

# 九年一貫之數學領域課程設計

鍾靜 國立台北師範學院數學教育學系

## 一、緒言

- 1.九年一貫課程強調“統整課程”及“學校本位課程”。
- 2.數學領域之具體回應：
  - (1)重視兒童為學習的主體。
  - (2)以連結主題呼應。

## 二、範圍

- 1.本學習領域課程包括數與量、圖形與空間、統計與機率、代數、連結等五個主題。
- 2.彈性課程可安排生活數學(特色課程)、數學月(學校層級課程)、數學步道(學年或班群層級課程)、數學闖關遊戲(班級層級課程)、數學金頭腦……等。

## 三、基本想法

### (一)數與量

本主題又分為「數與計算」、「量與實測」和「關係」三個子主題。

#### 1.數與計算

此部份包含非負整數、分數、小數、概數等概念及其計算，這些都是日常生活中需要用到的知識。數的概念要透過數字、符號或聲音，才能表達與溝通，而這三者之間的連結需要透過說、讀、聽、寫、做的活動來掌握。計算並不一定要以算則的方式進行，只要是正確的計算型式都應該被認可，而且能養成用電算器或電腦來解決繁雜的計算問題之習慣，並能運用估算的能力於生活中。

#### 2.量與實測

此部份包含長度、重量、容量、時間、角度、面積、體積等生活中常用的七種量，兒童對這些量(除了時間)概念的認知發展形成都要經歷下列五個階段才算完整：1.量的初步概念。2.量的間接比較。3.個別單位的描述。4.公制單位系統內的認識與換算(化聚)。5.量的公式概念(只有面積和體積有此階段)。

- (1)初步概念：透過感官感覺一個量；能對兩個同類量作直接比較；能以整體、合成複製的方式複製一個量；利用刻度尺描述一個量。
- (2)間接比較：對無法直接比較的兩個同類量，透過複製一個媒介量，利用此媒介量與另一量進行直接比較，並把比較的結果推論成原兩量比較的結果(含量的保留概念、量的相等、大小的遞移律)。
- (3)個別單位：從等量的合成、複製的結果來描述一個量，並進行比較。能利用普遍單位之描述，對兩個同類量進行加、減、乘、除運作。認識各類量的基本普遍單位(如長度的米、厘米、千米；容量的公升、分公升、毫公升、千公升；重量的克、公斤、千公斤；面積的平方厘米、平方米、百平方米、千平方米；體積的立方厘米、立方米；角度的度)。

(4)單位化聚：將用小單位描述的量，改用大單位來描述，這種運算叫做『聚』。如：12345 公尺可聚成 12 公里 345 公尺或 12.345 公里。反之則叫做『化』。如：1.65 公斤可化成 1650 公克。

(5)公式化的概念：只有面積和體積兩量有此層次，此層次的要點是用公式來描述一個特定的幾何形體的體積和面積量。此層次包括 3 個階段，以面積為例說明如下：

①利用乘法簡化點算的過程(一個長方形被多少個小正方單位所覆蓋?)。

②將平行四邊形、三角形、梯形切割重組成長方形而求算其面積(此處包含進一步將多邊形切割成幾個三角形，求算這些三角形面積後，算出其和。)

③將在①和②中求算面積的過程中，以公式描述並將這些公式整合成一個概念。(在此整合概念中，梯形是一般形，三角形可視為上底為 0 的梯形，而長方形、平行四邊形則可視為上下底等長的梯形，在這種看法下，上述各形的公式，其實是互通的。)

※建議：在某些產品的標示上，會出現英文字母的公制單位，如：m、km、cm、mm、g、kg、l、ml、cc……等，應在課程中出現，至於英制單位，如：ft、mile、inch、gallon、pound(lb)、ounce(oz)、ton 等和台制單位台尺、台市、坪則不應出現在課程中。

### 3.關係

在生活的數學題材中，除了數、量、形等較具體的數學物件外，一定會進一步去探討兩個物件間的關係，例如：數與數、量與量、數與量之間的關係等，這些都屬於此部份的範圍，至於與幾何物件之間的關係則規劃到幾何主題內，函數關係則屬於代數主題。

本主題進一步的說明詳附件一。

## (二)圖形與空間

自古以來，世界上各古文明都經由實地的觀察，實驗而總結得一套可觀的空間知識。本主題也秉持著這樣的觀點，認為圖形與空間的學習，應從學生生活經驗中所熟悉的形體入手，透過察覺、辨識、操作、實驗，發現形體的組成要素及其與形體之間的關係，進而能確立空間的基本概念，掌握空間的基本性質，進行簡單推理，學習據理而推的科學方法，進而養成日常生活中推理有據的習慣。本主題進一步的說明詳附件二。

## (三)統計與機率

在國民教育階段中，以學生的生活經驗為主，從學生感興趣的主題出發，培養每位國民應具備的統計素養；使其學會敘述統計所呈現出的數字和圖表的意義，強調圖表的表達和溝通，並了解抽樣、機率的初步概念，且能正確地運用各項統計資料於實際的生活中。

有關統計與機率的重要用語與概念如下：

- 1.報讀是指「看到資料直接讀出來」(例如：男生戴眼鏡的人數為 60%，女生戴眼鏡的人數為 28%)；而解讀是指「觀察資料」之後，依學生程度「用自己的話說出其對資料的想法」(例如：男生戴眼鏡的人數大約是女生的兩倍)。
- 2.對統計圖表的解讀只有描述的好壞沒有所謂的標準答案，重要的是能從統計圖表中抽取有意義的資訊，並能與人溝通。

- 3.評量的重點在於對資料的解讀而非統計量精確的計算。
- 4.電腦軟體的主張是教科書出版商應設計搭配教材的專用軟體，或架構在現成的商業軟體上，但要設計良好的介面，讓學生在進行學習時，不需要有電腦基礎就能利用電腦進行統計教學活動，介面的良窳決定統計電腦教學的成敗；教師手冊內應包含詳細的軟體操作和教學活動示例。
- 5.現成資料是指利用報紙、網路、機關單位公告等的現成統計圖表，直接解讀圖表中的意義，或利用所擷取的數字資料透過電腦軟體轉換成圖表再加以解讀。
- 6.鼓勵學生嘗試使用電腦軟體有兩種意義：①統計的活動有資料收集、分析與解讀，利用電腦可節省計算及繪圖的時間，讓學生集中精力在解讀資料上；②藉由電腦的快速計算可幫助學生瞭解統計與機率的深層意義。
- 7.示例僅作為分段能力指標與教學內容的溝通與說明，並未完備；圖表也只是示意，未完整標示座標軸或刻度，教學時應使用完整的圖表，並於上下文交代相關名詞。

本主題進一步的說明詳附件三。

#### (四)代數

代數的學習應從學生生活經驗中的數量關係出發探討，培養每位國民觀察數量關係並且展現數量關係的數學結構之能力。透過合理推論，發展代數思維，提昇思考層次，進而應用於生活中，提昇生活品質。本主題進一步的說明詳附件四。

#### (五)連結

數學起源於人類的需要，它經過淬鍊，儼然自成體系。不過對大多數人而言，要能與生活連結、要能與其他領域連結，所學數學才能落實，才能有助於終身學習。

所謂連結，不只是單向的數學應用。既然數學起源於需要，而理論又自成體系，情境與理論必須兩相對照，才能瞭解數學的真意。

連結的第一步在於察覺，察覺生活以及其他領域的某些情境中有數學的要素，可藉助數學觀點的切入，使情境的情景變得清晰。

連結的第二步在於轉化，把察覺到的數學要素，以數學的語言表出，把情境待釐清的問題轉化成爲數學的問題。

連結的第三步在於解題，解答轉化後的數學問題。它必須植基於數學本身的技能，有時候更要把數學的內容主題(數與量、圖形與空間、統計與機率、代數)融會貫通，這屬於數學內部的連結。

連結的第四步在於溝通，與自己以及與他人溝通解答的過程與合理性。因爲解答的是經過轉化的問題，我們必須瞭解數學語言的真意，它與一般語言的異同，我們要用一般語言與數學語言說明解題的過程與答案的屬性、合理性，使得數學式的解答有助於情境的瞭解。

連結的第五步在於評析，評析情境的轉化及其後的解題，兩者的得失，闡釋原來的情境問題，提出新觀點，或做必要的調整，同時能將問題解法一般化。

經過察覺、轉化、解題、溝通及評析後，連結完成了一周的歷程，不但有助於情境的瞭解，而且也能掌握數學的方法。一方面可增進數學素養，廣泛應用數學，提高生活品質，另一方面也能加強數學式的思維，有助於生涯中求進一步的發展。

連結的能力應配合各階段之主題內容來培養。在考慮各階段的能力指標時，可以順帶選取適當的情境，同時強調一兩個相關的連結能力。連結能力指標不分

階段羅列，但隨著階段的推移，連結的能力要愈來愈強，可處理的情境可以變得較為複雜。

本主題進一步的說明詳附件五。

#### 四、特色

(一)著重學生之學習方式和思考型態。(參考附件六、七)

(二)以“連結”主題為核心，呼應統整課程。

- 1.數學內部的連結可貫穿數與量、圖形與空間、統計與機率、代數等四個主題，強調解題能力的培養。
- 2.數學外部的連結強調生活及其他領域中數學問題的察覺、轉化、解題、溝通、評析諸能力的培養。

(三)強調能力本位

- 1.培養解決問題、表達溝通、批判分析的能力。
- 2.數學能力在解題、討論中建立。
- 3.降低技術層面，強調與情境(有數學內容)結合。

#### 五、數學學習領域實施統整課程的要點

- 1.不應為了生活與其他領域的連結而弱化了數學的學習
- 2.不應為了主題統整而勉強與其他學習領域作拼盤式的組合
- 3.在教學歷程中對某議題只有幾句話的言談或活動，都不能稱作連結或統整
- 4.要同時兼顧數學內部與數學外部的連結
- 5.能達成數學學習概念的發展與應用

#### 六、可參考的資料

(一)教育部臺灣省國民學校教師研習會出版

1.書籍部份

(1)國小數學教材分析

- 整數的數概念與加減運算
- 整數的乘除運算
- 重量和容量
- 長度
- 分數(含數線圖)《待出版》
- 面積《待出版》
- 時間(含速度)《待出版》
- 圖形與空間(平面篇)《待出版》
- 小數《待出版》
- 整數的數量關係(含多步驟問題)《編輯中》
- 比(含數線圖)《編輯中》
- 體積和角度《編輯中》
- 統計與機率《編輯中》
- 圖形與空間(空間篇)《編輯中》

(2)國民小學數學科新課程概說(低年級)

(3)國民小學數學科新課程概說～協助兒童認知發展的數學課程—中年

級—高年級

- (4)動動腦想一想—第一輯(1~4 年級)
  - 第二輯(4~6 年級)
  - 第三輯(5、6 年級和國中)

(5)數學挑戰

(6)數學領域統整課程案例《待出版》

## 2.錄影帶部份

- (1)解題溝通導向的數學教學
- (2)學校本位的在職進修—教師成長團體
- (3)群體討論文化的發展
- (4)以“統計”為主軸的統整課程之(一)—課程與教學設計《剪輯中》
- (5)以“統計”為主軸的統整課程之(二)—檢視教學中的數學概念《剪輯中》
- (6)以“統計”為主軸的統整課程之(三)—營造教學中的社會互動《剪輯中》
- (7)討論式數學教學的經營—學生發表能力的培養《拍攝中》
- (8)討論式數學教學的經營—班級討論文化的建立《拍攝中》
- (9)討論式數學教學的經營—數學教學模式的變換《拍攝中》

## (二)國立教育資料館出版

### 1.錄影帶部份

- (1)兒童認知發展與數教材處理
- (2)量與實測的認知層次
- (3)認知發展與幾何教材的處理
- (4)統計與生活
- (5)九年一貫(上)
- (6)九年一貫(下)
- (7)走出教室學數學
- (8)解題與溝通

### 2.光碟部份

- (1)火車環島走透透(CAI 光碟)

## (三)國立北師實小出版

- (1)北小數學步道
- (2)國小數學新課程親師手冊
  - 低年級
  - 中年級
  - 高年級

## 附件一：數學學習領域的精神與內涵——「數與量」主題(黃敏晃)

### 一、教材範圍

- 1.數與計算—整數、分數、小數(負數放在“代數”主題)及概數之數概念及其運算(加、減、乘、除與估算，但近似值及誤差放在“代數”主題)。
- 2.量與實例—長度、面積、體積、角度、重量、容量、時間(錢幣當作日常生活情境，不列入教材)的概念及其實例、估測和化聚。
- 3.數量關係—各種運算規律，如加乘交換律、結合律、分配律、等量公理等在具體情境中的呈現，以及各種數學物件之間的關係，如速率、密度、比、比例、百分率、ppm 等數學內部材料之連結都屬於這類教材。

### 二、教材順序

- 1.兒童能力成長—九年一貫課程以兒童的能力成長為教育目標，故各主題的教材都以能力指標方式羅列。各階段中相關的能力指標，當然可能是數量變大的擴充(如認數範圍由 N-1-1 的 2000 延伸到 N-2-1 的十萬)；也可能是兒童成熟度的增長(如 N-1-9 量的直接比較到 N-2-9 量的間接比較)，需要等待兒童在各種量的保留概念形成後，才能完成。
- 2.概念及原理的貫穿—同樣的教材，即使在同一階段中，有時也會有不同的算則及要求，但應該呈現出貫穿這不同算則的概念或原理，例如正整數的大小比較：
  - (1)(一上)比較 5 個和 8 個哪堆多時，學生拿花片表徵後，透過一對一的對應比較，可以知道 8 個那堆比較多。
  - (2)(一下)比較 15 個和 18 個哪堆多時，拿花片表徵並作一對一對應的運作，就覺得麻煩了，故算則是：由 1 唱數時，15 先唱到，18 後唱到，所以，15 個少 18 個多。(但為什麼如此?)
  - (3)(二上)比較 68 個和 72 個哪堆多時，算則是：比較兩數的十位數，十位數上的數較大者大，故 68 小，而 72 大。(但為什麼如此?)
  - (4)(三上)比較 368 和 412 哪個數大時，算則是：比較兩數的百位數，百位數較大者大，故 412 大，而 368 小。(但為什麼?)

上述四個內容的貫穿原則，其實是(1)中的一對一對應。在(2)中，數數的意思其實是將 15 個和 18 個都貼上序數的標籤，數 1 時，同時將兩堆中的第 1 個對消掉，……，到數到 15 時，兩堆都有東西可對消，而數到 16 時，一堆已經沒有東西可和另一堆對消。在(3)中，若將兩堆物件表徵成如下的樣子，則將兩堆 10 個 10 個對消，68 那堆剩下不足 10 個，72 那堆則剩一堆 10 個的，故  $72 > 68$ ，而這樣的過程可摘要成：只比較兩數的十位數。

68 個

72 個

在(4)中，將 368 和 412 表徵成如下的樣子，將 100 個 100 個對消，就是比較兩數的百位數的意思。

368      (100) (100) (100)

412      (100) (100) (100) (100)

## 附件二：圖形與空間(陳創義)

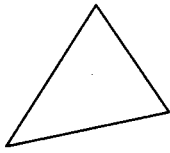
Van Hiele 的幾何思考模式

九年一貫的四階段學習特徵

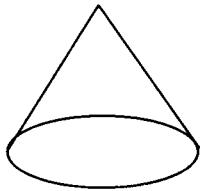
階段	一(1~3)	二(4~5)	三(6~7)	四(8~9)
學習方式	具體操作	具體表徵	類化具體表徵	符號表徵
思考模式	視覺	察覺樣式	辨識樣式間的關係	非形式化演繹

案例：

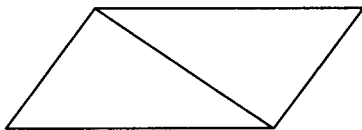
- 三角形



- 圓錐的展開



- 非形式化論證



想法：

- 學科知識      轉化      生活能力
- 工匠幾何      設計師幾何

## 附件三：數學學習領域「統計與機率」主題的精神與內涵(鍾靜)

### 一、前言——基本理念

九年一貫課程總目標強調的是能力的開拓，有別於知識的傳授；卻使數學課程顧及技術層面外，更重視連結，更強調解題、溝通等能力的培養。

國民需要培養分析資料、形成臆測、驗證與判斷的能力。

### 二、教學的趨勢

#### (一)統計部份(鄒聖馨、鍾靜，民 89)

學習統計的目的不只是單純地計數資料成爲統計量、也不是技術性的將資料描繪成統計圖，統計的真正內涵在於透過整理資料來描述現象與透過分析來解釋現象；這也就是說，若沒有描述現象與解釋現象，而只是整理資料與繪製圖表，無法達到統計的深層意涵。

近年來統計教育越來越重視資料的實際蒐集與分析解釋，並且這些動態的探究資料活動也將成爲學生學習統計的必要經驗。因此，統計教育應注重「統計思維」、「具體活動」、「真實資料」與「分析解釋」四大面向。

#### (二)機率部份(蔡文煥，民 87)

讓兒童去比較「最初的猜測」，「實驗實證的結果」，和「由機率模式所預測的結果」等三方面資料之異同，對兒童機率概念的發展是很重要的。師生須建立一個機率模式藉此來說明所蒐集的實驗資料。透過這樣的整體教學，學生之直觀概念和他們實驗的觀察結果慢慢由所建立的機率模式所調和。



### 三、教材內容的改變

#### (一)國小部份：

內容		年代		
		統計與圖表(民 64)	統計圖表(民 82)	統計與機率(民 89)
教材綱要或能力指標	一年級	1.用記號(如○、×)整理資料 2.分類與計數	1.記錄活動的結果 2.簡化紀錄 3.讀簡易的圖表(不要求規格化的型式,乃經由課堂活動中所形成的圖表)	資料分類和整理 1.能將資料做分類與整理,並說明其理由。 2.能報讀生活中常見的一維表格。
	二年級	1.用記號表示統計結果	1.把資料整理成紀錄表 2.把紀錄表整理成統計圖表 3.讀統計圖表	
	三年級	1.用畫記整理資料 2.簡易的長條圖	1.用畫記(如正…)將資料整理成統計圖表 2.畫長條圖 3.讀長條圖	
	四年級	1.簡易統計表 2.簡易的折線圖	1.讀折線圖 2.畫折線圖 3.讀時刻表與節目表	初步敘述統計 1.能報讀生活中分類資料的統計圖表。 2.能將分類資料整理成長條圖,並抽取長條圖中有意義的資訊加以解讀。 3.能解讀長條圖的各種變形。 4.能解讀現成資料之長條圖。 5.能報讀生活中常見的二維表格。
	五年級	1.平均值 2.百分圖表	1.在生活情境中,瞭解平均數和眾數的意義 2.求平均數和加權平均數	
	六年級	1.統計圖表的設計與運用 2.概率的初步介紹	2.讀圓形圖、長條百分圖 3.畫圓形圖、長條百分圖	敘述統計及機會 1.能利用統計量,例如:平均數、中位數等,來瞭解資料集中的位置。 2.能嘗試使用電腦軟體處理大筆資料的統計量計算,並加以應用。

(二)國中部份：

年代		統計與圖表(民 74)	統計圖表(民 83)	統計與機率(民 89)
年級				
教材綱要或能力指標	一年級			<p><b>敘述統計及機會(續)</b></p> <p>4.能報讀生活中有序資料的統計圖表。</p> <p>5.能將有序資料整理成折線圖，並抽取折線圖中有意義的資訊加以解讀。</p> <p>6.能解讀各式各樣的折線圖。</p> <p>7.能利用比值和百分率的概念，報讀相關的統計圖表。</p>
	二年級	資料的整理 次數分配、算術平均數、中位數與眾數、相對次數分配與相對累積次數分配(可用電算器來操作)		<p><b>統計應用及機率</b></p> <p>1.能利用統計量，例如：百分位數，來瞭解資料散佈的情形。</p> <p>2.能將資料整理成圓形百分圖，並抽取圓形百分圖中有意義的資訊，加以解讀。</p>
	三年級	<b>機率與統計</b> 實驗機率(注重實際操作)、理論機率(不涉及樣本空間等正式名詞)、如樹狀圖之簡單機率計算(不含任何涉及排列組合之資料)、抽樣調查的意義	資料的整理與機率 次數分配、算術平均數、中位數與眾數、相對次數分配與相對累積次數分配、簡單機率的計算	<p>3.能進行簡單的實驗，以瞭解機率、抽樣的初步概念。</p> <p>4.以嘗試使用電腦軟體進行實驗、以瞭解機率、抽樣的意義。</p> <p>5.能解讀現成資料之折線圖、圓形百分圖、及與百分位數有關的統計圖表。</p> <p>6.能自訂主題，蒐集資料，利用統計圖表抽取與主題有關的資訊。</p>

## 四、教學的目標

### (一) 認知技能方面

- 1.能分類和整理生活中所看到的現象或活動的結果。
- 2.認識生活中常見的統計圖表
- 3.能對所搜集的資料，製作最適合表現該整體資料的統計圖表。
- 4.能從統計圖表的資料中抽出有意義的資訊
- 5.能利用統計量來瞭解資料的集中與散佈的情形，知道代表數與百分位數的意義。
- 6.能解讀大筆資料的統計圖表以感受統計圖表的功用。
- 7.能利用生活事件瞭解機會的意義。
- 8.能嘗試使用電腦進行機率的實驗模擬，以瞭解機率的初步概念。
- 9.能利用生活事件瞭解抽樣的現象。
- 10.能對自己關心的主題利用統計圖表表現。

### (二) 情意態度方面

- 1.培養學生對統計數字、圖表具有敏銳的感覺。
- 2.引導學生關心生活周遭與統計、機率相關的素材，例如：與學生身心發展、衛生習慣、環保教育等有關的素材。
- 3.引導學生對統計、機率相關的資料做延伸的討論。

## 五、課程的重點

- 強調生活所見與生活經驗。
- 區分意義瞭解與技術操弄。
- 配合有意義的現成資料。
- 利用電腦協助建立統計與機率的觀念。
- 注重學習方式與思考型態，兼顧內部連結和外部連結。

## 六、結語

- 重要用語與概念—例如：報讀、解讀、現成資料。
- 科技融入教學—例如：電腦軟體。
- 暫行綱要的溝通—例如：示例、圖表。
- 統整教學的迷思—例如：主題教學。
- 評量的主張—例如：實作評量。

## 七、參考文獻

- 教育部(民 64) 國民小學課程標準。台北：編者。
- 教育部(民 82) 國民小學課程標準。台北：編者。
- 教育部(民 89) 國民中小學九年一貫課程暫行綱要。台北：編者。
- 鄒聖馨、鍾靜(民 89) 國小數學科統計課程設計理念之研究。國立台北師範學院八十九年度教育學術論文發表會。
- 蔡文煥(民 87) 國小統計教材～機率初步概念之設計理念與實際。國民小學數學科新課程概說—高年級，頁 257-266。

## 附件四：國民中小學九年一貫代-數能力指標之編排想法 (謝豐瑞)

傳統代數課程的安排多以數學內容邏輯結構為主，搭配大螺旋的教學方式進行。九年一貫的代數安排以學生認知心理邏輯及數學內容邏輯結構並重的方式進行；特別強調學生數學能力及認知層次的連貫性與發展性。同時考慮學生學習動機的引發與持續，認為代數的學習應從學生生活經驗中的數量關係出發探討，培養每位國民觀察數量關係與展現數量關係之數學結構的能力。透過合理推論，發展代數思維，提昇思考層次，進而應用於生活中，提昇生活品質。

例子

**指標：**A-2-3 能透過具體觀察及探索，察覺簡易數量樣式，並能描述樣式的一些特性。

**教學活動：**透過具體觀察及探索，察覺數量的樣式。

**說明：**察覺數量的樣式在於提供多樣充份的經驗，使學生對數的概念及數與數的關係能有感覺，提昇數學能力。較常見的數量樣式有：

- ①奇數、偶數
- ②倍數
- ③等差數
- ④三角形數、正方形數
- ⑤巴斯卡、三角形數

**示例：**

- a. 透過 5 元硬幣的個數與錢數關係之活動，看出 5,10,15,20,⋯的下一項或看出這些數皆為 5 的倍數。
- b. 在某班上，每位小朋友的姓名都恰有三個字，在班級名單上，依座號寫出小朋友的姓名時，寫完第一、二、三、⋯⋯號小朋友的姓名時，共寫了 3,6,9,⋯個字。
- c. 在以(半)具體物拼排正方形時，察覺邊長逐次增加時，共需具體物個數的增加模式。

**指標：**A-3-5 能察覺簡易數量樣式與數量樣式之間的關係。

A-3-7 能察覺數量樣式與數量樣式之間的關係。

**教學活動：**透過具體觀察及探索，察覺數量的樣式。

**說明：**延續第二階段 3(A-2-3 之教學活動)，提供學生豐富而多樣的數量樣式經驗，參見其說明。

**教學活動：**察覺數量樣式與數量樣式之間的關係。

**說明：**此類的活動是學生數學抽象能力提昇的重要活動，亦有助於後續學習中將兩數量樣式的關係外顯地表出，如偶數可用  $2n$  表示，奇數可用  $2n+1$  表示等等。

**示例：**例如，察覺某些數可表為兩數之積，且兩數皆不為 1 或原數本身，某些數則不能如此表示；又如偶數： $0,2,4,6,\dots$ ，奇數則可表為(偶數+1)等等。

**指標：**A-4-4 能利用一次式解決生活情境中的問題。

A-4-10 能認識、欣賞生活中或其他學科領域常用的公式。

A-4-12 觀察生活週遭或其他學科領域中的數學，認識數學的用途與數學思維的特性。

## 附件五：數學學習領域的精神與內涵——「連結」主題 (朱建正)

### (一)「連結」五步曲：察覺、轉化、解題、溝通、評析

舉乘法啓蒙爲例。

- 1.察覺：雞蛋在生活中可以一顆顆的賣、一顆顆的用，也可以 10 顆裝一盒或裝成一打。但在餐廳中也可以用盤做單位，一盤裝 36 顆，也可以一車裝 2000 顆，運到批發市場去賣。用大單位表示的蛋，有時要改成用顆表示，反過來，用小單位表示的總量也會改成用大單位表示，視需要而定。數學上必須解決這類高、低階單位的轉換問題。
- 2.轉化：大單位換成小單位就是要計數，計數時要監控已經加了多少個大單位。
- 3.解題：開始時用連加，會背九九乘法時可以加快；知道 10 倍的結果就是加一個零之後，可以更快。
- 4.溝通：學生檢視同儕之各種解題類型，傾聽同儕的發表，辨別其合理性，教師與學生溝通文化上特定的符號或解題工具。
- 5.評析：學生在教師的引導下，認識何者是較有效率的記法以及進一步的問題在哪裡。

當數學知識技能不斷增加時，此五步曲還是持續進行。

### (二)「連結」主題和 82 年版課程部編本的教學模式是相容的。

教師布題→學生自發解題→學生發表討論→在教師引導下，學生達成共識且符合數學的傳統→教師另布新題→……

### (三)統整：同一類問題的解題教學活動群

過去常由教師以公式、關鍵詞、標準程序做歸納，而現在教師可以引導小朋友帶出結論，如：令小朋友比較、分類解法，說出自己喜愛的解法。又如：我們這節課學到什麼？打破“一個命令，一個動作”的教學。

※數學內各單元之間的連結與統整

※學校內各領域或各傳統學科的連結

※虛擬生活中會發生的問題之解決

如：團體訂購早餐，要求早餐店次日清早送到旅館來的資料處理問題。

### (四)十大基本能力的培養與六大議題的融入必須依賴

- 1.教學方法：如上述所提方法。
- 2.班級經營。
- 3.數學課室的經營。
- 4.«連結性»活動的設計：如有關“核四爭議”的統計圖表。

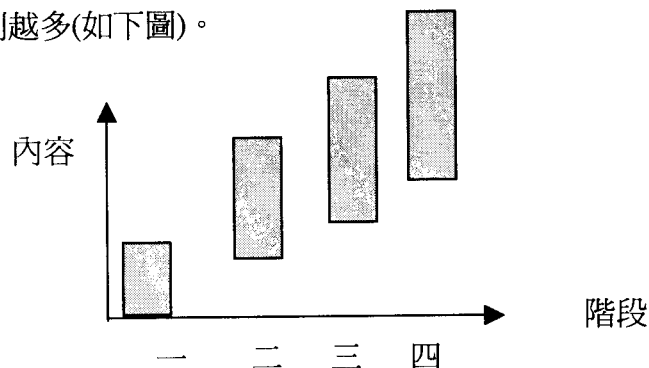
## 附件六：數學學習階段

數學學習領域分爲四個階段：階段一(1~3 年級)、階段二(4~5 年級)、階段三(6~7 年級)和階段四(8~9 年級)。以下就各階段學生主要的學習方式與思考型態的特徵加以描述(如下表)：

階段(年級)	學習特徵 (學習方式；思考型態)	學習示例
一(1~3)	具體操作；視覺	<ul style="list-style-type: none"> <li>學生主要是透過具體的操弄來進行學習，例如以花片解決 16 與 9 合併的問題。</li> <li>學生的思考特徵主要是眼見爲憑，例如直觀地依據圖形外貌辨認三角形。</li> </ul>
二(4~5)	具體表徵；察覺樣式	<ul style="list-style-type: none"> <li>學生主要是透過具體的表徵(相對於實物，而以另一種表徵呈現)來學習，例如以長條圖來看各類數據資料的多寡。</li> <li>學生的思考特徵主要是能察覺到具體表徵中的樣式，例如察覺三角形有三個邊或是奇、偶數。</li> </ul>
三(6~7)	類化具體表徵；辨識樣式間的關係	<ul style="list-style-type: none"> <li>學生主要是能在不同的脈絡中，使用所學得的具體表徵進行學習，例如透過摺紙或剪紙發現三角形內角和 180 度。</li> <li>學生的思考特徵是能夠辨識出樣式和樣式之間的關係，例如辨識出偶數加偶數仍爲偶數的關係。</li> </ul>
四(8~9)	符號表徵；非形式化演繹	<ul style="list-style-type: none"> <li>學生主要是透過符號的表徵來進行學習，例如以 X 解決倍數關係的問題。</li> <li>學生的思考特徵主要是能夠邏輯地關聯關係，並做出非形式化的推論，但尙不能系統地演繹，例如說明三角形的三角和爲 180 度。</li> </ul>

注意事項：

- 1.上述各階段中的「具體」，並非指像花片、積木等「實物」，而是指該階段學生能夠掌握概念的表徵型式，如「1、2、3」等符號對階段一的學生而言是「具體」的。
- 2.大部分該階段的學生，其學習方式與思考型態均以此爲主。
- 3.後階段包含了前階段的學習方式與思考型態。
- 4.各階段內的新概念學習，必須由學生感覺具體的經驗和情境著手。
- 5.相鄰兩個階段的課程內容，並非截然二分，而有重疊的部分，且年級越高重疊部分則越多(如下圖)。



## 附件七：數學學習領域

### 一、基本理念

在社會變遷的背景中，終身學習的社會是我們教育發展的願景。終身學習社會中，國民的特質是知道如何學且樂於學；國民教育的重點應為國民奠立學習如何學、樂於學的基礎。

我們週遭的自然與社會環境中，到處可見數與形，而各種數與形都有一些規律；數學探討的就是這些規律。透過數學，我們觀察到很多自然與社會的現象，並瞭解這些現象形成的原因，因而為人類增添了不少文化資產。數學一直是國民教育的核心課程，過去一直如此，未來也不會改變。

九年一貫課程總目標強調的是能力的開拓，是要為國民的終身學習奠下基礎，以因應社會的變遷，這有別於僅是知識的傳授。並且這不但沒減低數學的重要性，反而能使數學課程顧及技術層面外，更重視與其他領域的連結，更強調解決問題，以及與他人溝通講理等各種能力的培養，這些能力就是幫助學生發展如何學與樂於學的基礎。

現今是訊息豐富的社會，透過數與形的訊息，才能認識環境。國民需要培養分析資料、形成臆測、驗證與判斷的能力，以提升生活品質、改善生活環境，進而養成關懷環境、尊重自然的情操。數學探究是培養這些能力的有效學習活動。

我們社會發展的趨勢是民主的、多元的。民主社會中，國民要有理性與溝通的素養；多元社會中，國民的特質是開放與尊重。數學的討論過程是多元開放的，是理性的。激勵多樣性的獨立思維方式，尊重各種不同的合理觀點，分享各別族群的生活數學以及欣賞不同文化的數學發展，是數學課的精神指標。利用數學語言進行溝通，明確有效，讓數字講話，有根有據，所以數學是理性溝通的重要工具。數學教育對於培養國民的民主素養，以及開放與理性人格特質具有積極的功效。

數學與生活息息相關，數學視野與技術的基本素養也是終身學習的利器，數學教育可以幫助學生知道如何學且樂於學，而能立足於未來的社會中。

### 二、課程目標

九年一貫的數學課程期望學生達成下列目標：

1. 掌握數、量、形的概念與關係。
2. 培養日常所需的數學素養。
3. 發展形成數學問題與解決數學問題的能力。
4. 發展以數學作為明確表達、理性溝通工具的能力。
5. 培養數學的批判分析能力。
6. 培養欣賞數學的能力。

為了達成這些目標，數學課程的發展應以生活為中心，配合各階段學生的身心與思考型態的發展歷程，提供適合學生能力與興趣的學習方式，據以發展數學學習活動。數學學習活動應讓所有學生都能積極參與討論，激盪各種想法，激發創造力，明確表達想法，強化合理判斷的思維與理性溝通的能力，期在社會互動的過程中建立數學知識。