

第五章 八十二年版機率教材分析

八十二年版機率教材的設計重點在於，讓學生先建立機率模式，再進入實驗機率模式，並強調從遊戲中瞭解機率的初步概念，讓學生從中瞭解部分與全體的關係以及大數法則，也就是大量試驗的結果。

八十二年數學課程標準統計圖表領域目標需要獲得的概念、知識、思考和技能：能獲得機率的初步經驗。

表11：國小八十二年版數學課程標準之機率教材綱要

年級	教材綱要
六年級	• 從遊戲中瞭解機率的初步概念(註402)
註402：機率的初步概念 1. 部分與全體的關係。 2. 大數法則，也就是大量的試驗結果，趨近於某一數。 例：世界人口，男女人數趨於平衡，各約占總人口人數的1/2。	

第一節 數學結構

一、統計和機率的關係

人類面對某些現象利用統計去探討發生的可能性，是因為人類對這些現象的真正知識非常貧乏的緣故。這是著名統計學家Persi Diaconis的洞見。他能夠精確控制一個銅板以拇指彈出上拋的力道，使得它總是轉了13圈，因此他拋銅板的結果總是相同的！

例如抽香煙和肺癌到底有什麼關係？不知道！但是我們可以把得肺癌的人調查有抽煙的比例，和全部的同一年齡區段的人有抽煙的比例，看到了一個集中的趨勢，即得肺癌的人過去抽煙兩年以上的人比例超過很多。

所以如果你抽煙，則按照這個調查去算，可以得到你會得肺癌的機會的一個數字。

像數值天氣預報，就是運用這種統計方法，對往後幾小時，乃至幾天的天氣做出預測。它是非常成功的。

二、機率

像骰子，如果儘量做得完美的正方體，質料也很勻，則毫無任何理由，某一點數會特別容易或不容易出現，那麼我們說，每一種點數出現的機率是六分之一。

這種源自法國數學家 Laplace 研究的機率，叫做古典機率。利用古典機率我們才能更進一步研究機率的問題。

如果一個骰子本來就不完美，質料也可能不均勻，那我們可以做 n 次試驗，記錄下每次試驗出現的結果。讓 n 不斷增加，則出現 1 點的次數也會跟著增加，成功的次數和總投擲數 n 的比值會愈來愈接近某一定值，這個定值就是這個骰子擲出點數 1 的機率。

如果把上述完美骰子用這個方法來做試驗，那麼這比值隨著 n 的增加，會有愈來愈接近六分之一的趨勢。在民國八十二年課程標準中，列有經驗大數法則，它指的就是這個。

三、隨機試驗

許多兒童在擲骰子時，並沒有設法使骰子劇烈地轉動，這骰子擲出的點數就不隨機了。隨機試驗的意思就是每次的試驗的隨機性都一定要做到。隨機就是絕不做出偏袒任何一個出現的點數的事。

第二節 認知結構

一、統計和可能性

在表 12 中的活動 11-5-6 的目標就是要讓學童去理解，過去的印象是可能性的判斷的基礎。

至於如何把過去的印象作科學的處理呢？這就是統計的功能了，就是要做觀察和紀錄了。

二、隨機試驗和預測

骰子出現的點數，依古典機率，則每一個點數出現的可能，都有六分之一的機會，但兩個骰子出現的點數和可能性，則很不同，因此我們故意用兩

用兩個骰子的點數和來引誘學童認真地去經驗隨機試驗，然後讓學童去玩類似押注點數的遊戲來經驗統計和機率之間的關係。

第三節 教材內容分析

本節介紹的重點在八十二年版部編本的機率教材，機率活動屬於六年級的學習範圍，在此，我們將教材按照活動目標出現的順序整理成表12，其中，活動目標的序號代表「冊-單元-活動」，例如：「11-5-6」代表第11冊第5單元的第6個活動；針對每個活動目標，都列出核心布題及呼應的能力指標。詳細的活動內涵附於表12後。

表12：國小八十二年版機率教學活動內容

活動類別	八十二年版活動目標			核心布題	呼應的能力指標	
認識可能性	11	5	6	從生活情形中認識可能性的意義。	1. 討論幾種情形發生的可能性及理由。 2. 透過討論讓學生知道「未來事件發生的機率」要根據「以往的經驗中發生的機率」來預測。 3. (重新布題)討論其他情形發生的可能性多大，並說明理由。	D-3-3
隨機試驗	11	5	7	做隨機試驗並記錄結果。	• 準備習作甲本第28頁記錄表的放大圖。 1. 討論骰子的擲法。 2. 討論同時投擲兩個骰子可能會出現的結果 3. 將兩個骰子投擲數次，討論如何進行記錄 4. (待學生擲過60次骰子後)教師利用遊戲情境讓學生猜測點數和出現最多的點數，並說出理由。	D-4-3

活動示例：

活動11-5-6：從生活情形中認識可能性的意義。

本活動核心布題與活動流程摘要如下：

核心布題	活動流程
• 討論幾種情形發生的可能性及理由。	主要問題1-5
• 透過討論讓學生知道「未來事件發生的機率」要根據「以往的經驗中發生的機率」來預測。	主要問題6-12
• (重新布題)討論其他情形發生的可能性多大，並說明理由。	主要問題13-14

主要問題與活動	說明	評量重點
<p>1. 這裡有五種情形，我們來討論這五種情形發生的可能性：</p> <p>① 明天太陽會從東邊來。</p> <p>② 後天太陽會向北方落下。</p> <p>③ 不小心把玻璃杯從桌上掉到水泥地上，杯子會破。</p> <p>④ 下一次統一發票開獎時，爸媽會中獎。</p> <p>⑤ 從現在開始，第12個穿過教室前門的會是男生。</p> <p>2. 說說看，「明天太陽會從東邊出來」這種情形會發生嗎？你怎麼知道一定會發生？</p>	<p>• 學生可能的做法如下：</p> <p>(1) 一定會發生，因為以前太陽都是從東邊出來的，以後也一樣會從東邊出來。</p> <p>(2) 可能會發生，太陽都是從東邊出來的。</p> <p>(3) 其他。</p> <p>• 若學生的說法為(2)，未使用「一定」或類似的語詞，教師宜引導學生說出如：</p> <p>(1) 有可能不發生嗎？(不可能)</p> <p>(2) 會發生而且不可能不發生要怎麼說才清楚？</p> <p>• 學生必須根據「以前的經驗」中該事件「發生的頻率」來判斷未來發生的可能性，若學生不會說明理由，教師追問學生「以前的經驗」，如「明天的事還沒發生，你怎麼知道太陽明天會從哪邊出來？」</p>	<p>• 教師板書第五種情形，或請學生看課本第57、58頁情境圖，依序討論這五種情形，並保留板書至主要問題12。</p> <p>• 假定男女合班，且最好比例相當。</p> <p>• 能說出一定會發生及理由。</p>

<p>3. 我們以後用「一定發生（或學生說出的類似語詞）」來說明像這樣的情形發生的可能性。</p> <p>4. 說說看，「後天太陽會向北方落下」這種情形會發生嗎？你怎麼知道一定不會發生？</p> <p>5. 我們以後用「一定不發生（或學生說出的類似語詞）」來說明像這樣的情形發生的可能性。</p> <p>6. 第①種和第②種情形都還沒發生，要知道還沒發生的情形發生的可能性，要先知道「以前發生的結果」，才能知道「以後不會發生」。接下來的討論也要先說出以前發生的結果，再說出你認為還沒發生的情形，其發生的可能性有多少。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 討論後，教師將「一定發生」或學生使用的語詞，板書於該情形的板書旁，並建立使用此語詞的共識。 • 學生可能的說法如下： <ol style="list-style-type: none"> (1) 一定不會發生，因為以前太陽都是向西方落下的，從來沒有向北方落下過，以後也不會從北方落下。 (2) 其他。 • 若學生未使用「一定不」或類似語詞敘述發生的可能性，並說出以前經驗中該情形發生的頻率，教師仿主要問題2的方式引導。 • 討論後，教師將「一定不發生」或學生使用的語詞，板書於該情形的板書旁，並建立使用此語詞的共識。 • 若學生不懂，教師可用主要問題 2、4 討論的經過說明。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能建立使用「一定發生（或類似語詞）」說明發生可能性的共識。 • 能說出一定不會發生及理由。 • 能建立使用「一定不發生（或類似語詞）」說明發生可能性的共識。 • 能知道「未來事件發生的機率」要根據「以往的經驗中發生的機率」來預測。
--	---	--

<p>7. 說說看，「不小心把玻璃杯從桌上掉到水泥地上，杯子會破」這種情形會發生嗎？你怎麼知道的？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 學生可能的說法如下： <ol style="list-style-type: none"> (1) 通常會發生，可是有時候會例外，因為有一次不小心杯子掉到地上沒有破。 (2) 一定會發生，因為我小時候常常把杯子掉到地上，打破杯子被罵。 (3) 其他。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能說出發生的可能性及理由。
<p>8. 這種情形發生的可能性大，還是不發生的可能性大？大一點點，還是大很多？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 若學生不會回答，教師可改用下列問話引導： <ol style="list-style-type: none"> (1) 以前把玻璃杯掉到地上過嗎？ (2) 是破的可能性大，還是不破的可能性大？ (3) 大一點點，還是大很多？ 	<ul style="list-style-type: none"> • 能說出發生的可能性大。
<p>9. 說說看，「下一次統一發票開獎時，爸媽會中獎」這種情形會發生嗎？你怎麼知道的？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 教師可在黑板上板書「發生的可能性比不發生的可能性大很多」或其他類似較簡短的語詞，並建立共識。 • 學生可能的做法如下： <ol style="list-style-type: none"> (1) 有可能，但可能性很小，因為以前每次對發票時，都對幾十張票，運氣好時中一兩張，有時一張都沒有，以後再對獎也差不多是這樣。 (2) 不太可能發生，因為爸媽每次都對獎，很久才中一次獎，以後也是一樣，不太可能會中獎。 (3) 其他。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能說出大很多。
<p>10. 這種情形發生的可能性大，還是不發生的可能性大？大一點點，還是大很多？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 仿主要問題8進行。 • 教師可在黑板上板書「不發生的可能性比發生的可能性大很多」或其他類似較簡短的語詞，並建立共識。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能說出發生的可能性及理由。
<p>10. 這種情形發生的可能性大，還是不發生的可能性大？大一點點，還是大很多？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 仿主要問題8進行。 • 教師可在黑板上板書「不發生的可能性比發生的可能性大很多」或其他類似較簡短的語詞，並建立共識。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能說出不發生的可能性大。 • 能說出大很多。

<p>11. 說說看，「從現在開始，第12個穿過教室前門的會是男生」這種情形會發生嗎？你怎麼知道的？</p> <p>12. 這種情形發生的可能性大，還是不發生的可能性大？（大一點點，還是大很多？）</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 學生可能的說法如下： <ol style="list-style-type: none"> (1) 男生和女生發生的可能性差不多，因為穿過前門的人有男生也有女生，而且沒辦法知道下一個是男還是女。 (2) 有可能是男生也可能是女生，但是男生比較喜歡到教室外面玩，所以是男生比較可能。 (3) 其他。 • 仿主要問題8進行。 • 教師可在黑板上板書「發生和不發生的可能性差不多」或學生討論的結果，類似較簡短的語詞，並建立共識。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能說出發生的可能性及理由。 • 能說出哪一種的可能性大，只大一點點，或兩種的可能性差不多。
<p>13. 明天早上上學時會下雨，發生的可能性有多大？為什麼？（教師再舉出其他的問題，請學生進行討論）</p> <p>14. 想想看，還有其他像這樣的例子嗎？這種情形發生的可能性有多大？為什麼？</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 發生可能性沒有一定的答案，學生必須根據自身經驗中該情形「發生頻率」來判斷，只要答案合理即可，不要求全班統一。 • 學生可能的說法如下： <ol style="list-style-type: none"> (1) 一定不會發生，因為最近這幾天都沒有下雨，所以明天早上不可能下雨。 (2) 有點可能發生，雖然最近都沒下雨，但是也不敢肯定一定不會。 (3) 其他。 • 請學生舉例，並說出發生的可能性和判斷的理由，例： <ol style="list-style-type: none"> (1) 爸爸今天會回家吃晚飯。（很有可能，因為爸爸天天回家吃晚飯。） (2) 下次月考數學60以下？（一定不可能，因為以前每次都考90以上。） (3) 其他。 • 若學生想像力不佳，教師可於下節課再舉更多例子練習判斷。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能說出情形發生的可能性多大，及理由。 • 能舉出其他例子，並說出該情形發生的可能性和判斷的理由。

活動示例：

活動11-5-7：做隨機試驗並記錄結果。

本活動核心布題與活動流程摘要如下：

核心布題	活動流程
• 準備習作甲本第28頁記錄表的放大圖。	情境布置
• 討論骰子的擲法。	主要問題1-3
• 討論同時投擲兩個骰子可能會出現的結果。	主要問題4-6
• 將兩個骰子投擲數次，討論如何進行記錄。	主要問題7-12
• (待學生擲過60次骰子後)教師利用遊戲情境讓學生猜測點數和出現最多的點數，並說出理由。	主要問題13-16

預備經驗：從生活情境中認識可能性的意義。(本單元活動6)

情境布置：1.師生共同準備，每位學生有兩顆骰子和一個紙杯。

2.習作甲本第28頁記錄表的放大圖。

點數和	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	合計
畫記												
次數												

3.教師可準備幾份禮物，以便提高學生的興趣。

注意事項：本活動分成兩節課進行。

主要問題與活動	說明	評量重點
1.有沒有玩骰子？在哪裡玩過？	• 學生可能的回答有：大富翁...。	• 能回答問題。
2.說說看，骰子要怎麼擲？	• 骰子擲出後，必須讓骰子滾幾圈，所以請教師和學生約定：將骰子放在紙杯裡，搖動紙杯讓骰子在杯子裡轉幾圈，趁骰子滾動時，把骰子倒在桌上。	• 能知道擲骰子的方法。
3.把骰子放在紙杯裡，試試看你擲出幾點？	• 旨在讓學生試擲，以確定學生擲骰子的方法是正確的。	• 能正確的擲骰子。
4.如果我們同時擲兩顆骰子，把兩顆骰子的點數加起來，想想看，可能會出現幾點？	• 學生能嘗試回答即可，不必要學生窮盡所有答案。	• 能回答問題。

<p>5. 擲兩顆骰子看看，兩顆骰子的點數加起來是多少？</p> <p>6. 同時擲兩顆骰子時，它的和數會是2點、3點、4點、...、12點。猜猜看，哪一種點數出現的可能性比較大？</p> <p>7. 現在我們來擲骰子。把擲骰子的結果記在習作甲本第28頁的表格中。現在老師開始擲兩顆骰子。 第一次擲出4點和2點，點數和是多少？ 點數和是 6點，要記在紀錄表的哪裡呢？</p> <p>8. 再擲一次，第二次擲出1點和3點，點數和是 4。 要記在哪裡呢？ 再擲一次....</p> <p>9. 每次擲了之後，就在畫記的格子裡畫一橫，畫滿五次以後，正好寫成一個「正」字。</p> <p>10. 擲了60次以後，就算算看每個點數各有幾畫，記在次數的格子裡。</p> <p>11. 每個人都回家擲60次骰子看看，並把結果記在習作裡。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 如果全班沒有窮盡所有答案，請教師補充說明。 • 學生嘗試猜測即可。 • 一般未經驗過將兩個骰子的點數加起來的學生，完全不可能有合理的猜測，教師不必要求學生必須有合理的答案。 • 教師揭示習作本第28頁紀錄表的放大圖。 • 旨在演示記錄的方式，以便學生可以回家自行擲骰子並確實做好紀錄 • 學生可能的說法如下： <ul style="list-style-type: none"> (1) 先在表示點數和這一橫列中找出寫6的這一欄，在標畫記的這一格中畫一橫，表示有一次擲出6點。 (2) 其他。 • 教師可多擲幾次，多演示幾次記錄的方式。 • 請教師演示如何畫記。 • 請教師演示如何數出次數。 • 請教師確認學生都會做紀錄。 	<ul style="list-style-type: none"> • 能擲兩顆骰子，並說出點數和。 • 能猜測結果。 • 能說出兩顆骰子的點數和。 • 能知道記錄的方式。 • 能知道畫記的方式。 • 能知道如何數出次數，並紀錄。 • 能擲60次骰子，並記錄結果。
---	--	--

<p>12. 下一節課我們要比賽，很好玩喔！每個人要先選兩個點數和，然後我們再擲骰子，看誰選的點數和出現最多次，那他就算贏。你們回家擲骰子後做紀錄，然後研究看看，我們下一節課再玩。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 請教師先簡單說明遊戲規則，以便引起學生研究的興趣。 若教師備有禮物，可告訴學生優勝者有禮物，讓學生更有興趣研究。 	
<p>◎下面的活動待學生擲過60次骰子後才進行。</p>		
<p>13. 現在我們來玩遊戲。同時擲兩顆骰子時，它的和數會是 2點、3點、4點、……、12點，每個人先選兩個點數和，選的時候要注意，選好以後，就不能改了。等一下要擲20次骰子，我們要看誰選的點數最容易出現。</p> <p>14. 說說看，你要選哪兩個點數和？</p> <p>15. 現在我們開始來擲兩顆骰子。第一次擲出的是2點和6點，點數和是 8點。第二次擲出1點和4點，點數和是5點…。</p> <p>16. 誰選的點數和最容易出現？說說看，你為什麼會選這個點數和呢？為什麼不選 2點(12點)呢？</p>	<ul style="list-style-type: none"> 請教師說明遊戲規則。 教師可請學生將選的點數全部記在紙上或黑板上，做為學生是否猜中的依據。 請教師擲20次骰子，並將點數和記在黑板上。 教師指名優勝者說明選擇該點數和的理由。 學生可能的做法如下： (1)我選的7點和6點，因為我在家裡研究的結果發現：點數和是7點。 	<ul style="list-style-type: none"> 能選擇兩個點數和。 能找出誰選的點數和出現最多次。

第四節 教學注意事項

針對機率部分，我們在此將教學注意事項初步整理如下：

八十二年版國編本的第十一冊第五單元活動 6是在討論事件的可能性，因此沒有正確、統一的答案。學生必須依據他過去的經驗來判斷結果，例如：明天早上上學時會下雨的可能性，學生要根據最近幾天的下雨情形來判斷，若最近幾天天天下雨，學生的答案可能是「可能發生」，若最近幾天都沒下雨，學生的答案可能是「可能不發生」。

活動7的目的在讓學生經驗大數法則，讓學生擲60次2顆骰子做紀錄後，猜測再擲一次2顆骰子時，2顆骰子的點數總和最容易出現的是多少？讓學生根據之前的60次紀錄來進行猜測。

參 考 文 獻

- 教育部(民64)。國民小學課程標準。台北：教育部。
- 教育部(民82)。國民小學課程標準。台北：教育部。
- 教育部(民89)。國民中小學九年一貫課程暫行綱要。台北：教育部。
- 鄒聖馨、鍾靜(民89)。國小統計課程真實解讀計劃(AEP)實施之研究。國立台灣師範大學八十九學年度科學教育學術論文發表會。
- Mendoza, L. P., & Swift, J. (1992). Why Teach Statistics and Probability — a Rationale , Teaching Statistics and Probability , National Council of Teachers of Mathematics , 1-7.
- NCTM (2000). Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA. National Council of Teachers of Mathematics.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1975). The origin of the idea of chance in children. London: Routledge. Kegan Paul.
- Russell, S. J., & Friel, S.N. (1989). Collecting and Analyzing Real Data in the Elementary School Classroom, In P. R. Trafton & A. P. Shulte (Eds.), New directions for elementary school mathematics (pp.134-148). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Scheaffer, R. L. (1990). Why data analysis? The Mathematics Teacher, 83(2),90-93.
- Susanne, P. L., Victoria R. J., & Nancy C. L. (1995). Empowering Children in the Use of Statistics. The Journal of Mathematical Behavior, 14(4), 401-425.

附錄一：八十二年版國編本統計教材之活動目標

活動類別依認知結構分類為：1.蒐集資料、2.整理分析、3.表徵資料、4.解釋資料，除蒐集資料外，其餘三部分的相關教學活動彙整如下。

本冊表別	活動類別	冊別	單元別	活動別	教學活動內容	呼應九年一貫能力指標	
表6	2.整理分析	2	6	8	(1)由實際的拼排，經驗一個圖形可由幾個全等的圖形所構成。 (2)會將數據填入設計好的表中。	D-1-1	資料分類和整理
表6	2.整理分析	4	9	1	描述一個群體中的物件。	D-1-1	
表6	2.整理分析	4	9	2	記錄一個群體。	D-1-1	
表6	2.整理分析	4	9	3	(1)根據紀錄，複製出同樣的群體。 (2)以分類的方式簡化對群體的描述。	D-1-1	
表6	3.表徵資料	4	9	4	透過各種不同紀錄的比較，認識統計圖與統計表。	D-1-1	
表6	3.表徵資料	4	9	5	統計圖與統計表的初步解讀與製作。	D-1-1,D-2-1	
表6	2.整理分析	5	12	1	製造情境需用畫記(如正、冊)來記錄各種資料的次數。	D-1-1	初步敘述統計
表6	4.解釋資料	5	12	2	讀長條圖。	D-2-2,D-2-4	
表6	3.表徵資料	5	12	3	將統計表做成長條圖。	D-2-2	
表7	3.表徵資料	7	5	1	(1)將一群原始資料整理成統計表，並畫成長條圖。 (2)了解原始資料、統計表和長條圖的關係。	D-2-2	
表7	4.解釋資料	7	5	2	報讀含有省略符號的長條圖。	D-2-2	
表7	3.表徵資料	7	5	3	報讀折線圖。	D-3-5	
表7	3.表徵資料	7	5	4	畫折線圖。	D-3-5	敘述統計
表7	3.表徵資料	9	8	4	(1)在兩組數量比較的情境下，嘗試找出合適的代表數，並認識平均數和眾數。 (2)給一組群體資料，求出平均數和眾數。 (答案為整數)	D-3-1	
表7	3.表徵資料	10	7	1	當相同數量有多個時，用加權平均(先乘後加再除)的方式，求出平均數。	D-3-1	
表8	3.表徵資料的前置	11	5	1	在以「全部」為單位量(1%的內容物為單一個物)的情境下，認識1%~99%的意義，並進行百分數的說、讀、聽、寫、做(表現)和比較活動。	D-3-1	
表8	3.表徵資料的前置	11	5	2	在以「全部」為單位量(1%的內容物為多個個物)的情境下，進行百分數的說、讀、聽、寫、做(表現)和比較活動，並知道全部是100%。	D-3-1	
表8	3.表徵資料	11	5	3	認識圓形(百分)圖和長條百分圖，並在「1%的內容物為單一個物」的情境下，畫圓形(百分)圖和長條百分圖。	D-3-7,D-4-2	
表8	3.表徵資料	11	5	4	在「1%的內容物為多個個物」的情境下，畫圓形(百分)圖和長條百分圖。	D-3-7,D-4-2	統計應用
表8	4.解釋資料	11	5	5	報讀圓形(百分)圖和長條百分圖，再求出各分量，並用算式記錄解題過程。	D-3-7,D-4-2	

附錄二：八十二年版國編本機率教材之活動目標

活動類別是依八十二年版認知結構分類為：1.統計和機率的關係(機會)

2.機率(古典機率)3.隨機試驗

本冊表別	活動類別	冊別	單元別	活動別	教學活動內容	呼應九年一貫能力指標
表12	1.機會	11	5	6	從生活情形中認識可能性的意義。	D-3-3
表12	3.隨機試驗	11	5	7	做隨機試驗並記錄結果。	D-3-4