

# 雙曲線的漸近線

臺北市立中崙高級中學 蕭文俊、蔡志仁、許英修  
臺北市立麗山國民中學 溫梅桂

## 課程大綱

493-497

本課程將帶領同學理解：

1. 為何雙曲線會有漸近線？
2. 給定雙曲線方程式，可以求出雙曲線的兩條漸近線方程式？
3. 給定雙曲線的兩條漸近線方程式和雙曲線上一點的座標，可以求出雙曲線的方程式？

如下表：

課程資源總覽（共設計了六個部分）		檔案類型
一、課程大綱	課程大綱	Word 檔(.doc)
	學習單	Word 檔(.doc)
	學習單解答	Word 檔(.doc)
	複習雙曲線的概念	影片檔(.wmv)
	雙曲線模型	影片檔(.wmv)
	雙曲線的漸近線動畫	影片檔(.wmv)
二、課程內容	猜測漸近線的方程式	影片 1 影片 2 影片 3 影片 4
	驗證漸近線的方程式	影片檔(.wmv)
	給定雙曲線,求漸近線方程式	影片檔(.wmv)
	給定漸近線,求雙曲線方程式	影片檔(.wmv)
	老師的叮嚀	Word 檔(.doc)
	牛刀小試	Flash 檔(.exe)
三、牛刀小試	學習講義	Word 檔(.doc)
	先備知識	Word 檔(.doc)
	練習題庫	Word 檔(.doc)
	題庫解答	Word 檔(.doc)
四、補充教材	延伸活動	Word 檔(.doc)
	教案設計	Word 檔(.doc)
五、教案設計	教案設計	Word 檔(.doc)
六、檔案下載		

老師共設計了六個部分協助同學的學習，其中在「檔案下載」的部分，本教材的所有檔案皆可下載至本機電腦，做進一步的反覆學習。

至於學習的次序，老師的建議是：

1. 先至「課程大綱」了解本教材的輪廓。
2. 進入「課程內容」，在下載學習單後，依照老師所設計的三大教學步驟依序學習，在每一個教學步驟中，可先點選「教學影片」的部分，然後再點選「教學影片」中細項的部分，針對此一教學單元做學習。

關於「學習單」的部分，建議下載列印後，依教學影片中老師的指導寫下筆記，待「課程內容」都學習完畢了，再點選「課程內容」頁面最下方的「學習單解答」，然後針對自己在學習上遺漏的部分再做加強。

3. 經過「課程內容」的學習，如果聰明的你還不是很理解，建議你點選左邊選單「補充教材」中「先備知識」的部分培養實力，然後點選「課程內容」的部分，針對自己觀念模糊的地方再學一次。

如果都能充分的理解，那就大大地恭喜你了。同時，強烈地建議你點選左邊選單「牛刀小試」的部分，測驗一下你自己的實力。另外，如果你還有時間，可以點選左邊選單「補充教材」的部分，相信你一定會有更大的收穫喔！

4. 「課程內容」的部分是本課程最主要的學習區，如果學習的不順利，問題應在於有些先備知識你已不再熟悉。因此，在「補充教材」中特別設計「先備知識」的學習區，針對本課程所需使用的先備知識全部整理於此，同學可挑選自己較為遺忘的部分進行學習，建議先研讀「學習講義」，然後演算「練習題庫」，若有無法解決的問題，再參考老師所附的「題庫解答」。
5. 「教案設計」的部分是給對於本教材有興趣的教師，如果想在課堂上教授使用，可做為參考的依據。

## 數位學習雙曲線漸近線課程規劃表

課程 資訊	單元課程編號		單元課程名稱	雙曲線漸近線
	規劃設計人員	蕭文俊	蔡志仁	王紹宣
單元目標：讓學生了解 1. 為何雙曲線會有漸近線？ 2. 給定雙曲線方程式，可以求出雙曲線的兩條漸近線方程式？ 3. 給定雙曲線的兩條漸近線方程式和雙曲線上一點的座標，可以求出雙曲線的方程式？				
教學流程	流程大綱	流程目標	流程資源	
引起動機  1. 複習 2. 活動1  3. 活動2	1. Gsp電腦動畫檔案操作。  2. 雙曲線模型的操作。  3. Flash動畫檔案操作。	1. 幫助同學複習： 雙曲線是雙圓錐體經平面正切所得截痕的圖形。 2. 讓學生了解： 雙圓錐體經平面正切所得截痕的圖形是雙曲線，且對稱地位於兩條母線之間。 3. 讓學生了解： 1組雙曲線有兩條漸近線。	1. Gsp電腦動畫檔案。 2. 雙曲線模型。 3. Flash動畫檔案。	
流程連結				
教 學 活 動	子 活 動 ↓ 思 考	1. 拋問： 雙曲線 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的兩條漸近線方程式為何？ 2. 觀察： 雙曲線 $\frac{x^2}{1^2} - \frac{y^2}{1^2} = 1$ 解的變動情形。 3. 思考： 令 $\frac{x^2}{1^2} - \frac{y^2}{1^2} = 0$ ，亦可求得雙曲線 $\frac{x^2}{1^2} - \frac{y^2}{1^2} = 1$ 它的兩條漸近線方程式。	1. 幫助同學確立學習目標。  2. 讓學生感受出： 雙曲線 $\frac{x^2}{1^2} - \frac{y^2}{1^2} = 1$ ，它的兩條漸近線方程式為 $x - y = 0, x + y = 0$ 。 3. 讓學生感受出： 雙曲線 $\frac{x^2}{1^2} - \frac{y^2}{1^2} = 1$ ，它的兩條漸近線方程式，可以透過令 $\frac{x^2}{1^2} - \frac{y^2}{1^2} = 0$ 求得。	Ppt檔。

	<p>4 · 猜測：</p> $\text{令 } \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 0$ $\Rightarrow \left(\frac{x}{a} - \frac{y}{b}\right)\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right) = 0$ $\Rightarrow \frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 0, \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 0$ <p>得 <math>bx - ay = 0, bx + ay = 0</math></p>	<p>4 · 引導學生猜測出：</p> <p>雙曲線 <math>\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1</math> 的兩條漸近線方程式為</p> $bx - ay = 0, bx + ay = 0$	
子活動二 ↓ 驗證	<p>1 · 欲證：</p> <p>雙曲線 <math>\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1</math> 的兩條漸近線方程式為</p> $bx - ay = 0, bx + ay = 0$ <p>2 · 首先證明引理。</p> <p>3 · 證明：</p> <p>雙曲線 <math>\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1</math> 的兩條漸近線方程式為</p> $bx - ay = 0, bx + ay = 0$	<p>1 · 幫助同學確立學習目標。</p> <p>2 · 讓學生了解：</p> <p>雙曲線 <math>\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1</math> 上任一點到直線 <math>L_1: bx - ay = 0</math> 和直線 <math>L_2: bx + ay = 0</math> 距離的乘積為定值。</p> <p>3 · 讓學生了解：</p> <p>雙曲線 <math>\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1</math> 的兩條漸近線方程式為</p> $bx - ay = 0, bx + ay = 0$	Ppt檔。
子活動三 ↓ 練習一	<p>1 · 拋問：雙曲線 <math>x^2 - 9y^2 - 12x - 36y - 9 = 0</math> 的兩條漸近線方程式為何？</p> <p>2 · 解題：</p> $x^2 - 9y^2 - 12x - 36y - 9 = 0$ $\Rightarrow \frac{(x-6)^2}{9} - \frac{(y+2)^2}{1} = 1$ $\text{令 } \frac{(x-6)^2}{9} - \frac{(y+2)^2}{1} = 0$ $\Rightarrow x - 3y - 12 = 0 \text{ 或 } x + 3y + 12 = 0$	<p>1 · 幫助同學確立學習目標。</p> <p>2 · 讓學生了解：</p> <p>給定雙曲線方程式，可以求出雙曲線的兩條漸近線方程式。</p>	Ppt檔。
子活動四	<p>1 · 拋問：</p> <p>一雙曲線的兩漸近線為 <math>L_1: x - 2y = 0</math> 與 <math>L_2: x + 2y = 0</math></p>	<p>1 · 幫助同學確立學習目標。</p>	Ppt檔。

<p>↓ 練習二</p>	<p>，且通過點<math>(-2\sqrt{2}, 2)</math>求其方程式？</p> <p>2· 解題：設雙曲線方程式為<math>(x-2y)(x+2y) = k</math>  <math>\Rightarrow x^2 - 4y^2 = k</math></p> <p>因其通過點<math>(-2\sqrt{2}, 2)</math>，代入得 <math>k = -8</math>  故雙曲線方程式為<math>x^2 - 4y^2 = -8</math></p>	<p>2· 讓學生了解：  給定雙曲線的兩條漸近線方程式和雙曲線上一點的座標，可以求出雙曲線的方程式。</p>	
<p>子活動五 ↓ 老師的叮嚀</p>	<p>1· 拋問：  是否已經瞭解整套課程的三點教學目標。</p> <p>2· 導引學習方向：  (1) 如果還不是很理解，建議點選左邊選單課程內容的部分，挑選自己觀念模糊的地方再學一次。  (2) 如果沒問題了，建議點選左邊選單牛刀小試的部分，測驗一下你自己的實力。另外，如果你還有時間，可以點選左邊選單延伸活動的部分，相信你一定會有更大的收穫喔！</p>	<p>1· 幫助同學了解學習成效。</p> <p>2· 幫助同學確立下個階段的學習方向。。</p>	<p>Htm檔。</p>
<p>流程連結</p>			
<p>評量活動</p>	<p>1· 線上互動式評量</p> <p>2· 學習單</p>	<p>1· 幫助同學了解自己的學習成效。</p> <p>2· 幫助同學依照本課程所設計的教學步驟，依序學習。</p>	<p>1· Flash 動畫檔案。</p> <p>2· Doc檔案。</p>