

103-114

分數的乘法運算

陳竹村

壹、總結性評量中分數乘法各試題的內容及通過率

一、試題「7-11」的內容及通過率如下：

<p>三、填填看：(第(9)-(14)題，每格2分；第(15)、(16)題，每格1分；共32分)</p> <p>7-11</p> <p>(11)有一條緞帶長48公分。做1朵玫瑰花需用掉$\frac{2}{12}$條緞帶，做5朵共需用掉()條緞帶。</p> <p>有乘數的分數算式：_____</p>	
--	--

全體通過率：90.19%

班級通過率最低與最高：64~100%

學校通過率最低與最高：64~99%

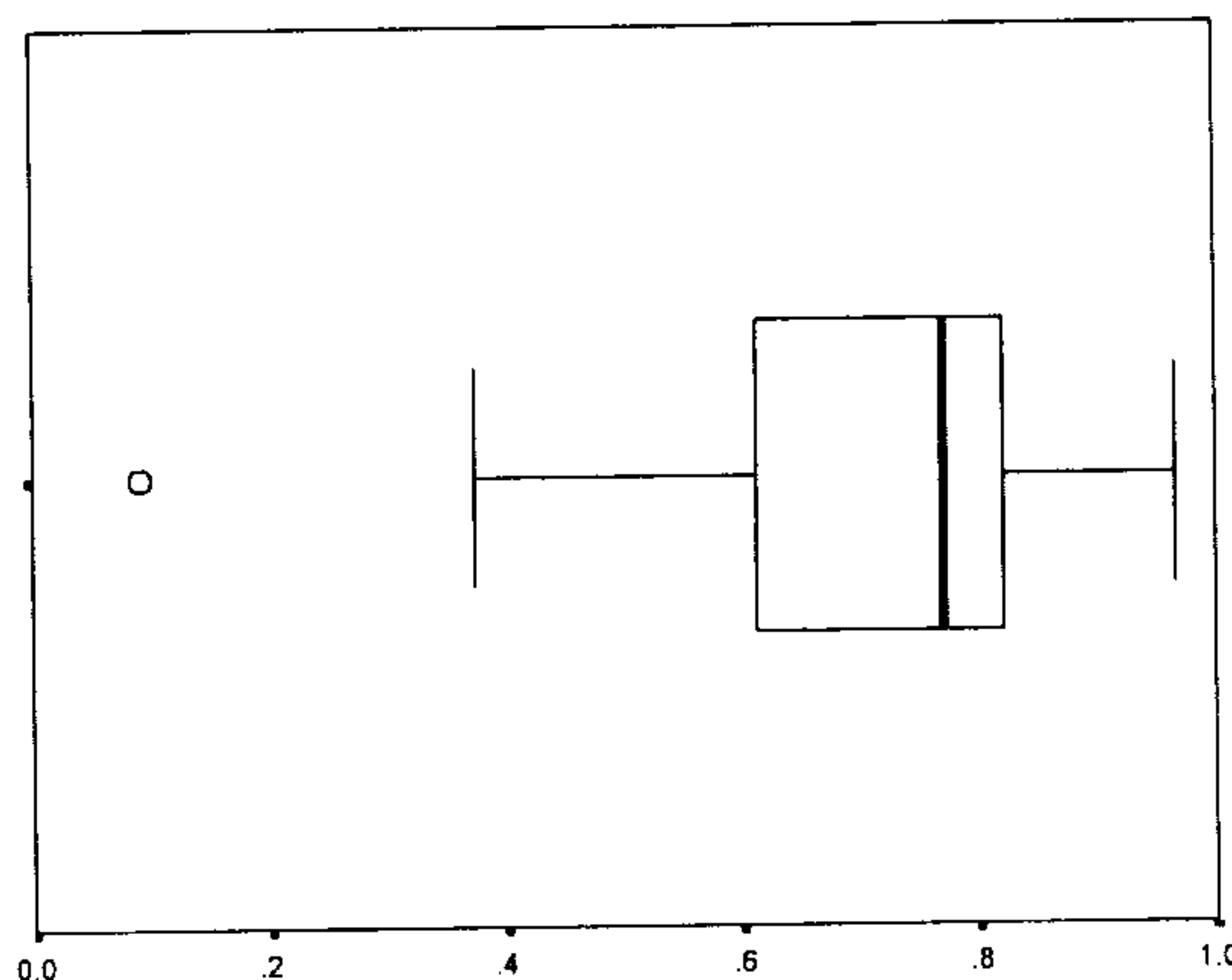
二、試題「9-7」的內容及通過率如下：

二、先用算式填充題記錄問題，再用算式把做法記下來。(每題 4 分共 16 分)

9-7

(7) 1 公尺是 100 公分。做一個綵球要用掉 $2\frac{4}{5}$ 公尺長的緞帶，做 6 個綵球要用多少公尺長的緞帶？

有分數的算式填充題：



全體通過率：72.48%

班級通過率最低與最高：9~97%

學校通過率最低與最高：9~93%

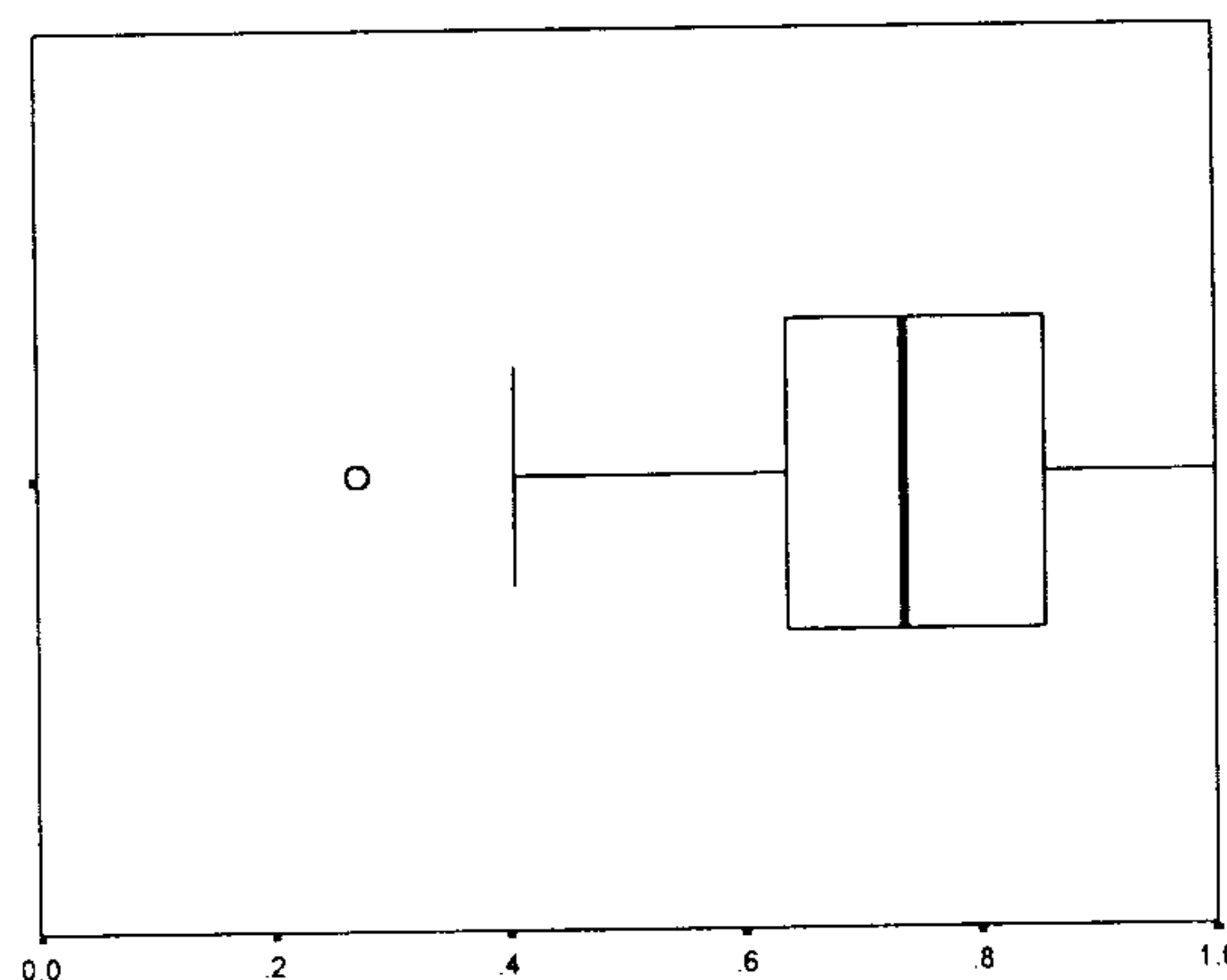
三、試題「9-8」的內容及通過率如下：

二、先用算式填充題記錄問題，再用算式把做法記下來。(每題 4 分共 16 分)

9-8

(8) 24 顆貢丸裝成一盒。冰箱裡有 $2\frac{7}{8}$ 盒貢丸，冰箱裡有多少顆貢丸？

有分數的算式填充題：



全體通過率：74.75%

班級通過率最低與最高：27~100%

學校通過率最低與最高：27~100%

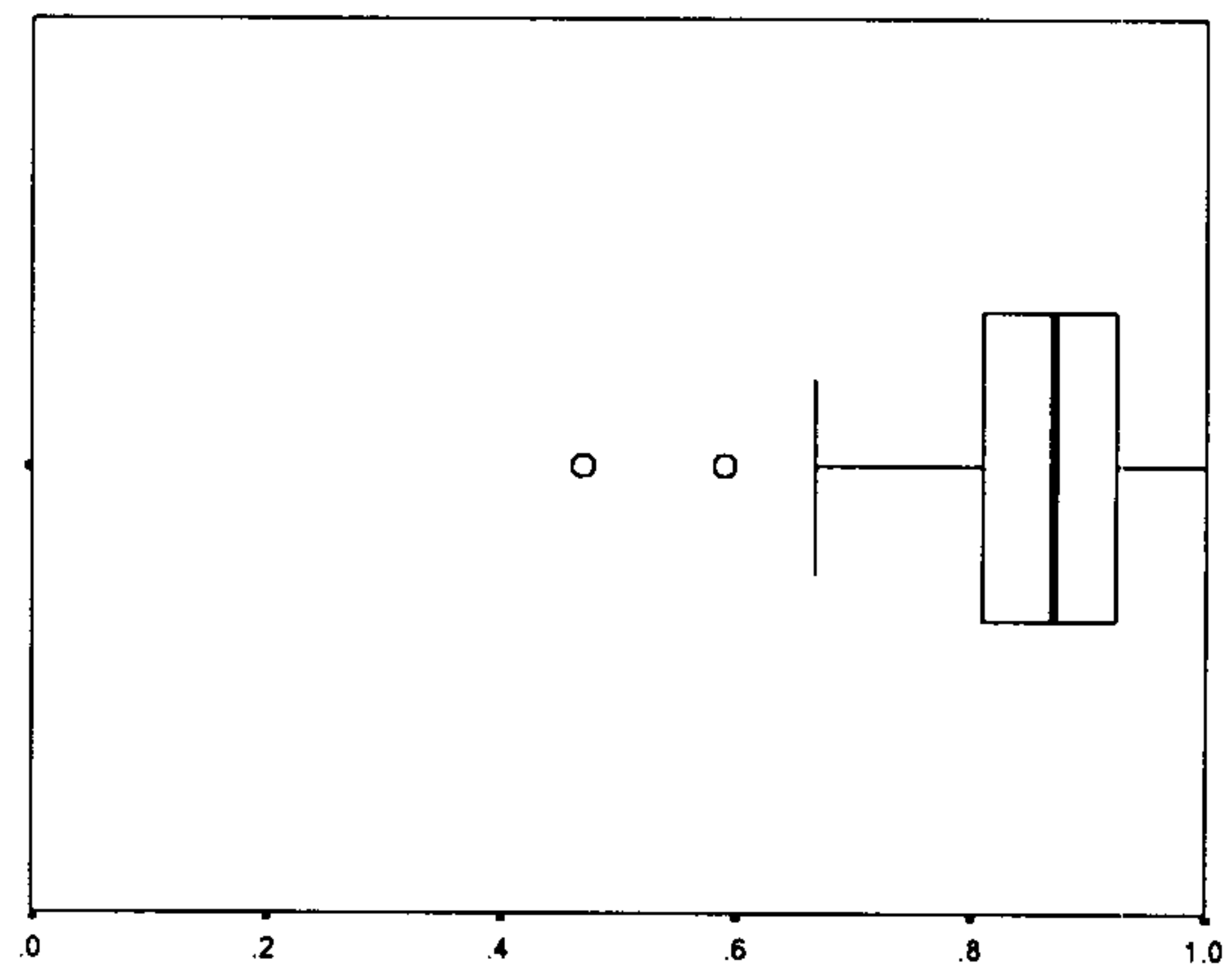
四、試題「10-6」的內容及通過率如下：

三、先用算式填充題記錄問題，再用算式把你的做法記下來。(每題4分，共28分)

10-6

(6)姊姊買了一條法國麵包後，她吃了 $\frac{2}{9}$ 條，阿德吃的法國麵包是姊姊的 $\frac{7}{8}$ 倍。算算看，阿德吃了多少條法國麵包？

算式填充題：_____



全體通過率：85.78%

班級通過率最低與最高：47~100%

學校通過率最低與最高：67~100%

五、試題「11-3」的內容及通過率如下：

<p>一、先用算式填充題記錄問題，再用算式把做法記下來。(每題4分，共24分)</p> <p>11-3</p> <p>(3)哥哥買了一包重$\frac{3}{5}$公斤的紅糖，煮粉圓用掉$\frac{4}{9}$包。算算看，用掉多少公斤的紅糖？</p> <p>算式填充題：_____</p>	
--	--

全體通過率：67.25%

班級通過率最低與最高：27~97%

學校通過率最低與最高：44~92%

貳、總結性評量中分數乘法各試題在 82 年版課程標準教材綱要項目中的意義：

試題別	題型類別說明	與課程標準教材綱要的關係
7-11	已知單位量及單位數求總量的問題、已度量化(離散化)的連續量情境之分數乘以整數的問題。	屬於分數計算中五年級的項目「分數乘以整數的乘法」
9-7	已知單位量及單位數求總量的問題、已度量化(離散化)的連續量情境之分數乘以整數的問題。	屬於分數計算中五年級的項目「分數乘以整數的乘法」
9-8	已知單位量及單位數求總量的問題、離散量情境之整數乘以分數的問題。	課程標準教材綱要沒有表列
10-6	已知單位量及單位數求總量的問題、分數乘以分數的問題。	課程標準教材綱要沒有表列
11-3	已知單位量及單位數求總量的問題、分數乘以分數的問題。	課程標準教材綱要沒有表列

由於 82 年版課程標準在教材綱要表上，對於分數的乘法計算部份只表列了分數乘以整數部份。而對於乘數是分數，也就是分數倍的乘法計算問題，並沒有表列在教材綱要中。所以試題「7-11」及「9-7」是符合 82 年版

課程標準教材綱要，而其他三個分數乘法問題則否。（教育部，1994）

總結性評量中試題「9-8」、「10-6」及「11-3」是為了實驗階段的教學目的之教材評量。因為 64 年版課程標準的教材綱要上包含了乘數是分數的乘法計算，為符合實驗班學生的利益（同年齡大部份的其他同學是使用依據 64 年版課程標準所編的教科書），在實驗階段必須有分數乘以分數的乘法教材（教育部，1976）。

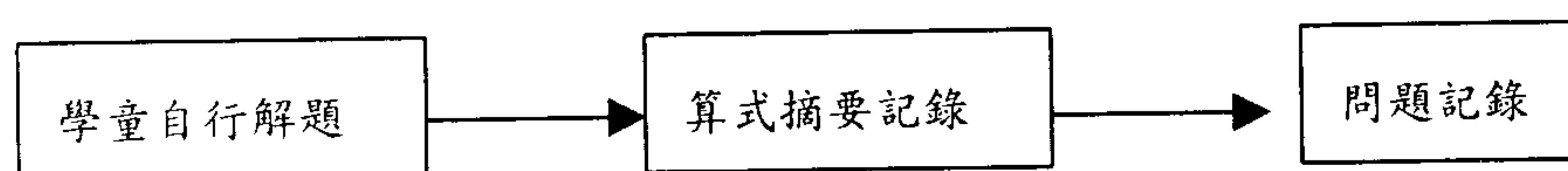
參、總結性評量中分數乘法各試題在實驗課程教材序列中的意義：

一、實驗課程分數乘法教材活動內容說明：

- (一) 依據 64 年版課程標準所編的國小數學教材對於分數概念的引入，比較著重於「等分割後結果的表徵」（國立編輯館，1995 再版），實驗課程在分數概念的引入，改為同時注重「等分割活動的表徵」與「單位分量（數）的累積」，例如「三分之二」是一個基準單位量「1」被三等分割後，其中的 2 份稱之，並同時連結另一種分數概念，如「三分之二」也是 2 個三分之一。在強調「等分割活動的操作型定義」之下，使得學童在分數的進一步運算運作時，例如擴分（再等分割活動）、約分（取消部份等分割活動）、異分母加法（透過再等分割活動尋找公共測量單位）、... 等，能主動的操作（再等分割活動）分數以獲取結果。
- (二) 實驗課程認為，依據分數數詞（字）所描述的量的性質，本教材將分數問題情境分為三類：(1) 連續量，例如「 $\frac{1}{3}$ 條繩子」；(2) 離散量，例如在一打鉛筆有 12 枝的情境下，討論 $\frac{1}{3}$ 打鉛筆；(3) 全部為基準單位量，例如在全部有 12 枝鉛筆的情境下，或全部有 6 公斤汽油的情境下，由解題者視「12 枝」或「6 公斤」為一高階單位「1」，而討論全部的 $\frac{1}{3}$ （國立編輯館依據 82 年版課程標準所編的國小數學科教學指引，或實驗本第九冊教師手冊）。由此分類來看，實驗課程主張這三類情境下的分數問題應看成不同類型的問題，並分別在不同的時段才進行解題活動。
- (三) 實驗課程也認為，由於此階段的學童，尚須透過等分割活動，才能掌握分數的意義，如果要被等分割的量不確定時，則無法進行等分割活動，因此，本教材在布置連續量分數問題時，或提供實際的物件，或使用學童已熟悉的物件描述，讓學童在心像上能產生一個確定的量（其數值可以未定）；在布置離散量與全部為基準單位量的問題時，亦必清楚描述「1」單位中內容物的量。其中「1」單位性質為未定量或變數的分數問題，是國中教材的

範圍（國立編輯館依據 82 年版課程標準所編的國小數學科第七冊教學指引，或實驗課程第九冊教師手冊）。由上述實驗課程主張，可知實驗課程的所有分數問題，包括分數概念問題、分數合成分解問題、分數乘除問題，(1)須保留在量的情境之下進行解題活動，而且(2)在基準單位量是離散量的情境時，必須告知基準單位量「1」的內容物個數。

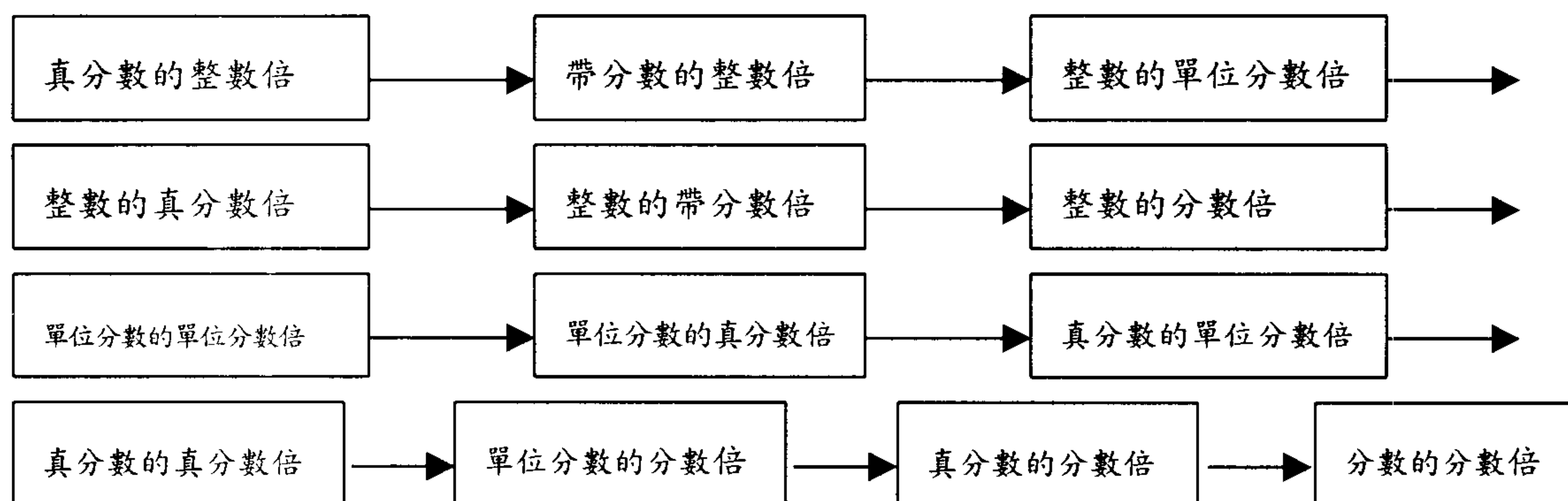
- (四) 實驗課程的另一個主張認為，當「1」單位是離散量時，可依單位分數內容物個數，將問題分為下列三類：(1)1 個；(2)多個；(3)非整數個，當學童尚未發展測量運思以前，單位分數內容是單一或多個個物有很大的差別，較易接受內容為單一個物的問題，而面對內容物為多個個物的問題有較多的困難，故而本教材將它們當做不同的問題。對於這些離散量的不同問題其引入的次序及時間為：(1)自第四冊起開始單位分數內容為單一個物的分數活動；(2)第七冊起開始單位分數內容為多個個物的活動；(3)自第十冊起，預期測量運思已漸趨成熟，單位分數內容為單一或多個個物的差異逐漸消失，因此在活動中，將單位分數內容為單一或多個個物的分數問題合併處理（實驗課程第十冊教師手冊，或依據 82 年版課程標準編定之國編本教材第七冊教學指引）
- (五) 實驗課程在分數問題的格式記錄上，對於某一類分數問題實驗課程採用如下的流程來進行活動：



首先使學童對於某一類分數問題有成功解題的經驗，預期學童（可能性考量並非必然性）形成「解題活動類型」，即學童能視這類分數問題有相同的解題活動後，再進行「算式摘要記錄活動」，也就是要求學童用一個算式把解題活動與結果記錄下來。最後再進行用「算式填充題」把問題記錄下來後再解題的活動。

由於學童已能使用「整數加法算式」及「整數乘法算式」來記錄各種問題的解題活動，故在分數乘法問題的解題活動過程中，可以隨時要求學童把先算什麼、後算什麼一步一步記錄下來，而形成解題過程紀錄。而在分數乘法算式引入之後，亦可進一步要求學童使用分數乘法算式來記錄解題過程。

(六) 實驗課程對於分數乘法問題依下列難易流程進行活動：



(七) 實驗課程對上述 2、3、4 及 6 中的各種分數類型問題，採用先讓學童自行解題（兒童法），使學童對於這些基本類型分數問題有成功解題的經驗，並形成分數乘法基本概念後，再引入分數乘法的算則（文化傳承解法，大部份是指對同類問題中最經濟又有效率的一種，或是指社會上的大人常用的）。但實驗課程對算則的立場是：使學童能用自己的觀點來理解社會上的他人使用算則，為了達到這個目的，在算則的課堂活動中或在某些習作中要求學童必須使用這種特定的解法解題，但評量或大部份的習作則不予限制解法。

(八) 實驗課程所謂的分數乘法算則，例如 $2/3 \times 3/5 = (\quad)$ ，是指：「先算出單位基準量「1」的總分割分數（必須把每一個 $1/3$ 再等分割成五等分）；即 5×3 或 3×5 ，再算出從平分的份數中要拿出幾份（兩個 $1/3$ 被分割成 5 等分中各取 3 分；即 3×2 或 2×3 ）」的方法。

(九) 實驗課程自第十冊第六單元起開始進行一些作成比例線段圖的活動，其目標在於建立學童作線段圖的能力，使此線段圖成為數學問題的解題與溝通的工具。在圖中各線段的長度必須符合原問題中的數量關係之要求下，將使欲表徵的數量關係具體化，對於學童在分數量感上的陌生，尤其有重要的幫助。

二、各試題在實驗課程中的意義：

(一) 試題「7-11」是已度量化的連續量問題，其情境屬於單位分數內容物為多個個物者，實驗課程視為離散量分數問題，亦是真分數的整數倍問題，屬於實驗本第七冊第八單元活動 12 及第十二單元活動 6 的教學活動內容。學童只要有同分母合成問題的解題

能力，透過累加或整數乘法策略即可解決此類型問題。此試題為分數乘法問題的最基本類型，總結性評量的結果全體通過率為 90.19% 應屬正常，有班級通過率只有 64%，應是學童的分數概念有問題，這樣的班級中恐有大部份的人後序的分數乘法問題將更困難。

- (二) 試題「9-7」也是一個已度量化的連續量分數問題，其情境屬於單位分數內容物為多個個物者，亦是一個帶分數的整數倍問題。屬於第九冊第一單元活動 13 及第九冊第三單元活動 2 的教學活動內容，總結性評量的結果全體通過率為 72.48% 不是很理想。由於此問題至少可以有此兩種策略來解題：(1) 使用分數概念並訴諸內容物來解題，(2) 直接使用同分母帶分數的累加來解題。觀察帶分數概念的試題「10-2」（54 個夾子裝一盒， $2\frac{8}{18}$ 盒夾子和多少盒夾子一樣多？）的總結性評量的全體通過率是 71.92%，可知學童對於帶分數概念不理想，可能因而影響此試題的表現。至於另一種解題策略的分析，由於沒有同分母帶分數的合成問題的總結性評量可供參考，因而無法了解另一種策略的可能表現。
- (三) 試題「9-8」是一個「單位分數內容為多個個物」的離散量情境之分數問題，可以說是一個帶分數概念問題，也可以說是一個整數的帶分數倍問題。它是屬於實驗課程第九冊第十一單元活動 11 的教學活動內容。總結性評量的結果全體通過率為 74.75% 不是很理想。由於學童在面對此問題時是使用帶分數概念來解題，因此至少可推論學童的帶分數概念問題的總結性評量（如果有的話）也不會超過 74.75%。
- (四) 試題「10-6」是一個連續量情境下的「真分數的真分數倍」問題，它是屬於實驗課程第十冊第十三單元活動 11、第十一冊第一單元活動 1 及第十一冊第四單元活動 11（算則活動）的教學活動內容。其總結性評量的全體通過率是 85.78%，學童的整體表現應屬不錯的表現。但是否和舊教材（依據 64 年版課標準所編的教材）的現象一樣，學童可能只是記憶計算規則（分數相乘，分子乘以分子得到新分子，分母乘以分母得到新分母）得到答案，並非真的理解自己的解題過程，這值得研究。
- (五) 試題「11-3」也是一個連續量情境下的「真分數的真分數倍」問題，它亦是屬於實驗課程第十冊第十三單元活動 11、第十一冊第一單元活動 1 及第十一冊第四單元活動 11（算則活動）的教學活動內容。其總結性評量的全體通過率是 67.25%，學童的整體表

現並不理想。

肆、建議：

- 一、由試題「7-11」的學童表現，可以看出真分數的概念、真分數和真分數的合成（結果為真分數）及真分數的整數倍（結果為真分數）三者的教學活動安排適當而且適合學童的發展。但對於真分數和真分數的合成活動中結果為帶分數者，不知是否也達 80%的通過率，可進一步的探討，因為這樣的問題概念會影響分數問題的教學內容。
- 二、由試題「9-7」及「9-8」的學童表現建議加強帶分數概念的學習活動。
- 三、由試題「10-6」及「11-3」的學童表現來看，在情境和教學活動的地位是相同的，前者全體通過率高的原因可能是題意中使用「倍」的語言，而學童使用關鍵字及記憶計算規則來解題。而後者題意中「用掉」一詞，使學童錯誤的使用關鍵字，用減法解題而錯誤。由這兩個問題的全體通過率的落差，可看出學童對於文字題題意的不了解是相當數量存在的。建議在教學活動中應加強各文字題題意的理解。

參考資料

- 教育部。(1975)。國民小學數學科課程標準。
- 教育部。(1993)。國民小學數學科課程標準。
- 台灣省國民學校教師研習會。(1996~1998)。國民小學數學科實驗課本教師手冊第七~十二冊。
- 國立編譯館。(1998)國民小學數學課本及教學指引第五~九冊。