

開放式教學法在小學數學課室之實踐： 提問策略之角色

蕭武治¹、劉祥通²

¹ 嘉義市垂楊國小教師

² 國立嘉義大學數理教育研究所教授

摘要

本研究旨在探究開放式教學法在國小數學課室實踐時，教師之提問策略。研究透過行動研究的方式，由二位研究者與三位合作教師，進入三年級的數學課室。本文設計三個非例行性問題的學習單元與行動方案，由第一研究者擔任教學，先在 A 班進行前導教學，教學後再依據研究群的觀察、座談建議與學習反應等，修正行動方案與提問策略，在 B 班進行實踐教學，據此提出建議方案與策略。研究發現：1.當問題太難或學生解題不理想時，可先討論錯誤類型並在提問中澄清、引導學生的錯誤迷失概念來當作為學生的學習鷹架。2.若是困難在於先備知識不足或缺乏操作經驗，透過提問來追問、挑戰學生，以補足學生先備知識與提供操作經驗，學習效果有明顯改善。3.配合教學媒體進行有條理與層次的提問可有效地掌控學生的學習與討論焦點。

關鍵字： 小學數學、行動研究、提問策略、開放式教學法

通訊作者： 劉祥通，e-mail：shiangtungliu@gmail.com

壹、研究背景與目的

「古之學者必有師，師者，所以傳道、授業、解惑也。」

—韓愈「師說」

在當老師以前，研究者曾有過這樣的迷思：只要做好教書工作（授業），那麼學生自然能夠體悟「道」、解迷惑。然而，從事教職之後，儘管在教學上兢兢業業，但卻也發現自己在教學時，一直是以教師為中心，並在這樣的教學模式中，灌輸孩子我們認為有價值的知識，卻忽略了關注學生知識形成的過程，也可以說是「缺乏對知識作檢驗和批判的講究」（鍾靜，2005）。

數學教學更突顯出這種「以教師為中心」的思維可能走入的困境：容易使孩子陷入只重視知識的獲得，卻無法對數學的學習產生意義與感覺；教師是授了業，卻缺乏聆聽孩子數學學習時「惑」的聲音；因為對數學望而生畏，孩子因此將失去認識數學本質（道）中「求真、求美、進而立德」（丘成桐，1999）精神的機會。

針對上述現象，教育現場也有部分伴隨改革而萌生的自省與行動：劉祥通、周立勳與黃國勳（2008）在訪談鄔瑞香老師的報導中，精彩且詳實地記錄鄔老師從傳統的講解式教學法，到重視概念理解與自我建構教學取向的轉折與心路歷程。而這種以學習者為中心的思維，使得鄔老師的教學具有開放式（open-ended approach）教學的特色：重視反思與發現、強調自然解法與討論、注重數學的連結乃至於生活的連結。

本研究起於一群小學教師想要改變教學，想對現下的教材有另一番詮釋的方法，因此由研究者擔任教學者，其餘教師共同組成研究團隊，研究採用行動研究法，藉由研究團隊的觀察與座談、文件分析與學生訪談，以及教學者的省思札記等，探究開放式教學法在小學數學課室之實踐方式與成效，以及提問策略在教學中所扮演的角色。

貳、文獻探討

一、開放式教學法

日本數學教育從 1970 年代開始，為了提升學生高度思維的能力以因應未來的挑戰，進行了「開放式教學法模式」計畫。開放式教學法強調讓學生在完善的教學計畫與開放的環境中，利用自身擁有的數學知識進行非例行性問題的解題，鼓勵學生使用自然且多樣的思考來建構概念，而非傳統地求單一答案解（Miwa, 1991），上述內涵使得開放式教學法在許多國家或地區的數學教育改革中，也一再被提及與應用（香港教育局，2006；Pehkonen, 2008）。

傳統數學教育過度強調程序性知識等封閉性問題，使得學生的思考失去彈性，無法有效地將所學應用在非學校的情境，相較之下，Boaler（1988）發現在開放（open）、有計畫地導引（project-based）中學習數學的學生，對於數學概念的理解、未來面對問題的解決能力等方面都具有一定的優勢。

Nohda（2000）指出，所謂的開放式教學法，取決將數學概念以開放的問題呈現、學生能夠開放地發展學習活動，並在兩者和諧地交互作用下，學生解題時的數學概念與學習均呈現開放的態勢。Becker 與 Shimada（1997）更是認為開放式教學法活動即是以開放性問題來進行教學的活動，在此類教學活動中，因為可以充分發揮自身的知識、技能與思維來解決問題，學生因而成為學習的主體。

而何謂開放性問題呢？芬蘭學者 Pehkonen（1999）指出“開放”即是問題的初始或者目標情境的條件不盡然完全（starting or goal situation is not exactly given），因此可能造就解題的途徑不同、得到的答案殊異的情況，但每個學生都可以在解題的過程中，利用自身的數學能力得到解題的成就與信心，此為開放性問題的特性之一。此外，因為學生能夠在解題時發揮其創意，是故開放性問題除了答案或結果，學生解題的過程更形重要，此為其特性之二。而好的開放性問題，鼓勵學生在解題中盡可能地去發現、發展不同的答案與途徑，更可以鼓舞學生創造力的發展及對問題的堅持（Kabiri& Smith, 2003）。

要將開放性問題在課堂上實施，諸多文獻都強調教師在教學活動中角色之重要性（Kabiri& Smith, 2003；Pehkonen, 1999），而為了達到開放式教學法的目標，則需設計開放性問題、課前精心設計課程計畫、課堂中有效率地安排教學流程、並預期師生與同儕間解題時的互動與反應。鍾靜（2005）認為，符應時代潮流的數學課程應讓孩子在有意義的環境中兼顧理解與熟練，課程內容和上課時數也要相輔相成，如此才能讓教師教的快樂，孩子也學的有成效。

本研究從理念、教學設計、教學實踐等均秉持上述開放式教學的精神。

二、開放課室的提問策略

Nohda（2000）認為開放式教學法應以開放式問題為中心，在課室呈現開放的學習活動，使學生解題時的數學概念與學習均呈現開放的態勢，而一個施行開放式教學法的數學課室，應強調討論與溝通能在開放與受鼓勵的氛圍下進行。

Dantonio 與 Beisenherz（2001）提出搜集策略（colleting strategy：管理特定的資訊到指認與區辨概念的屬性）、橋接策略（bridging strategy：從孤立的事實連結到一個概念的關鍵特徵）以及訂錨策略（anchoring strategy：促進分類與標籤的認知運作），以幫助教師發展有效的提問技巧。Kazemi（2008）強調教師應該在數學活動中，提供錯誤的類型（errors），以探討衝突（contraditions）與另類策略（alternative strategy）。但依研究者的觀察經驗，大多數教師上課時僅討論正確的解法或類型，忽略了錯誤的類型，殊不知錯誤類型的討論是改變與重組學生認知結構的機會。

Mason（2000）提倡的數學提問有三種模式：1. 探索（inquiring），目的是幫助學生了解與內化教學內容，2. 聚焦（focusing），目的是幫助學生將注意力放在某個特定的問題上以導引學生逐步注意到問題的特性，3. 檢驗（testing），目的是檢驗學生理解與否，有強化教學效果。

而劉祥通（2007）的研究發現進行數學提問時，如使用 Resnick（1995）複述（repetition）、回應（revoicing）、追問（question）、挑戰

（challenge）等四個技巧於數學課室中，將可協助教師提升提問與討論的品質，並且使學生的解題與反應，成為教室其他成員判斷與思考的工具，也就是讓學生的回答變成教室討論的題材，並且克服學生的迷思概念。

此外，Smith 與 Stein（2011）也強調在實踐提問與討論時計畫的重要性。透過計畫，使得教師在進行教學討論與提問前，便可在教學之初主動地預期（anticipating）學生對任務可能的回應、教學時監控（monitoring）其對問題的真實回應，然後於討論時選擇（selecting）特定對象或概念來發表與進行討論，安排（sequencing）學生以一定的順序進行發表，再將討論導引（connecting）到重要的數學概念。透過這五個精心安排（orchestrating）的實踐（practices），將能促使有效能的數學討論。

研究者認為在利用開放式教學法進行的課室中，教師的提問策略關係到後續討論的良窳以及學生的學習，對此，Smith 與 Stein（2011）所建議的五個實踐，對教師精心安排有效能的討論有相當明確的指引，如配合提問的策略與技巧進行研究，研究者認為教師可望在每一次的行動中，在教學歷程中逐漸掌握如何進行討論的選擇與安排。

參、研究方法

本研究起於研究者對現有課程、教學的反思，為了驗證開放式教學法在教室情境脈絡中進行實際教學的可行性，並允許教師與學生在教學過程中主動建構、協調磋商學習的內容與方法（黃光雄、蔡清田，2002）。因此將課程視為研究假設，研究的歷程以行動研究之計畫、行動、觀察、反省等不斷螺旋循環的過程進行，並將每一個教學單元視為一個行動循環的單位，每一個行動循環均進行前導與實踐教學：研究者在每一次行動之初便擬定教學計畫與行動策略，之後進行前導教學，並依據研究團隊的觀察、座談，課室的影音資料、學生的學習反應等，做出修正，再把此修正落實於實踐教學。最後，研究團隊針對實踐教學評估策略施行的成果，將行動中形成的問題作為下一個行動開始的依據與參考。

這樣循環的研究過程，自 2012 年 3 月 5 日開始，共進行六週三個學

習單元，在研究的過程中，研究者採 Smith 與 Stein (2011) 之建議，在課前準備時即主動預期學生對問題之回應，並在教學時監控其回應、討論時選擇特性對象或概念進行發表與討論，並且能夠在課室中運用提問的四個技巧，以複述、回應、追問、挑戰其發表與討論，最後在提問中導引學生至該教學單元的重要數學概念。而研究團隊從資料的蒐集、課程實施、方案策略的演變等，將透過觀察、對話與座談，給予研究者建議、批判、與回饋，協助研究者進行反思與後續教學提問的修正。

一、研究架構與步驟

本研究架構主要由三部分組成：文獻探討、施行課程行動研究、研究報告的撰寫。研究者依照教學進度設計課程，並循環進行研究歷程，研究有三個行動方案：前兩週進行第一個行動方案；第三、四週為第二個行動方案；最後兩週為第三次行動方案。每一個方案的實踐歷程都是先在 A 班施行前導教學，進行修正，再於 B 班進行實踐教學。

本研究之開放式課程自 2012 年 3 月 5 日開始，連續進行六週，實施期程如下表 1。

表 1：本研究之實施期程

時間(月日)	0305	0312	0319	0327	0402	0410
教學進度 (開放式問題)	小數概念與表徵		小數與面積		小數與容量	
教學對象	A 班	B 班	A 班	B 班	A 班	B 班

而研究的行動方案在實踐時，整個歷程是環環相扣且循環的，每個方案從提出問題開始，之後研擬策略採取行動，研究團隊於座談中再依據行動的觀察提出省思評估，最後針對行動做出建議與修正，並提出行動中遭遇的問題以進入下一循環。在研究過程中，研究團隊的對話、省思、辯證是不斷進行的。本研究之研究步驟如圖 1。

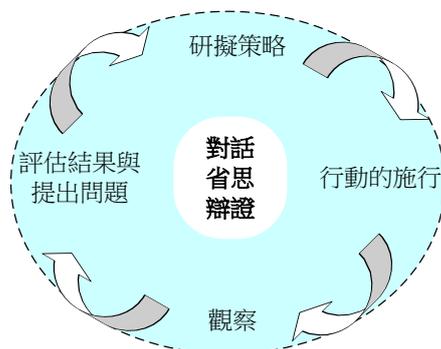


圖 1：本研究之行動實施步驟

二、研究工具

本研究之研究者是開放式教學法的教學者與實踐者。林佩璇（2002）認為教師個人的積極投入是參與行動研究的要件，教師並且對行動做技術、實踐、與批判的反省。又，在質性研究的派典中，研究者本身即為研究工具（黃瑞琴，1991），因此研究者本身的觀察、詮釋的立場與角色顯得非常重要，茲說明如下：

研究者認同以學生為中心的教學理念，並且認為在開放、自由的數學課室中，教師可藉由良好的提問技巧來瞭解學生到底學到了多少，學到了什麼。以此理念進入現場，研究者將盡可能以學生為中心進行教學考量，營造「開放」的數學課室。

研究者樂於自我調整與反省，並透過與同儕對話，參與數學社群，來檢視自我，改進教學。當以此心態進入現場，研究者將試著去尋求研究團隊的支援，並對團隊的建議與批判，自我反思與尋求解決之道。而在研究所的進修與教學的經驗，使研究者進入現場時，可以更專業、理性地洞悉學生的學習問題，理解學生的反應，進而調整教學策略，協助學生建構帶得走的知識與能力。

此外，研究者在本研究中同時是課程研究的發展者、行動研究者，並且與研究團隊形成共識，使其成為本研究「批判的朋友」（a critical friend）（Carr&Kemmis, 1986），以提高研究之信效度。

三、研究對象及場域

本研究主要在快樂國小（化名）校園進行，該校三年級共 6 個班，每班約為 28 名學生，學生在升上三年級前，做過常態編班的抽籤，學生的學習能力可視為具有同質性，本研究場域主要在校園與課室。

本研究以立意取樣選取研究對象，選擇該校三年級 A 班作為前導教學對象，B 班則為實踐教學對象，兩班均採異質性分組教學，每組均約 4 至 5 名學生。由於研究者已在國小中年級任教達 7 年，對中年級數學課程相當熟悉，也對該階段學生的認知發展有一定的認識，因此選擇三年級作為研究對象。而為使教學更有效能，學生能產生更有意義的學習，研究者於是成為課程發展的行動研究者，每週以開放式教學法進行一節數學課，課後研究團隊再以一小時討論行動方案與研究發現。

四、開放式的非例行性問題

- (一) **學生先備知識**：三年級上學期的最後一個單元，在具體情境中，學生已初步認識 20 以內真分數的意義（能力指標 N-2-09），而三年級下學期第二單元「小數」，接續其對分數的認識，主要在使學生「能認識一位小數，並且能做比較、加減與整數倍計算」（能力指標 N-2-13）。本研究在施行開放性問題前，教師依課程進度，均已先對相關的小數單元進行基本概念（三年級下學期，康軒版，課程進度依序為小數、周長與面積、以及容量）教學。
- (二) **非例行性問題之提出**：本研究之開放式問題主要依據 Becker 與 Shimada（1997）之建議改編自課本與習作：第一次行動方案原教學內容是請學生在十格板中回答「塗色部分代表小數多少？」，經研究團隊討論修訂為「表徵 0.4 以及 $2 - 0.4$ 」兩個問題；第二次行動方案原教學內容是請學生在有刻度的尺上標示 0.8，為配合周長與面積單元，經研究團隊討論修訂為「在 2 間教室裡找到 0.8 間教室」；第三次行動方案的問題，在課本與習作上容器有標示刻度，研究團隊討論後則決定將刻度拿掉，但仍是希望學生能透過實測經驗，認識公升與毫公升之關係（分年細目 3-n-14）。因此本研究雖然利用開放性問題進行教學，但仍依照教學進度、課

程目標進行課程設計與提出問題。

五、研究團隊與資料蒐集

本研究之研究團隊共有五人，包括研究者（第一研究者）、B 班導師秀老師、合作教師洪老師與蔡老師、數學教育學者專家劉老師（第二研究者）：秀老師的角色主要在協助對 B 班做異質性分組，並且在研究者教學過後進行資料詮釋時，對研究者的詮釋提出看法與建議；洪老師以其曾參與教師專業發展評鑑的經驗，給予研究者許多教學上的寶貴建議，以及在進行資料詮釋時，給予研究者批評及建議；蔡老師畢業於師範院校數理系所，其角色是協助校正研究者的教學方式是否符合「開放」的精神、提問策略在課室的執行、教學時傳達的數學概念是否完整正確；劉老師在大學任教，是本論文的第二研究者，除參與教學觀察外，也不時對研究方向、提問策略提出建議，提供研究者相關文獻資料，並且對研究者蒐集的資料與資料分析給予考驗、質詢、驗證等協助，是研究進行三角校正重要的一環。

本研究之資料蒐集工作主要為：每一次的教學進行錄影與錄音、研究團隊教師之課室參與觀察、學生工作單、研究者教學札記與省思、研究團隊座談、學生訪談等。

六、資料分析

為了增加本研究的可信賴度，研究者將盡可能忠實呈現原始資料來進行現象的描述，並利用多種觀察（訪談、工作單、觀察等）等不同來源的資料，以及研究團隊提供之觀察及建議，進行資料交叉比對的三角校正；而又因為本研究資料的蒐集是循環的，並且在蒐集資料的過程中便不停地進行分析，是故可對資料做持續比較的檢驗。

資料蒐集後，研究者首先便將資料做轉譯與閱讀，然後對資料進行編碼工作，各原案編碼方式如表 2，只是本研究提問之分析單位將以整個情境脈絡為考量，亦即問答將呈現師生提問與討論時的原貌。

編碼完成後，研究者即對資料做分類歸檔，並與研究團隊進行討論，將資料作持續比較與三角校正來評鑑資料的合理與適切性，再以多元的觀

點詮釋教學時所發生的現象。

表 2：資料編碼

編碼	代表意義
20120405 洪觀	代表 2012 年 4 月 5 日洪老師的觀察資料
20120405 蔡座	代表 2012 年 4 月 5 日的座談時，蔡老師提供之意見資料
20120405 省	代表 2012 年 4 月 5 日，研究者的省思資料
T	課室的師生對話中，代表教師
SB05	課室的師生對話中，代表 B 班學生 5 號的回答

肆、研究結果與討論

本研究主要依據課程進度，依序設計四個開放式問題（第一次行動方案有兩個問題，其餘行動方案都只有一個問題）進行教學，且都是與小數概念相關的非例行性問題，分別是：小數概念與表徵、小數與面積、小數與容量。每個方案的形成都來自於前一個方案執行時，教學者遭遇的困難與自省、研究團隊的觀察與座談建議，並參考學生的學習反應後，所提出的建議方案與策略。

一、第一次行動方案的教學實踐與發現

為落實讓「學生成為學習的主體」的理念，研究團隊認為在教學活動實際進行時，應鼓勵學生進行討論與發表，因此設計了兩個開放性問題，並將「教師的提問策略」定成為本階段行動的重點。

（一）為有效引導學生進行討論，以及更有效能地提問，教師教學時布題的進行應一題一題進行，**一題一題提問**，一次只讓學生進行一個問題的提問與討論，提問完才往下一題做（20120305 座）。而學生每次在討論完成後，一律將小白板交至黑板前陳列，擺好之後，各組派一個代表輪流上來解釋，然後請別組複述他講的，要確定每一個人都會了，再繼續往下一個，這時四個提問策略，你應該就可以做了（20120305 蔡座）。

（二）利用教學媒體掌控教學節奏：研究者進行前導教學時，提問與討

論進行時的時間掌握不如預期，導致教學時，教師無法確實掌握教學節奏。因此於研究團隊的建議下，在實踐教學時設計教學投影片，以 Becker 和 Shimada (1997) 建議之開放式教學流程（介紹問題 → 理解問題 → 解題時間 → 發表時間 → 統整時間）將活動內容與重點利用投影片循序呈現，並藉此進行討論的總結。

- (三) 對討論的結果進行複述與回應：當以上述兩點技巧與原則掌控教學節奏後，教學者將可藉由適切的提問幫助學生成功地表徵問題，研究者並在討論出現教師預期 (anticipating) 的反應時，盡可能讓學生對討論的結果進行複述與回應，以提升學習效果：

原案 1 (20120312 教師統整「表徵 0.4」對話)

01 SB05 : 10 塊其中的四塊。

02 T : 有人說「10 塊其中的四塊」，你呢？

03 SB03 : 一塊把它平分成 10 塊，10 塊裡面有 4 塊，然後那 4 塊就是 0.4 或 $\frac{4}{10}$ 。

04 T : 有沒有清楚一點的，都是「塊」...有沒有誰可以把它說清楚一點的？我們不要都只有用「塊」（台下出現不少「大塊、小塊」的聲音）。來請說.....

05 SB03 : 用一大塊蛋糕，然後平分切成 10 小塊，裡面的 4 小塊就是 0.4。

- (四) 提問教學的困難與反省：討論時，究竟是要讓解題表現好的先發表與提問？還是讓解題出現錯誤概念的先進行發表與提問？在表徵「0.4」的問題中，B 班解題表現從非常精確地用文字和圖形表徵，到錯誤迷思概念都有。研究團隊認為教學者如果留意提問的順序，甚至解題表現不理想的組別發表時，**教師找表現最好的組來修正不理想的發表，並且請原組把修正的話複述一次**（20120312 劉座），將使問與答的品質更佳提升。NCTM (1991) 認為數學教師的專業決定：什麼時候要澄清爭議？什麼時候要引導？以及什麼時候給學生向困難奮鬥 (struggle with difficulty)？研究團隊鑒於提問教學的確有很多的考慮，而以上三個問題很難簡短回答，因此定為第二次行動方案的目標。

二、第二次行動方案的教學實踐與發現

第二次行動方案的目標，在於探究當面臨有難度的開放性問題，在附錄的問題 3 中，給定 2 間教室有 40 格，請問 0.8 間有幾格？研究者在課前準備時即已預期大部分學生對問題可能之錯誤類型（8 格）與回應，因此教師在給學生困難挑戰時，將在提問中討論與澄清學生的錯誤概念來為學生搭建學習的鷹架。

（一）以學生的錯誤解題成為提問與討論的素材：對於學生在課堂中呈現的錯誤與迷思概念，研究小組認為：錯的要盡量拿出來談，因為在小組討論裡面，有一些小朋友是不出聲音的，儘管他所在的組別解題表現良好，可是成員中多少存在有錯誤概念的人（20120312 座）。因此將針對錯誤解題，在提問中逐步搭建、澄清學生的概念，最後由正確解題者進行解題策略的分享與學習的統整。

原案 2（20120319 A 班第一組發表與提問對話）

- 01 T：他們畫的 8 格（指第一組，圖 2，直接數 8 格當作 0.8）
和你們畫的 8 格（指第三組，圖 3，將 2 平分找出 1 後，再數八格找 0.8）有什麼不一樣？
- 02 SA23：面積一樣，周長不一樣。
- 03 SA01：大小都一樣。
- 04 T：什麼大小？（追問式提問）
- 05 SA01：就是那個…… 一格一格的，他有八格，他也有 8 格。

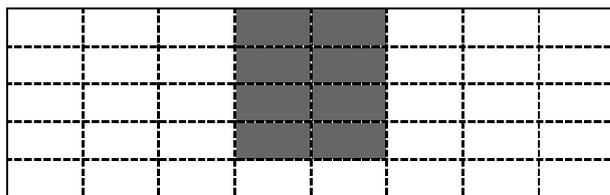


圖 2：A 班第三組在 2 中數八格找 0.8 之示意圖

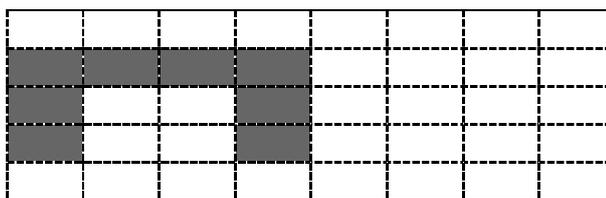


圖 3：A 班第一組將 2 平分找出 1 後，再數八格找 0.8 之示意圖

在教學者的追問 (question) 下，當學生意識到不管是直接找八格 (完全不考慮 2 間教室)，或者是先找到 1 間教室再畫 8 格，竟然得到相同的結果，而產生認知衝突時，研究者再則利用解題正確的組別，說明他們如何在 1 間教室中找到 0.8。

原案 3 (20120319 A 班第二組發表與提問對話)

01 T：我們請 SA01 把你的想法說一遍。

02 SA01：這裡有 40 格，所以它是不是有 2 間教室，所以要先除以 2。

03 T：除以 2 之後變幾格，SA13？

04 SA13：…… (沈默 5 秒)，20 格。

05 T：20 格是幾間教室？

06 SA07：1 間。

07 T：好，請 SA01 繼續。

08 SA01：那個 0.8 就是 10 份中的 8 份，有 20 (格)，所以 8 有 2 份，所以乘以 2 (有 16 格)。

為了給學生回應與修正的機會，Kazemi (2008) 主張採取暫時不告訴學生錯誤的答案或理由，而是先藉由學生已有的經驗與知識，來修正他們自己的困惑。教學者藉由請解題表現最好的第二組，以及前面的錯誤類型當作鷹架，進行概念澄清，並且在提問過程中找其他學生複述，教師再給予回應，以進行最後的統整工作。然而儘管 A 班第二組在追問與討論下，能夠逐步釐清與說明解題過程，但對於大多數學生來說，問題可能高出學生能力太多，以及學生對問題的操作過於陌生，導致教師搭的鷹架效果有限 (20120319 蔡觀)，比如大多數學生仍然難以將 20 等分的 2 小格，看成 10 等分的 1 小格。

(二) 當大部分的學生在教師的引導下仍然有理解與解題困難，研究團對建議進行問題的討論前可先由教師提供的錯誤類型來做為提問與討論的素材：此一作法和第一點做作法一樣，均利用錯誤類型來製造認知衝突的情境，然而學生是在教師事先設計好的問題中逐步被提問，並且在提問中追問、挑戰其發表與討論下構建學生學習的鷹架（原案 4），之後再將時間交給學生，請他們繼續問題的討論，在接下來的討論裡，多數組別都能夠正確地表徵 0.8 間教室是 16 個格子（原案 5）。

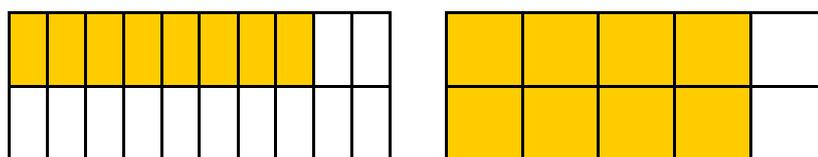


圖 4 哪一個圖形代表 0.8？

原案 4（20120319 B 教學對話）

- 01 T：這個（指圖 4 的左邊圖形）是 0.8 條巧克力？
（是與不是的回答都有）
- 02 T：你覺得是不是？（點 SB12 回答）
- 03 SB12：不是，因為它沒有分成 10 條（份）。
- 04 T：它沒有分成 10 份，所以它不是（0.8），還有嗎？
- 05 SB14：它分成 20 份。
- 06 T：還有沒有覺得它是（0.8）的？
- 07（沈默 3 秒）
- 08 T：那這個（指圖 4 的右邊圖形）是 0.8 嗎？
- 09（異口同聲回答是）

原案 5（20120319 B 班第四組發表與提問對話）

- 01 T：這裡不是 10 格對不對（1 間教室有 20 格）？怎麼辦？不是 10 格怎麼辦？
- 02 SB08：再切……
- 03 T：大家覺得再切對不對？

(其他人都回答不對，要合起來)

04 SB12：啊，我知道了，這 2 個一格，這 2 個 1 格……

(SB12 將 2 小格圍起來合併成 1 格)

(三) 提問教學的困難與反省：第二次行動的問題對學生來說容易發生錯誤概念，當教師如果察覺問題難度過高，應可在教學進行前，先行替學生補足先備知識或操作經驗 (20120328 座)，而 Mason (2000) 所提倡的探索式提問，即是引領學生從內層推向外層的理解，包括補足先備知識或經驗，以幫助學生了解問題與內化教學內容。此行動與作法可成為第三次行動研究的目標。而在解開放性問題時，鼓勵學生百花爭鳴地提出想法，尤其是遇到具有挑戰性的問題，更可以藉由鼓勵每位學生提出解題想法，如：個人已想到的是什麼？待解決的是什麼？來作為成員間繼續討論與對話的素材 (20120328 座)，此外，教師適時地參與討論，提出質疑，對成員間的討論將有促進與提升的效果。

三、第三次行動方案的教學實踐與發現

當學生面臨有難度的開放性問題，除了主動預期學生對問題之回應，研究團隊認為在複述、回應、追問、挑戰等提問技巧中，先行補足學生的先備知識或操作經驗，或可提升討論與提問之品質，因此第三次行動方案將著重在提問的過程中協助學生建立學習的連結，以及補足學生需要的先備知識後，學生的學習的連結與解題表現。

(一) 在實踐教學進行時，教學者先進行約 10 分鐘的教學，以補足小數的分解與合成的知識，例如，追問 1.2、1.4、1.6、1.8、2.2、2.4 等小數的一半是多少等問題，之後再進行開放式問題的解題與討論，補足先備知識後，學生能利用簡單的倍數關係決定倒入的飲料罐數 (附錄問題 4. 一罐養樂多的容量是 100 毫升，總容量是 2.4 公升)：

原案 6 (20120402 B 班第三組討論對話)

(該組在 2.4 公升的容量中找 1.4 公升的刻度的問題上，利用 2.4 的一半是 1.2，再將 1.2 折半而先找到了 0.6)

01 T : 你(們)找出 0.6 了是不是?

02 SB03 : 找到 0.6 了啊!

03 T : 然後呢?

04 SB03 : (將 0.6) 再平分成 3 分, 就會是 0.2, 把 0.2 和剛才的 1.2 加起來就會是 1.4。

(二) 理解簡單的倍數關係後, 學生嘗試進行動手操作: 第一組在決定要在 2.4 中找 1.2 後, 便在 0 到 2.4 間, 真的在工作單上做「對折」, 第三組也透過兩次對折, 在工作單上找到 0.6 (20120410 洪、蔡觀), 研究團隊認為學生在發表作法後, 如果能夠將作法與小數的倍數概念作連結, 便有能力在操作中解決某些問題 (20120410 座)。

(三) 提問教學的困難與反省: 提問是否有效地幫助學生理解數學是很難斷定的。例如, 你能利用畢氏定理來解此問題嗎? 這樣的提問, 意圖 (intention) 是對的, 但這樣的提問直接告訴了學生方法, 不是逐步地幫助學生解題; 如果改問“你是否解過類似或相關的問題”, 喚起學生的舊經驗, 才能實質上幫助學生解題 (Polya, 1957)。在進行補足先備知識的教學時, 如果給予學生更多的時間進行討論、實際操作、教學澄清與整理, 對於其後續的學習成效將更有助益, 並且也不致於壓縮開放式教學討論的時間 (20120410 洪、蔡座), 且如果在教學前先為學生補足先備知識, 並且持續地追問、挑戰他, 則在實踐教學中可看到學生在理解問題, 而且看到問題中呈現的倍數關係後, 開始動手操作, 並在操作中獲得倍數的理解。

肆、結論與建議

根據上述的研究結果與討論, 本文分別做出如下的結論與建議。

一、結論:

本研究提供非例行性問題給學生解題, 學生的初始解題表現是差強人意的, 教學者以提問教學試圖幫助學生理解問題的核心與達成解題目標,

歷經三次行動方案的教學實踐，以及團隊的討論，本文有下列幾點結論：

- (一) 當問題太難或學生解題不理想時，可先討論錯誤類型並在提問中澄清、引導學生的錯誤迷失概念來當作學生的學習鷹架：當教師確立清楚、特定的教學目標，做好教學計畫，並且在學生解題的過程中，監控（monitoring）到孩子出現的迷思概念，一旦孩子遭遇較有難度的問題時，在選擇（selecting）與安排（sequencing）討論順序時，本研究嘗試由學生錯誤與迷思概念開始，將學生的錯誤類型作為課室討論的素材，並透過提問技巧進行討論，來為學生搭建學習的鷹架。此作法在學生的學習誌上可看到正面的效果與回應，多數學生能在學習誌中正確寫出當天教師所傳達的數學概念，學生 SB24 在「今天學到什麼？」的學習誌問題中寫下「哇！這個好難喔！啊！我懂了」，SB17 與許多學生則覺得「上數學課很好玩」。
- (二) 若是困難在於先備知識不足或缺乏操作經驗，策略是先透過提問來追問、挑戰學生，以補足其先備知識與提供操作經驗：Skemp（1982）指出，對於許多兒童來說，心理物件（mental objects）是不存在的，他們必須習操作替代物件（substitute objects）。因此 Skemp 提出這樣的建議：給兒童具體地實施方案（physical embodiments）以幫助學生學習數學概念。當學生對問題缺乏操作經驗，或者先備知識不足，教學者在第三次行動的前導教學中，或可透過教學經驗、提問技巧（以做出正確解答的第三組為討論的素材）進行教學，然而學生仍因先備知識不足而有學習的困難（20120402 洪、蔡觀），即使在課後為 A 班補足先備知識，然而此時的教學嚴格來說，應稱為「補救教學」，而學生因為之前的挫敗經驗，所以容易對這個單元的學習產生畏懼、覺得困難等負面的情意。但如果在教學前先為學生補足先備知識，則在實踐教學中可看到學生在理解問題，而且看到問題中呈現的倍數關係後，開始動手操作，並在操作中獲得倍數的理解，更因為動手操作，覺得上課「很好玩」後，將形成良性的循環。因此當教師能夠協助孩子擁有對問題進行推理的知識和重要概念（如補足先備知識、進行實際操作），那麼教師將可在進行討論時更有效率，學

生也能在討論時獲得理解，甚至是對數學意義化（sense making）。

（三）配合教學媒體進行有條理與層次的提問，可以更有效地掌控學生的學習與討論焦點：此外，研究者在教學時利用事先準備的簡報，一步一步循序進行討論與提問，研究團隊一致認為這樣能有效集中學生的注意力、學習與討論的主軸，使課室的討論與提問能夠順利展開，如同陳淑娟和劉祥通（2002）的研究，利用小白板幫助學生聚焦在討論的問題，發現這樣的學習是有效果的。再者，小數與位值概念有密切的關係，Schwartz（2008）對於教小數單元的具體建議是多利用教具當作教學媒體，以幫助學童建立小數的位值概念。例如，透過方塊（blocks）、面板（flats）、積木條（columns）以及小立方塊（cubes）等教具，分別代表個位、十分位、百分位、以及千分位，並且給學生建立相互連結的機會。

總結：儘管建構取向教學將學生視為學習的中心，然而這並不代表教師在課堂上失去了主導與規劃的角色。相反地，教師更應該用以學生為中心的觀點，進行教學設計，精心安排課室中學生的討論與發表，提供孩子學習的鷹架與挑戰機會，以協助孩子建構與累積新的知識。

二、建議

針對開放式教學實踐合作探索研究，根據實作經驗與研究結果，研究者之建議如下：

（一）在教學之初掌握課程與教材脈絡，才能正確回應與提問學生：當「教師即是研究者」，對孩子最熟悉，每天浸淫在課程的教師，只要願意付出「行動」，絕對是最有能力、資格為自己課程改善做出貢獻的一方。至於行動該從何開始？研究者在此次研究中，一開始僅就開放式問題的設計、教學內容進行教學準備，然而實際進行教學活動時，卻感受到：教師如要在教學討論時預期學生如何解釋（interpret）問題、為其回應做出準備，並且在提問時判斷究竟該採取何種策略，來達到課程預定的目標，那麼在就應該

在教學之初掌握課程與教材脈絡，再來做教學準備與進行教學設計。

(二) **鼓勵學生發問與建立假設**：教師應經常期盼與鼓勵學生在數學課室多提出問題 (raising questions) 與形成假設 (formulating conjectures)，此做法雖有失敗的風險，惟其如此，才能獲得智慧的產權 (NCTM, 1991)。本研究教學者以行動研究探索開放式教學在課室實踐，因為問題的開放、課室發言機會的開放等，教學者因此隨時為自己的教學做出調整與因應，以期在討論與提問中達到教學目標。但本研究只做到教學者提問，鼓勵學生多發表意見，尚未做到鼓勵學生提出問題與形成假設的階段，研究團隊建議下一個研究階段，鼓勵學生形成假設，然後驗證自己建立的假設，以達到”把數學教室當成實驗室”的境界。

(三) **以具體操作活動連結抽象符號與數學概念**：最後，教師在數學課室，應提供孩子足夠的具體操作經驗，當擁有足夠具體操作的機會，則學生可望在具體操作中澄清概念，並且將具象經驗與抽象的數學概念做連結，特別在小學階段，使用非正式 (informal)、或過度式的記號 (transitional notation) 當作橋梁，以幫助學習約定俗成的正式的數學符號，將更可以協助其由具體運思過渡至形式運思 (Skemp, 1982)。NCTM (1991) 也建議數學教師應該學習決定何時 (when) 與如何 (how) 將數學記號 (mathematical notation) 與語言 (mathematical language) 貼近學生的想法。也就是強調既然數學概念是抽象的，何時引入數學記號與數學語言?如何引入? 值得教數學的老師深思。

誌謝：

感謝國科會計畫的贊助 (NSC 98-2511-S-415-003-MY3; NSC-102-2511-S-415-015)，也感謝二位匿名審查人提供寶貴的意見。

參考文獻

丘成桐 (1999)。數學的內容、方法和意義。數學傳播，23 (1)，3-7。

- 林佩璇（2002）。行動研究在課程發展中的理念與實踐。《課程與教學季刊》，5，81-96。
- 香港教育局（2006）。多元化評估模式和策略（小學數學科）。線上檢索日期：2013年8月23日。網址：<http://www.edb.gov.hk/tc/curriculum-development/kla/ma/res/pri/assessment.html>
- 陳淑娟和劉祥通（2002）。國小班級數學討論活動可行方案之探討。《科學教育學刊》，10（1），87-107。
- 黃光雄、蔡清田（2002）。《課程設計—理論與實務》。台北：五南。
- 黃瑞琴（1991）。《質的教育研究方法》。台北：心理出版社。
- 劉祥通（2007）。《分數與比例問題解題分析—從數學題問教學的觀點（增訂一版）》。台北：師大書苑。
- 劉祥通、周立勳、黃國勳（2008）。從鄔瑞香老師的數學教學前瞻開放式教學在本土實踐的可能性。《科學教育月刊》，315，19-29。
- 鍾靜（2005）。論數學課程近十年來之變革。《教育研究月刊》，133，124-134。
- Becker, J., & Shimada, S., (1997). *The open-ended approach : A new proposal for teaching mathematics*, Reston, VA : NCTM.
- Boaler, J. (1988). Open and closed mathematics : Student experiences and understandings. *Journal for Research in Mathematic*,. 29(1), 41-62.
- Carr, W. & Kemmis, K. (1986). *Becoming critical : Education, knowledge and action research*. London, UK : Falmer Press.
- Dantonio, M., & Beisenherz, P. C. (2001). *Learning to question, questioning to learn : Developing effective teacher questioning practices*. Boston, MA : Allyn and Bacon.
- Kabiri, M. S., & Smith, N. S. (2003). Turning traditional textbook problems into open- ended problems. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 9(3),186-192.
- Kazemi, E. (2008). Discourse that promotes conceptual understanding. In P. C. Elliott, & C. M. E. Garnet (Eds.), *Getting into the mathematics conversation : Valuing communication in mathematics classroom* (pp. 53-61). Reston, VA : NCTM.
- Mason, J. (2000). Asking mathematical questions mathematically.

- International Journal of Mathematical Educational in Science and Technology*, 31(1), 97-111.
- Miwa, T. (1991). A comparative study on classroom practices of mathematical problem solving between Japan and the US. *Sukuba Journal of Education Study in Mathematics*, 1081-84.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA : The authors.
- Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics mlassroom. *Proceedings of the PME-24 Conference (eds. T. Nakahara & M. Koyama), Vol.1,39-53*. Hiroshima University (Japan).
- Pehkonen, E. (1999). *Open-ended problems : A method for an educational change*. Paper presented at the International Symposium on Elementary Mathematics Teaching(SEMT 99). Prague : Charles University.
- Pehkonen, E. (2008). *Problem solving in mathematics education in Finland*, Retrieved on 23 August, 2013 from the World Wide Web : www.unige.ch/math/EnsMath/Rome2008/WG2/Papers/PEHKON.pdf
- Resnick, L. B. (1995). Inventing arithmetic : Making children's intuition work in school. In C. A. Nelson (Ed.), *Basic and applied perspectives on learning, cognition, and development* (pp.75-101). Mahwah, NJ : Lawrence Erlbaum Associates.
- Smith, M. S., & Stein, M. S. (2011). *Five practices for orchestrating productive mathematics discussions*, Reston, VA : NCTM.
- Schwartz, J. E. (2008). *Elementary mathematics pedagogical content knowledge*. Boston, MA : Allyn and Bacon.
- Skemp, R. (1982). Communicating mathematics : Surface structures and deep structures. *Visible Language*, 16(3), 281-288.

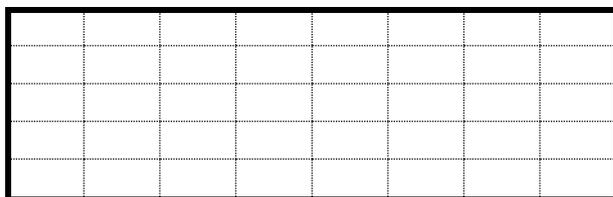
附錄一 開放性的非例行性問題

第一次行動：小數概念與表徵

1. 請用圖畫或者文字（寫字）表示什麼是 0.4？
2. 用畫圖表示出 $2 - 0.4$

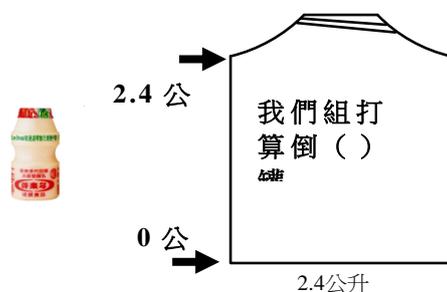
第二次行動：小數與面積

3. 快樂國小未來的新圖書室有兩間普通教室那麼大。老師打算在未來的圖書室，規劃出 0.8 間普通教室大小的空間來做閱讀樹屋。請在下面圖書館的平面圖中，幫助老師規劃閱讀樹屋（用紅色圍出樹屋範圍，用藍色在樹屋的範圍塗上顏色）。



第三次行動：小數與容量

4. 一罐養樂多的容量是 100 毫升，十罐的容量是 1 公升，討論你們組打算在下面 2.4 公升的瓶子裡倒幾罐，以及如何知道這些罐數的養樂多倒進去會到瓶子的哪裡？試著說出你們的想法與作法？



The Practicing of Open-Ended Approach in Mathematics Classes of Elementary Schools : Role of the Questioning Strategy

Wu-Chih Shiao¹、Shiang-Tung Liu²

¹ Teacher, Chuei-Yang Elementary School of Chiayi City

² Professor, Graduate Institute of Mathematic & Science Education, National Chiayi University

The aim of this research was to study the open-ended questioning strategies that teachers adopted in elementary school mathematics classes. By using action research, two researchers and three teachers collaborated to aid third grade students' mathematics practice. This study involved three non-routine mathematical units and three corresponding action plans. The first researcher took on the job of teacher for class A. After discussion with the other researchers, he modified his teaching and questioning strategy based on observations of class A student responses in order to apply a new questioning strategy in class B. Based on the analysis of class B, suggestions and recommendations were proposed. Findings are that : 1) When the tasks were too difficult to obtain good responses from students, the discussion of students' errors and questioning approach allowed for scaffolding of students' leaning; 2) A lack of preliminary knowledge or hands-on experience was the main cause for learning difficulties; increasing preliminary knowledge and hands-on experience through question and challenge skills of questioning approach beforehand could significantly improve learning; and 3) Organized and sequential questioning approach with instructional media plays an important role in focusing a discussion topic while also enhancing learning effects.

Keywords : elementary school mathematics, questioning strategy, action research, open-ended approach

Corresponding author : Shiang-Tung Liu, Email : shiangtungliu@gmail.com

