。	<p>• 準備各式各樣的三角形、長方形、正方形和圓形的圖卡或圖形板。</p> <p>兩人一組，解題者依據布題者對圖形的描述，拿出所指定的圖形與個數。</p> <p>註 1：此活動的目的是在豐富兒童對幾何物件的描述語言，因此應提出非例行性的幾何物件。</p> <p>註 2：非幾何物件的選用，以可辨認與可運作為主。</p>
1	6	*4 (1)熟練辨認三角形、長方形、正方形和圓形。 (2)找出圖形的規律。	<p>• 設計由基本圖形，形成有某些序列規律的問題。請學生找出圖形的規律，並說出下一個圖形的形狀和顏色名稱。</p> <p>註 1：圖形規律 (pattern) 一由一些組成元件，加上週期所形成的一系列的圖案。</p> <p>註 2：所設計的圖形規律問題，其週期應完整呈現。</p> <p>註 3：本活動為可培養兒童邏輯推理的前置活動。</p>
1	6	*6 增強辨認顏色、形狀、大小。	<p>• 準備多個大小、形狀、顏色不同的圖形卡。</p> <p>1.請學生說出任意兩張圖形卡之間的不同。</p> <p>2.根據兩圖形卡之間不同點的個數，將圖形卡擺在適當的位置上。</p> <p>註 1：此活動可進行分類活動。</p> <p>註 2：同一種圖形，可以呈現大小比例不同的各種形狀，作為相似概念的前置活動。</p>
2	6	1 在有背景或其他圖形之下辨認三角形、長方形、正方形和圓形等圖形。	<p>在這張情境圖中，哪裡有三角形（長方形、正方形和圓形）？</p>
2	6	*1 (1)熟練三角形、長方形、正方形和圓形等圖形。 (2)透過操作的活動，知道圖形板與其外框是同形狀。	<p>1.逐一提出正方形、長方形和圓形圖卡，逐一提問：這是什麼形？</p> <p>2.教室裡面哪裡有正方形（長方形和圓形）？</p>

本表中的「\*」表示參考活動，未在課本上呈現。

## (二) 基本形體的分類與命名活動

### 1. 集合與包含關係

請參考本書第二章第一節中「四、三角形的包含關係」有關「集合與包含關係」部分的說明(P.24)。

下面我們要加以說明的是關於分類活動與命名活動的關係。

### 2. 分類活動

分類活動是指將同一屬性的東西歸為同一類，然而兒童依其不同的認知發展，會對形體的屬性作不同的考量，因此會有不同的分類結果產生。在基本形體初步認識的階段中，兒童已能排除物體的顏色、輕重、材質、大小等因素，而只注意於它的外形輪廓做分類。例如：方方正正的正方形歸一類、長長扁扁的長方形歸一類、直線的分一類、曲線的分一類、尖尖的分一類、直直站立的分一類等。

在教學過程中，當低年兒童進行分類活動後，可請他們說明分類的標準是什麼，及他們要為這堆物件給一個什麼樣的名稱。這時，兒童可以用非標準的名稱來命名，只要他能清楚的描述出物件的特徵即可，例如：像銅板一樣的形狀，或像三明治、牙膏盒、鐵盒子、色紙的形狀。

兒童在幾何領域的學習過程中，有實物的視覺經驗是很重要的，所以我們提供實物，讓學生有較富豐的視覺經驗。因此，在進行分類活動時，拿生活中的實物讓學生去觸摸，再借用生活語言來描述，是很重要的活動，例如：像洗衣板的形狀、像遮雨棚的形狀。也可以拿組合物件，如：甜筒冰淇淋，請學生描述。或者讓學生借助生活的物件當作參考物件來描述所看到的幾何形體，例如：像輪胎的游泳圈、甜甜圈等。

另外在數學上，面的形式可分為平面與非平面，非平面中的曲面是較特殊的一類。兒童在進行立體形體的分類活動時，也可以讓兒童根據平面與曲面的不同作為分類標準。

### 3. 命名活動

因為兒童在低年級階段對形體的認識主要是依賴視覺，根據形體的整體外觀

進行命名活動，不牽涉到形體的構成要素或關係，所以教學上應該提供多樣化的形體讓兒童辨識，例如：不同顏色、不同大小、物件是空心或實心、有背景圖案干擾等，讓兒童能摒除外在的因素，僅抽離出形體的外觀，同時透過形體的說、讀、聽、寫、做的活動來加深對形體的認識。如此，在基本形體初步認識的階段，兒童對形體的認識，才能排除顏色、輕重等因素，亦即不會因為一個長方形（體）的顏色是紅色或綠色的而產生命名的困擾，仍然認為它是一個長方形（體）。

兒童在進行形體的命名活動時，所用的描述語言可以分為標準名稱與非標準名稱兩種。標準名稱指的是數學的幾何用語，例如：正方形、長方形、梯形、圓形、三角形、正方體、長方體、錐體、柱體。非標準名稱是一般生活用語，例如：圓圓的形狀、長長的形狀、尖尖的形狀，像蛋糕的形狀、像甜甜圈的形狀、像門的形狀、像盒子的形狀、像冰淇淋筒的形狀、像柱子的形狀等。

命名活動剛開始進行時，應讓兒童能用他自己的語言對形體作描述，使他們有深入觀察形體的經驗。但是在教學結束前仍應該讓兒童用標準名稱來做為分類溝通的用語。

在平面圖形的討論中，當我們要從學生的非標準名稱轉為數學上的標準名稱時，所討論形狀的物件，不再是生活中的物件，應該以「圖形卡」來進行為宜，以鞏固數學上理想化的概念。而各種圖形的圖形卡應有豐富的形式呈現，如高瘦、矮胖的長方形或大小不同的三角形，以避免學生認為只有某一類大小或樣子的形狀，才是數學認為的長方形或三角形。學生有初步的長方形概念後，接下來會請學生去找哪裡有長方形，對兒童而言，教室裡出現的長方形與長方形圖形卡兩者單獨呈現時，其難度是不同的，長方形圖卡的辨認難度較高，應放在後面進行。

立體形體的構造比平面圖形更為複雜，但因為有了平面圖形的認識經驗，所以學生能藉助平面的經驗來注意到形體的結構，以進行立體形體的辨認及分類與命名的活動。例如：在認識柱體的活動中，當學生從生活物件中找出柱子後，請學生檢查柱子的特性，接下來命名柱體為角柱或圓柱，並分辨直角柱和斜角柱，再來分辨柱體與非柱體，並以橫擺的方式來檢驗角柱底面的特性，以辨認錐體不同的地方。

認識錐體的活動可以設計如下：觀察圖片引發興趣、介紹四角錐放置於地上時只有一頂點在空中，貼在地上的面稱為「底面」，命名錐體為角錐或圓錐、分辨錐體與非錐體。三角錐、四角錐等的命名和柱體部分很接近，可以用類比的方式要求學童命名，例如：底面是三角形的柱體稱為三角柱，底面是三角形的錐體稱做什麼錐。第一次命名時，學生可能無法類推，到第二或第三次應可以順利命名出數學上使用的名稱。之後，可以提供常見的立體物件，請學生根據柱體和錐體的特性做判斷，看它是屬於哪一類的形體。

#### 4.分類與命名活動的差異

分類的狀態通常可以有對立關係與蘊涵關係兩種，對立關係如第二章第一節中的圖 2-1-4，蘊涵關係如第二章第一節中的圖 2-1-1，而隨分類而來的就是命名，但是命名活動若不是從分類的觀點來切入時，卻也往往產生在分類上易混淆的情形，以三角形的分類來說，我們可以依據邊長是否相等的關係將所有的三角形分割成對立關係的三類：三個邊都相等的三角形、恰有二個邊相等的三角形、三個邊都不相等的三角形，如下圖 3-1：

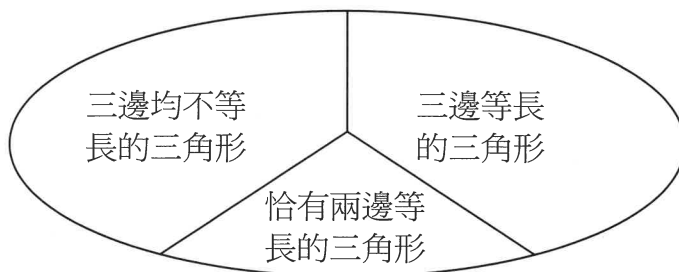


圖 3-1

數學上我們定義正三角形為三個邊都相等的三角形；而「恰有」二個邊相等的三角形是等腰三角形、三個邊都不相等的三角形沒有特別的名稱，但是數學上將「至少有」二個邊相等的三角形定義為等腰三角形，因此本教材視正三角形包含於等腰三角形中，如下圖 3-2：

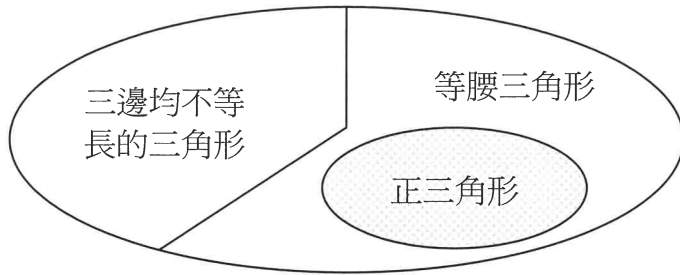


圖 3-2

另外，若以三角形有一個角是鈍角、直角或三個角都是銳角來對三角形進行分類活動與命名活動時，則此三類三角形分別是鈍角三角形、直角三角形與銳角三角形，它們可以將所有的三角形區分為三類，是完全的對立關係，沒有蘊涵關係，如下圖 3-3：

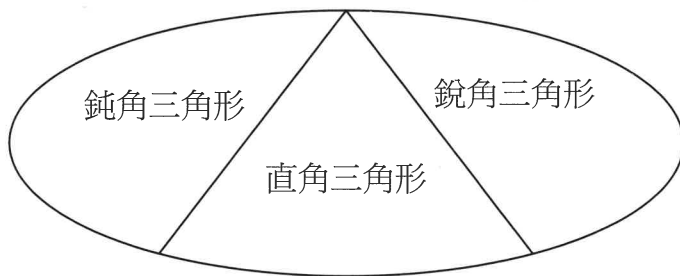


圖 3-3

而這些有特別名稱的三角形之間的關係，讀者可參考第二章第一節的說明與圖 2-1-5。

### 5. 基本形體的分類與命名活動目標

表 3-1-2 中，第一冊第六單元參考活動 6，當兒童就不同大小、形狀、顏色或不同的擺放位置進行形狀辨識後，還可以讓兒童對這堆形狀做分類。分類的標準剛開始可以由兒童自己分類，請它們說明分類的理由；之後則請兒童根據老師的標準提出分類的結果，以加深兒童對形狀的認識。

由下表中可以發現，第一冊第六單元活動 3 是兒童第一次針對簡單的圖形，進行命名活動。

到了第一冊第六單元活動 4 時，兒童則透過圖卡、符號、實物、聲音等連結加強形狀命名的認識。

第一冊第六單元活動 5 經由塗色活動對圖形外框形狀有更多的經驗接觸，上述活動都是加強形狀的認識與名稱的連結。

接下來的第一冊第六單元參考活動 2、第二冊第六單元活動 2、第二冊第六單元參考活動 1，都是當兒童對形狀的認識有初步概念後，對於形狀的使用或從複雜的背景中，是否還能辨識出形狀，這樣的歷程可以豐富形狀概念的建立。

表 3-1-2

八十二年版活動目標			核心布題
1	6	2 透過實物並運用學生的語詞，辨認球、圓錐、圓柱、長方體和正方體等圖形。	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 準備盒子、罐子、球、水果、斗笠、漏斗、甜筒等實物。</li> <li>1.請學生用自己的語言描述所見各類實物的樣子。</li> <li>2.教師將實物分成五類，如長方體、正方體、圓柱、圓錐、球等。</li> <li>3.請學生將各類實物會分成同一類的原因說出來，並用手指指出相似處。</li> <li>4.請學生試著用自己的語詞來稱呼某一類的實物。</li> </ul>
1	6	3 透過描繪實物的表面，分辨三角形、長方形、正方形和圓形等形狀。	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 準備造形積木或立體實物。</li> <li>1.學生用描繪或蓋章的方法，把立體的面複製下來。</li> <li>2.學生針對不同平面圖形的整體外觀，加以命名。</li> </ul>
1	6	4 透過說、讀、聽、做等練習，加強三角形、長方形、正方形和圓形等術語與圖卡，書空，…等符號的聯結。	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 準備基本的平面圖形。</li> <li>1.透過實物、文字符號、聲音符號，兩兩之間的關係，讓學生了解平面圖形。例如：請學生舉出、說出、畫出、比出老師所指定的圖形。</li> <li>2.找出教室的什麼地方有長方形？</li> </ul>
1	6	5 透過塗色活動，加強學生對三角形、長方形、正方形和圓形等平面圖形的認識。	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 準備各種常見的基本平面圖形。</li> <li>1.學生依指定的顏色，塗在指定的圖形上。</li> <li>2.學生將相同圖形，塗上相同的顏色。</li> </ul> <p>註 1：塗色活動可以讓學生有內外、周界的初步概念，並作為面積大小的前置活動。</p>

			註 2：所給圖形應盡量獨立、單純。
1	6	*2	<p>熟練辨識三角形、長方形、正方形和圓形。</p> <p>• 準備各式各樣的三角形、長方形、正方形和圓形的圖卡或圖形板。</p> <p>兩人一組，解題者依據布題者對圖形的描述，拿出所指定的圖形與個數。</p>
1	6	*6	<p>增強辨認顏色、形狀、大小。</p> <p>• 準備多個大小、形狀、顏色不同的圖形卡。</p> <p>1. 學生說出任意兩張圖形卡之間的不同。</p> <p>2. 據兩圖形卡之間不同點的個數，將圖形卡擺在適當的位置上。</p> <p>註：此活動可進行分類活動。</p>
2	6	2	<p>透過觀察及套描活動，知道圖形板與其外框是同形狀。</p> <p>1. 這（教師用手比畫門框四周）是什麼形狀？</p> <p>2. 透過套圖遊戲板（一張圖形卡搭配一個框），逐一拿出來描繪和筆劃，以了解圖形板與外框是同形狀。</p>
2	6	*1	<p>(1) 熟練三角形、長方形、正方形和圓形等圖形。</p> <p>(2) 透過操作的活動，知道圖形板與其外框是同形狀。</p> <p>1. 逐一提出正方形、長方形和圓形圖卡，逐一提問：「這是什麼形？」</p> <p>2. 教室裡面哪裡有正方形（長方形和圓形）？</p>
4	6	1	<p>運用學生的語詞，進行正方體和長方體的命名活動。</p> <p>• 準備造形積木、白色積木、紅色積木、淺綠色積木和各種形狀的空盒子。並展示類似圓錐、圓柱、三角柱、長方體、正方體、球等物品。</p> <p>1. 請學生找出像某一實物的物品，例如：正方體的盒子。</p> <p>2. 請學生說說看這些物品共同的地方在哪裡？</p> <p>3. 教師正式命名「正方體」。</p> <p>4. 同樣的方式命名「長方體」。</p> <p>5. 討論教室是什麼形狀。</p>
4	6	2	<p>將實物與平面立體圖對照，使學生能從平面立體圖認出實物。</p> <p>• 準備造形積木與立體圖卡。</p> <p>1. 請學生指認由各種方向角度拍攝的同一積木。</p> <p>2. 請學生拿出圖卡上所繪的積木，並依圖卡上的圖</p>

				示來擺置。
4	6	3	透過說、讀、聽等練習，加強實物與平面立體圖的聯結。	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 準備立體圖卡、有各類積木名稱的字卡與造形積木。</li> <li>1.請學童指出造形積木的名稱。</li> <li>2.教拿出立體圖卡或有各類積木名稱的字卡，再請學生拿出造形木。</li> </ul>
本表中的「*」表示參考活動，未在課本上呈現。				

### (三) 基本形體的複製與造型活動

形體的複製是指利用其他物件做出和指定的物件有一樣形體的活動；造型活動是運用所給的物件作出另一種形體。

#### 1. 平面圖形

兒童在低年級階段，關於平面圖形的複製活動，可以有描繪、蓋章、塗色等，蓋章是將面塗上顏色，直接完整的覆蓋出來。進行塗色活動時，可準備各種常見的基本平面圖形，請學生依指定的顏色，塗在指定的圖形上或請學生將相同圖形，塗上相同的顏色，以了解學生對形狀的掌握情形，而此塗色活動也可以作為學習「面積」的前置經驗。

在兒童低年級階段的平面造形活動可以有畫圖，讓兒童仿繪圖形，或聽到圖形的名稱時，畫出這個圖形的外形來；或用其他物件，例如：牙籤或橡皮筋圍出指定的圖形。

#### 2. 立體形體

相關於立體形體的複製與造型活動，在低年級階段，通常有下列幾種方式：

- (1)請學生用積木堆出各種形體。
- (2)請學生根據立體形體的視圖，用積木堆出該立體形體。
- (3)給小的正方體，請學生堆出指定大小的正方體或長方體。
- (4)給固定數量的小正方體，請學生堆出各種長方體。

其中的第四種方式，可作為認識因數的前置經驗，此時討論的重點是所排出來的長方體或正方體的邊長個數與總量個數之間的關係。

當學生進行立體形體的複製活動後，需進一步的澄清這樣的製作過程是如何符合了複製的條件，例如：用積木堆出一個實心的長方體或正方體的紙盒，教學討論的重點則是比較這些紙盒和這些用小積木堆成的長方體之間的大小關係。

### 3.基本形體的複製與造型活動目標

從表 3-1-3 中可以發現，第一冊第六單元活動 3 是讓兒童經驗形狀的複製後，再對形狀命名。

第一冊第六單元參考活動 3 隨意讓兒童運用平面圖形作畫，造出圖案。第二冊第六單元活動 2 觀察實心板與空心的外框，讓兒童經驗形狀的不同呈現方式，以加深形狀概念的建立。

第二冊第六單元參考活動 2 是一個用牙籤做出圖形的造型活動，過程中應注意兒童是否掌握了形狀的封閉性，當兒童排出有缺口的形狀時，應討論是否合理。

表 3-1-3

八十二年版活動目標			核心布題
1	6	1	透過積木及實物的造形活動，經驗平面和非平面的區別。 • 準備空瓶、空盒、空罐、造形積木。 1.請學生指出哪些物品會滾動。 2.請學生指出平面的部分。
1	6	3	透過描繪實物的表面，分辨三角形、長方形、正方形和圓形等形狀。 • 準備造形積木或立體實物。 1.學生用描繪或蓋章的方法，把立體的面複製下來。 2.學生針對不同平面圖形的整體外觀，加以命名。
1	6	*3	能用單一的平面圖形造出圖案，以加深對圓形、三角形的認識。 • 準備造型色紙、膠水、彩色筆和圖畫紙。 1.請學生做出單一種大小不同的圖形。 2.請學生將這些圖形創造成自己喜歡的圖案。
2	6	2	透過觀察及套描活動，知道圖形板與其外框是同形狀。 1.這（教師用手比畫門框四周）是什麼形狀？ 2.透過套圖遊戲板（一張圖形卡搭配一個框），逐一拿出來描繪和筆劃，以了解圖形板與外框是同形狀。

2	6	*2	用竹籤在桌上排出圖形。	1.用竹籤排成有三角形的圖形。 2.用竹籤排出你喜歡的圖形。
4	6	4	學生用自己的話來描述造形的過程和想法。	1.請用積木堆出一個你們喜歡的東西。 2.說說看，你們堆的是什麼東西，怎麼堆的，先放什麼，後放什麼？
4	6	5	仿造一個實心的正方體或長方體，其大小和事先準備的實物一樣。	1.這些（紙盒）和這個（由小積木堆成的長方體）是不是一樣大？你怎麼知道的？ 2.說說看，你們是怎麼堆的？
4	6	6	用數量一定、形狀及大小相同的數學積木，堆積成各種可能的長方體或正方體。	1.用這 8 個白色積木，堆出一個正方體或長方體。 2.說說看，你堆的是正方體或長方體？ 3.你是怎麼堆的？
本表中的「*」表示參考活動，未在課本上呈現。				

## 二、認識幾何量的前置經驗活動

國小階段涉及的幾何量有長度、角度、面積與體積等，而這些教材在八十二年課程標準中也歸屬於量與實測的領域，本叢書另有《長度》、《面積》及《體積和角度》三冊，讀者可參考，下面我們謹就這些幾何量的前置活動做討論。

### (一) 圖形的周長與周界概念之前置經驗及其活動目標

當兒童透過畫線或觸摸活動，感受到圖形的外框後，除了可以探討形狀的概念外，也可以進一步討論圖形的「周界」概念。在圖形中，加入另一個物件，可討論物件放在圖形框內與框外的關係，而引入周界的概念，在描述周界的長度時，就有了周長的概念了。

與周界相關的教學，例如：在塗色活動中，要求學生將圖形的內部與外部分別塗上不同的顏色，讓學生感受圖形有內、外之分，而其分界線就是圖形的外框，這是周界的初步概念。亦可提供七（多）巧板的拼排活動，要求學生將拼排後的結果描繪下來，其步驟先從畫出所有圖形拼板的外框，也就是可以看到拼排的過程與結構，再要求學生只畫出所拼成圖形的最外圍，如此讓學生感覺到周界的特性。拼圖遊戲中，兒童要選取什麼圖形板，是依據圖形板在嵌入之前的「空洞」

來判斷的，這時學生觀察到的也是圖形的外框形狀，因此，學生可以根據圖形板的形狀，找到鑲嵌的空洞形狀，或反過來，辨識空洞的形狀，找到相對應的圖形板形狀。

在表 3-1-4 中，第二冊第六單元活動 2 及第二冊第六單元參考活動 1，當兒童描述圖形外框時，已經將焦點擺在圖形的周界，透過討論可作為周界概念學習的前置經驗。

第二冊第六單元參考活動 2，用竹籤排出圖形的活動，也是抽離出形狀的外框作討論。

表 3-1-4

八十二年版活動目標			核心布題
2	6	2 透過觀察及套描活動，知道圖形板與其外框是同形狀。	1.這（教師用手比畫門框四周）是什麼形狀？ 2.透過套圖遊戲板（一張圖形卡搭配一個框），逐一拿出來描繪和筆劃，以了解圖形板與外框是同形狀。
2	6	*1 (1)熟練三角形、長方形、正方形和圓形等圖形。 (2)透過操作的活動，知道圖形板與其外框是同形狀。	1.逐一提出正方形、長方形和圓形圖卡，逐一提問：這是什麼形？ 2.教室裡面哪裡有正方形（長方形和圓形）？
2	6	*2 用竹籤在桌上排出圖形。	1.用竹籤排成有三角形的圖形。 2.用竹籤排出你喜歡的圖形。
本表中的「*」表示參考活動，未在課本上呈現。			

## (二) 全等的初步概念及其活動目標

在兒童低年級階段，全等的概念只是視覺上直觀的全等，此時兒童透過操作來經驗全等的意義，從外觀、操作疊合來檢驗兩圖形是否全等，例如：先從觀察圖形的異同著手，再引入摺紙或疊合動作來說明檢驗全等圖形。而從圖形的構成要素（邊長、角度）來探討全等的意義，是在高年級時才討論。

表 3-1-5

八十二年版活動目標			核心布題
3	8	1 (1)憑直觀找出圖中不同的地方。 (2)用疊合的方法說出這些圖形都是全等。	找出兩張圖形中不同的地方，並用疊合的方法檢驗，說出這些圖形是全等的。
3	8	2 從一堆圖形中，找出全等的圖形。	1.先以直觀的方式找出一堆圖形中的全等圖形。 2.將直觀找出的全等圖形以疊合的方式檢驗。
3	8	3 透過剪、疊的活動知道兩個圖形是全等的。	1.檢驗兩個不能移動的圖形（畫在紙上或黑板上）是否全等。
3	8	4 描出全等的圖形。	2.讓學生描出指定圖形的全等圖形。
3	8	7 透過摺紙的活動，觀察對稱的現象。	將正方形的色紙對摺，觀察摺線及摺線隔開的兩個部分是否全等。
3	8	8 透過剪紙的活動，經驗對稱的現象。	1.將正方形的色紙對摺後，沿著摺線剪出一個圖形，打開看看，剪出的圖形有沒有摺線。 2.摺線隔開的兩個部分是不是完全疊合。 3.說明對摺剪出的圖形，摺線隔開的兩個部分完全疊合時，這個圖形叫做對稱圖形。
3	8	*1 (1)透過對摺的方式，將原圖形分解成四個或八個全等的部分。 (2)將分解的各部分拼回原圖形。	1.將圓形紙分成四個全等的部分，討論摺法。 2.沿著摺線剪下，比較四個部分是否全等。 3.用四個全等的部分拼回一個圓形。
本表中的「*」表示參考活動，未在課本上呈現。			

## 第二節 基本形體的構成要素

構成要素一般是指生成形體的要素與重要部分的局部化，例如：立體形體的構成要素可以是面、線段和頂點；平面圖形的構成要素則可以是線段和頂點；而角是線段相交於頂點的局部；正方形可由兩特殊全等長方形組成。

生活中我們常常使用基本平面圖形描述其他物件，例如：屋頂好像三角形、太陽的形狀是圓形…等。小學幾何教材的處理，是從學童日常生活對這些形狀的辨別與描述開始，透過視覺或觸覺的感官來觀察具體的實物，由實物的整體或輪廓開始辨識圖形，使用相關的幾何語言，漸漸學習操弄這些幾何形體及其性質，例如：用正方形或正三角形的緊密排列，可以促進學生了解正方形或正三角形的幾何性質，成為學習圖形構成要素的基礎。

另一方面，製作或描繪活動，可提升學生對圖形組成的了解，例如：四邊形各種畫法，可以點下四個頂點再連接完成四邊形，這些頂點可決定每個邊長與角度；也可以描下四個邊完成四邊形，但此處需注意角度問題，因為四邊形不像三角形可由各邊來唯一確定，例如：邊長均等長的正方形與菱形。而長方體的造型活動中，則可以使用六個面完成長方體；亦可製作骨架，將討論重點放在邊長關係上。

形體的構成有多樣性，如正方形可以切割成兩個等腰直角三角形，亦由長短邊長比為 2:1 的兩個全等長方形組成。

通常兒童是在三年級左右開始探討構成要素，教學上透過複製形體的製作活動，把形體的構成要素明顯化，並透過使用來認識它，以正方體為例，進行「由一堆正方形圖卡拼湊以圍成一正方體紙盒」與「由一堆竹籤組成一個正方體燈籠骨架」，分別將注意力集中在面、邊與頂點上，以突顯構成要素一面、邊、頂點及角與其數量。再以三角形為例，「描述三角形的畫法或描法」與「透過複製三角形的邊、頂點及角的活動，加深了解其構成要素」。在學生能說明三角形的畫法或描法後，進行構成要素的命名活動，例如：邊、頂點及角，突顯構成要素，再以逆向方式，透過複製三角形的要素和以要素組成圖形，讓學生進一步地對構成要素

有更深的體認與了解。

析出構成要素後，就可以開始找尋某一類形體的共同性質，例如：在長方形與其構成要素上，把注意力放在邊長時，可以發現長方形都有四個邊，這四個邊恰好分成兩組，相對的兩個邊成爲一組，長度相同；如果注意力集中在角度時，長方形都有四個角，這四個角都一樣大，每一個角都是直角；如果注意力集中在對角線上時，學童可以發現每個長方形都有兩條對角線，而且這兩條對角線一樣長。

透過長方形的構成要素認識後，可以逐一探討並讓學生了解長方形的性質，但是在此階段，學童還無法透過推理理解這些性質之間的關係，例如：四個角都是直角的長方形，對角線會相等；四個角都是直角的長方形，其兩組對邊會等長等等。這些關係的探討是下一階段幾何教學的重點，請參考本章第三節。

有關基本形體的構成要素部分，以下我們分成三個主題來探討，分別是形體的組合與切割活動、形體的製做活動、形體的構成要素。

## 一、形體的組合與切割活動

在基本形體的初步認識中，我們就曾提到圖形的組合切割，這類活動可以幫助兒童注意到圖形的構成要素，例如：需將相等邊長的兩邊拼起來，可以讓學生注意到相等的邊。組合活動進行時，應讓兒童對組合後的圖形外框描繪下來與原圖形板對照。當然，相等圖形的緊密鋪排，是面積概念的基礎，而利用正方體緊密堆疊成長方體，也是體積學習的前置經驗。

圖形的切割活動可透過摺紙後打開觀察摺痕與邊所成的圖形，例如：正方形色紙對摺打開後，可以看到有兩個全等的等腰直角三角形，或兩個全等長方形。另外，計算多邊形內角和，需要能將  $n$  邊形分解成  $(n-2)$  個三角形，這也是將多邊形分解的一個例子。而計算平行四邊形面積，可將平行四邊形切成兩塊再拼成長方形，或利用扇形拼成類似長方形或平行四邊形以計算圓形面積，這些都是利用切割再組合的例子。同樣的，計算柱體體積，也可以透過類似切割組合的方式來計算圓形面積。

在中年級階段，對於基本形體的名稱，會因了解其構成要素，而有更進一步精緻的名稱，以凸顯某些基本形體構成要素的特性，例如：「等腰直角三角形」是既有兩邊等長，且兩邊夾角是直角的三角形。

另外，幾何量如：長度、面積、體積與角度等，都與構成要素的認識有密切的關係，例如：從周界到周長的度量，從單位面積的堆積與長方形面積公式，從單位體積的堆積與長方體體積公式，從三角形、梯形、平行四邊形都可以切割後組成長方形以解決面積的求算方法，或是圓形切割成多個扇形求算圓面積，圓柱體體積亦可仿此方式求出。

下面我們將本教材形體的組合與切割活動分為平面圖形與立體圖形兩部分來討論。

### (一) 平面圖形的組合與切割活動目標

從表 3-2-1 中可知，平面圖形的組合與分解活動從低年級就開始了，學童通常將等長的邊拼在一起，把直角拼在一起，因為這樣拼起來容易，而且日常生活中處處可見。

第二冊教材大多是用一些全等圖形的組合活動，教學設計上應提供學童一些全等的基本圖形，例如：三角形或四邊形，讓學童拼合兩個到多個的圖形成為另一個圖形。使用全等圖形的好處是有等長的邊容易拼合，大多兒童也會自然地把邊長相同的邊拼在一起，教材設計上以提供全等或是有等邊長的形狀來拼合為主。第二冊第六單元活動 4、活動 5，先從個數少的全等圖形板作拼合活動，再進入多種形狀與多個圖形作組合圖形，上述情形都是兒童可以自由拼成不同形狀的活動，接下來進一步要求兒童利用所給的形狀，做出指定圖形的形狀，如：第二冊第六單元活動 6、7、8，這樣的過程中，兒童會更注意圖形形狀的特徵，而對形狀有更多的認識。

在第七冊第七單元活動 4 我們進行兩個旋轉角的合成活動，亦牽涉到圖形角的合成，到第十一冊第七單元活動 1，是兩個角的連續旋轉合成，關於角度的討論，可參考本叢書《體積和角度》一冊。此外與長度、面積、體積相關，透過保留概念切割重組，以用簡單形式了解面積公式，可參考本叢書《長度》與《面積》

兩冊。

表 3-2-1

八十二年版活動目標			核心布題
2	6	4 能用兩塊全等（形狀、大小一樣）的基本圖形拼出一個圖形。	請拿出兩塊像這樣（全等）的色板拼拼看，討論形狀和拼法。
2	6	5 經驗一個圖形可由兩塊一樣的圖形所構成。	這些圖形哪一塊是用這兩塊（全等的圖形）拼成的？
2	6	6 用一些三角形、正方形或長方形拼成一個指定的圖形。	這些圖形用已經準備好的圖卡要怎麼拼？
2	6	7 用一些長方形或正方形拼成一個指定的圖形。	用一些長方形或正方形拼成一個指定的圖形。
2	6	8 (1)由實際的拼排，經驗一個圖形可由幾個全等的圖形所構成。 (2)會將數據填入設計好的表中。	這個圖形用長方形（正方形、三角形）排排看，共用了幾塊？
2	6	*1 (1)熟練三角形、正方形、長方形和圓形等圖形。 (2)透過操作的活動，知道圖形板與其外框是同形狀。	1.逐一提出正方形、長方形和圓形圖卡，逐一提問：這是什麼形？ 2.教室裡面哪裡有正方形（長方形和圓形）？
11	7	1 (1)透過兩個直角的旋轉合成，認識始邊與終邊成一直線的旋轉角並命名為平角。 (2)將三角形三內角的旋轉角和，變為一平角。	1.用竹籤作一個 90 度的旋轉角，並記錄始邊與終邊。 2.把剛才做的旋轉角的終邊當成始邊，再做一個 90 度的旋轉角。 3.這兩次旋轉角合起來旋轉了幾度？這個角的邊、頂點在哪裡？ 4.將正三角形、直角三角形的三個內角分別畫出其旋轉角並接在一起，三個角合起來旋轉了幾度？
本表中的「*」表示參考活動，未在課本上呈現。			

## (二) 立體形體的組合與切割活動目標

第四冊第六單活動 6，用數學積木堆出長方體與正方體，是以組合為主的製作活動，也是體積的前置經驗。第八冊第八單元活動 2，是切割球體的分解活動，利用球體的截面是圓的現象，幫助學生檢查立體形體是否為球，引入球的初步性質。

表 3-2-2

八十二年版活動目標			核心布題
4	6	6	<p>用數量一定、形狀及大小相同的數學積木，堆積成各種可能的長方體或正方體。</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.用這 8 個白色積木，堆出一個正方體或長方體。</li> <li>2.說說看，你堆的是正方體或長方體？</li> <li>3.你是怎麼堆的？</li> </ol>
8	8	2	<p>察覺球體的截面都是圓形，並認識半球體。</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.將像球體的水果切開。</li> <li>2.命名「截面」。</li> <li>3.要求記錄並從紀錄中知道球的截面是圓形。</li> <li>4.再切一些截面，檢驗也是圓形。</li> <li>5.把不像球的水果切出截面後討論。</li> <li>6.回到球的截面探討。</li> <li>7.溝通半球的意義。</li> </ol>

## 二、形體的製做活動

製作是看著形體，再做出一個和它一模一樣的物件。

### (一) 形體製做活動與構成要素

在初步認識的複製、蓋印活動中，是讓兒童著重於對形體整體感覺的處理與討論。在討論構成要素時，我們希望兒童是先從製作形體中尋得要素，再從要素回過頭來製作形體，透過這樣的來回製作活動，讓兒童逐漸認識形體與構成要素的關係，例如：先用三根吸管圍成一個三角形，知道這個三角形會有 3 個頂點；再給定三個不共線的點，可以畫出唯一的一個三角形。另外，也可以知道給定滿足和大於第三邊的三個邊 (SSS)，或給定一個邊和這個邊的兩個夾角 (SAS) 也可以決定唯一的一個三角形。但給定三個角(AAA)，與給定兩個角和一個邊 (SSA)

不能決定唯一的一個三角形。而在四邊形的造型活動，因給定四個邊後，四個角仍有自由度，所以剛開始給兒童的複製四邊形的活動中，是給定四邊形圖卡，而非如三角形給定三個邊。

立體的造型活動，困難性較高，在檢驗上也相當困難，所以製作活是以析出構成要素為主的造型活動，例如：可提供多個面，黏合成一個立體；或提供頂點棒和頂點珠，頂點珠有固定頂點棒角度的設計，以此來製作立體的骨架。

所以，造型活動除了讓學童製作形體，幫助了解構成要素外，在控制構成要素特徵下製作特殊造型也一個教學重點。但是在立體造型上，需加以小心，例如：用六張正方形紙卡做成正方體，就比較簡單，容易處理，但是用 12 根吸管或鐵絲做成正方體骨架，就缺少限定角度的因素，雖每邊等長，但是各面上的角度是開放的，容易形成平行六面體；只有當所有角都是直角時，才是正方體。同樣的，平面上用兩對等長的吸管，可以排成平行四邊形；只有在四個角都是直角時，才是長方形。

## (二) 平面圖形的製做活動及其活動目標

本教材從製作活動探討或引入幾何圖形的構成要素，顯現出構成要素對於圖形製作的重要，透過製作可以分析出構成要素，利用構成要素的組合，也可以完成幾何圖形。

下表 3-2-3 中，第二冊第六單元活動 3，能在釘板上用橡皮筋圍出圖形，是很特別的製作，利用釘板和橡皮筋圍出幾何形狀，這是在低年級利用整體形狀的製作活動，在學生能辨識基本圖形，例如：三角形、正方形、長方形等，之後引入的造型活動，讓學童以橡皮筋在釘板上圍出長方形和學童喜歡的圖形。

第二冊第六單元補充活動 2，用竹籤在桌上排出圖形，開始有用構成要素的製作活動，不過僅強調圍成圖形，為平面圖形的構成要素鋪路。

從中年級開始，分析構成要素是主要的學習內容，第五冊第六單元活動 1 和活動 3 是由製作引入分析三角形和四邊形的構成要素；活動 2 和活動 5 是由構成要素製作三角形和四邊形的活動。活動 4 則是由構成要素重新命名四邊形，再進行四邊形的製作活動，讓學生更了解構成要素的意義。活動進行先由製作辨識三

角形的構成要素並加以命名的活動，再以三角形構成要素製作三角形，是雙向（要素與造型活動）的教學。

第六冊第十一單元活動 4 是透過製作活動讓學生了解周界的意義，並測量與認識周長，在這活動之前第二冊第六單元活動 2（透過觀察及套描活動，知道圖形板與其外框是同形狀。）、活動 3（能在釘板上用橡皮筋圍出圖形。）及補充活動 1（1.熟練三角形、長方形、正方形和圓形等圖形。2.透過操作的活動，知道圖形板與其外框是同形狀。）、活動 2（用竹籤在桌上排出圖形。）都是這個活動的前置活動。幾何教學常會與度（測）量有相互關係，從邊到邊長、角到度、面到面積、體到體積，幾何教學都是前面重要概念的引入，而度量又為幾何的探索投入新的向度。邊長與角度是平面圖形要素探索時，重要的兩個量。

表 3-2-3

八十二年版活動目標			核心布題
2	6	3 能在釘板上用橡皮筋圍出圖形。	1.在釘板上用橡皮筋圍出長方形。 2.以上圍出的都是長方形嗎？
2	6	*2 用竹籤在桌上排出圖形。	1.用竹籤排成有三角形的圖形。 2.用竹籤排出你喜歡的圖形。
5	6	1 (1)描述三角形的畫法或描法。 (2)進行三角形的邊、頂點及角的命名活動。	• 準備大小不等的三角形、正方形、長方形圖卡及每生白紙一張。 1.請學生從一堆圖形中，找出三角形並進行描繪活動。 2.請學生說說看，描或畫的時候，畫了哪些東西。 3.針對畫的線、相接的點、尖尖的地方進行命名。
5	6	2 透過複製三角形的邊、頂點及角的活動，加深了解其構成要素。	• 準備白紙、直尺、三角板。 請學生依序將三角板的邊、角、頂點，分別描下來，並問學生是否每一部分，都畫出來了。
5	6	3 透過描繪活動，認識四邊形的邊、頂點及角。	• 準備白紙、三角形圖卡、剪刀。 1.請學生用剪刀將三角形圖卡，剪去一個角。

				<p>2.剪出來不是三角形的圖卡，描繪下來，並問學生你描了哪些東西。</p> <p>請學生說說看，邊、頂點、角各有幾個。</p>
5	6	4	進行四邊形的命名活動。	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 準備一些不同的四邊形圖卡。</li> </ul> <p>1.請學生說說看，這些圖卡有什麼相同的地方。</p> <p>2.你們想為這些圖形，取什麼名字呢？</p>
5	6	5	透過複製四邊形的邊、頂點及角的活動，加深了解其構成要素。	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 準備四邊形圖卡、直尺和白紙。</li> </ul> <p>1.請學生依邊、頂點、角分別將四邊形圖卡，描繪下來。</p> <p>2.請學生說說看，是否每一個邊、角、頂點都描下來了。</p>
6	11	4	認識周界和周長。	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 準備繩子與直尺。</li> </ul> <p>1.將繩子沒有重疊地接在一起，形成一個圖形。</p> <p>2.在繩子裡面的區域叫做圖形的內部，外面的區域叫做圖形的外部。</p> <p>繩子本身的長度就是周長。</p>
<p>本表中的「*」表示參考活動，未在課本上呈現。</p>				

### (三) 立體形體的製作活動及其活動目標

在平面圖形的組合活動中，我們將簡單平面圖形等長的部分緊密地靠在一起，用正方形鋪排出長方形，引入面積的概念。在立體圖形的組合活動中，我們則用小方塊緊密堆疊成一長方體，引入體積的概念。而用面組成正方體或長方體，或製作骨架，則是使用構成要素組成立體形體的製作活動。由下表 3-2-4 可以知道第四冊第六單元透過簡單的型體與積木，堆出一些立體，在其活動 6，特別用數學積木堆出長方體與正方體，是以組合為主的製作活動。

第六冊第七單元透過用正方形圖卡製作正方體、用長方形圖卡製作長方體與利用竹籤製作正方體骨架，並討論頂點、邊、面的個數，這是構成要素的製作活動。

表 3-2-4

八十二年版活動目標			核心布題	
4	6	4	<p>學生用自己的話來描述造形的過程和想法。</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.請用積木堆出一個你們喜歡的東西。</li> <li>2.說說看，你們堆的是什麼東西，怎麼堆的，先放什麼，後放什麼？</li> </ol>
4	6	5	<p>仿造一個實心的長方體或正方體，其大小和事先準備的實物一樣。</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.這些（紙盒）和這個（由小積木堆成的長方體）是不是一樣大？你怎麼知道的？</li> <li>2.說說看，你們是怎麼堆的？</li> </ol>
4	6	6	<p>用數量一定、形狀及大小相同的數學積木，堆積成各種可能的長方體或正方體。</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.用這 8 個白色積木，堆出一個正方體或長方體。</li> <li>2.說說看，你堆的是正方體或長方體？</li> <li>3.你是怎麼堆的？</li> </ol>
6	7	1	<p>透過描述「由一堆正方形圖卡拼湊以圍成一正方體紙盒」的活動過程，在討論中突顯正方體有 6 個面。</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.用習作附件的正方形圖卡嘗試拼排正方體紙盒並討論。</li> <li>2.讓學生說出正方體紙盒的製作過程（重點在說出選用了六張大小相同的正方形圖卡來拼排）。</li> <li>3.師生形成「面」的名稱的共識，並指認正方體上的面及說出個數。</li> <li>4.溝通「邊」、「稜」、「相鄰的面」等名詞，並在正方體上指認出來。</li> <li>5.數出正體盒子上有幾條邊。</li> <li>6.將正方體紙盒剪開成展開圖（剪開的展開圖必須能攤平在桌上，並保持完整仍連成一整片）。最後將展開圖再摺回成一個盒子。</li> </ol>
6	7	2	<p>透過描述「由一堆長方形圖卡拼湊以圍成一長方體紙盒」的活動過程，在討論中突顯長方體有 6 個面、12 條邊。</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.用習作附件的長方形圖卡嘗試拼排長方體紙盒並討論。</li> <li>2.讓學生說出長方體紙盒的製作過程（重點在說出選用三種長方形的圖卡，每一種用了 2 張；圖卡相接的邊一樣長）。</li> <li>3.指認長方體的面並說出面的個數，找出長方形中全等的面並塗上相同的顏色。</li> </ol>

			<p>4.數出長方體盒子上有幾條邊。</p> <p>5.將長方體紙盒剪開成展開圖（剪開的展開圖必須能攤平在桌上，並保持完整仍連成一整片）。最後將展開圖再摺回成一個盒子。</p>
6	7	3	<p>透過描述「由一堆竹籤組成一個正方體燈籠骨架」的活動過程，在討論中突顯正方體有 8 個頂點、12 條邊。</p> <p>1.教師準備若干包竹籤（裝有 4 公分竹籤 14 支，8 公分竹籤 2 支）和黏土，並展示事先製作好的燈籠。</p> <p>2.教師將燈籠外面的紙拿掉，指著骨架問學生，做這些骨架要用到哪些東西？</p> <p>3.請學生將準備好的竹籤分類，量量看竹籤的長度和數出各種長度的數量。</p> <p>4.讓學生用竹籤和黏土製作燈籠的骨架。</p> <p>5.學生說明製作的過程（包含選用哪一種長度的竹籤和竹籤的數量）。</p> <p>6.從燈籠骨架上認識「頂點」的名稱及個數、共用頂點的三條邊叫做「相鄰的邊」。</p>
6	7	4	<p>透過描述「由一堆竹籤組成一個長方體燈籠骨架」的活動過程，在討論中突顯長方體有 8 個頂點、12 條邊。</p> <p>1.教師展示事先製作的長方體燈籠，將外面的紙拿掉，讓學生仿做一個長方體的燈籠骨架。</p> <p>2.讓學生觀察不同長度的竹籤，依長度分類並數出數量。</p> <p>3.和同學合作用竹籤和黏土製作燈籠的骨架。</p> <p>4.讓學生發表製作燈籠骨架的過程。學生的發表中若未澄清「共點的三支竹籤都不等長」、「使用的 12 支竹籤的性質」，老師宜逐步追問。</p> <p>5.教師提問「用了幾支竹籤？」、「用了幾種長度的竹籤？」、「每種用了幾支？」。</p> <p>6.教師說明 12 支竹籤就是長方體的邊。請學生指出哪些邊一樣長？長方體骨架上有幾個頂點？共用頂點的邊是哪幾條？</p>

### 三、形體的構成要素

#### (一) 形體構成要素的命名活動

頂點、邊和角是多邊形的構成要素，在命名時，應儘量幫助學童掌握其幾何特性，例如：邊是區隔圖形內外的直線段；頂點是邊的端點重合為一的地方；角

則是頂點附近，由一邊要轉向另一邊的局部圖形。

在基本形體的初步認識中，學生嘗試了形體的辨識與觸摸、形體的分類與命名、形體的複製與造型等活動，一方面讓學生更深入的認識整個形體，一方面也感受一些基本要素相關的特徵，例如：描繪活動可以加深對圖形輪廓的認識，也開始將注意力從整體移至輪廓，像是在第五冊開始對三角形畫法進行描述活動，更進一步要求學生將注意力移往構成的要素。

在初步認識中的命名是以形體的日常用語或稱呼為主；進入構成要素後，先對一個簡單圖形加以命名，再漸次擴充到各個形體，例如：從三角形的構成要素命名頂點、邊與角，再對四邊形也一樣進行構成要素的命名。

當學生能掌握這些構成要素後，就可以對圖形以其構成要素的特徵來命名，例如：三角形有兩邊一樣長，可以稱為等腰三角形；有一個直角的三角形，稱為直角三角形。

角的構成要素在本教材有三種處理觀，第一種是圖形角，從三角形、四邊形中，發現圖形有尖尖的角；第二種是張開角，利用扇子張開的程度，了解角的構成要素與大小；第三種是旋轉角，記錄固定一端旋轉的直線所形成的角。另外，直角是一種特殊的角，在基本形體與生活中常見，因此也常用來對某些簡單基本形體用來進行命名活動，例如：有一個直角的等腰三角形，可進一步命名為等腰直角三角形。

另外「圓」是與多邊形差異很大的常見圖形，圓的構成要素與多邊形不同，多邊形構成要素是「邊、角和頂點」，但我們討論的圓心、直徑與半徑等，不是多邊形的構成要素，反之亦然。而由圓衍生出的「扇形」，其構成要素有頂點（圓心）、邊（半徑）、角（圓心角）與弧（圓弧）等。

### 1. 平面圖形構成要素的探索活動目標

與平面圖形的構成相關的活動如下表 3-2-5，從中年級起，學生學習幾何，從一般性整體認識，進入分析構成要素的探討，首先是了解構成要素：第五冊開始，探討三角形（第五冊第六單元活動 1）和四邊形（第五冊第六單元活動 3）的構成要素（邊、頂點和角）、第六冊探討角（第六冊第七單元活動 7）、第七冊探討圓

形的構成要素，討論圓周、圓心和半徑（第七冊第七單元活動 5）、第十冊探討扇形的構成要素頂點、邊、圓心角和圓弧（第十冊第三單元活動 2）。

「角」在構成要素的探討中相當特別，是由兩個邊和一個共同的頂點組成的，但強調的是張開的程度而非此兩邊的長度，教材中在第五冊探討三角形和四邊形的角，第六冊藉由扇子張開討論角張開的程度，在十一冊則由旋轉角討論兩角和。

「圓」是與多邊形差異很大的常見圖形，構成要素的探討和多邊形不同，多邊形構成要素是「邊、角和頂點」，圓形我們討論「圓心、圓周和直徑半徑」（第七冊第七單元活動 5~6），圓形衍生出的「扇形」，構成要素是「頂點（圓心）、邊（半徑）、角（圓心角）與弧（圓弧）」（第十冊第三單元活動二）。

多邊形的教學，是在學生已經掌握了三角形、四邊形的構成要素後進行的活動，經過中年級學生了解要素後，高年級利用這些要素進一步處理多邊的圖形，透過邊、角、頂點，學生可以區分四邊形、五邊形、六邊形等等，將這些是多個邊的形狀歸納成爲多邊形。此外，高年級也引入兩多邊形全等的意義，就是每個對應的構成要素相等，如：對應邊等長、對應角度等大。

表 3-2-5

八十二年版活動目標			核心布題	
5	6	1	<p>1.描述三角形的畫法或描法。</p> <p>2.進行三角形的邊、頂點及角的命名活動。</p>	<p>• 準備大小不等的三角形、正方形、長方形圖卡，另外給每位學生白紙一張。</p> <p>1.請學生從一堆圖形中，找出三角形並進行描繪活動。</p> <p>2.請學生說說看，描或畫的時候，畫了哪些東西。</p> <p>3.針對畫的線、相接的點、尖尖的地方進行命名。</p>
5	6	2	<p>透過複製三角形的邊、頂點及角的活動，加深了解其構成要素。</p>	<p>• 準備白紙、直尺、三角板。</p> <p>請學生依序將三角板的邊、角、頂點，分別描下來，並問學生是否每一部分，都畫出來了。</p>
5	6	3	<p>透過描繪活動，認識四邊形的邊、頂點及角。</p>	<p>• 準備白紙、三角形圖卡、剪刀。</p> <p>請學生用剪刀將三角形圖卡，剪去一個角。</p>

				<p>1.將剪出來不是三角形的圖卡，描繪下來，並問學生描了哪些東西。</p> <p>2.請學生說說看，邊、頂點、角各有幾個。</p>
5	6	4	進行四邊形的命名活動。	<p>• 準備一些不同的四邊形圖卡。</p> <p>1.請學生說說看，這些圖卡有什麼相同的地方。</p> <p>2.你們想為這些圖形，取什麼名字呢？</p>
5	6	5	透過複製四邊形的邊、頂點及角的活動，加深了解其構成要素。	<p>• 準備四邊形圖卡、直尺和白紙。</p> <p>1.請學生依邊、頂點、角分別將四邊形圖卡，描繪下來。</p> <p>2.請學生說說看、是否每一個邊、角、頂點都描下來了。</p>
6	7	7	透過張開扇子的活動及其結果的描繪，認識角及其構成要素。	<p>• 準備大小不等的三角形和四邊形圖卡、扇子、扇子的骨架。</p> <p>1.請學生說說看，扇子是怎麼打開的。</p> <p>2.怎麼告訴別人，扇子打開的程度有多大？</p> <p>3.記錄下來的符號，我們也可以把它叫做角，相接角的兩條直線，要叫做角的什麼呢？</p>
6	9	2	<p>1.從比較三角板的角認識直角。</p> <p>2.認識直角三角形。</p>	<p>• 準備三角板一付、紙摺的直角。</p> <p>1.比比看，一付三角板中有沒有一樣大的角，這樣一樣大的角叫做直角。</p> <p>2.用三角板的直角，找找看哪裡有直角？</p> <p>3.像這樣有直角的三角形，可以叫做什麼三角形？</p>
6	9	3	<p>(1)知道正方形、長方形有四個直角。</p> <p>(2)透過複製直角活動，經驗垂直的意義。</p> <p>(3)用紙摺出直角。</p>	<p>• 準備四邊形圖形、三角板和紙摺的直角。</p> <p>1.檢查看看，四邊形圖卡哪裡有直角？正方形和長方形有幾個直角呢？</p> <p>2.怎樣在某一條線上畫出直角？</p> <p>3.怎樣用紙摺出直角？</p>
6	9	4	<p>(1)從四邊形的邊中，找出垂直的邊。</p> <p>(2)從垂直同一個邊的兩個</p>	<p>• 準備四邊形圖卡、三角板和紙摺的直角。</p> <p>1.說說看，圖形中垂直於*邊的有哪些邊，你怎麼知</p>

		邊，經驗平行的意義。	<p>道的？</p> <p>2. 找找看，長方形中有哪兩個邊同時垂直於另一邊？這兩個邊有什麼關係？</p> <p>3. 找找看，四邊形圖卡中哪裡有平行的邊呢？你怎麼知道的？</p>
7	7 5	<p>(1) 複習辨認圓形及非圓形。</p> <p>(2) 透過具體操作活動，認識圓周、圓心、半徑和直徑。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 準備一些圓形和非圓形的圖卡。</li> <li>• 準備一張打洞的厚紙板及有點出圓心的圓和沒有點出圓心的圓。</li> </ul> <p>1. 揭示圖卡，問學生哪些是圓形？哪些不是圓形？並說出判斷的理由。</p> <p>2. 討論圓的畫法（可能用繩子、打洞的厚紙板、圓規、圓形板等）。</p> <p>3. 討論畫圓時要注意的事項（如：繩子的一端要固定、長度要一樣等）。</p> <p>4. 命名：畫圓時固定的點叫做圓心，畫出來的圓的周圍叫做圓周，從圓心到圓周拉出來的線段叫做半徑（討論半徑的長度有沒有一樣長）。</p> <p>5. 將圓形板對摺後，摺線都通過圓心，通過圓心的摺線叫做直徑（討論直徑的長度有沒有一樣長）。</p> <p>6. 找出沒有點出圓心的圓的圓心來。</p>
7	7 6	<p>1. 用圓規畫圓。</p> <p>2. 透過用圓規畫圓的活動，加深了解圓周、圓心和半徑。</p>	<p>1. 介紹認識圓規，同時以圓規畫出等長的兩條線段，問學生這兩條線是不是一樣長，並說明原因。</p> <p>2. 讓學生練習用圓規畫圓，並點出圓心，畫出半徑和直徑，並量出半徑和直徑的長度。</p> <p>3. 畫出指定半徑長度的圓，並點出圓心，畫出半徑。</p>
8	3 7	<p>(1) 認識銳角和鈍角。</p> <p>(2) 使用量角器畫出指定度數的角。</p>	<p>1. 畫一個比直角小的角，檢驗後並命名「銳角」。</p> <p>2. 畫一個比直角大的角，檢驗後並命名「鈍角」。</p> <p>3. 直觀判斷三角形中的銳角、直角和鈍角。</p>
9	11 1	<p>(1) 將一堆三～七邊形的圖卡，根據邊的個數加以分類並命名，命名為五邊形、六邊形、七邊形後，</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 準備各類多邊形圖卡、五枝等長的吸管穿線並貼上磁鐵、等角但不等邊長的五邊形。</li> </ul> <p>1. 請學生在一堆多邊形圖卡中找出五邊形。</p>

		將全部命名為多邊形。 (2)討論給定的五(及六)邊形圖卡, 檢查邊、角是否相等, 由此認識正五(及六)邊形。	<ol style="list-style-type: none"> <li>2.對各類多邊形命名, 並指出唯有三角形不以邊來命名成三邊形。</li> <li>3.請學生找出正三角形、正方形、正五邊形。</li> <li>4.拿出穿線的五枝等長的吸管, 與學生討論五邊均等長的五邊形一定是正五邊形嗎?</li> <li>5.知道正五邊形的條件除了要五個邊相等外, 同時五個角也要相等。</li> </ol>
9	11 2	以疊合方式檢驗兩個多邊形圖卡完全疊合後, 確定此二個多邊形逐邊、逐角皆相等, 由此認識兩多邊形全等時, 各個對應邊皆相等、各對應角皆相等。	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 準備全等的圖形卡、半透明的描圖紙。</li> </ul> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.請學生拿出圖形卡找出全等的圖形, 並形成用邊和角均完全疊合來判斷全等圖形。</li> <li>2.請學生指出全等圖形所對應的角、對應的邊與對應的頂點。</li> <li>3.用半透明的描圖紙來判斷圖形的全等與否, 並介紹角的記法, 例如:「<math>\angle 1</math>」。</li> </ol>
10	3 2	認識扇形及其構成要素—頂點、邊、圓心角和圓弧。	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.在圓上把兩條半徑圍住的部分塗上顏色(塗比較小塊的部分, 可能包括圓心角大於 <math>90</math> 度、小於 <math>90</math> 度和接近 <math>90</math> 度), 稱呼這種由一個圓的兩條半徑和所夾的圓弧形成的圖形叫做「扇形」。</li> <li>2.半徑一樣時, 比較扇形的大小。</li> <li>3.圓上兩條半徑形成的角, 頂點在圓心上, 這樣的角稱為「圓心角」。比較扇形的大小, 也同時在比較圓心角的大小。</li> <li>4.半徑不一樣時, 比較扇形的大小。</li> <li>5.討論扇形的構成要素: 頂點、圓心角、半徑、圓弧。</li> </ol>
11	7 1	<ol style="list-style-type: none"> <li>(1)透過兩個直角的旋轉合成, 認識始邊與終邊成一直線的旋轉角並命名為平角。</li> <li>(2)將三角形三內角的旋轉角和, 變為一平角。</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.用竹籤作一個 <math>90</math> 度的旋轉角, 並記錄始邊與終邊。</li> <li>2.把剛才做的旋轉角的終邊當成始邊, 再做一個 <math>90</math> 度的旋轉角。</li> <li>3.這兩次旋轉角合起來旋轉了幾度? 這個角的邊、頂點在哪裡?</li> <li>4.將正三角形、直角三角形的三個內角分別畫出其旋轉角並接在一起, 三個角合起來旋轉了幾度?</li> </ol>

## 2. 立體形體構成要素的探索活動目標

本教材在中年級幾何教材的學習，已從一般整體性的認識，進入分析構成要素的探討，平面圖形在第五冊開始探討三角形與四邊形的構成要素。因平面圖形的面，也是立體形體構成要素所要探討的對象，所以立體形體的構成要素安排在平面圖形構成要素之後。

本教材從第六冊第七單元開始探討立體形體的構成要素，首先探討的正方體與長方體：從利用圖卡的製作活動，突顯正方體與長方體的面，再繼續探討邊，當然面與邊個數的計數，也是教學的重點之一。

透過製做正方體或長方體的骨架，可以突顯邊和頂點，點數邊和頂點的個數，並發現邊長和長方體與正方體的關係（正方體的 12 個邊都等長，長方體有三組不同長度的邊（活動設計是做長、寬、高各部等長的長方體骨架））。在經驗使用圖卡拼湊圍成正方體和長方體，並經驗製作正方體與長方體的骨架後，進行對正方體與長方體模型的觀察，並計數構成要素的個數（正方體有六個全等的面、八個頂點、十二個等長的邊；長方體有三對全等的面，八個頂點與三組四個等長的邊）。在立體中，點數頂點或邊等，容易重複點算或漏算，需要確認這些構成要素的個數，例如：正方體上面有四個頂點，下面有四個頂點，共有八個頂點，就是很好的點數策略。

在前面使用圖卡製作正方體與長方體的活動後段，我們一併處理的「展開圖」，以及之後的骨架製作活動，各可突顯面與邊和頂點；此外我們觀察長方體與正方體，從另一向度，計數構成要素，並討論簡單的相等（全等）關係。但一般視圖並無法直接看到 6 個面、8 個頂點與 12 個邊，所以教材在這些活動的基礎後，引入了透視圖的製作，透過骨架與視圖對照，在視圖裡補上三條虛線而得到透視圖。

高年級處理柱體、圓柱、錐體和圓錐，此處是觀察形體，直接確認這些構成要素，並討論其關係，角柱與角錐的構成要素皆為頂點、邊和面，這些要素會因底面邊數不同而有特定的關係，在活動中討論頂點、邊和面的數法。圓錐和圓柱部分，本教材並不討論圓柱和圓錐的頂點、邊和面的個數問題。第十一冊十一單元活動 3 到 5 分別處理角柱、圓柱與角錐。

表 3-2-6

八十二年版活動目標			核心布題
6	7	1 透過描述「由一堆正方形圖卡拼湊以圍成一正方體紙盒」的活動過程，在討論中突顯正方體有 6 個面。	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.用習作附件的正方形圖卡嘗試拼排正方體紙盒並討論。</li> <li>2.讓學生說出正方體紙盒的製作過程（重點在說出選用了六張大小相同的正方形圖卡來拼排）。</li> <li>3.師生形成「面」的名稱的共識，並指認正方體上的面及說出個數。</li> <li>4.溝通「邊」、「稜」、「相鄰的面」等名詞，並在正方體上指認出來。</li> <li>5.數出正體盒子上有幾條邊。</li> <li>6.將正方體紙盒剪開成展開圖（剪開的展開圖必須能攤平在桌上，並保持完整仍連成一整片）。最後將展開圖再摺回成一個盒子。</li> </ol>
6	7	2 透過描述「由一堆長方形圖卡拼湊以圍成一長方體紙盒」的活動過程，在討論中突顯長方體有 6 個面、12 條邊。	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.用習作附件的長方形圖卡嘗試拼排長方體紙盒並討論。</li> <li>2.讓學生說出長方體紙盒的製作過程（重點在說出選用三種長方形的圖卡，每一種用了 2 張；圖卡相接的邊一樣長）。</li> <li>3.指認長方體的面並說出面的個數，找出長方形中全等的面並塗上相同的顏色。</li> <li>4.數出長方體盒子上有幾條邊。</li> <li>5.將長方體紙盒剪開成展開圖（剪開的展開圖必須能攤平在桌上，並保持完整仍連成一整片）。最後將展開圖再摺回成一個盒子。</li> </ol>
6	7	3 透過描述「由一堆竹籤組成一個正方體燈籠骨架」的活動過程，在討論中突顯正方體有 8 個頂點、12 條邊。	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.教師準備若干包竹籤（裝有 4 公分竹籤 14 支，8 公分竹籤 2 支）和黏土，並展示事先製作好的燈籠。</li> <li>2.教師將燈籠外面的紙拿掉，指著骨架問學生，做這些骨架要用到哪些東西？</li> <li>3.請學生將準備好的竹籤分類，量量看竹籤的長度和數出各種長度的數量。</li> <li>4.讓學生用竹籤和黏土製作燈籠的骨架。</li> </ol>

			<p>5.學生說明製作的過程（包含選用哪一種長度的竹籤和竹籤的數量）。</p> <p>6.從燈籠骨架上認識「頂點」的名稱及個數、共用頂點的三條邊叫做「相鄰的邊」。</p>
6	7	4	<p>透過描述「由一堆竹籤組成一個長方體燈籠骨架」的活動過程，在討論中突顯長方體有 8 個頂點、12 條邊。</p> <p>1.教師展示事先製作的長方體燈籠，將外面的紙拿掉，讓學生仿做一個長方體的燈籠骨架。</p> <p>2.讓學生觀察不同長度的竹籤，依長度分類並數出數量。</p> <p>3.和同學合作用竹籤和黏土製作燈籠的骨架。</p> <p>4.讓學生發表製作燈籠骨架的過程。</p> <p>學生的發表中若未澄清「共點的三支竹籤都不等長」、「使用的 12 支竹籤的性質」，老師宜逐步追問。</p> <p>5.教師提問「用了幾支竹籤？」、「用了幾種長度的竹籤？」、「每種用了幾支？」。</p> <p>6.教師說明 12 支竹籤就是長方體的邊。請學生指出哪些邊一樣長？長方體骨架上有幾個頂點？共用頂點的邊是哪幾條？</p>
6	7	5	<p>透過觀察正方體和長方體，經驗正方體有 6 個全等的面、12 條等長的邊、8 個頂點；長方體有 3 對全等的面、3 組等長的邊、8 個頂點。</p> <p>1.課前準備每組一套如下的積木或盒子： 甲：長方體；乙：長方體（共頂點的三邊都不等長）； 丙：長方體（共頂點的三邊中有兩邊等長）。</p> <p>2.每一組拿出甲（乙或丙）積木，問學生積木是什麼形狀以及指出積木的 6 個面並點算面的個數。</p> <p>3.教師提問「6 個面全等嗎？」請學生證明面的全等，學生可用描繪後比較的方法驗證全等。</p> <p>4.教師提問「這個積木有幾條邊？這些邊都等長嗎？」。請學生證明邊的等長，學生可用尺量或描下其中一邊再與其他的邊做比較。</p> <p>5.教師提問「這個積木有幾個頂點？」</p>
6	7	6	<p>透過長方體和正方體的骨架與視圖對照的活動，在視圖中補上三條虛線得到透視圖。</p> <p>1.學生在課前將習作附件 8、9（學生的附件 8、9 的視圖上都多了一個紅點，是爲了幫助兒童畫出透視圖）取下，混在一起。</p> <p>2.教師在黑板揭示如習作附件 8、9 視圖（沒有畫出紅點，且將圖卡混在一起）的放大圖。</p>

		<p>3.教師問學生以前有沒有看過像黑板上的圖，教師說明這些圖都是從不同的方向把立體的積木畫在平面的紙上。像這樣的圖，通常把它叫做「視圖」。</p> <p>4.教師選擇一張長方體的視圖，讓學生從自己的習作附件中找出這張視圖來；再從先前做好的兩個燈籠骨架中選一個，照著這張視圖擺擺看。</p> <p>5.教師指定視圖上的一條邊，讓學生指出是燈籠骨架上的哪一條邊？</p> <p>讓學生說出這些燈籠骨架有幾條邊？幾個頂點？再數數看，視圖裡面畫了幾條邊？幾個頂點？</p> <p>6.讓學生對對看，燈籠骨架上哪幾條邊和哪個頂點在視圖上沒有看到？把它在燈籠骨架上找出來。</p> <p>7.讓學生嘗試說出為什麼視圖上沒有看見這些邊和頂點，並在自己的視圖上畫出視圖上缺少的三條邊。</p> <p>8.教師說明為了分辨這三條視圖上原來沒有的邊，通常用虛線來畫。</p>
11 11 3	<p>透過觀察角柱的立體模型，知道角柱頂點、邊和面的個數、底面全等、側面為長方形、側邊一樣長且垂直於底面、底面互相平行、側邊互相平行。</p>	<p>1.柱體上下兩面叫做底面、周圍其餘的面叫做側面、兩相連在一起的側面的共用邊叫做側邊。</p> <p>2.討論長方體的性質(頂點數、邊數、面數、全等的面、等長的邊、垂直平行關係)。</p> <p>3.討論角柱體的性質(頂點數、邊數、面數、全等的面、等長的邊、垂直平行關係)。</p> <p>4.討論上下底面的形狀和大小並推至全等關係。</p> <p>5.討論頂點數及數法；討論邊數及數法；討論面數及數法。</p> <p>6.側面是什麼形狀？你怎麼知道是長方形？</p> <p>7.側邊的長度一樣長嗎？你怎麼知道的？</p> <p>8.側邊和底面互相垂直嗎？你怎麼知道的？</p> <p>9.兩個底面互相平行嗎？你怎麼知道的？</p> <p>10.分組討論一種角柱的特性並上台報告。</p> <p>11.(綜合學生發表的特性)比較看看角柱有共同的特性嗎？</p>

11	11	4	透過觀察圓柱的立體模型，知道圓柱底面全等、底面互相平行。	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.討論圓柱體的性質(上下底的形狀、大小和關係，兩底面有否互相平行)。</li> <li>2.討論上下底面的形狀和大小並推至全等關係。</li> <li>3.討論兩底面有否互相平行？</li> <li>4.討論不同圓柱的性質。</li> <li>5.(綜合學生發表的特性)比較看看圓柱有共同的特性嗎？</li> </ol>
11	11	5	透過觀察角錐的立體模型，知道角錐頂點、邊和面的個數、側面的形狀為三角形和側面共同的頂點為尖頂的性質。	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.討論角錐的性質(底面的形狀、頂點數、邊數、面數、側面的形狀、側面共同的頂點位置)。</li> <li>2.討論頂點數、邊數、面數及數法。</li> <li>3.討論側面的形狀。</li> <li>4.討論側面共同的頂點在哪裡？</li> <li>5.(綜合學生發表的特性)比較看看角錐有共同的特性嗎？</li> </ol>

## (二) 構成要素的個數計數及其活動目標

構成要素的數量，與基本形體有一定的關係，尤其在平面的多邊形，三個邊圍成的是三角形，四個邊圍成的是四邊形，多個邊圍成多邊形。而三角形有三個邊、三個角和三個頂點，四邊形有四個邊、四個角和四個頂點， $n$  邊形有  $n$  個邊、 $n$  個角和  $n$  個頂點。

立體形體的構成要素並不容易計數，通常需要有策略的計數，才能確認數全部的「面」、「邊」、「角」或「頂點」的個數。在角柱與角錐其構成要素之間的關係如下表 3-2-7：

表 3-2-7

角柱	角錐
頂點個數：一個底的邊數 $\times 2$	一個底的邊數 + 1
邊的個數：一個底的邊數 $\times 3$	一個底的邊數 $\times 2$
面的個數：一個底的邊數 + 2	一個底的邊數 + 1

表 3-2-8 是有關構成要素的個數計數及其活動目標。

表 3-2-8

八十二年版活動目標			核心布題	
6	7	1	<p>透過描述「由一堆正方形圖卡拼湊以圍成一正方體紙盒」的活動過程，在討論中突顯正方體有 6 個面。</p>	<p>1.用習作附件的正方形圖卡嘗試拼排正方體紙盒並討論。</p> <p>2.讓學生說出正方體紙盒的製作過程（重點在說出選用了六張大小相同的正方形圖卡來拼排）。</p> <p>3.師生成「面」的名稱的共識，並指認正方體上的面及說出個數。</p> <p>4.溝通「邊」、「稜」、「相鄰的面」等名詞，並在正方體上指認出來。</p> <p>5.數出正體盒子上有幾條邊。</p> <p>6.將正方體紙盒剪開成展開圖（剪開的展開圖必須能攤平在桌上，並保持完整仍連成一整片）。最後將展開圖再摺回成一個盒子。</p>
6	7	2	<p>透過描述「由一堆長方形圖卡拼湊以圍成一長方體紙盒」的活動過程，在討論中突顯長方體有 6 個面、12 條邊。</p>	<p>1.用習作附件的長方形圖卡嘗試拼排長方體紙盒並討論。</p> <p>2.讓學生說出長方體紙盒的製作過程（重點在說出選用三種長方形的圖卡，每一種用了 2 張；圖卡相接的邊一樣長）。</p> <p>3.指認長方體的面並說出面的個數，找出長方形中全等的面並塗上相同的顏色。</p> <p>4.數出長方體盒子上有幾條邊。</p> <p>5.將長方體紙盒剪開成展開圖（剪開的展開圖必須能攤平在桌上，並保持完整仍連成一整片）。最後將展開圖再摺回成一個盒子。</p>
6	7	3	<p>透過描述「由一堆竹籤組成一個正方體燈籠骨架」的活動過程，在討論中突顯正方體有 8 個頂點、12 條邊。</p>	<p>1.教師準備若干包竹籤（裝有 4 公分竹籤 14 支，8 公分竹籤 2 支）和黏土，並展示事先製作好的燈籠。</p> <p>2.教師將燈籠外面的紙拿掉，指著骨架問學生，做這些骨架要用到哪些東西？</p> <p>3.請學生將準備好的竹籤分類，量量看竹籤的長度</p>

			<p>和數出各種長度的數量。</p> <p>4.讓學生用竹籤和黏土製作燈籠的骨架。</p> <p>5.學生說明製作的過程（包含選用哪一種長度的竹籤和竹籤的數量）。</p> <p>6.從燈籠骨架上認識「頂點」的名稱及個數、共用頂點的三條邊叫做「相鄰的邊」。</p>
6	7	4	<p>透過描述「由一堆竹籤組成一個長方體燈籠骨架」的活動過程，在討論中突顯長方體有 8 個頂點、12 條邊。</p> <p>1.教師展示事先製作的長方體燈籠，將外面的紙拿掉，讓學生仿做一個長方體的燈籠骨架。</p> <p>2.讓學生觀察不同長度的竹籤，依長度分類並數出數量。</p> <p>3.和同學合作用竹籤和黏土製作燈籠的骨架。</p> <p>4.讓學生發表製作燈籠骨架的過程。</p> <p>學生的發表中若未澄清「共點的三支竹籤都不等長」、「使用的 12 支竹籤的性質」，老師宜逐步追問。</p> <p>5.教師提問「用了幾支竹籤？」、「用了幾種長度的竹籤？」、「每種用了幾支？」。</p> <p>6.教師說明 12 支竹籤就是長方體的邊。請學生指出哪些邊一樣長？長方體骨架上有幾個頂點？共用頂點的邊是哪幾條？</p>
6	7	5	<p>透過觀察正方體和長方體，經驗正方體有 6 個全等的面、12 條等長的邊、8 個頂點，長方體有 3 對全等的面、3 組等長的邊、8 個頂點。</p> <p>1.課前準備每組一套如下的積木或盒子： 甲：長方體；乙：長方體（共頂點的三邊都不等長）； 丙：長方體（共頂點的三邊中有兩邊等長）。</p> <p>2.每一組拿出甲（乙或丙）積木，問學生積木是什麼形狀以及指出積木的 6 個面並點算面的個數。</p> <p>3.教師提問「6 個面全等嗎？」請學生證明面的全等，學生可用描繪後比較的方法驗證全等。</p> <p>4.教師提問「這個積木有幾條邊？這些邊都等長嗎？」。請學生證明邊的等長，學生可用尺量或描下其中一邊再與其他的邊做比較。</p> <p>5.教師提問「這個積木有幾個頂點？」</p>
9	11	1	<p>(1)將一堆三～七邊形的圖卡，根據邊的個數加以分類並命名，命名為五邊形、六</p> <p>• 準備各類多邊形圖卡、五枝等長的吸管穿線並貼上磁鐵、等角但不等邊長的五邊形。</p>

邊形、七邊形後，將全部命名為多邊形。

(2) 討論給定的五（及六）邊形圖卡，檢查邊、角是否相等，由此認識正五（及六）邊形。

1. 請學生在一堆多邊形圖卡中找出五邊形。
2. 對各類多邊形命名，並指出唯有三角形不以邊來命名成三邊形。
3. 請學生找出正三角形、正方形、正五邊形。
4. 拿出穿線的五枝等長的吸管，與學生討論五邊均等長的五邊形一定是正五邊形嗎？
5. 知道正五邊形的條件除了要五個邊相等外，同時五個角也要相等。

## 第三節 關係

學童在了解圖形的構成要素及構成要素與圖形的關係後，就可以進一步探索圖形的內在屬性關係，以及各類圖形之間的包含關係，例如：兩雙對邊相等的四邊形一定是平行四邊形，對角線等長且互相平分的四邊形一定是長方形。而透過幾何物件間的關係，學童則可以由實測到推論到局部的幾何體系建立。因此本節將基本形體的關係分爲三部分來討論，分別是構成要素間的關係、幾何物件間的關係與實測到推論到局部體系的建立。

### 一、構成要素間的關係

在分析構成要素間的關係時，基本上也是分爲平面圖形與立體圖形兩部分來討論，在平面圖形上我們主要討論兩線之間的關係，例如：兩線之間的夾角與平行關係，而線段間的長度關係或兩點間的距離的討論，可參考前節「三、形體的構成要素」，下面我們將構成要素間的關係的討論分爲垂直與平行的關係、柱體與錐體的結構及由構成要素定義的基本形體三部分來討論，關於角度在此則略過，讀者可參考本叢書另一冊的《體積和角度》一書。

#### (一) 垂直與平行關係及其相關推理

##### 1. 平面上垂直與平行關係及其相關推理

平面上兩相異直線之間的關係，可由兩直線相不相交，相交後所成的角有多大來描述。若兩直線相交，則所成的角有四個部分，合起來爲一周角，對頂角相等，鄰角互補；若兩直線不相交，則此兩直線互相平行；若兩直線相交，且其交角中若有一個爲直角，則其餘三個亦必爲直角，此時稱兩直線互相垂直。實際上我們無法每次都精確地延長一直線至隨心所欲的程度，因此雖然知曉延長的意義，對於任意延長，永不相交的意義，無法從具體的活動中來了解，所以本教材採用另一個可以具體實施的平行定義，即兩直線若同時垂直於第三直線，則此二直線互相平行。

本教材採用與第三條直線同時垂直來定義平面上兩線的平行，也符合認知發展與數學上的結構。因爲認知心理學家發現，人腦中有專責判斷直線傾斜度的神

經細胞，以此來看平行的關係，則平行的認知來自傾斜度相同。亦即若有第三條相截直線參照，則其傾斜度的控制，來自與截線的交角。從畫平行線的製作觀點來看，使用與第三條直線垂直的方式也是最有效的方式之一，建築設計師在繪圖上使用沿著桌邊滑行的丁字尺繪製平行線就是應用此理。

## 2. 立體圖形上垂直與平行關係及其相關推理

在形體上要把平面上成立的垂直平行關係推展到立體中，可以利用打開盒子或將長方體切成全等的兩個三角柱的方法，讓察覺的學生驗證另有一條邊亦與討論中的邊平行。在平面上，兩直線若同時平行於第三直線，則此二直線互相平行，學童可以透過平行的定義了解，但是此結果不適用於此處長方體的情形。

利用長方體各面均為長方形的事實，可推得長方體各邊的垂直平行關係，我們希望學生在此能練習簡單推理，但是不勉強學生。若學生還是用三角板檢查，亦可接受。

認識直線垂直於平面的關係後，可用來探討平面垂直於平面的關係。先從生活中看到的牆壁或圍牆垂直於地面的現象開始。接著用三角板的一邊固定在紙板上，另一邊在桌板上轉動（旋轉的角度在 30 度至 60 度之間即可），顯示紙板垂直於桌面。然後再探討長方體的面與其相鄰的面的垂直關係。接著再觀察三角柱體的某些相鄰的側面作為反例。

對於直線垂直於平面：五年級我們讓學童認識到相交兩直線決定唯一的平面同時包含此二直線，並將此二直線的交角看成是將量角器放在此平面上測量的結果。然後我們以測量直線交角的方法，判定直線是否與一平面垂直。

另一方面，兒童從旗竿、爬竿、電線桿、柱的觀察，以及以繫繩立柱的實作可以從生活中認識直線垂直於平面的現象。垂線與水平面垂直的現象也很容易觀察。這些現象和地心引力都有關，所以在介紹後，要再將平面與直線兩者之間的相對狀態固定，將整個系統轉動，再與兒童溝通「直線仍然垂直於平面」。

接著我們再用長方體的邊與其相交的面來觀察，透過此邊與相交的面所含的另外兩邊皆垂直的證據，但不必再拿三角板檢查垂直，判定長方體的邊與其相交的面皆垂直。

由觀察桌面和地面平行的現象，解讀為桌面和地面同時垂直於桌腳。在長方體上可以看到類似的現象：長方體中相對的面互相平行。教學時可以採用多面體上的反例來讓學生判定面和面的平行關係，但這部分就不實際用紙板模擬。

在觀察單槓上的橫槓與地面平行的現象，解讀為支持橫槓的柱子和地面垂直也和橫槓垂直。模擬此一現象時，用三角板檢查，認識直線平行於平面的數學意義。在長方體上看到類似的現象：上邊和面的平行現象。教師亦可採用面體上的反例來讓學生判別上邊和面的平行關係。

### 3. 垂直與平行關係及其相關推理之活動目標

由表 3-1-1 可以發現，在已經驗垂直（平行）意義的活動後，透過觀察實驗了解甲和乙互相垂直（平行），並進一步透過這個意義，可以使用工具，畫出過指定點做直線垂直（平行）於已知直線。

表 3-3-1

八十二年版活動目標			核心布題	
6	9	2	<p>(1)從比較三角板的角認識直角。</p> <p>(2)認識直角三角形。</p>	<p>• 準備三角板一付、紙摺的直角。</p> <p>1.比比看，一付三角板中有沒有一樣大的角，這樣一樣大的角叫做直角。</p> <p>2.用三角板的直角，找找看哪裡有直角？</p> <p>3.像這樣有直角的三角形，可以叫做什麼三角形？</p>
6	9	3	<p>(1)知道正方形、長方形有四個直角。</p> <p>(2)透過複製直角活動，經驗垂直的意義。</p> <p>(3)用紙摺出直角。</p>	<p>• 準備四邊形圖形、三角板和紙摺的直角。</p> <p>1.檢查看看，四邊形圖卡哪裡有直角？正方形和長方形有幾個直角呢？</p> <p>2.怎樣在某一條線上畫出直角？</p> <p>3.怎樣用紙摺出直角？</p>
6	9	4	<p>(1)從四邊形的邊中，找出垂直的邊。</p> <p>(2)從垂直同一個邊的兩個邊，經驗平行的意義。</p>	<p>• 準備四邊形圖卡、三角板和紙摺的直角</p> <p>1.請學生指出四邊形中與某邊垂直的邊。</p> <p>2.找找看，長方形中有哪兩個邊同時垂直於另一邊？這兩個邊有什麼關係？</p> <p>3.找找看，四邊形圖卡中哪裡有平行的邊呢？你怎</p>

			麼知道的？	
6	9	5	<p>經驗以量角器做為刻度尺，報讀角的大小。</p>	<p>1.學生複習舊經驗，能做出直角張開的程度。</p> <p>2.藉量長度要用「尺」的工具，引導學生用量角器量角度的大小。</p> <p>3.認識量角器上的刻度標記與數字關係，及其中心點。</p> <p>4.能用三角板上已知的直角比對量角器，以確認及報讀量角器上的角度，經由分析量角器上的角度使用，從標 0 的線到另一邊對齊的是標 90 的線，而能報讀 90 度。</p> <p>5.經由三角板上 60 度、30 度、45 度角在量角器上操作，進而培養報讀角的大小的能力。</p>
7	3	1	<p>透過指定一邊，做出直角另一邊的方式，察覺垂直的意義。</p>	<p>1.讓學生畫出一個直角，並說出畫法。</p> <p>2.用三角板檢查圖形中可能是直角的角，並標示直角的記號。</p> <p>3.討論「甲線垂直於乙線」、「乙線垂直於甲線」，可簡單說成「甲、乙兩線互相垂直」。</p> <p>4.不管延長甲線或延長乙線或同時延長甲、乙線，都可說是甲線和乙線互相垂直。</p> <p>5.過線外一點，做一條和此線垂直的線。</p>
7	3	2	<p>察覺一線平行於另一直線的意義為同時垂直於第三直線。</p>	<p>• 準備若干平行或不平行的情境圖(例如：長方形、梯形、加上補助線的兩平行線、未加上補助線的兩平行線、上下底邊平行的六邊形等)。</p> <p>1.討論長方形中，四個邊的垂直和平行關係。</p> <p>2.延長長方形的邊長，討論長方形原來平行的邊，是否可以說是互相平行的線。</p> <p>3.討論情境圖中線的平行關係。</p>
8	3	7	<p>(1)認識銳角和鈍角。</p> <p>(2)使用量角器畫出指定度數的角。</p>	<p>1.畫一個比直角小的角，檢驗後並命名「銳角」。</p> <p>2.畫一個比直角大的角，檢驗後並命名「鈍角」。</p> <p>3.直觀判斷三角形中的銳角、直角和鈍角。</p>
9	15	1	<p>在一個長(正)方體中找出</p>	<p>• 準備展開圖黏合成立體盒子兩個、三角板一付、</p>

		和指定邊互相垂直的其他邊。	<p>不同顏色的粗彩色筆六枝。</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.請學生用三角板檢驗黑板上垂直與不垂直的兩線。</li> <li>2.請學生找出長方形的四個直角。</li> <li>3.請學生指出長方形中相交並互相垂直的邊，並用直角記號標記。</li> <li>4.請學生在長方體盒子中找出相交的邊。</li> <li>5.請學生在長方體盒子中找出相交而互相垂直的邊，並標示直角的記號。</li> </ol>
9	15.2	在一個長(正)方體中找出和指定邊互相平行的其他邊。	<p>• 準備展開圖黏合成立體盒子兩個、三角板一付、不同顏色的粗彩色筆六枝。</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.請學生找出黑板上互相平行的線，複習平行的概念。</li> <li>2.請學生找出長方形中互相平行的邊。</li> <li>3.形成長方形有兩雙互相平行的邊的共識。</li> <li>4.請學生在長方體盒子中找出互相平行的邊。</li> </ol>
9	15.3	<p>(1)認識空間中相交兩直線決定一平面，且可直接度量此相交兩直線所形成的角之大小。</p> <p>(2)認識一直線與一平面垂直的意義。</p> <p>(3)經驗一直線若與平面上兩直線垂直，即垂直於此平面。</p> <p>(4)討論長方體上邊和面的垂直現象。</p>	<p>• 準備厚紙板、鐵絲、三角板、盒子、彩色筆。</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.請學生想想，可以被幾個厚紙板包含(一根鐵絲黏在厚紙板上轉動厚紙板)；兩根鐵絲可以被幾個厚紙板包含，以此形成兩直線決定一平面的經驗。</li> <li>2.請學生在厚紙板上量出相交的兩直線的角度，再抽掉厚紙板，討論是否可以量出相交的兩直線的角度。</li> <li>3.透過一鐵絲與一厚紙板互相垂直，並交於○點，請學生量量看厚紙板上通過○點的直線是否都會垂直(會)。</li> <li>4.透過一鐵絲與一厚紙板不互相垂直，並交於○點，但此鐵絲會與厚紙板上某一通過○點的直線垂直，請學生量量看厚紙板上其他通過○點的直線是否都會垂直(不會)。</li> <li>5.找出長方體中和指定邊互相垂直的面，並用三角板檢驗。</li> <li>6.找出長方體中和指定面互相垂直的邊，並用三角</li> </ol>

			板檢驗。
10	7	2	<p>由觀察牆壁和地面(或櫥櫃相鄰兩面)的垂直現象，認識兩平面互相垂直的意義，並討論長方體上相鄰的面互相垂直的現象。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 準備厚紙板、三角板、紙盒、三角柱積木。</li> <li>1.讓學生藉由鐵絲垂直厚紙板以三角板一邊緊靠鐵絲來檢查的經驗，來檢驗垂直的兩平面。</li> <li>2.以同樣的方式請學生檢驗不互相垂直的兩平面。</li> <li>3.請學生以三角板檢驗長方體紙盒互相垂直的面。</li> </ul>
10	7	3	<p>由觀察相對的兩個牆壁(或櫥櫃相對兩面)的平行現象，認識兩平面互相平行的意義，並討論長方體上相對的面互相平行的現象。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 準備紙盒、教室裡的櫃子與事先在黑板上畫好的三條互相垂直的線段。</li> <li>1.討論三條互相垂直的線段中，誰與誰互相垂直，誰與誰互相平行，並指出互相平行可藉由共同垂直第三邊來檢驗。</li> <li>2.再以桌子為例，檢驗桌腳與地板是否垂直，桌腳之間是否平行，桌面與地板是否平行。</li> <li>3.拿出紙盒以同樣的方式討論互相平行的面。</li> </ul>
10	7	4	<p>由觀察單槓和地面的平行現象，認識線和面互相平行的意義，並討論長方體上邊和面的平行現象。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 準備三支長棍棒、一張厚紙板、紙盒與彩色筆。</li> <li>1.教師以三支長棍棒表示單槓，讓學生用三角板檢互相垂直的部分。</li> <li>2.引出橫杆與地面互平行的現象，形成「面和直線互相平行」的共識。</li> <li>3.在紙盒上以同樣的方式檢驗邊與面的平行關係。</li> </ul>

## (二) 柱體與錐體的結構

由空間中兩個全等且平行的封閉平面區域及在全等對應關係下，連接這兩個區域的對應點之所有直線所成的集合稱為柱體。其中的兩個全等且平行的封閉平面區域，成為柱體的底，底以外的其餘表面成為柱體的側面。柱體一般以其底面的形狀來命名。若其底為多邊形則稱為角柱；若其底為圓形，則成為圓柱。

給定空間中的一個封閉的平面區域及不在此平面區域上的一點，則連接此給定點與平面區域上的任意點的所有線段的聯集稱為錐體。決定此錐體的平面區域稱為錐體的底，不在底上而決定此錐體的給定點，一般稱為錐體的頂點，底以外的錐體表面稱為側面。

## 1.角柱

一般角柱的側面為平行四邊形，若角柱的側面為長方形，這種角柱稱為直角柱。在小學階段探討的對象一般以直角柱為主，故皆以「角柱」來稱呼。下面為直角柱的一些通性：

- 底為全等的多邊形區域。
- 底面互相平行。
- 側面是長方形。
- 側邊等長。
- 側邊和底面互相垂直。
- 側邊互相平行。

## 2.角錐

底為多邊形的錐體。角錐中，不在底上的頂點與底的頂點之連線段稱為側邊。角錐的側面皆為三角形。角錐一般以其底的形狀分別命名：底為三角形者，稱為三角錐；底為四邊形者稱四角錐，依此類推。角錐有下列共同性質：

- 側邊為三角形。
- 側邊皆相交於同一頂點。

## 3.圓柱

底面為圓形區域的柱體；數學上又可如下定義：在空間中給定一直線段，則空間中所有與此直線段等距離的點的聯集稱為圓柱面（側面），圓柱面和其內部聯集稱為圓柱體。圓柱體的周圍為曲線，故其側面為曲面。圓柱的底半徑簡稱為圓柱的半徑。

當圓柱體的兩底之圓心連接線段和底面互相垂直時，稱此種圓柱為直圓柱。在小學教材中皆以直圓柱為討論對象，所以皆以圓柱稱呼。下面為圓柱的一些通性：

- 底面為全等的圓形區域。

- 底面互相平行。
- 兩底圓心之連接線段和底面互相垂直。

#### 4.圓錐

底為圓形的錐體。圓錐的底半徑簡稱為圓錐的半徑。若過圓錐的頂點向底所做的垂直線通過底的圓心，此種圓錐稱為直圓錐。本課程在圓錐體部分的討論，並不特別限制在特殊的錐體，僅探討一般錐體的通性，因此皆以圓錐稱呼。

高年級階段學童的幾何思考能力大都已進入 **Van Hiele** 的分析層次，在五年級探討長方體及正方體結構關係，角柱的結構和長方體有不少相似之處，六年級時仿照分析長方體結構的模式，引導學童探討各種形狀的（直）角柱之構成要素間的關係。此時的學童已有鑑別較有效率的解題策略的能力，並能進行簡單的推論。因此，可視學童反應狀況規劃討論的程序，如（1）引導一個項目的討論之後，其他項目開放給學童自行（小組）討論一個或幾個問題；（2）引導一個，開放一個的方式，依次進行。此外，在某些特質的判斷與說明時，可期待學童先嘗試推論，若學童無法推論時，再暗示使用較低層次的檢驗法，以促使學童能進階到比較高級的思考層次。例如：「角柱的側面是什麼形狀？」，可先觀察學童是否能使用「側面四邊形的四個角都是直角，所以是長方形」來說明，然後要求其檢查是否正確具有直角的特性；又如：「角柱側面各邊的長度有什麼關係？」可先觀察學童能否以「側面為長方形，長方形的對邊等長」來描述。若沒有學童進行這種討論，再暗示其使用尺量各個側邊的長來判定，由於測量時，常會產生誤差，教師應允許其適當誤差程度並將其淡化處理。

角柱側面有些不平行，有些可能平行，平行性質並非角柱的通性，故在討論角柱構成要素間的關係時，不宜提問側面的平行關係。

學童對長方體的高，大都有很多觀察測量的經驗，本冊中對於柱體的高，不先加以定義，而採取先觀察學童認知狀況，需要時再加以引導的原則，若學童無法自行認識兩底間的距離為高，則可引導其回憶兩平行線間的距離概念，再討論兩平行面間的距離。

在討論角錐「頂點、邊和面的個數」、「側面的形狀為三角形」和「側面共同

的頂點為尖頂」的性質時，若學生提出為何不點數圓錐的頂點、邊和面的個數，或討論側面的形狀，教師可說明「我們只討論直直的邊和平平的面，而圓錐沒有直直的邊，側面是彎曲的面，所以不討論」。

### 5.柱體與錐體的結構之活動目標

表 3-3-2

八十二年版活動目標		核心布題
11	11 1	<p>透過由一堆立體中找出像柱子的立體的活動，認識柱體。</p> <p>• 準備圓柱、圓錐、角柱、角錐、長方體、正方體與非柱體、非錐體等的物品。</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.讓學生討論為什麼用堆疊的方式造柱子。</li> <li>2.請學生找出柱子的實物。</li> <li>3.請學生檢查所找出的柱子是否從上到下的粗細都一樣、上下面是否互相平行、側面的形狀為何。</li> <li>4.對柱體的命名活動，以底面形狀為主。</li> <li>5.區分直角柱與斜角柱的不同在於側面是否垂直底面。</li> </ol>
11	11 2	<p>透過由一堆立體中找出像尖頂的立體的活動，認識錐體。</p> <p>• 準備各種立體形體的實物，與立體模型。</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.討論骨架的構造。</li> <li>2.討論四角錐的底面與頂點，命名錐體。</li> <li>3.討論錐體的命名是以底面形狀為主。</li> <li>4.介紹底面是圓形的錐體是圓錐。</li> </ol>
11	11 3	<p>透過觀察角柱的立體模型，知道角柱頂點、邊和面的個數、底面全等、側面為長方形、側邊一樣長且垂直於底面、底面互相平行、側邊互相平行。</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.柱體上下兩面叫做底面、周圍其餘的面叫做側面、兩相連在一起的側面的共用邊叫做側邊。</li> <li>2.討論長方體的性質(頂點數、邊數、面數、全等的面、等長的邊、垂直平行關係)。</li> <li>3.討論角柱的性質(頂點數、邊數、面數、全等的面、等長的邊、垂直平行關係)。</li> <li>4.討論上下底面的形狀和大小並推至全等關係。</li> <li>5.討論頂點數及數法；討論邊數及數法；討論面數及數法。</li> </ol>

			<p>6.側面是什麼形狀？你怎麼知道是長方形？</p> <p>7.側邊的長度一樣長嗎？你怎麼知道的？</p> <p>8.側邊和底面互相垂直嗎？你怎麼知道的？</p> <p>9.兩個底面互相平行嗎？你怎麼知道的？</p> <p>10.分組討論一種角柱的特性並上台報告。</p> <p>11.(綜合學生發表的特性)比較看看角柱有共同的特徵嗎？</p>
11	11	4	<p>透過觀察圓柱的立體模型，知道圓柱底面全等、底面互相平行。</p> <p>1.討論圓柱體的性質(上下底的形狀、大小和關係，兩底面是否互相平行)。</p> <p>2.討論上下底面的形狀和大小並推至全等關係。</p> <p>3.討論兩底面是否互相平行。</p> <p>4.討論不同圓柱的性質。</p> <p>5.(綜合學生發表的特性)比較看看圓柱有共同的特徵嗎？</p>
11	11	5	<p>透過觀察角錐的立體模型，知道角錐頂點、邊和面的個數、側面的形狀為三角形和側面共同的頂點為尖頂的性質。</p> <p>1.討論角錐的性質(底面的形狀、頂點數、邊數、面數、側面的形狀、側面共同的頂點位置)。</p> <p>2.討論頂點數、邊數、面數及數法。</p> <p>3.討論側面的形狀。</p> <p>4.討論側面共同的頂點在哪裡。</p> <p>5.(綜合學生發表的特性)比較看看角錐有共同的特徵嗎？</p>

### (三) 由構成要素定義的基本形體

#### 1. 三角形的構成要素與活動目標

表 3-3-3

八十二年版活動目標			核心布題
5	6	1	<p>• 準備大小不等的三角形、正方形、長方形圖卡及每生白紙一張。</p> <p>1.請學生從一堆圖形中，找出三角形並進行描繪活動。</p> <p>2.請學生說說看，描或畫的時候，畫了哪些東西。</p>

				3.針對畫的線、相接的點、尖尖的地方進行命名。
5	6	2	透過複製三角形的邊、頂點及角的活動，加深了解其構成要素。	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 準備白紙、直尺、三角板。</li> </ul> 請學生依序將三角板的邊、角、頂點，分別描下來，並問學生是否每一部分，都畫出來了。

## 2.四邊形的構成要素與活動目標

在不同階段我們有不同描述平行四邊形的方式，在了解構成要素並探索其關係時，我們對平行四邊形的定義採用「兩雙對邊互相平行」的性質，因為它與平行四邊形的名字最符合。

若以竹籤製作平行四邊形而論，則「兩雙對邊分別等長」的性質最適合。因此為了避免困擾，本課程先定義平行四邊形，並順勢定義其他特殊四邊形，再進行以竹籤製作各種特殊的四邊形後加以分類的活動。

在三年級，兒童已注意到多邊形的構成要素：邊和角的特徵；並進一步以正方形和長方形上的角形，引出直角概念。按照 Van Hiele 的幾何認知發展理論，此時期的兒童正處於由視覺期過渡到分析期的階段，學童經由觀察與實驗開始辨認圖形的特徵，可從完整的圖形來辨認部分的要素。

學生在一年級上學期認識簡單平面圖形時，係以圖形的整體感覺作為辨認及稱呼的依據。因此正方形和長方形的印象是很不相同的。到了四年級，要求學生改口說正方形是長方形的一種，並不容易。所以此時的教學較有彈性，不以包含關係作為教學的目標。但要求學生面對一個正方形的圖形時，強調它有「四個直角」的肯定回答，而不要求學生一定要接受正方形是長方形的一種。對於四邊形的包含關係，因學童的幾何認知發展不容易了解性質之間的推導關係，因此在小學階段，並不強調包含關係，只是做了前置的準備。

表 3-3-4

八十二年版活動目標				核心布題
5	6	3	透過描繪活動，認識四邊形的邊、頂點及角。	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 準備白紙、三角形圖卡、剪刀。</li> </ul> 1.請學生用剪刀將三角形圖卡，剪去一個角。 2.將剪出來不是三角形的圖卡，描繪下來，並問學

			生描了哪些東西。 請學生說說看，邊、頂點、角各有幾個。
5	6	4	進行四邊形的命名活動。 <ul style="list-style-type: none"> <li>• 準備一些不同的四邊形圖卡。</li> <li>1. 請學生說說看，這些圖卡有什麼相同的地方。</li> <li>2. 你們想為這些圖形，取什麼名字呢？</li> </ul>
5	6	5	透過複製四邊形的邊、頂點及角的活動，加深了解其構成要素。 <ul style="list-style-type: none"> <li>• 準備四邊形圖卡、直尺和白紙。</li> <li>1. 請學生依邊、頂點、角分別將四邊形圖卡，描繪下來。</li> <li>2. 請學生說說看、是否每一個邊、角、頂點都描下來了。</li> </ul>
6	7	2	透過描述「由一堆長方形圖卡拼湊以圍成一長方體紙盒」的活動過程，在討論中突顯長方體有 6 個面、12 條邊。 <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 用習作附件的長方形圖卡嘗試拼排長方體紙盒並討論。</li> <li>2. 讓學生說出長方體紙盒的製作過程（重點在說出選用三種長方形的圖卡，每一種用了 2 張；圖卡相接的邊一樣長）。</li> <li>3. 指認長方體的面並說出面的個數，找出長方形中全等的面並塗上相同的顏色。</li> <li>4. 數出長方體盒子上有幾條邊。</li> <li>5. 將長方體紙盒剪開成展開圖（剪開的展開圖必須能攤平在桌上，並保持完整仍連成一整片）。最後將展開圖再摺回成一個盒子。</li> </ol>
6	9	2	1. 從比較三角板的角認識直角。 2. 認識直角三角形。 <ul style="list-style-type: none"> <li>• 準備三角板一付、紙摺的直角。</li> <li>1. 比比看，一付三角板中有沒有一樣大的角，這樣一樣大的角叫做直角。</li> <li>2. 用三角板的直角，找找看哪裡有直角？</li> <li>3. 像這樣有直角的三角形，可以叫做什麼三角形？</li> </ul>
6	9	3	(1) 知道正方形、長方形有四個直角。 (2) 透過複製直角活動，經驗垂直的意義。 (3) 用紙摺出直角。 <ul style="list-style-type: none"> <li>• 準備四邊形圖形、三角板和紙摺的直角。</li> <li>1. 檢查看看，四邊形圖卡哪裡有直角？正方形和長方形有幾個直角呢？</li> <li>2. 怎樣在某一條線上畫出直角？</li> </ul>

			3.怎樣用紙摺出直角？	
6	9	4	<p>(1)從四邊形的邊中，找出垂直的邊。</p> <p>(2)從垂直同一個邊的兩個邊，經驗平行的意義。</p>	<p>• 準備四邊形圖卡、三角板和紙摺的直角。</p> <p>1.說說看，圖形中垂直於*邊的有哪些邊，你怎麼知道的？</p> <p>2.找找看，長方形中有哪兩個邊同時垂直於另一邊？這兩個邊有什麼關係？</p> <p>3.找找看，四邊形圖卡中哪裡有平行的邊呢？你怎麼知道的？</p>
7	9	1	<p>認識平行四邊形和梯形，並加以命名。</p>	<p>• 準備四邊形圖卡（包括平行邊及非平行邊）。</p> <p>1.檢查四邊形中，哪些圖形中有互相平行的邊，並做記號。</p> <p>2.找出有兩雙互相平行邊的圖形並嘗試命名。</p> <p>3.介紹「平行四邊形」的名稱。並嘗試命名。</p> <p>4.介紹「梯形」的名稱。</p>
7	9	2	<p>透過對稱關係製作箏形、菱形，並加以命名。</p>	<p>• 準備菱形和箏形的圖形若干個（將每個圖形的對角線以虛線相連）。</p> <p>1.拿出一些箏形的圖卡，請學生將圖形沿著虛線對摺觀察並說出各邊的關係。</p> <p>2.根據圖形特徵，嘗試命名。</p> <p>3.介紹「箏形」的名稱。</p> <p>4.判斷「箏形」是否為對稱形。</p> <p>5.仿前述 1~4 進行「菱形」的命名活動。</p>
8	5	8	<p>將一堆三角形依據邊長或角的大小關係，加以分類並命名。</p>	<p>依據邊的長短關係或角的大小關係，將三角形圖卡分類並命名。</p>
8	5	9	<p>(1)認識對角、對邊的概念與名詞。</p> <p>(2)經驗後察覺三角形中最大邊對最大角（或最大角對最大邊）及最小邊對最小角（或最小角對最小</p>	<p>1.從一個三角形中認識被標記角的對邊或被標記邊的對角。</p> <p>2.找出一個三角形中最大的邊，再找出三角形中最大的角，看看最大邊與最大角的對邊與對角關係。</p> <p>3.同樣地，看看最小邊與最小角的對邊與對角關係及第二大邊與第二大角的對邊與對角關係。</p>

		邊)。	
8	5	10	<p>認識等腰三角形和正三角形的特性。</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 從一個三角形中找出有相等的兩個邊，並分別檢查相等的兩個邊的對角是否一樣大。</li> <li>2. 學生畫出二等邊三角形，檢查二等邊的對角是否相等。</li> <li>3. 學生畫出二等角三角形，檢查二等角的對邊是否相等。</li> <li>4. 將 1、2、3 中的這類三角形命名為「等腰三角形」。</li> <li>5. 從一個三角形中逐一找出邊長兩兩相等，並討論邊長相等的遞移關係，再討論邊長相等時，是否可推論對角相等。</li> <li>6. 將三個邊相等，三個對角也相等的三角形命名為「正三角形」。</li> </ol>
9	11	1	<p>(1) 將一堆三~七邊形的圖卡，根據邊的個數加以分類並命名，命名為五邊形、六邊形、七邊形後，將全部命名為多邊形。</p> <p>(2) 討論給定的五（及六）邊形圖卡，檢查邊、角是否相等，由此認識正五（及六）邊形。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 準備各類多邊形圖卡、五枝等長的吸管穿線並貼上磁鐵、等角但不等邊長的五邊形。</li> </ul> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 請學生在一堆多邊形圖卡中找出五邊形。</li> <li>2. 對各類多邊形命名，並指出唯有三角形不以邊來命名成三邊形。</li> <li>3. 請學生找出正三角形、正方形、正五邊形。</li> <li>4. 拿出穿線的五枝等長的吸管，與學生討論五邊均等長的五邊形一定是正五邊形嗎？</li> <li>5. 知道正五邊形的條件除了要五個邊相等外，同時五個角也要相等。</li> </ol>
11	7	5	<p>知道線對稱圖形的對應點的連線被對稱軸垂直平分。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 準備雙面複寫紙與圖釘。</li> </ul> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 這個圖形本來是線對稱圖，這條虛線是對稱軸，虛線的另一部分被塗掉了，想完成這個線對稱圖，該怎麼做呢？</li> <li>2. 如果不能用對摺的方法，要怎麼完成呢？</li> <li>3. 觀察對應邊與對稱軸有什麼關係？</li> <li>4. 老師畫出兩線段互相平分，互相垂直的兩種情況，來討論「平分」與「垂直」的關係。</li> </ol>

## 二、幾何物件間的關係

### (一) 兩角的關係—直角與鈍角、銳角

銳角和鈍角是特殊角的角，它的特殊是因為和直角做了比較後而產生的。大於 90 度的角，稱為鈍角；小於 90 度的角稱為銳角。在教學上，除了定義銳角和鈍角外，也從實際圖形中直觀判斷鈍角、直角或銳角。這是很基本的兩角關係的探討。

### (二) 圖形的對稱

從對摺疊合到對應點連線以對稱軸為垂直平分線。對摺後，被摺線分成的兩部分是完全疊合的圖形稱為線對稱圖形，這是學童可以具體操作檢驗或製作的定義，但不是平面幾何學中的定義。

當學童完成線對稱圖形後，提醒學童注意對應點連線和摺線的關係，由此引導到摺線是垂直平分線的認識。

### (三) 多邊形的全等關係

在前一節中，全等概念只談全等概念中的視覺觀點的全等，透過操作來經驗全等的意義，是屬於全等的初步概念。從外觀、操作疊合來檢驗兩圖形是否全等，不從圖形的構成要素（邊長、角度）來探討全等的意義。剛開始的活動，先從觀察圖形的異同著手，後來再引入摺紙或疊合動作來說明檢驗是否為全等。

在學生了解構成要素後，比對構成要素的關係，有利於判斷全等，但是疊合法仍是判斷全等較快且有效率的方法，學生拿到兩個多邊形，可以利用有特色的要素，當作比對或疊合的線索，如以最長邊先疊合，如果不全等只要翻轉再試一次（因為只有兩面），就能判斷是否全等。

### (四) 相似形與比例尺

使用直線段圖形去逼近自然畫下來或拍照下來的圖形，是自古以來的做法，即使是電腦圖像處理也是如此做的，因此放大縮小從直線段圖形進入是合理的。

將兩個直線段圖形放在觀看者眼前比較時，首先注意到的是兩者的「形似」，亦即把兩者擺成同一方向，如果「直立」對此圖形有意義，則一般會擺成直立的样子。此時便可注意上下及左右了。

本課程先以全等圖形來從舊經驗中導入點和線段的一一對應；其次利用 $\sphericalangle$ 、 $\sphericalangle$ 、 $\square$ 等熟悉的符號點出頂點對應的現象，並將對應的語詞從全等對應到放大，再擴充到縮小。最後，在沒有 $\sphericalangle$ 、 $\sphericalangle$ 、 $\square$ 的指引下，反過來使用對應的語詞，將兒童原本可以視覺感知的事實以語言和行動表現出來。

相似形為人類視覺感知的基礎，本課程採用影印機作為參考，未採用照片，是由於照片除遠近外，另有取景角度的問題。

比例尺是一種抽象的內涵量概念，它並不是像量長度的直尺，可以拿來直接測量實物的長短，學童必須先了解擴大(縮小)圖與原圖邊長的倍率關係後才能理解的一種「表示原物與擴大(縮小)圖擴大(縮小)的倍率關係」。因此在放大圖與縮小圖處理後，介紹比例尺概念及應用，溝通比例尺所表示的意義，並以標有比例尺及某些辦公或活動場所的學校地圖或兒童較熟悉的地區街道圖，讓兒童利用比例尺探討一些地點間的大致距離與比例尺的關係，以增進其對比例尺功能的認識與分析推理能力。

### (五) 幾何物件間關係的活動目標

由表 3-3-5 可以發現，從直角、鈍角、銳角的意義開始，利用邊和角在放大、縮小時不同的特性（邊長會放大縮小，但角度不變）探討放大圖與縮圖的對應關係。

表 3-3-5

八十二年版活動目標			核心布題	
8	3	7	(1)認識銳角和鈍角。 (2)使用量角器畫出指定度數的角。	1.畫一個比直角小的角，檢驗後並命名「銳角」。 2.畫一個比直角大的角，檢驗後並命名「鈍角」。 3.直觀判斷三角形中的銳角、直角和鈍角。
9	11	2	以疊合方式檢驗兩個多邊形圖卡完全疊合後，確定此二個多邊形逐邊、逐角皆相等，由此認識兩多邊形全等時，各對應邊皆相等、各對應角皆相等。	• 準備全等的圖形卡、半透明的描圖紙。 1.請學生拿出圖形卡找出全等的圖形，並形成用邊和角均完全疊合來判斷全等圖形。 2.請學生指出全等圖形所對應的角、對應的邊與對應的頂點。

			3.用半透明的描圖紙來判斷圖形的全等與否，並介紹角的記法，例如：「 $\angle 1$ 」。
10	14	1	<p>由操作影印機的活動，經驗放大的意義，進而檢查原圖與放大圖之間的對應關係。</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.連結學童日常生活中使用影印機的經驗。</li> <li>2.複習全等圖形對應邊、對應角的關係，以作為檢查放大圖和原圖對應邊、對應角關係的預備經驗。</li> <li>3.讓學生觀察「由數個幾何圖形所拼湊的圖」和它的「放大圖」之間各元素（幾何圖形）的對應關係。</li> <li>4.讓學生利用頂點的標示符號，找出對應的頂點。</li> <li>5.讓學生利用線段兩端點標示的符號，找出對應的線段，並檢查對應線段的關係。</li> <li>6.讓學生利用頂點或線段兩端點標示的符號，找出對應的角，並檢查對應角之間的關係。</li> <li>7.讓學生利用線段兩端點標示的符號或圖形相對的線段、角關係，找出對應的線段，並檢查對應線段的關係。</li> <li>8.讓學生利用頂點的標示符號或圖形相對的線段、角關係，找出對應的角，並檢查對應角的關係。</li> </ol>
10	14	2	<p>由操作影印機的活動，經驗縮小的意義，進而檢查原圖與縮小圖之間的對應關係。</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.讓學生觀察「由數個幾何圖形所拼湊的圖」和它的「縮小圖」之間各組成圖形的對應關係。</li> <li>2.在未標示記號的圖形上，讓學生利用圖形的相對位置、線段或角的相對關係，找出對應的頂點。</li> <li>3.讓學生利用線段兩端點標示的符號或圖形相對的線段、角關係，找出對應的線段，並檢查對應線段的關係。</li> <li>4.讓學生利用頂點的標示符號或圖形相對的線段、角關係，找出對應的角，並檢查對應角的關係。</li> </ol>
11	13	3	<p>把一個簡單的直線圖形，嵌入格子中，再加以放大2倍，檢查原圖與放大圖之間的對應關係。</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.這裡有兩張圖，乙圖是甲圖放大為2倍的放大圖，說說看和甲圖的頂點<math>\sphericalangle</math>點對應的是乙圖的哪一個點，和線段<math>\sphericalangle</math>對應的是哪一個線段，和角甲對應的角有沒有一樣大呢？</li> <li>2.如果不用影印的方法，要怎麼畫出放大2倍的圖呢？</li> <li>3.說說看，你是怎麼畫的？</li> </ol>

			4.先在圖形上畫出格子，再畫出放大圖，說說看，為什麼可以這樣畫呢？
11	13	4	<p>自己畫格子做 2 倍放大圖，並利用與原圖同大的方格紙作 2 倍放大圖。</p> <p>1.大家想想看，如果用格子來幫忙把圖形放大 2 倍，可以怎麼做？</p> <p>2.說說看，你是怎麼畫的？你怎麼知道是放大成 2 倍，要怎麼檢查呢？</p> <p>3.有的同學的格子一下大、一下小，這樣可以嗎？檢查看看，你的格子是原來格子放大的 2 倍嗎？</p>
11	13	5	<p>(1)把一個簡單的直線圖形，嵌入格子中，再加以縮小為 <math>1/2</math> 倍，檢查原圖與縮小圖之間的對應關係。</p> <p>(2)畫出 <math>1/2</math> 倍縮小圖，並利用與原圖同大的方格紙作 <math>1/2</math> 倍縮小圖。</p> <p>1.把甲圖用影印機縮小成 <math>1/2</math> 倍的乙圖，格子圖的丙圖也用影印機縮小 <math>1/2</math> 倍成丁圖，我們把甲圖和丙圖合併成戊圖，把乙圖和丁圖合併成己圖。</p> <p>2.把戊圖用影印機縮小 <math>1/2</math> 成為庚圖，比較庚圖和己圖，想一想，他們兩個圖形全等嗎？</p> <p>3.如果我們用格子把圖形縮小 <math>1/2</math> 倍，可以怎麼做呢？</p> <p>說說看，你是怎麼知道這個方格圖是縮小成 <math>1/2</math> 倍呢？</p> <p>4.想想看，你要怎麼在縮小的方格紙上，標出對應的縮小圖呢？</p>
11	13	6	<p>在製作放大(縮小)圖之後，知道原圖是放大(縮小)圖的縮小(放大)圖。</p> <p>1.請你畫出甲圖的 2 倍放大圖(乙圖)，檢查看看，你所畫的乙圖是不是甲圖的 2 倍？</p> <p>2.請你畫出乙圖的縮小 <math>1/2</math> 倍的圖，稱為丙圖，檢查看看，你畫的對不對？</p> <p>3.檢查看看，甲圖和丙圖是否全等呢？</p> <p>4.以乙圖為基準，可以怎麼說甲圖和乙圖的關係呢？</p>
12	12	1	<p>認識邊長關係的比例尺，並運用於地圖的閱讀。</p> <p>• 配合課本的放大圖準備街道地圖、室內平面圖、投影機以及圓規、直尺、計算機。</p> <p>1.讓學生在地圖上找出特定的符號並討論其意義。</p> <p>2.讓學生在地圖上找出往目的地的不同路線。並嘗試設計旅遊路線圖。</p> <p>3.討論比例尺的意義與地圖上的長度與實際長度的</p>

	關係。 4.能用比例尺算出指定的實際地面直線距離。
--	------------------------------

### 三、從實測到推論再到局部體系之建立

#### (一) 從實測到推論到局部體系的建立

兒童在了解圖形內在屬性關係及各圖形間的包含關係後，已漸次發展簡單推理，例如：利用三角形內角和來推求長方形及四邊形的內角和；利用對稱點連線被對稱軸垂直平分的關係，完成線對稱圖形或判斷該指定直線是否為此圖形的對稱軸。

#### (二) 從實測到推論到局部體系的建立活動目標

由表 3-3-6 可知，小學階段學習的幾何局部推理有「三角形內角和為 180 度」；以及「多邊形內角和的推理」；與「找出線對稱的對稱軸，或完成線對稱圖形」。

表 3-3-6

八十二年版活動目標		核心布題
11	7 2	<p>(1)利用長方形的切割，推知直角三角形的內角和是 180 度。</p> <p>(2)由拼湊一般三角形的角，測量檢驗一般三角形的三個角的角度和。</p> <p>(3)把一個三角形分成兩個直角三角形，推知這個三角形的內角和。</p>
		<p>• 準備長方形圖卡、量角器、剪刀、色筆。</p> <p>1.用量角器量出長方形的四個角，並算出四個角合起來是幾度？</p> <p>2.沿著長方形的虛線(對角線)剪開，這兩個三角形全不全等？一個直角三角形的三內角合起來是多少度呢？</p> <p>3.把三角形的三個角剪下來拼成一個角，這個角看起來平平的，我們怎麼稱呼它呢？</p> <p>4.把一個三角形分成兩個直角三角形的方法，算出原來三角形的三個角合起來是多少度呢？</p>
11	7 3	<p>透過「將一個四邊形分成兩個三角形」與「三角形的內角和是 180 度」，求出四邊形的內角和。</p>
		<p>有什麼辦法可以不用量角器量，就能知道四邊形的四個內角和呢？</p>
11	7 6	<p>能利用對稱點連線被對稱軸垂直平分的關係，完成線</p>
		<p>• 準備線對稱圖形的一部分的圖卡。</p> <p>1.用直尺與三角板，利用「對應點的連線垂直平分</p>

		對稱圖形。	對稱軸」的關係做出線對稱圖形的另一部分。 2.想想看，為什麼這樣畫，找出來的點會和原來的點疊合呢？
11	7	7 能透過圖形中指定直線兩邊的對應點的連線，是否被指定直線垂直平分的關係，判斷該指定直線是否為此圖形的對稱軸。	1.有哪些方法可以檢查，這條虛線是不是這個線對稱圖形的對稱軸呢？ 2.為什麼可以這樣檢查呢？。

## 附件一 圖形與空間教學活動設計示例

### 示例一、「對稱圖形」教學活動設計

活動 11-7-4：透過剪紙(複寫或壓印)製造線對稱圖形，並對上述的製造活動進行反思，察覺摺痕兩邊的圖形摺疊後會重合，即全等。

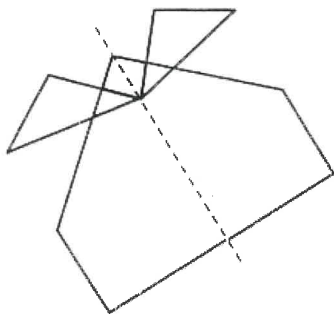
預備經驗：

- 1.透過摺紙和剪紙的活動，經驗對稱現象。(第三冊第八單元活動 7、8)
- 2.以疊合方式經驗兩多邊形全等時，各對應邊皆相等，各對應角皆相等。(第九冊第十一單元活動 2)

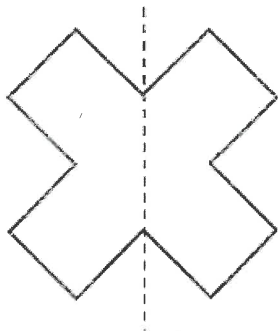
情境布置：

- 1.每位學生一張色紙、複寫紙和一把剪刀。
- 2.上課前，請學生先將習作附件 4 取下來。教師準備放大的附件 4 以便演示。

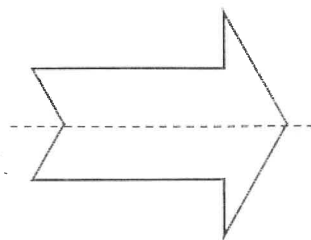
(1)



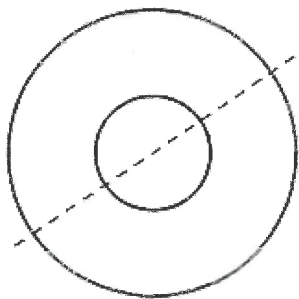
(2)



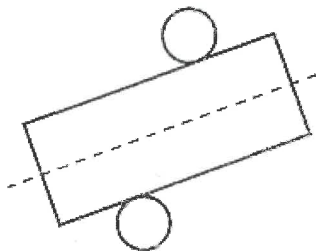
(3)



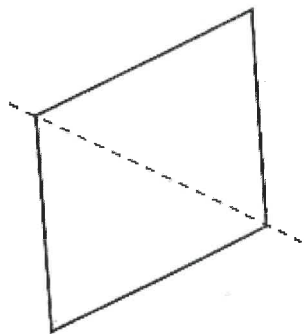
(3)



(4)



(5)



主要問題與活動	說明	評量重點
<p>(分給每位學生一張色紙)</p> <p>1.每個人都有一張色紙，先把色紙對摺。</p> <p>從摺的這邊開始畫，畫出你想要剪的圖形。</p> <p>2.拿出剪刀，照著你畫的圖形剪。</p> <p>3.XXX，把你剪好的色紙拿出來給大家看。</p> <p>4.剪好的圖形中間都有一條線，這一條線是剛才摺的線。比比看，摺線兩邊的圖形有什麼關係？</p> <p>5.這種圖形中間有一條摺線，摺線兩邊的圖形疊合以後，會處處疊合全等，這種圖形稱為「線對稱圖形」，這條摺線稱為「對稱軸」。</p> <p>6.拿出習作附件 4，沿著虛線對摺，檢查看看，哪些圖形對摺後會處處疊合全等？ 哪些圖形是線對稱圖形？</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 教師行間巡視，看學生是否從摺線處開始畫，或圖形是否太複雜或圖形內還有圖形，則要請該生重畫。</li> <li>• 教師選擇數位學生的作品給大家看。</li> <li>• 學生可能的說法如下： <ul style="list-style-type: none"> <li>(1)照著摺線對摺以後，兩邊的圖形會處處疊合(全等)。</li> <li>(2)摺線兩邊的圖形左右相反。</li> <li>(3)摺線兩邊的圖形一樣大。</li> <li>(4)其他。</li> </ul> </li> <li>• 在此期望學生能說出類似「處處疊合」或「全等」的語詞，若沒有學生提出，請教師自行提出說明。</li> <li>• 教師板書「線對稱圖形」和「對稱軸」。</li> <li>• 二年級時稱為「對稱圖形」，若有學生提起，教師可補充說明「線對稱圖形」比較清楚。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 能將色紙對摺，並畫出圖形。</li> <li>• 能照畫出的圖形剪。</li> <li>• 能說出摺線兩邊圖形的關係。</li> <li>• 認識「線對稱圖形」和「對稱軸」的意義。</li> <li>• 能回答哪些圖形對摺後會處處疊合，哪些圖形是線對稱圖形。</li> </ul>

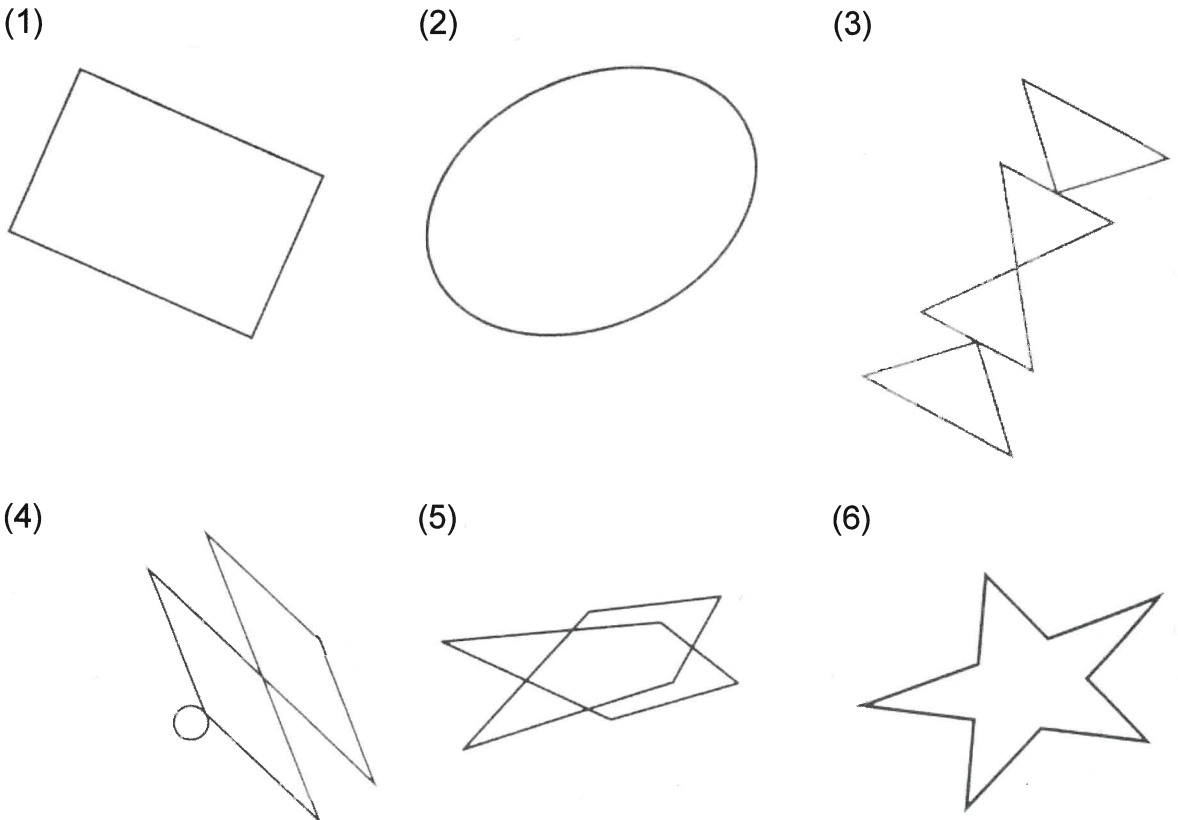
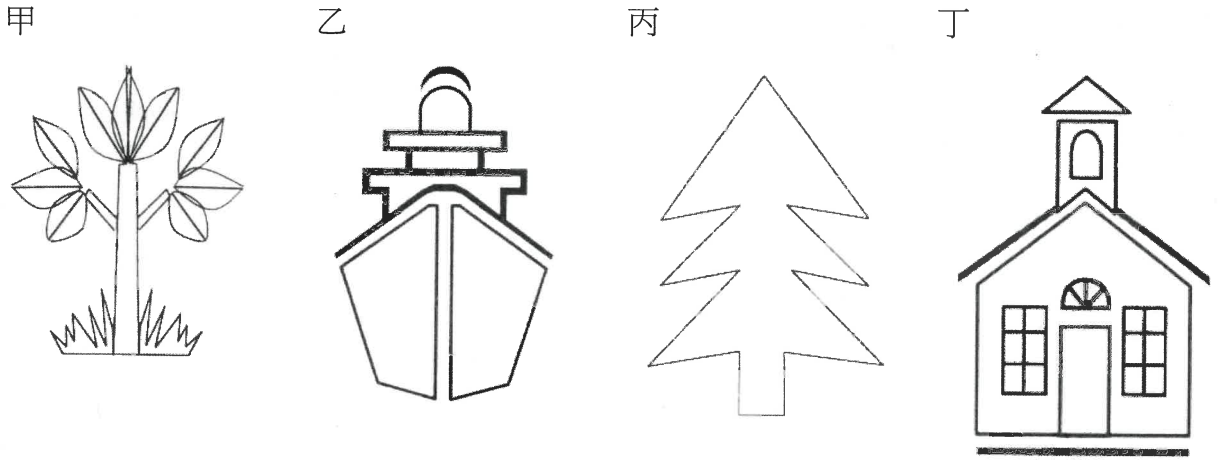
活動 11-7-5：給定一圖形，透過對摺的方式檢驗是否為線對稱圖形。

預備經驗：

透過剪紙(複寫或壓印)製造線對稱圖形，並對上述的製造活動進行反思，察覺摺痕兩邊的圖形摺疊後會重合，即全等。(本單元活動 4)

情境布置：

上課前，請學生先將習作附件 5、6 取下來。教師準備放大的附件 5、6 以便演示。



主要問題與活動	說明	評量重點
1. 拿出習作附件 5，對摺檢查看看，哪些圖形是線對稱圖形？	<ul style="list-style-type: none"> <li>本活動的圖形沒有給定對稱軸，學生必須自行選擇對稱軸，如果學生有困難，教師宜適時給予指導。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>能對摺檢查圖形是否為線對稱圖形。</li> </ul>
2. XXX，說說看，甲圖是線對稱圖形嗎？ 你怎麼知道的？	<ul style="list-style-type: none"> <li>學生可能的說法如下：               <ol style="list-style-type: none"> <li>因為對摺後，摺線兩邊的圖形全等。</li> <li>因為對摺以後兩邊的圖形會處處疊合。</li> <li>其他。</li> </ol> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>能說出是否為線對稱圖形及理由。</li> </ul>
3. 甲圖是線對稱圖形，它的對稱軸在哪裡？	<ul style="list-style-type: none"> <li>學生可能的說法如下：               <ol style="list-style-type: none"> <li>對稱軸就是中間這條摺線。</li> <li>其他。</li> </ol> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>能指出對稱軸。</li> </ul>
4. 乙圖是線對稱圖形嗎？ 你怎麼知道的？ 丙圖呢？ 丁圖呢？	<ul style="list-style-type: none"> <li>仿主要問題 2 的方式進行討論，若不是線對稱圖形則追問「哪裡沒有疊合？」，若是線對稱圖形則追問「對稱軸在哪裡？」。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>能說出是否為線對稱圖形及理由。</li> </ul>
5. 拿出習作附件 6。 對摺檢查看看，哪些圖形是線對稱圖形？ 它的對稱軸在哪裡？	<ul style="list-style-type: none"> <li>有些圖形的對稱軸不只一條，學生只要能找出一條對稱軸即可。</li> <li>教師可要求全班窮盡所有對稱軸。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>能對摺檢查是否為線對稱圖形。</li> <li>能指出線對稱圖形的對稱軸。</li> </ul>

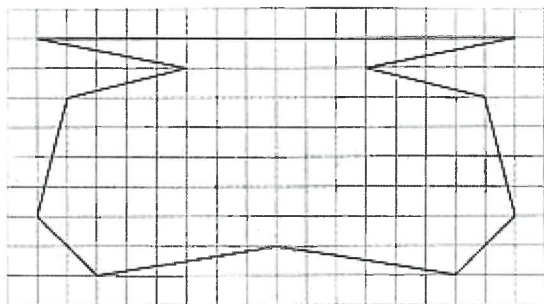
活動 11-7-6：檢驗畫在方格紙上的圖形是否為線對稱圖形，並指出對稱軸兩邊互相對應的頂點、邊和角。

預備經驗：

1. 給定一圖形，透過對摺的方式檢驗是否為線對稱圖形。(本單元活動 5)
2. 由操作影印機的活動，經驗放大或縮小的意義，進而檢查原圖與放大圖或縮小圖之間的對應關係。(第十冊第十四單元活動 1、2)

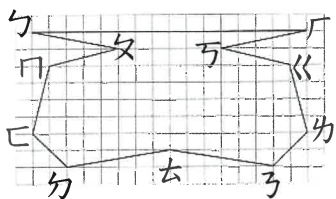
情境布置：

上課前，請學生先將習作附件 7 取下來。教師準備放大的附件 7 和簽字筆以便演示。



主要問題與活動	說明	評量重點
<p>1. 拿出習作附件 7，甲圖畫在方格紙上，檢查看看，甲圖是線對稱圖形嗎？</p> <p>你怎麼知道的？</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 學生必須要對摺檢查。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 能對摺檢查，並說出怎麼知道。</li> </ul>
<p>2. 這條摺線稱做什麼？</p> <p>對稱軸分成的左右兩半是全等的圖形嗎？</p> <p>你怎麼知道的？</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 請教師標出對稱軸的位置。</li> <li>• 學生可能的說法如下：                             <ol style="list-style-type: none"> <li>(1) 對稱軸兩邊的圖形對摺後，會完全疊合，所以全等。</li> <li>(2) 其他。</li> </ol> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 能說出對稱軸。</li> <li>• 能說出是全等圖形及理由。</li> </ul>

3.對稱軸兩邊的圖形互相全等，所以兩邊的圖形會互相對應。為了方便討論，所有的頂點都要標上編號。說說看，要怎麼標呢？



4.ㄅ點對應的頂點是哪一個？

你怎麼知道的？

5.ㄆ點對應的頂點是哪一個？

你怎麼知道的？

ㄇ點呢？…

ㄏ點正好在對稱軸上，對應的頂點是哪一個？

6.我們說ㄅ點和ㄆ點是「對應點」，ㄆ點和ㄅ點也是對應點…。

7.邊ㄅㄆ對應的邊是哪一個？

• 學生可能的說法如下：

(1)照順序標上甲乙丁…(ㄅㄆㄇ…或ABC…)

(2)其他。

• 請教師讓全班建立頂點編號方式的共識，並依照建立的共識，將圖形的頂點標上編號。此處以ㄅㄆㄇ…為例。

• 教師也可要求全班的學生像老師一樣加上編號，以便討論。

• 學生可能的說法如下：

(1)因為ㄅ點和ㄆ點都在同一條線上，離對稱軸都是8格。

(2)因為ㄅ點和ㄆ點沿著對稱軸對摺後會剛好重合。

(3)其他。

• 教師板書「對應點」。

• 學生可能的說法如下：

(1)因為ㄅ點的對應點是ㄆ

• 能說出頂點編號的方式，並建立編號方式的共識。

• 能指出對應點，並說明理由。

• 能指出對應點，並說明理由。

• 能認識「對應點」的意義。

• 能指出對應邊，並說明理由。

<p>你怎麼知道的？</p>	<p>點，<math>\sphericalangle</math>點的對應點是<math>\sphericalangle</math>點，所以邊<math>\sphericalangle</math>對應的邊是邊<math>\sphericalangle</math>。</p> <p>(2)因為邊<math>\sphericalangle</math>沿著對稱軸對摺後，會和邊<math>\sphericalangle</math>剛好重合。</p> <p>(3)其他。</p>	
<p>8.邊<math>\sphericalangle</math>對應的邊是哪一個？你怎麼知道的？邊<math>\sphericalangle</math>呢？…</p>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• 能指出對應邊，並說明理由。</li> </ul>
<p>9.我們說邊<math>\sphericalangle</math>和邊<math>\sphericalangle</math>是「對應邊」，邊<math>\sphericalangle</math>和邊<math>\sphericalangle</math>也是對應邊…。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 教師板書「對應邊」。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 能認識「對應邊」的意義。</li> </ul>
<p>10.<math>\sphericalangle</math>角對應的角是哪一個角？ 你怎麼知道的？</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 學生可能的說法如下：</li> </ul> <p>(1)因為<math>\sphericalangle</math>點的對應點是<math>\sphericalangle</math>點，所以角<math>\sphericalangle</math>對應的角是角<math>\sphericalangle</math>。</p> <p>(2)因為角<math>\sphericalangle</math>和角<math>\sphericalangle</math>沿著對稱軸對摺後會剛好重合。</p> <p>(3)其他。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 能指出對應角，並說明理由。</li> </ul>
<p>11.角<math>\sphericalangle</math>對應的角是哪一個？</p>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• 能指出對應角，並說明理由。</li> </ul>
<p>12.我們說角<math>\sphericalangle</math>和角<math>\sphericalangle</math>是「對應角」，角<math>\sphericalangle</math>和角<math>\sphericalangle</math>也是「對應角」…。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 教師板書「對應角」。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 能認識「對應角」的意義。</li> </ul>
<p>◎教師可多舉幾個有格子線對稱圖形，讓學生練習找對應點、對應邊和對應角。</p>		

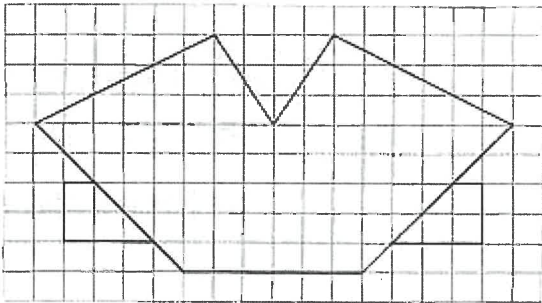
活動 11-7-7：指出嵌入方格紙上的線對稱圖形：(1)對應點之連線和對稱軸互相垂直，(2)對稱軸平分對應點之連線。

預備經驗：

檢驗畫在方格紙上的圖形是否為線對稱圖形，並指出對稱軸兩邊互相對應的頂點、邊和角。(本單元活動 6)

情境布置：

上課前，請學生先將習作附件 8 取下來。教師準備放大的附件 8 和數支不同顏色的簽字筆以便演示。



主要問題與活動	說明	評量重點
<p>1. 拿出習作附件 8，這個圖形是線對稱圖形嗎？</p> <p>2. 為了方便討論，所有的頂點都要標上編號。</p> <p>3. ㄅ點的對應點是哪一個頂點？</p> <p>不用疊合的方法，要怎麼知道呢？</p>	<p>說明</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>請教師依照建立的共識，將圖形的頂點標上編號。此處以ㄅㄅ…為例。</li> <li>教師也可要求全班的學生像老師一樣加上編號，以便討論。</li> </ul> <p>學生可能的說法如下：</p> <p>(1) 因為ㄅ點和ㄊ點都在同一條線上，離對稱軸都是 2 格。</p> <p>(2) 其他。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>能說出是線對稱圖形，並指出對稱軸。</li> <li>能指出對應頂點並說明方法。</li> </ul>

<p>4.把<math>\sphericalangle</math>點和它的對應點<math>\top</math>點用直線連起來。</p>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• 能將對應點連起來。</li> </ul>
<p>5.觀察看看，對應點的連線<math>\sphericalangle</math>和對稱軸有什麼關係？</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 學生嘗試回答即可。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 能嘗試說出對應點連線和對稱軸的關係。</li> </ul>
<p>6.對應點連線<math>\sphericalangle</math>和對稱軸互相垂直嗎？ 你怎麼知道的？</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 學生可能的說法如下： (1)我用三角板來量。 (2)線<math>\sphericalangle</math>和對稱軸剛好都在正方形格子相鄰的邊上，這兩條線剛好成直角，所以互相垂直。 (3)其它。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 能回答互相垂直並說明理由。</li> </ul>
<p>7.對稱軸把對應點連線分成兩段，對稱軸兩邊的線一樣長嗎？ 你怎麼知道的？</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 學生可能的說法如下： (1)我用尺來量。 (2)每個格子都一樣大，我數格子兩邊一樣多格，所以一樣長。 (3)其他。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 能說出一樣長並說明理由。</li> </ul>
<p>8.我們說對稱軸平分對應點連線<math>\sphericalangle</math>和<math>\top</math>。</p>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• 能知道對稱軸平分對應點連線<math>\sphericalangle</math>和<math>\top</math>的意義。</li> </ul>
<p>9.<math>\sphericalangle</math>點的對應點是哪一個頂點？ 不用疊合的方法，要怎麼知道呢？ 把<math>\sphericalangle</math>點和對應點連起來。</p>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• 能找出對應點並連起來。</li> </ul>
<p>10.對應點的連線<math>\sphericalangle</math>和對稱軸互相垂直嗎？ 對稱軸平分了對應點連線<math>\sphericalangle</math>嗎？</p>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• 能說出垂直和平分。</li> </ul>

◎教師可多舉幾個頂點，讓學生討論對應點連線和對稱軸「垂直和平分」的關係。

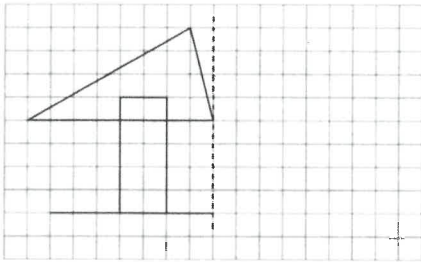
活動 11-7-8：在方格紙上畫出線對稱圖形。

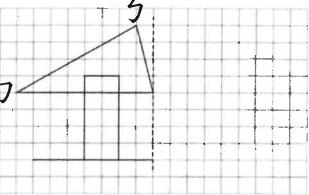
預備經驗：

指出嵌入方格紙上的線對稱圖形(1)對應點之連線和對稱軸互相垂直，(2)對稱軸平分對應點之連線。(本單元活動 7)

情境布置：

習作甲本第 38 頁。教師準備放大的習作上的圖和簽字筆，以便討論。



主要問題與活動	說明	評量重點
<p>1. 翻開習作甲本第 38 頁。這個格子圖上有一個線對稱圖形，虛線是它的對稱軸，可是這個線對稱圖形有部分的圖形不見了，請你把它完成。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>請學生試試看，教師行間巡視，若發現學生不會畫，則先討論畫法，討論內容為：               <ol style="list-style-type: none"> <li>必須先找出所有頂點的對應點的位置。</li> <li>將對應點連起來，畫出所有對應邊。</li> </ol> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>能嘗試完成線對稱圖形。</li> </ul>
<p>2. 為了方便討論，老師把頂點都標上編號。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>請教師依照建立的共識，將圖形的頂點標上編號。此處以 3、4...</li> <li>教師也可要求全班的學生像老師一樣加上編號，以便討論。</li> </ul>	
<p>3. 說說看，你怎麼畫的？</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>學生可能的說法如下：               <ol style="list-style-type: none"> <li>我先找出 4 點和 3 點的對應點，再把這兩個對應點連起來，...</li> </ol> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>能說明畫法。</li> </ul>

(2)其他。

- 教師可追問學生怎麼知道對應點在這在裡。

## 示例二、「放大圖與縮小圖」教學活動設計

活動 11-13-3：把一個簡單的直線圖形，嵌入格子中，再加以放大 2 倍，檢查原圖與放大圖之間的對應關係。

預備經驗：

由操作影印機的活動，經驗放大的意義，進而檢查原圖與放大圖之間的對應關係。(第十冊第十四單元活動 1)

情境布置：

1. 教師將習作附件中本活動用到的圖卡放大做成投影片，以供展示用。
2. 將附件 28、29 的乙圖和丁圖的合併圖形影印後製成投影片，以供展示用。(見主要問題 16~17)

注意事項：

教師應與學生溝通清楚：圖上頂點的名稱不是圖形的一部分，僅為清楚溝通之用。

本活動流程摘要如下：

檢查原圖(甲圖)與放大圖(乙圖)之間的對應關係(此為第十冊第十四單元放大縮小的複習活動)：主要問題 1~7



提出「不用影印機時，如何畫出 2 倍放大圖」的問題，並要求學生進行製作 2 倍放大圖：主要問題 8~9



提示有人利用打格子的方式來製作放大圖：主要問題 10



呈現兩張格子圖(丙圖和丁圖)，其中丁圖為丙圖的 2 倍，要求學生進行相關的檢查：主要問題 11~14



利用投影機展示甲、丙合併的圖形及乙、丁合併的圖形，並要求學生想像甲、丙合併圖形放大 2 倍後的圖形為何：主要問題 15~16



學生自行選擇標示的方式，但最後必須一致。

- 此處選擇同第十冊的 $\angle 1$ 、 $\angle 1 \dots$ 的方式。
- 教師可將甲、乙兩圖上所有對應的頂點都問完。

3. 甲圖的線段 $\angle \angle$ 對應的是乙圖的哪一條線段？  
和線段 $\angle \angle$ 對應的呢？

- 指名學生回答。
- 教師可將甲、乙兩圖上所有對應的線段都問完。

• 能正確地指出甲、乙兩圖形的對應線段。

4. 甲圖的角 $\angle$ 放大後，是乙圖的哪一個角？  
甲圖的角 $\angle$ 對應乙圖的哪一個角？

- 指名學生回答。
- 教師可將甲、乙兩圖上所有對應的角都問完。

• 能正確地指出甲、乙兩圖形的對應角。

5. 甲圖的每一條線段，在乙圖上都有一條對應的線段。  
我們說乙圖是甲圖放大為2倍的放大圖，是什麼意思？

- 若學生無法回答，可以請學生針對線段及其對應線段加以逐個檢驗後，再指出放大為2倍的意義。

• 能檢查後發現乙圖的每一條線段的長度，是甲圖對應線段的2倍長。

乙圖的線段 $\angle 1$ 、 $\angle 1$ 的長是甲圖的線段 $\angle \angle$ 的2倍。

- 若學生會正確回答，則按原計畫進行。

量量看，算算看。

- 學生檢查的方法可能如下：

乙圖的線段 $\angle 1$ 、 $\angle 1$ 和甲圖的線段 $\angle \angle$ 呢？

- (1) 量每條線段的長度，發現乙圖的線段對應甲圖的線段，每一線段都放大2倍。

- (2) 以甲圖的線段長為單位來實測乙圖的線段，發現乙圖的線段對應甲圖的線段，每一線段都放大2倍。

- (3) 其他。

- 教師宜提出乙圖的各線段以及甲圖和它對應的線段，讓學生檢查乙圖的每一條線段都是甲圖上對應線段的2倍長。

<p>6.甲圖的每一個角，在乙圖上都有一個對應的角。</p> <p>乙圖上每一個角和甲圖上的對應角，有沒有一樣大？檢查看看。</p> <p>7.把甲圖用影印機放大成乙圖之後，乙圖的每一條線段都是甲圖上對應線段的2倍，而乙圖的每一個角和甲圖上的對應角相等，我們就說「乙圖是甲圖放大為2倍的放大圖」。</p>	<p>• 學生檢查的方法可能如下：</p> <p>(1)把對應的角疊合比較，發現對應的角都一樣大。</p> <p>(2)用量角器量一量，發現對應的角都一樣大。</p> <p>(3)其他。</p>	<p>• 能檢查後發現乙圖的每一個角和甲圖對應的角相等。</p>
<p>8.想想看，如果不用影印機，要怎麼畫出2倍放大圖？</p> <p>9.試試看，請你畫出一個甲圖的2倍放大圖。</p> <p>說說看，你是怎麼畫的？</p>	<p>• 學生可能的回答為：</p> <p>(1)根據「對應的線段放大2倍、對應角不變」的原則，利用尺和量角器來畫。</p> <p>(2)先畫出其中一條對應線段的2倍，再畫出第二條，把這些放大2倍的對應線段組合起來。(零件組合法)</p> <p>(3)其他。</p> <p>• 在此試畫的目的主要在於讓學生體會利用尺和量角器來畫時，可能不太容易掌握。</p> <p>• 學生可能的說法為：</p> <p>(1)先利用尺及量角器將三個邊畫出，第四個邊則利用兩個端點來連接，最後，檢查第四個邊是否為原圖形對應線段的兩倍，其構成的2個角度是否都與原對應角相等。</p> <p>(2)其他。</p>	<p>• 能回答利用尺和量角器，根據「對應線段放大2倍、對應角不變」的原則來畫。</p>

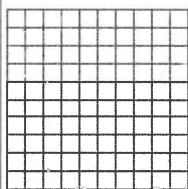
10. 有些人常常因為工作或其他需要，要畫放大圖，比如像畫電影海報看板的工作者，常常要在看板前畫出一個比海報放大好幾倍的圖來，他們在畫看板時，都是利用打格子的方式，先將原圖打上格子，後來再根據要放大的倍數，先將格子放大，再用格子來畫出原來圖形的放大圖。

- 教師說明一般人在製作放大圖時，通常會運用打上格子的方式來幫助作圖。
- 配合課本第 139 頁。

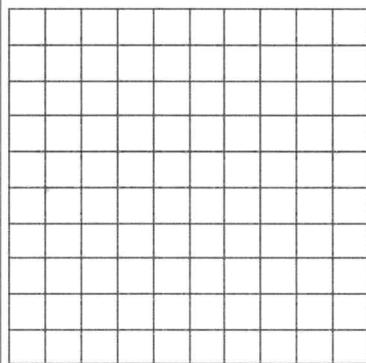
11. 現在，讓我們研究一下，打了格子會怎樣？(教師展示情境布置中的丙、丁兩張圖卡)

- 習作附件 27 的丙圖卡、附件 29 的丁圖卡如下：

丙圖卡：



丁圖卡：



12. 丙圖卡是一張格子圖，再用影印機放大成 2 倍，就成了丁圖。說說看，丙圖和丁圖上的每一個格子都是什麼形狀？

- 指名學生回答。

- 能回答是正方形。

13. 想想看，丁圖格子上的邊長是丙圖的格子邊長的幾倍？

- 指名學生回答。

- 能回答 2 倍。

14. 量量看，是不是兩倍？

15. 現在，把丙圖卡放在甲圖上，注意，讓甲圖上的每一個頂點都在丙圖的格子點上，這兩個圖合併起來，我們稱做戊圖。

再以同樣的方式，把丁圖放在乙圖上，也要讓乙圖上的每一個頂點都在丁圖的格子點上，乙、丁兩個圖合併起來，我們把他們稱為己圖。

• 指名學生回答。

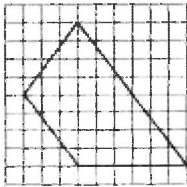
• 在本活動中，為對教師說明方便，才用戊圖、己圖來稱呼甲和丙、乙和丁合併之圖形，用庚圖來稱呼甲、丙合併之 2 倍放大圖。教師在進行主要問題 15 至 18 的教學時，只要手指出即可區別。

• 主要問題 15~18 可圖示如下：

• 能檢查後發現丁圖的格子邊長是丙圖的 2 倍。

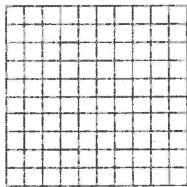
• 能正確地將丙、丁兩圖分別放在甲、乙圖上，甲、乙兩圖形對應的頂點均在格子點上。

(甲圖)



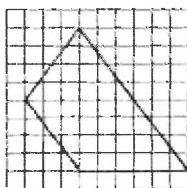
+

(丙圖)

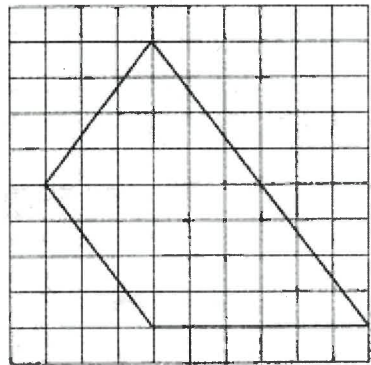


↓

(戊圖)

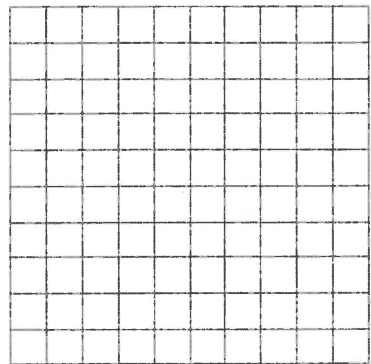


(乙圖)

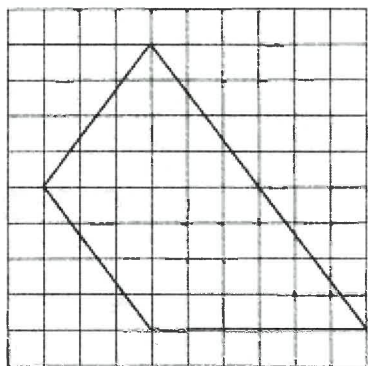


+

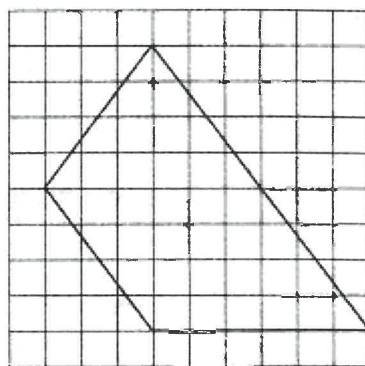
(丁圖)



(庚圖)



(己圖)



全等



16. 想想看，甲圖和丙圖合併之後再用影印機放大 2 倍，結果會怎樣？

(教師展示情境布置 2 的圖片)

17. 甲圖和丙圖合併之後，用影印機放大 2 倍，就成了庚圖，想想看，庚圖和己圖有沒有全等？

18. 我們已經知道庚圖和己圖全等，也就是說甲圖和丙圖合併之後的 2 倍放大圖(庚圖)，和丁圖及乙圖合併之後的己圖全等。

說說看，甲圖、丙圖合併之後的 2 倍放大圖和乙圖、丁圖合併之後的圖有沒有全等？

說說看，你怎麼知道的？

解題過程合理性  
的討論參考模式

19. 現在，我們已經知道畫電影海報看板的工作者，怎樣

• 指名學生回答。

• 指名學生回答。

• 學生可能的回答為：

(1) 甲圖和丙圖合併成為戊圖。將戊圖放大 2 倍就成了庚圖。庚圖和己圖全等。而已圖是乙圖和丁圖合併所成的圖，所以甲圖、丙圖合併之後再放大 2 倍，和乙圖、丁圖合併之後所成的圖是全等的。

(2) 其他。

• 指名學生回答。

• 能說出應該和乙、丁合併後的圖形一樣。

• 能說出兩個圖應該全等並進行檢查。

• 能回答兩個圖全等並說明原因。

• 能說出利用打格子來畫出 2

◆ 國小數學教材分析

利用打格子的方式來畫放大圖了，可不可以請你說說看，如何利用打格子的方式來畫 2 倍放大圖呢？

(1) 先在原圖上打格子，然後在另一張紙上畫上原來格子的 2 倍圖，利用格子的放大來把圖形放大。

(2) 其他。

倍放大圖的方式。

**活動 11-13-4**：自己畫格子做 2 倍放大圖，並利用與原圖同大的方格紙作 2 倍放大圖。

預備經驗：

1. 由操作影印機的活動，經驗放大的意義，進而檢查原圖與放大圖之間的對應關係。(第十冊第十四單元活動 1)
2. 把一個簡單的直線圖形，嵌入格子中，再加以放大 2 倍，檢查原圖與放大圖之間的對應關係。(本單元活動 3)

情境布置：

1. 教師將習作附件 27 的辛圖卡放大，以供展示用。
2. 學生每人準備一張白紙。

注意事項：

教師應與學生溝通清楚：圖上頂點的名稱不是圖形的一部分，僅為清楚溝通之用。

本活動流程摘要如下：

討論不用影印機時如何畫出 2 倍放大圖：主要問題 2



利用原圖打格子製作放大圖形(格子需放大)的討論、實作：主要問題 3~7



利用打好的格子(其格子邊長為原來格子邊長的 2 倍)來製作放大圖：主要問題 8

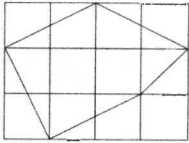


利用相同格子的方格紙製作放大圖的討論、實作：主要問題 9~12



了解如何利用相同的格子來畫出放大圖：主要問題 13

主要問題與活動	說明	評量重點
1. 請你拿出習作附件 27 上的辛圖卡。	• 習作附件 27 上的辛圖卡如下：	

<p>2.想想看，如果不用影印機，要怎麼畫出 2 倍放大圖？</p> <p>3.大家想想看，如果要用格子來幫忙把圖形放大 2 倍，可以怎麼做？</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>解題過程合理性 的討論參考模式</p> </div> <p>4.在辛圖卡上已經打上格子了，現在，請你模仿電影看板工作者的方式，也就是利用打格子的方式，在白紙上畫出一個辛圖的 2 倍放大圖來。</p> <p>5.XXX，請你到前面來展示你</p>	<div style="text-align: center;">  </div> <p>• 學生可能的回答為：</p> <p>(1)根據對應的線段放大 2 倍、對應角不變的原則，利用尺和量角器來畫。</p> <p>(2)先畫出其中一條對應線段的 2 倍，再畫出第二條，…，把這些放大 2 倍的對應線段組合起來。(零件組合法)</p> <p>(3)先在原圖加上格子，然後在另一張紙上畫上原來格子的 2 倍圖，利用格子的放大來把圖形放大。</p> <p>• 學生可能回答為：</p> <p>(1)先將原圖打格子，再打一個 2 倍大的格子，格子打好後，將頂點標上去，標好之後連起來，最後把格子擦掉。</p> <p>(2)先將原圖打格子，再打一個 2 倍大的格子，格子打好後，將頂點標上去，把格子擦掉，最後把標好的頂點連起來。</p> <p>(3)其他。</p> <p>• 在此主要目的為讓學生實地經驗利用格子來將圖形放大。</p> <p>• 教師指名數個學生展示圖</p>	<p>• 能說出不用影印機時可將圖形放大的合理方法。</p> <p>• 能說出用格子把圖形放大的方法。</p> <p>• 學生實地經驗利用格子畫出一個辛圖的 2 倍放大圖。</p>
--	---	--

畫的圖。

6.說說看，你是怎麼畫的？

形。

• 學生可能的說法如下：

(1)先量出辛圖格子的長度，並且數出辛圖的長邊和寬邊各有幾個格子，然後畫出辛圖格子長度 2 倍、數量和辛圖一樣多的格子。再根據辛圖頂點的位子來畫出新的圖形的頂點，將頂點連起來，就是辛圖的 2 倍放大圖了。

(2)其他。

• 能說明其製作的方法。

7.說說看，你怎麼知道是放大成 2 倍的？你要怎麼檢查？

• 學生可能的說法如下：

(1)量量看，如果新圖與辛圖每一個對應的線段都是放大 2 倍，對應的角都是一樣大的話，就是 2 倍放大圖形。

(2)先量量看，新圖的格子是否都是辛圖格子的 2 倍，再檢查看看新圖的頂點所標示的位置和辛圖相對應頂點的位置是不是一樣，如果一樣，就是 2 倍放大圖形。

• 能合理說明檢查的方法。

8.現在，我們已經知道如何利用格子來畫出放大圖形了，但是自己要打格子似乎是比較麻煩，有些同學格子打得不太像正方形，結果畫出來的圖形就不太像 2 倍放大圖。現在請每一個人打開習作甲本第 70 頁，請利用上面的格子再畫一次辛圖的 2 倍放大圖。

在開始畫之前，請先檢查，習作甲本上的格子邊長是不是辛圖格子邊長的 2 倍？

• 學生在習作甲本的格子上進行 2 倍放大圖的製作。

• 在進行製作 2 倍放大圖之前，要提示學生檢查格子的邊長是否為原圖格子邊長的 2 倍。

• 能在已標示好的格子上畫出 2 倍放大圖。

(重新布題)

9.現在市面上有販賣方格紙，可以方便圖形製作。但是，市面上的方格紙往往都是同樣大小的，想想看，如何利用同樣大小的格子來製作一個2倍的放大圖？

想想看，你要怎麼標出第一個頂點？

• 此處讓學生有較充分的討論，並要求學生嘗試說明。

• 學生可能的說法如下：

(1)把2個格子當作1個格子。

(2)在原來的格子上重新畫格子，把2個格子的邊長當作是新格子的邊長，來打出新格子，再利用新格子來標出頂點的位置，然後把線連起來。

(3)其他。

• 若學生出現第(1)種說法時，教師應再追問：是水平方向2個格子呢？或是垂直方向2個格子。還是水平和垂直兩個方向各2個格子。

• 學生可能的說法如下：

(1)任意找一個原圖的頂點，也在空白方格紙上任意找出一個位置來標示，之後再根據對應線段的2倍來標出其他的頂點。

(2)任意找一個原圖的頂點，根據它距離右(上、下、左)框2倍的位置來標示，之後再根據對應線段的2倍來標出其他的頂點。

(3)任意找一個原圖的頂點，根據它距離右上(右下、左上、左下)框的距離，然後在空白方格紙的右上(右下、左上、左下)框距離2倍的位置來標示，之後再根據對應線段的2倍來標出其他的頂點。

(4)重新打出邊長為原格子2倍的新格子，將任意選取原

• 學生嘗試說明製作的方法。  
• 能判斷別人的說法是否合理。

<p>10. 打開習作甲本第 70 頁，把第二題的圖形放大為 2 倍，畫在習作下方的空白方格紙上。</p>	<p>圖上的頂點標出，之後再標出其他的頂點。</p> <p>(5) 其他。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 能在方格紙上嘗試畫出原圖形的 2 倍放大圖。</li> </ul>
<p>11. XXX，請你到前面來展示你所畫的 2 倍放大圖。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 指名學生上臺展示。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 能展示圖形。</li> </ul>
<p>12. 說說看，你怎麼知道是放大成 2 倍的？你要怎麼檢查？</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 學生可能的說法為：</li> </ul> <p>(1) 量量看，如果新圖與原圖每一個對應的線段都是放大 2 倍，對應的角都一樣，就是 2 倍放大圖形。</p> <p>(2) 利用格子來數數看，如果新圖每一個線段的格子數都是原圖每一個對應線段的格子數的 2 倍，就是 2 倍圖形。</p> <p>(3) 其他。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 能合理說明檢查的方法。</li> <li>• 能判斷別人的說法是否合理。</li> </ul>
<p>13. 把你所畫的放大圖和原圖比較看看，如果要用格子來畫原圖的 2 倍放大圖，除了利用把原來的格子放大 2 倍外，還可以怎麼做？</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 學生可能的說法為：</li> </ul> <p>(1) 直接數出原來格子的 2 倍來進行標示，就可以畫出 2 倍放大圖。</p> <p>(2) 其他。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 能說出不用放大格子的方式來將原圖放大的方法。</li> </ul>

活動 11-13-5：(1)把一個簡單的直線圖形，嵌入格子中，再加以縮小為 $\frac{1}{2}$ 倍，檢查原圖與縮小圖之間的對應關係。(2)畫出 $\frac{1}{2}$ 倍縮小圖，並利用與原圖同大的方格紙作 $\frac{1}{2}$ 倍縮小圖。

預備經驗：

- 1.由操作影印機的活動，經驗縮小的意義，進而檢查原圖與縮小圖之間的對應關係。(第十冊第十四單元活動 2)
- 2.把一個簡單的直線圖形，嵌入格子中，再加以放大 2 倍，檢查原圖與放大圖之間的對應關係。(本單元活動 3)
- 3.自己畫格子作 2 倍放大圖，並利用與原圖同大小的方格紙作 2 倍放大圖。(本單元活動 4)

情境布置：

- 1.教師將習作附件中本活動用到的圖卡放大製成投影片，以供展示用。
- 2.將附件 30 的乙圖卡和丁圖卡的合併圖形影印後製成投影片，以供展示用。(見主要問題 2~4)
- 3.準備投影機。

注意事項：

教師應與學生溝通清楚：圖上頂點的名稱不是圖形的一部分，僅為清楚溝通之用。

本活動流程摘要如下：

呈現兩張圖形(甲圖及乙圖)及兩張格子圖(丙圖和丁圖)，其中乙圖為甲圖的 $\frac{1}{2}$ 倍縮小圖，丁圖為丙圖的 $\frac{1}{2}$ 倍縮小圖：主要問題 1



利用投影機展示甲、丙合併的圖形及乙、丁合併的圖形，並要求學生想像甲、丙合併圖形縮小為 $\frac{1}{2}$ 倍後的圖形為何：主要問題 2



呈現甲、丙合併圖形縮小為 $\frac{1}{2}$ 倍後的圖形，並與乙、丁合併的圖形進行全等的檢

驗，並進行結論：主要問題 3~5



討論如何利用原圖打格子來製作縮小圖形(格子需縮小)：主要問題 6



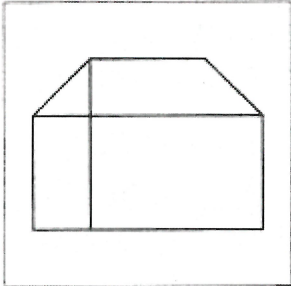
利用打好的格子(其格子邊長為原來格子邊長的 $\frac{1}{2}$ 倍)進行縮小圖的實作並檢驗：  
主要問題 7~12



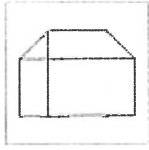
利用格子的方格紙製作縮小圖的討論、實作：主要問題 13~16



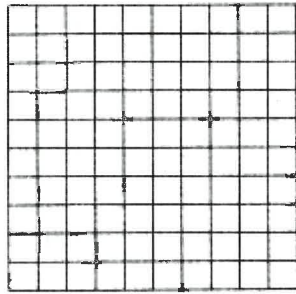
了解如何利用相同的格子來畫出縮小圖：主要問題 17

主要問題與活動	說明	評量重點
◎教師在進行本活動主要問句 1~4 時愈能模仿活動 3 的主要問句 15~18 的步驟進行，愈能讓學生經驗到縮小與放大的相似性。		
(教師展示情境布置中的甲、乙、丙、丁四張圖卡。)	<p>• 習作附件 29~31 上的甲、乙、丙、丁圖卡如下：</p> <p>甲圖卡</p> 	

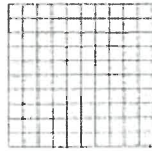
乙圖卡：



丙圖卡：



丁圖卡：



1. 甲圖用影印機縮小為 $\frac{1}{2}$ 倍，就成了乙圖。丙圖是一張格子圖，用影印機縮小為 $\frac{1}{2}$ 倍後，就成了丁圖。

2. 現在，把丙圖卡放在甲圖上，注意，讓甲圖上的每一個頂點都在丙圖的格子點上，這兩個圖合併起來，我們稱戊圖。

再以同樣的方式，把丁圖放在乙圖上，也要讓乙圖上的每一個頂點都在丁圖的格子點上，乙、丁兩個圖合併起來，我們稱為己圖。

• 教師宣告甲、乙圖的關係以及丙、丁圖的關係。

• 在本活動中，為說明方便，才用戊圖、己圖來稱呼甲和丙、乙和丁合併之圖形，用庚圖來稱甲、丙合併之 $\frac{1}{2}$ 倍縮小圖。教師在解說主要問題 2 至 3 時，只要手指出即可區別。

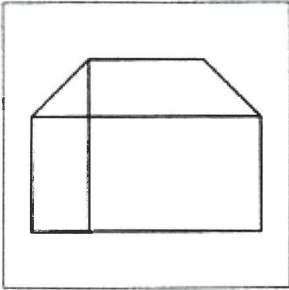
• 能正確地將丙、丁兩圖分別放在甲、乙圖上，甲、乙兩圖形對應的頂點均在格子點上。

想想看，甲圖和丙圖合併之後再用影印機縮小為 $\frac{1}{2}$ 倍，結果會怎樣？

- 指名學生回答。
- 主要問題 1~4 可圖示如下：

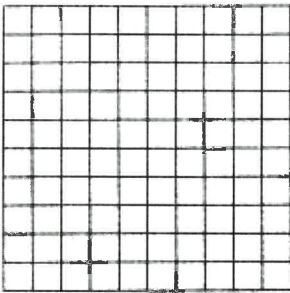
• 能說出應該和乙、丁合併的圖一樣。

(甲圖)



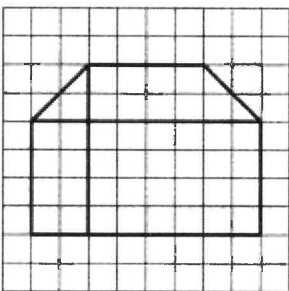
+

(丙圖)



↓

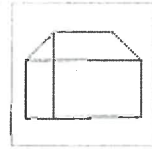
(戊圖)



縮小

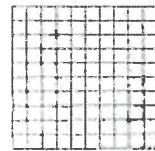
→

(乙圖)



+

(丁圖)



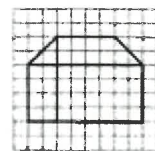
↓

(己圖)



↕全等

(庚圖)



(教師展示情境布置 2 的圖片)

3. 甲圖和丙圖合併之後，用影印機縮小為  $\frac{1}{2}$  倍，就成了庚圖，想想看，庚圖和己圖有沒有全等？

4. 我們已經知道庚圖和己圖全等。也就是說甲圖和丙圖合併之後縮小為  $\frac{1}{2}$  倍縮小圖，和丁圖和乙圖合併之後的己圖全等。說說看，甲圖、丙圖合併之後縮小為  $\frac{1}{2}$  倍縮小圖，和乙圖、丁圖合併之後的圖有沒有全等？

5. 說說看，你怎麼知道的？

6. 現在大家想想看，我們如果要利用格子來把圖形縮小為  $\frac{1}{2}$  倍，可以怎麼做？

- 指名學生回答。
- 同活動 3 說明 17。

• 教師可以就學生的回答情形追問下列問話：

- (1) 說說看，你要怎樣檢查？
- (2) 對應線段都一樣長嗎？
- (3) 對應角也都一樣大嗎？

- 指名學生回答。
- 學生可能的回答為：

(1) 甲圖和丙圖合併後成為戊圖。將戊圖縮小為  $\frac{1}{2}$  倍就成了庚圖。庚圖和己圖全等。而已圖是乙圖和丁圖合併所成的圖，所以甲圖和丙圖合併之後再縮小為  $\frac{1}{2}$  倍，和乙圖及丁圖合併之後所成的圖是全等的。

(2) 其他。

- 學生可能的回答為：

(1) 先將原圖打格子，然後另外在白紙上再打一個原來格子的  $\frac{1}{2}$  倍的格子，格子打好後，將頂點標上去，標好之後連起來，最後把格子擦掉。

(2) 先將原圖打格子，然後另外在白紙上再打一個原來格子的  $\frac{1}{2}$  倍的格子，格子打好後，將頂點標上去，把格子擦掉。最後把標好的頂點連起來。

• 能說出兩個圖應該全等並進行檢查。

• 能回答兩個圖全等並說明原因。

• 能說出用格子把圖形縮小的方法。

(重新布題)	(3)其他。	• 能回答 $\frac{1}{2}$ 倍。
7.請打開習作甲本第71頁。習作上的甲圖卡上已經打上格子了。旁邊也有一張空白的方格紙。	• 指名學生回答。	
量量看，這張空白方格紙的格子邊長是甲圖格子邊長的幾倍？		
8.如果我們要畫一個甲圖的 $\frac{1}{2}$ 倍縮小圖，可不可以用這張空白方格紙？	• 指名學生回答。	• 能回答可以。
9.請你利用這張方格紙畫出甲圖的 $\frac{1}{2}$ 倍縮小圖。	• 在此主要目的為讓學生直接利用製作好的方格紙進行圖形縮小的實作。	• 學生實地經驗利用格子畫出一個甲圖的 $\frac{1}{2}$ 倍縮小圖。
10.XXX生，請你到前面來展示你畫的圖。	• 教師指名數個學生展示圖形。	
11.說說看，你是怎麼畫的？	• 學生可能的說法如下： (1)先量出甲圖格子和空白方格紙上的格子長度，檢查看看空白方格紙上的格子邊長是不是甲圖格子邊長的 $\frac{1}{2}$ 倍。再根據甲圖頂點的位置，在空白方格紙上畫出新的圖形的頂點，最後將頂點連起來，就是甲圖的 $\frac{1}{2}$ 倍縮小圖了。 (2)其他。	• 能說明其製作的方法。
12.說說看，你怎麼知道是縮小成 $\frac{1}{2}$ 倍的？你要怎麼檢查	• 學生可能的說法如下： (1)量量看，如果新圖與甲圖每一個對應的線段都是縮小	• 能合理說明檢查的方法。

?

(重新布題)

13.市面上的方格紙往往都是同樣大小的，想想看，如何利用市面上的方格紙來製作一個 $\frac{1}{2}$  倍的縮小圖？

解題過程合理性的討論參考模式

想想看，你要怎麼標出第一個頂點？

$\frac{1}{2}$  倍，對應的角都是一樣大的話，就是 $\frac{1}{2}$  倍縮小圖形。

(2)如果對應線段的格子數都是一樣多的話，量量看，格子長度是不是原來格子長的 $\frac{1}{2}$  倍。

(3)其他。

• 此處讓學生有較充分的討論，並要求學生嘗試說明。

• 學生可能的說法如下：

(1)把一個格子當作 2 個格子。

(2)在原來的格子上重新畫格子，把 $\frac{1}{2}$  個格子的邊長當作是新格子的邊長，來打出新格子，再利用新格子來標出頂點的位置，然後把線連起來。

(3)其他。

• 若學生出現第(1)種說法時，教師應再追問：是水平方向 $\frac{1}{2}$  個格子？還是水平和垂直兩個方向都是 $\frac{1}{2}$  個格子？

• 學生可能的說法如下：

(1)任意找一個原圖的頂點，也在空白方格紙上任意找出一個位置來標示，之後再根據對應線段的 $\frac{1}{2}$  倍來標出其

• 學生嘗試說明製作的方法。

• 能判斷別人的說法是否合理。

• 能嘗試說明如何標示的方法。

他的頂點。

(2)任意找一個原圖頂點，根據它距離右(上、下、左)框的距離，然後在空白方格紙的右(上、下、左)框距離 $\frac{1}{2}$  倍的位置來標示，之後再根據對應線段的 $\frac{1}{2}$  倍來標出其他的頂點。

(3)任意找一個原圖的頂點，根據它距離右上(右下、左上、左下)框的距離，然後在空白方格紙的右上(右下、左上、左下)框距離 $\frac{1}{2}$  倍的位置來標示，之後再根據對應線段的 $\frac{1}{2}$  倍來標出其他的頂點。

(4)重新打出邊長為原格子 $\frac{1}{2}$  倍的新格子，將任意選取原圖上的頂點標出，之後再標出其他的頂點。

(5)其他。

14. 打開習作甲本第 71 頁，把乙圖縮小為 $\frac{1}{2}$  倍，畫在習作下方的空白方格紙上。

想想看，你有沒有什麼困難？

15. XXX 生，請你到前面來展

• 此問句的目的在於提示學生是否注意到，原圖形的某一線段為方格的奇數倍，以進行後來子活動 5-1 討論。

• 學生若尚未察覺，則直接進行製作縮小圖形的實作，待實作過程中，學生提出困難時再進行子活動 5-1 的討論。

• 指名學生到臺前展示。

• 能在與原圖相同大小格的方格紙上嘗試畫出乙圖形的 $\frac{1}{2}$  倍縮小圖。

• 能展示圖形。

示你所畫的 $\frac{1}{2}$ 倍縮小圖。

16.說說看，你怎麼知道是縮小成 $\frac{1}{2}$ 倍的？你要怎麼檢查？

17.把你所畫的縮小圖和乙圖比較看看，如果要用格子來畫出乙圖縮小為 $\frac{1}{2}$ 倍的縮小圖時，除了利用把原來的格子縮小為 $\frac{1}{2}$ 倍外，還可以怎麼做？

• 學生可能的說法為：  
 (1)量量看，如果新圖與乙圖每一個對應的線段都是縮小 $\frac{1}{2}$ 倍，對應的角都是一樣大的話，就是 $\frac{1}{2}$ 倍縮小圖形。  
 (2)利用格子來數數看，如果新圖每一個線段的格子數都是乙圖每一個對應線段的格子數的 $\frac{1}{2}$ 倍，就是 $\frac{1}{2}$ 倍縮小圖形。  
 (3)其他。

• 學生可能的說法為：  
 (1)直接利用原來格子的 $\frac{1}{2}$ 倍來進行標示，就可以畫出 $\frac{1}{2}$ 倍縮小圖。  
 (2)其他。

• 能合理說明檢查的方法。  
 • 能判斷別人的說法是否合理。

• 能說出不用縮小格子的方式來將原圖縮小的方法。

子活動 5-1

主要問題與活動	說明	評量重點
<p>1.乙圖上的<math>\sphericalangle</math><math>\sphericalangle</math>邊的距離為2個格子數，現在，我們要畫出2個格子的<math>\frac{1}{2}</math>倍，那麼，兩個頂點的距離應該要怎麼標示？</p>	<p>• 指名學生回答。                      • 學生可能的說法如下：                      (1)先標示出其中之一(如<math>\sphericalangle</math>點)，再根據<math>\sphericalangle</math><math>\sphericalangle</math>距離的<math>\frac{1}{2}</math>來算出對應<math>\sphericalangle</math>頂點的位置，所以應該是<math>\sphericalangle</math>下面1個格子數的地方。                      (2)其他。</p>	<p>• 能正確回答。</p>

2. 我們已經知道乙圖的 $\frac{1}{2}$ 縮小圖中對應 $\sphericalangle$ 、 $\sphericalangle$ 頂點的位置。現在，請你算算看乙圖上的 $\sphericalangle$ 頂邊的距離為幾個格子數？

那乙圖的 $\frac{1}{2}$ 縮小圖中對應 $\square$ 點的位置應該在哪裡？

3. 我們已經知道乙圖的 $\frac{1}{2}$ 縮小圖中對應 $\square$ 點的位置。現在，請你算算看乙圖上的 $\square$ 頂邊的距離為幾個格子數？

那乙圖的 $\frac{1}{2}$ 縮小圖中對應 $\square$ 點的位置應該在哪裡？

• 指名學生回答。

• 指名學生回答。

• 指名學生回答。

• 學生可能的說法如下：

(1) 已經知道 $\square$ 點的位置，而且 $\square$ 在 $\square$ 的上方，所以丙圖的 $\frac{1}{2}$ 縮小圖中對應 $\square$ 頂點的位置應該也在對應 $\square$ 頂點的上方，根據 $\square$ 頂距離的 $\frac{1}{2}$ 來算出丙圖的頂點 $\square$ 在縮小為 $\frac{1}{2}$ 的距離，也就是 1.5 個格子數。

(2) 其他。

• 能回答 4 個格子數。

• 能回答在 $\sphericalangle$ 點右方 2 個格子數的位置。

• 能回答 3 個格子數。

• 能回答在對應 $\square$ 點上方 1.5 個格子數的位置。

活動 11-13-6：在製作放大(縮小)圖之後，知道原圖是放大(縮小)圖的縮小(放大)圖。

預備經驗：

- 1.自己畫格子作 2 倍放大圖，並利用與原圖同大的方格紙作 2 倍放大圖。(本單元活動 4)
- 2.自己畫格子作 2 倍縮小圖，並利用與原圖同大的方格紙作 $\frac{1}{2}$  倍縮小圖。(本單元活動 5)

情境布置：

- 1.教師將習作附件 32 的圖卡製成投影片，以供展示用。
- 2.準備投影機。
- 3.準備方格紙(略薄，有點透明，以便學生在進行放大、縮小圖形的製作時，可以直接嵌入來進行標示)。

本活動流程摘要如下：

製作甲圖的 2 倍放大圖(乙圖)：主要問題 1



製作乙圖的 $\frac{1}{2}$  倍縮小圖(丙圖)：主要問題 2



丙圖與甲圖的比較(兩者全等)：主要問題 3



甲圖與乙圖的關係：主要問題 4~5



(重新布題)

製作丁圖的 $\frac{1}{2}$  倍縮小圖(戊圖)：主要問題 6



製作戊圖的 2 倍放大圖(己圖)：主要問題 7

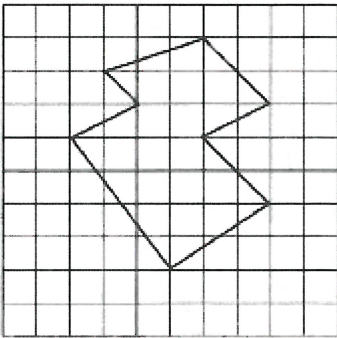
己圖與丁圖的比較(兩者全等)：主要問題 8

丁圖與戊圖的關係：主要問題 9~10

結論：

甲圖與其放大圖(乙圖)的雙向關係：主要問題 11~12

丁圖與其縮小圖(戊圖)的雙向關係：主要問題 13~14

主要問題與活動	說明	評量重點
<p>(教師展示情境布置 1 的甲圖卡。)</p> <p>1.請你畫出甲圖的 2 倍放大圖。</p> <p>檢查看看，你所畫的圖是不是甲圖的 2 倍？</p> <p>2.現在，我們已經知道畫出來的新圖是原來甲圖的 2 倍放大圖，我們把它稱為乙圖。</p> <p>請你畫出乙圖縮小為 <math>\frac{1}{2}</math> 倍的縮小圖。</p> <p>檢查看看，你所畫的圖是不</p>	<p>• 習作附件 32 上的甲圖卡如下：</p>  <p>• 此為活動 4 的舊經驗，教師可行間巡視，並指導尚未精熟的學生進行 2 倍放大圖的製作及檢查。</p> <p>• 同上，此為活動 5 的舊經驗，教師可行間巡視，並指導尚未精熟的學生進行 <math>\frac{1}{2}</math> 倍縮小圖的製作及檢查。</p> <p>• 在本活動中，為說明方便，才用甲圖、乙圖、丙圖來稱</p>	<p>• 能製作出甲圖的 2 倍放大圖，並能檢查新圖是甲圖的 2 倍放大圖。</p> <p>• 能製作出乙圖縮小為 <math>\frac{1}{2}</math> 倍的縮小圖，並能檢查新圖是乙圖的 <math>\frac{1}{2}</math> 倍縮小圖。</p>

是乙圖的  $\frac{1}{2}$  倍？

3. 我們已經知道畫出來的新圖是乙圖縮小為  $\frac{1}{2}$  倍的縮小圖，現在把它稱為丙圖。

乙圖是甲圖的 2 倍放大圖，而丙圖是乙圖縮小為  $\frac{1}{2}$  倍的縮小圖，請你檢查看看，甲圖和丙圖全等嗎？

說說看，你要怎麼檢查？

對應線段都一樣長嗎？

對應角也都一樣大嗎？

4. 我們已經知道，乙圖是甲圖的 2 倍放大圖，丙圖是乙圖縮小為  $\frac{1}{2}$  倍的縮小圖，而丙圖又與甲圖全等。

5. 現在以乙圖為基準，可以怎麼說甲圖和乙圖的關係？

呼各圖形，教師在解說問題 1 至 4 時，只要手指即可區別，至問題 6 重新布題前，甲、乙、丙圖均應撤走。所以此時以手來指出即可。

• 指名學生回答。

• 主要問題 3~4 為複習全等圖形對應邊、對應角關係，此為學生的舊經驗。

• 學生的方法可能如下：

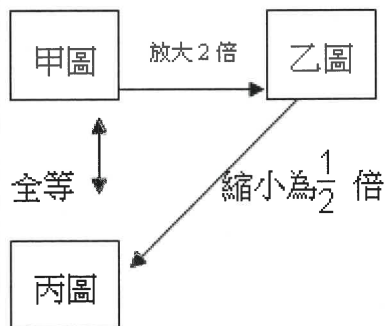
(1) 把甲、丙兩張圖形疊合，看看每一個邊、每一個角是否完全疊合。

(2) 用尺和量角器來量，看看對應線段是否一樣長、對應角是否一樣大。

(3) 其他。

• 教師可在黑板上畫出甲、乙、丙三圖的關係。

• 為說明方便，教師可直接將實際圖形代替甲圖、乙圖、丙圖等文字貼在黑板上，再呈現其間之關係會較清楚。



• 指名學生回答。

• 學生可能的說法如下：

• 能檢查後發現，丙圖與甲圖兩圖形全等。

• 能說出「甲圖是乙圖縮小為  $\frac{1}{2}$  倍的縮小圖」，並說明理

你怎麼知道的？

解題過程合理性  
的討論參考模式

(1)乙圖縮小為 $\frac{1}{2}$ 倍之後成了丙圖，而丙圖與甲圖全等，所以可以說甲圖是乙圖縮小為 $\frac{1}{2}$ 倍的縮小圖。

(2)其他。

由。

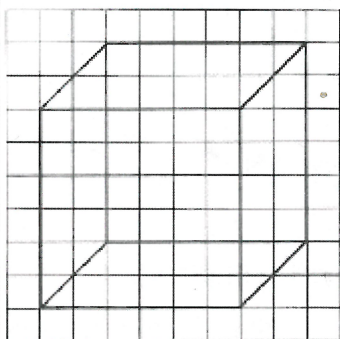
(重新布題)

(教師展示情境布置 1 的丁圖卡。)

6.請你畫出丁圖的 $\frac{1}{2}$ 倍的縮小圖。

檢查看看，你所畫的圖是不是丁圖的 $\frac{1}{2}$ 倍？

• 習作附件 32 上的丁圖卡如下：



• 同說明 2。

7.現在，我們已經知道畫出來的新圖是原來丁圖縮小為 $\frac{1}{2}$ 倍的縮小圖，我們把它稱為戊圖。那麼，請你畫出戊圖的 2 倍放大圖。

檢查看看，你所畫的圖是不是戊圖的 2 倍。

• 同說明 1。  
• 在本活動中，為說明方便，才用丁圖、戊圖、己圖來稱呼各圖形，教師在問題 7 至 10 時，只要手指即可區別，至問題 11 重新布題前，丁、戊、己圖均應撤走。所以此時以手來指即可。

8.我們已經知道畫出來的新圖是戊圖放大 2 倍的放大圖，現在把它稱為己圖。戊圖是丁圖縮小為 $\frac{1}{2}$ 倍的縮小圖，而己圖是戊圖的 2 倍放大圖，請你檢查看看，丁圖和己圖全等嗎？

• 指名學生回答。  
• 同說明 3。  
• 教師可視學生的回答情形進行下列問話：

- (1)說說看，你要怎麼檢查？
- (2)對應線段都一樣長嗎？
- (3)對應角也都一樣大嗎？

• 能製作丁圖縮小為 $\frac{1}{2}$ 倍的縮小圖，並能檢查新圖是丁圖的 $\frac{1}{2}$ 倍的縮小圖。

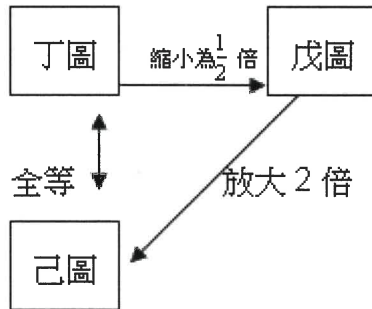
• 能製作出戊圖的 2 倍放大圖，並能檢查新圖是戊圖的 2 倍放大圖。

• 能檢查後發現丁圖與己圖兩圖形全等。

9.我們已經知道，戊圖是丁圖的縮小為 $\frac{1}{2}$  倍的縮小圖，而已圖是戊圖的 2 倍放大圖，而已圖又與丁圖全等。

• 教師可在黑板上畫出丁、戊、己三圖的關係。

• 為說明方便，教師可直接將實際圖形代替丁圖、戊圖、己圖等文字貼在黑板上，再呈現其間的關係會較清楚。



10.現在以戊圖為基準，可以怎麼說丁圖和戊圖的關係？

解題過程合理性  
的討論參考模式

• 指名學生回答。  
• 學生可能的說法如下：  
(1)戊圖放大 2 倍之後成了己圖，而已圖與丁圖全等，所以可以說丁圖是戊圖的 2 倍放大圖。  
(2)其他。

◎主要問題 11~12 的主要目的為重新強調原圖與放大圖之間的雙向關係。

◎主要問題 13~14 的主要目的為重新強調原圖與縮小圖之間的雙向關係。

(重新布題)

11.在一開始時，我們畫了甲圖的 2 倍放大圖，也就是乙圖，我們是怎麼稱呼乙圖和甲圖的關係？

• 指名學生回答。  
• 此處主要在溝通原圖與放大圖之間的雙向關係。  
• 此時教師再一次展示甲、乙兩圖，而其他的圖均已撤走。

• 能說出「乙圖是甲圖的 2 倍放大圖」。

12.以乙圖為基準時，可以怎麼說甲圖和乙圖的關係？

• 指名學生回答。

• 能說出「甲圖是乙圖縮小為 $\frac{1}{2}$  倍的縮小圖」。

<p>13. 後來，我們畫了丁圖縮小為<math>\frac{1}{2}</math> 倍的縮小圖，也就是戊圖，我們可以怎麼稱呼戊圖和丁圖的關係？</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 指名學生回答。</li> <li>• 此處主要在溝通原圖與縮小圖之間的雙向關係。</li> <li>• 此時教師宜先撤走甲、乙兩圖，再展示丁、戊圖。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 能說出「戊圖是丁圖縮小為<math>\frac{1}{2}</math> 倍的縮小圖」。</li> </ul>
<p>14. 以戊圖為基準時，我們可以怎麼說丁圖和戊圖的關係？</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 指名學生回答。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 能說出「丁圖是戊圖的 2 倍放大圖」。</li> </ul>

## 附件二 八十二年部編本圖形與空間教材活動目標

### 一、平面圖形教材活動目標

冊別	單元	活動	活動目標
1	6	3	透過描繪實物的表面，分辨三角形、長方形、正方形和圓形等形狀。
1	6	4	透過說、讀、聽、做等練習，加強三角形、正方形、長方形和圓形等術語與圖卡、書空、…等的聯結。
1	6	5	透過塗色活動，加深學生對三角形、長方形、正方形和圓形等平面圖形的認識。
1	6	*2	熟練辨認長方形、正方形、三角形和圓形。
1	6	*3	能用單一的平面圖形造出圖案，以加深對圓形、三角形的認識。
1	6	*4	(1)熟練辨認長方形、正方形、三角形和圓形。 (2)找出圖形的規律。
1	6	*6	增強辨認顏色、形狀、大小。
2	6	1	在有背景或其他圖形下辨認三角形、正方形、長方形和圓形等圖形。
2	6	2	透過觀察及套描活動，知道圖形板與其外框是同形狀。
2	6	3	在釘板上用橡皮筋圍出圖形。
2	6	4	用兩塊全等(形狀、大小一樣)的色板拼出一個圖形。
2	6	5	經驗一個圖形可由兩塊一樣的圖形所構成。
2	6	6	用一些三角形、正方形或長方形拼成一個指定的圖形。
2	6	7	用一些正方形或長方形拼成一個指定的圖形。
2	6	8	(1)由實際的拼排，經驗一個圖形可由幾個全等的圖形所構成。 (2)會將數據填入設計好的表中。

2	6	*1	(1)熟練三角形、正方形、長方形和圓形等圖形。 (2)透過操作的活動，知道圖形板與其外框是同形狀。
2	6	*2	用竹籤在桌子上排出圖形。
3	8	1	(1)憑直觀找出圖中不同的地方。 (2)用疊合的方法，說出這些圖形都是全等。
3	8	2	從一堆圖形中，找出全等的圖形。
3	8	3	透過剪、疊的活動知道兩個圖形是全等的。
3	8	4	描出全等的圖形。
3	8	7	透過摺紙的活動，觀察對稱的現象。
3	8	8	透過剪紙的活動，經驗對稱的現象。
3	8	*1	(1)透過對摺的方式，將原圖形分解成四個或八個全等的部分。 (2)將分解後的各部分拼回原圖形。
5	6	1	(1)描述三角形的畫法或描法。 (2)進行三角形的邊、頂點及角的命名活動。
5	6	2	透過複製三角形的邊、頂點及角的活動，加深了解其構成要素。
5	6	3	透過描繪活動，認識四邊形的邊、頂點和角。
5	6	4	進行四邊形的命名活動。
5	6	5	透過複製四邊形的邊、頂點及角的活動，加深了解其構成要素。
6	7	7	透過張開扇子的活動及其結果的描繪，認識角及其構成要素。
6	9	2	(1)從比較三角板的角認識直角。 (2)認識直角三角形。
6	9	3	(1)知道正方形、長方形都有四個直角。 (2)透過複製直角的活動，經驗垂直的意義。 (3)用紙摺出直角。

6	9	4	(1)從四邊形的邊中，找出垂直的邊。 (2)從垂直於同一個邊的兩個邊，經驗平行的意義。
6	9	5	經驗以量角器做為刻度尺，報讀角的大小。
6	11	4	認識周界和周長。
7	3	1	透過「指定一邊，做出直角另一邊」的方式，察覺垂直的意義。
7	3	2	察覺一線平行於另一直線的意義為同時垂直於第三直線。
7	7	5	(1)復習辨認圓形與非圓形。 (2)透過具體操作活動，認識圓周、圓心、半徑和直徑。
7	7	6	(1)用圓規畫圓。 (2)透過用圓規畫圓的活動，加深了解圓周、圓心和半徑。
7	9	1	認識平行四邊形和梯形，並加以命名。
7	9	2	透過對稱關係製作箏形、菱形，並加以命名。
8	3	4	透過量角器認識度的意義。
8	3	5	在度量化的情境下，解決兩個角的合成、分解問題，並以算式記錄。
8	3	6	在鐘面圖上，用度量化的方式，描述旋轉角的角度。
8	3	7	(1)認識銳角和鈍角。 (2)使用量角器畫出指定度數的角。
8	5	8	將一堆三角形依據邊長或角的大小關係，加以分類並命名。
8	5	9	(1)認識對角、對邊的概念與名詞。 (2)經驗後察覺三角形中最大邊對最大角(或最大角對最大邊)及最小邊對最小角(或最小角對最小邊)。
8	5	10	認識等腰三角形和正三角形的特性。

9	11	1	(1)將一堆三~七邊形的圖卡，根據邊的個數加以分類並命名，命名為五邊形、六邊形、七邊形後，將全部命名為多邊形。 (2)討論給定的五(及六)邊形圖卡，檢查邊、角是否相等，由此認識正五(及六)邊形。
9	11	2	以疊合方式檢驗兩個多邊形圖卡完全疊合後，確定此二個多邊形逐邊、逐角皆相等，由此認識兩多邊形全等時，各對應邊皆相等，各對應角皆相等。
10	3	1	將圓周率的近似值暫定為 3 倍多，從直徑算出圓周長或由圓周長算出直徑。
10	3	2	認識扇形及其構成要素—頂點、邊、圓心角和圓弧。
10	14	1	由操作影印機的活動，經驗放大的意義，進而檢查原圖與放大圖之間的對應關係。
10	14	2	由操作影印機的活動，經驗縮小的意義，進而檢查原圖與縮小圖之間的對應關係。
11	7	1	(1)透過兩個直角的旋轉的合成，認識始邊與終邊成一直線的旋轉角，並命名為平角。 (2)將三角形三內角的旋轉角合成變為一平角。
11	7	2	(1)利用長方形的切割，推知直角三角形的內角和是 180 度。 (2)由拼湊一般三角形的的角，測量檢驗一般三角形的三個角的角度和。 (3)把一個三角形分成兩個直角三角形，推知這個三角形的內角和。
11	7	3	透過「將一個四邊形分成兩個三角形」與「三角形的內角和是 180 度」，求出四邊形的內角和。
11	7	4	透過剪紙(複寫或壓印)製造線對稱圖形，並對上述的製造活動進行反思，察覺摺痕兩邊的圖形摺疊後會重合，即全等。
11	7	5	給定一圖形，透過對摺的方式檢驗是否為線對稱圖形。
11	7	6	檢驗畫在方格紙上的圖形是否為線對稱圖形，並指出對稱軸兩邊互相對應的頂點、邊和角。
11	7	7	指出嵌入方格紙上的線對稱圖形：(1)對應點之連線和對稱軸互相垂直，(2)對稱軸平分對應點之連線。
11	7	8	在方格紙上畫出線對稱圖形。

◆國小數學教材分析

11	13	3	把一個簡單的直線圖形，嵌入格子中，再加以放大 2 倍，檢查原圖與放大圖之間的對應關係。
11	13	4	自己畫格子做 2 倍放大圖，並利用與原圖同大的方格紙作 2 倍放大圖。
11	13	5	(1)把一個簡單的直線圖形，嵌入格子中，再加以縮小為 $\frac{1}{2}$ 倍，檢查原圖與縮小圖之間的對應關係。 (2)畫出 $\frac{1}{2}$ 倍縮小圖，並利用與原圖同大的方格紙作 $\frac{1}{2}$ 倍縮小圖。
11	13	6	在製作放大(縮小)圖之後，知道原圖是放大(縮小)圖的縮小(放大)圖。
12	12	1	(1)閱讀簡介圖。 (2)認識邊長關係的比例尺，並運用於地圖、室內平面圖的閱讀。
本表中的「*」表示參考活動，未在課本上呈現。			

## 二、立體圖形教材活動目標

冊別	單元	活動	活動目標
1	6	1	透過積木及實物的造形活動，經驗平面和非平面的區別。
1	6	2	透過實物並運用學生的語詞，辨認球、圓錐、圓柱、長方體和正方體等圖形。
1	6	*1	(1)從觸摸中感覺物件的特色，如平平的、尖尖的、圓圓的、...。 (2)增強辨認長方體、圓柱體、球體、圓錐體等。
1	6	*5	複製球、盒子、圓柱、圓錐。
4	6	1	運用學生的語詞，進行正方體和長方體的命名活動。
4	6	2	將實物與平面立體圖對照，使學生能從平面立體圖認出實物。
4	6	3	透過說、讀、聽等練習，加強實物與平面立體圖的聯結。
4	6	4	學生用自己的話來描述造形的過程和想法。
4	6	5	仿造一個實心的正方體或長方體，其大小和事先準備的實物一樣。
4	6	6	用數量一定、形狀及大小相同的數學積木，堆積成各種可能的長方體或正方體。
4	6	*1	透過說、讀、聽等練習，加強實物與平面立體圖的聯結。
6	7	1	透過描述「由一堆正方形圖卡拼湊以圍成一正方體紙盒」的活動過程，在討論中凸顯正方體有 6 個面。
6	7	2	透過描述「由一堆長方形圖卡拼湊以圍成一長方體紙盒」的活動過程，在討論中凸顯長方體有 6 個面，12 條邊。
6	7	3	透過描述「由一堆竹籤組成一個正方體燈籠骨架」的活動過程，在討論中凸顯正方體有 8 個頂點，12 條邊。
6	7	4	透過描述「由一堆竹籤組成一個長方體燈籠骨架」的活動過程，在討論中凸顯長方體有 8 個頂點，12 條邊。

6	7	5	透過觀察正方體和長方體，經驗正方體有 6 個全等的面、12 條等長的邊、8 個頂點，長方體有 3 對全等的面、3 組等長的邊、8 個頂點。
6	7	6	透過將長方體和正方體的骨架與視圖對照的活動，在視圖中補上三條虛線得到透視圖。
8	8	1	從日常生活中找出球體的物品。
8	8	2	察覺球體的截面都是圓形，並認識半球體。
9	15	1	在一個長(正)方體中找出和指定邊互相垂直的其他邊。
9	15	2	在一個長(正)方體中找出和指定邊互相平行的其他邊。
9	15	3	(1)認識空間中相交兩直線決定一平面，且可直接度量此相交兩直線所形成的角之大小。 (2)認識一直線與一平面垂直的意義。 (3)經驗一直線若與平面上兩直線垂直，即垂直於此平面。 (4)討論長方體上邊和面的垂直現象。
10	7	2	由觀察牆壁和地面(或櫥櫃相鄰兩面)的垂直現象，認識兩平面互相垂直的意義，並討論長方體上相鄰的面互相垂直的現象。
10	7	3	由觀察相對的兩個牆壁(或櫥櫃相對兩面)的平行現象，認識兩平面互相平行的意義，並討論長方體上相對的面互相平行的現象。
10	7	4	由觀察單槓和地面的平行現象，認識線和面互相平行的意義，並討論長方體上邊和面的平行現象。
11	11	1	透過由一堆立體中找出像柱子的立體的活動，認識柱體。
11	11	2	透過由一堆立體中找出像尖頂的立體的活動，認識錐體。
11	11	3	透過觀察角柱的立體模型，知道角柱頂點、邊和面的個數、底面全等、側面為長方形、側邊一樣長且垂直於底面、底面互相平行、側邊互相平行。
11	11	4	透過觀察圓柱的立體模型，知道圓柱底面全等、底面互相平行。
11	11	5	透過觀察角錐的立體模型，知道角錐頂點、邊和面的個數、側面的形狀為三角形和側面共同的頂點為尖頂的性質。
本表中的「*」表示參考活動，未在課本上呈現。			

## 參考文獻

教育部(民 82)：國民小學課程標準。台北：作者。

國立編譯館(民 89)：國民小學數學教學指引第一~十二冊。台北：作者。