

第四章 速率的理論結構

根據皮亞傑(1969)的研究，時間是在不同速率下移動的統合；時間和速率二者互為有關。以兒童能了解的程度，小學階段是把時間視為單一表徵，直到出現速率時才把它和距離聯結起來，視為關係表徵。速率教學所涉及的數學結構和認知結構說明如後。

第一節 認知結構

速率概念不同於速度概念，下節中將做詳細說明。速率是時間和距離的二量關係，涉及較高認知層次的比例運思。本節將敘述與速率教材相關之認知結構。

1. 採用生活用語的速度來代表速率

速率和速度是有區別的，但在兒童的生活中描述物體移動的快慢，都是以速度來稱之。配合兒童認知發展的課程在與成人溝通時，是以速率稱之，與兒童溝通時則以「速度」稱之。課程小組建議的教學處理如下：

| 階段 | 用語 | 概念 | 備注 |
|----|-------|-------------------------|------|
| 小學 | 速度 | 物體移動的快慢。 | 生活用語 |
| 中學 | 速率 | 物體移動的快慢。(只考慮距離) | 正式用語 |
| | 速度 | 物體移動的快慢及方向(同時考慮距離和方向性) | |
| 成人 | 速度或速率 | 知道速度和速率的差別，但溝通時不在意它的區別。 | 語意混用 |

2. 涉及比例運思的速率問題

如果碰到不同距離比較時間或不同時間比較距離的問題，例如：移動100公尺費時25秒，與移動50公尺費時10秒，其比較快慢的解題策略有：

A型(以1秒為比較單位)：

$$100 \div 25 = 4 \text{ (公尺/秒)} \text{ vs. } 50 \div 10 = 5 \text{ (公尺/秒)}$$

B型(以1公尺為比較單位)：

$$25 \div 100 = \frac{1}{4} \text{ (秒/公尺)} \text{ vs. } 10 \div 50 = \frac{1}{5} \text{ (秒/公尺)}$$

C型(以100公尺為比較單位)：

25秒 vs. $10 \times 2 = 20$ (秒)

D型(以25秒為比較單位)：

100公尺 vs. $5 \times 25 = 125$ (公尺)

上述的解題策略只是就數學形式上的考量(不考慮體能狀況，而將生理狀況理想化)，要能將物體在任何時段移動的速率看做一樣，沒有變化。所以，若該題情境是比較人類跑步的快慢，其解題方法表面合理，但與實情不合。因為跑800公尺所需的時間，涉及體能狀況，不會是跑100公尺所需時間的8倍，所以在真實世界中不宜處理涉及人類體力的問題，除非在問題情境中，兒童可以認定是定速移動，則上述A、B、C、D型解題策略既合理又合實情。

求算單位時間移動多少距離的速度問題。例：平均1秒跑4公尺。就是涉及比例運思的問題之一，這類問題要先假想成物體移動的快慢保持一樣，才能求算平均，並算出單位時間移動的平均距離。求算平均速率是為對物體移動作全程狀況的描述，目的不在比較快慢。

第二節 數學結構

速率教學有三個層次：現象分析→一維分析→二維分析。直觀分析是以直覺所見來比出快慢；一維分析是固定時間比距離，或固定距離比時間；二維分析則是具有平均速率的概念，本節將逐一詳細說明速率教材的數學結構。

1. 速率和速度(speed)

速率只講物體移動的快慢而不管其移動的方向，速度則須同時提及移動的方向；在物理學，速度代表一個向量，而速率只是向量的長度(絕對值)。例如：有兩輛汽車，在同時間內進行相等距離的移動，但是一輛向東行，一輛向北行，因為物體移動的方向不同，只能說其速率相等，而不能說其速度相等。所以，速率和速度代表的意義是不同的。

學童在小學階段尚無法區分速率和速度，所以教學時不必說明，以免混淆兒童的概念。分析64年版和82年版國小數學課程標準和部編本教材可以發現：若考量兒童經驗，則以速度稱之，若考量學理意義，則以速率稱之。可以確定的是，在此階段的教學重點只涉及物體移動的快慢，而不涉及物體移動的方向。

| 版本 | 課程標準的綱要 | 教學單元的名稱 |
|------|---------|---------|
| 64年版 | 速度的認識 | 速率 |
| 82年版 | 速度的認識 | 速度 |

所以在教學中所說的「速度」是採生活用語，不是物理學上所說的速度。

2. 速率的現象分析

兩物體在同一時刻，同一地點開始移動，就其終點行為觀之，是誰先達到終點線(相同距離中比較時間)或是誰移動的距離比較長(相同時間中比較距離)，這種現象分析(直接比較)是不需要透過數字紀錄來做判斷，是一種直觀的判斷。

3. 速率的一維分析

當兩物體不能在同一時刻或同一起點開始移動，須藉數字紀錄來判斷時，即是間接比較，間接比較即是一維分析。

此時，學童要先透過教學活動了解：(1) .物體移動不受是否為同一起點、同一時刻的影響，只要移動的距離一樣長，就可以在相同距離時，比較所花費的時間。(2) .物體移動不受是否為同一起點，同一時刻的影響，只要物體移動的時間一樣長，也可以在相同時間下，比較所移動的距離。

4. 速率的二維分析—平均速率

速率一般可用快、慢來描述。固定距離時，物體移動所花費時間較少，表示速率較快；花費時間較多表示速率較慢。固定時間時，物體移動距離較長，表示速率較快；距離較短表示速率較慢。

時間和距離是掌握速率的兩個要件，只知道距離不知道時間，或知道時間不知道距離是不能比較快慢的。

距離和時間的平均值就是平均速率。通常需想成物體移動的每一段距離所花的時間一樣多，或想成每一段時間物體移動的距離一樣長。社會上習慣採用以時間為單位求算距離和時間的比，即採用「平均1秒跑4公尺」的說法；當學生有測量運思的能力時，則可用「每秒跑4公尺」的說法。

每單位時間移動多少距離是平均速率的說法，平均速率可以簡稱為「速率」，即「距離 \div 時間=速率」。但課程的教學主張是教概念為先，所以不需出現公式。

有關由已知的速率和時間求出距離，或由已知的速率和距離求出時間的問題，是利用教學活動配合問題情境讓兒童經驗，並不出現「速率 \times 時間=距離」、「距離 \div 速率=時間」的公式來解題。

5. 秒速、分速和時速

秒速係指以秒為單位，平均每秒所移動的距離叫做秒速；分速則指以分為單位，平均每分所移動的距離叫做分速；而時速則指以時為單位，平均每時所移動的距離叫做時速。

引導兒童用平均的想法來列出除法算式，除數是以秒、或分、或時做單位的，讓兒童察覺被除數代表的都是距離，除數代表的都是時間，商代表的都是速率。

有關秒速、分速和時速之間的換算和比較問題，要引導學童找到共同測量單位，以「秒」、「分」、或「時」為單位來進行解題。

6. 速率的紀錄格式有三種

- (1) 時速是60公里(長度的想法)(口語)
- (2) 速率是每小時60公里
- (3) 速率是60公里/小時

通常我們問兒童時速是多少？兒童回答60公里是很正常的。所以我們要問速率是多少？希望兒童能用第1、第2種方式描述，至於第3種要視兒童的能力再指導。