

### 第三章 研究方法與設計

本研究共進行二年，第一年的主要工作是試題編寫、內容效度分析、預試、題目分析、測驗編輯及信效度研究等，第二年主要工作是常模樣本取樣、正式施測、建立常模及進行其他相關研究等。以下分別就預試及全省常模建立的研究方法與設計加以說明。

#### 第一節 試題編製方法與設計

##### 一、教材分析

數學教學應輔導學童從事有意義的學習，減少機械性的記憶與練習，提供學童具體操作，激發學童嘗試、探討，設計一些活動由學童自己發現基本事實及概念原則。故進行教學後的診斷評量應注意學童的認知學習層次，由簡單的子概念、子技能一步步的分析學童的學習效果，進而發現概念或歸納原理、原則，最後逐漸發展成複雜的高層次概念或技能，故本研究在編製題目的過程中，儘可能對學童的學習做出妥當的步驟分析，以期正確評量出學童的學習到達哪一層次。以下提出一個編題的實例。

◇「3 公斤的瓜子分送給 6 個鄰居，則每家可以分得多少公克？」

請回答以下三題：

問題一、想想 3 公斤相當於多少公克？

- ① 30      ② 300      ③ 3000      ④ 30000

問題二、每家可以分得多少公克？

- ① 5      ② 50      ③ 500      ④ 5000

問題三、每家可以分得的瓜子，相當於多少公斤？

- ① 5      ② 0.5      ③ 0.05      ④ 0.005

現行國民小學教材與八十二年推出的數學科課程標準皆將數學科分成六個領域，即數與計算、量與實測、圖形與空間、統計圖表、數量關係及術語與符號。本測驗參考數學課程與 KeyMaht-R 算術診斷測驗，將本測驗分為十個分測驗及三個認知領域，其中輔助計算器與解題策略是較特殊的一個分測驗，解題策略是 90 年代一大趨勢，而現行教材多半忽略未提，使得學童的觀察與解題能力欠佳，故安排該項為測驗的一部份是為提醒教學者與學習者應重視解題策略；而加入計算器的部份是由於現今電子輔助器材已為國人必備的計算器，且現行數學教材亦以兩個單元來介紹，由於其不同於其他的數學單元，故另發闢一分測驗容納之。十個分測驗分佈如下：

第一分測驗：認數  
第二分測驗：分數  
第三分測驗：圖形與空間

第四分測驗：加減法  
第五分測驗：乘除法  
第六分測驗：四則運算

第七分測驗：量  
第八分測驗：時間與計算  
第九分測驗：統計與圖表  
第十分測驗：輔助計算器與解題策略

### (一)概念分析

#### 1. 指出困難

(1)數方面：在國小數的領域中，學童在分數的學習最弱(黃金鐘，民76)，包括：

- (a)分數的意義不了解。
- (b)不把分數當作數來看。
- (c)分數在數線上表示的能力很弱。

(2)量的方面

- (a)長度方面：學童實測線段的長度時，只注意到尺上的刻度，或看末端決定。
- (b)面積方面：以為面積一樣的圖形，周長也是相等；認為面積是一維(長或寬)。
- (c)體積方面：學童不能了解體積是三維的變化

(3)四則運算方面：以閱讀問題的文字來做加減乘除的運算，如：

- (a)看到「共有」「合起來」等字詞，即用加法來計算題目。
- (b)學童誤以為「將多個算式的解題記錄，簡化為一個算式」是很重要的數學問題(謝堅，民85)。
- (c)產生將四則混合計算題，視為單純計算問題的錯覺。
- (d)產生數學與日常生活無關的錯覺。

#### 2. 假設數學困難的原由

表3.1 為Mercer(1987)對學習障礙學生的數學困難所在提出的相關原由所在。

表3.1 學習障礙學生的數學困難所在

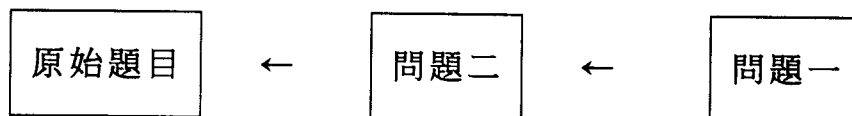
學習困難	相關數學方面的困難所在
記憶	
短期	無法保存數學概念 無法記得演算法的所有步驟 無法記住符號的意義
長期	經過一段時間後會忘記某些概念 剛開始在複習上課內容或綜合性的評量上台有困難 忘記演算過程
序列	無法按順序計數 無法完成一複雜計算問題的所有步驟 無法解答複雜的文字問題
語言	
接受	無法了解算術術語的意義(例減數、加數、被除數) 無法了解具有多個意義的字
表達	無法以算術的口語練習 無法以言語表達解題步驟 無法表達數學的語彙
行為模式	
衝動	言算時粗心大意 口頭練習時，回答快速但不正確 當被要求再看一次問題時，可能時常會更改答案 無法注意解題時的細節
注意力短暫	無法在指定時間內完成工作 無法做多個步驟計算 可能一問題未完成便著手下一題 可能經常怠忽手邊的事務
推理	無法了解題意 無法比較大小、數量 無法理解數學符號(如： $<$ 、 $>$ ) 不會數學抽象概念和運算
動機	無法清楚、快速且正確地書寫數目字 無法在指定範圍內寫出適當大小的數目字(字跡過大)

## (二)編製試題

- 1.決定診斷測驗的內容
- 2.分析它所含蓋的概念或技能
- 3.針對每種的概念、技能建立診斷問題

以下提出一個試題明細的實例。

行為目標：會做不同重量單位的轉換(公斤→公克)與除法。



(子概念、子技能)      (基礎概念、技能)

### 選項屬性

- (1)形式：所有數據選項的安排，應依小數點位置和由大到小或由小到大順序排列。
- (2)四個選項
  - a.正確選項
  - b.一個誘答，應反映計算中重組的錯誤。
  - c.一個誘答，應反映數字的位置放錯。
  - d.一個誘答，應反映(1)遺漏了小數點或  
(2)小數點放錯了位置等錯誤。
- (3)其他可能的反應：“以上皆非”可代替a. b.或c.，這選項應該放在第四個位置。

◇「3 公斤的瓜子分送給 6 個鄰居，則每家可以分得多少公克？」

請回答以下三題：

問題一、想想 3 公斤相當於多少公克？

- ① 30      ② 300      ③ 3000      ④ 30000

問題二、每家可以分得多少公克？

- ① 5      ② 50      ③ 500      ④ 5000

問題三、每家可以分得的瓜子，相當於多少公斤？

- ① 5      ② 0.5      ③ 0.05      ④ 0.005

## 二、預試樣本

本研究的預試樣本取自雲林縣、台南縣、台南市和高雄市四個縣市共十校，每校各十個班級的學生，其中，一、二年級各一班，三至六年級各兩班，全部的預試班級共 100 班，受試人數共 4302 人。因篩選性數學診斷測驗的預試題目數相當多，每位受試不宜施測所有試題，故採用共同試題等化研究設計，每位受試學生僅做兩個分測驗，以減少學生作答所須時間；爲了要能適當估計所有題目的三參數 IRT 參數，所有的題目皆有一定數量的學生作答。

表3.2 抽樣學校和班級人數

縣市	校名	抽 樣 人 數						總 人 數
		一 年 級	二 年 級	三 年 級	四 年 級	五 年 級	六 年 級	
雲林縣	馬光國小	36	45	70	86	82	69	388
台南縣	下橋國小	36	43	83	81	87	89	419
台南縣	大賢國小	50	48	92	97	93	100	480
台南縣	玉井國小	46	43	68	92	92	95	436
台南縣	關廟國小	47	40	99	83	97	88	454
台南市	左長安國小	44	46	80	75	82	96	423
台南市	大港國小	35	39	64	53	69	63	323
高雄市	長安國小	42	47	72	82	82	100	425
高雄市	大港國小	50	50	100	100	100	99	499
高雄市	德高國小	45	45	88	95	84	98	455
總人數		431	446	816	844	868	897	4302

## 三、測驗內容架構

本測驗應囊括國民小學全部的數學科教材，所以本測驗的範圍相當廣泛，以八十二學年度的數學科教材和數學課程標準爲依據，將測驗分爲十個分測驗，即認數（整數和小數）、加減法、乘除法、四則運算、量、時間與計算、圖形與空間、統計與圖表、輔助計算器與解題策略、分數等。爲了使本測驗能初步診斷學生在數學的困難所在，故本測驗儘量以各單元的教學目標爲命題的依據。

依預試的結果來進行正式題本的選題，該選題的依據如下所述：

1. 刪除預試題本中，題意不明確和沒有正確選項的題目。
2. 將預試題本中，甲、乙兩式的各題目依難度來排序(由易至難)。
3. 依據預試受試的平均能力及標準差來界定各年級可施測的題目。各年級的選題參考依據是各年級能力平均數±1.5個標準差。
4. 各題目難度和各年級能力可以作答的範圍相對照，來決定各年級適合作答的題目。
5. 各年級作答的題目選定後，因少數的題目可能涉及單元的專有名詞....等因素，所以，商請三位南師附小教師協助審題，再將題目的順序做小幅度的調整。

其題目的分佈情況如表3.3 至表3.12，題目的教學活動目標列於附錄1.1 至附錄1.10。

表3.3 國小數學診斷測驗試題之雙向細目表

第一分測驗：認數						
教材內容	冊數	單元	認 知 層 次			題 數
			概念	運算	應用	
數一數	1	1	2	0	2	5
寫寫看	1	2	3	0	1	5
比比看，排排看	1	3	3	0	2	5
數到二十	1	8	3	0	2	5
數到一百	2	1	3	0	2	6
1000以內的數	3	7	4(5)	0	3	7(8)
10000 以內的數	5	4	3	0	2	5
小數	6	9	3	1	2(4)	6(8)
一萬以上的數	7	5	3(4)	0	2	6(6)
小數	7	7	2	2	2	6
概數	8	6	3(5)	0	3	6(8)
十進數	9	5	3	1	3	7
總題數			35(41)	4	26(28)	65(73)

註：細格內數字為題數，( )內表示含連鎖子題的題數

表3.4 國小數學診斷測驗試題之雙向細目表

第二分測驗：分數						
教材內容	冊數	單元	認 知 層 次			題 數
			概念	運算	應用	
分分看	4	4	2	1	1	4
分數	6	6	1	1	2	4
分數	8	4	2(3)	1	2(3)	5(7)
分數的加減	8	9	1	2	2	5
分數	9	4	2	1	2(5)	5(8)
分數的加減	9	8	2(4)	2	1(2)	5(8)
分數的乘法	1 0	4	0	2	2(4)	4(6)
分數的除法	1 0	6	1	2	2	5
分數的乘法	1 1	1	1	2	1(4)	4(7)
分數的除法	1 1	3	2	2	2	6
整數、小數與分數	1 1	4	2(3)	1	2(3)	5(7)
分數四則	1 1	9	0	2	2	4
整數、小數和分數的計算	1 1	1 0	1	2	2(4)	5(7)
四則應用(一)	1 2	1	1	2	2	5
總題數			18(22)	23	24(38)	65(88)

註：細格內數字為題數，( )內表示含連鎖子題的題數

表3.5 國小數學診斷測驗試題之雙向細目表

第三分測驗：圖形與空間						
教材內容	冊數	單元	認 知 層 次			題 數
			概念	運算	應用	
堆堆看	1	4	2	0	0	2
做圖形	2	8	2	0	0	2
三角形與四邊形	3	6	2	0	2	5
長方體和正方體	4	2	2(3)	0	2	4(5)
圓和球	5	6	2	4	2	8
三角形和角	6	5	2	0	3	5
角和全等	7	4	2	0	3	5
四邊形	8	3	2	0	3	5
長方體和正方體	8	7	2(3)	0	2(3)	4(6)
三角形	9	3	2	1	2	6
四邊形	9	6	3(4)	0	2	5(4)
正多邊形	9	1 1	2	1	2	5
對稱	9	1 3	2	0	3	5
圓周率	1 0	1 1	1	0	4	5
角柱與角錐	1 1	7	3	0	2	5
圓柱與圓錐	1 1	1 1	2	0	2	4
總題數			33(36)	6	34(35)	73(77)

註：細格內數字為題數，( )內表示含連鎖子題的題數

表3.6 國小數學診斷測驗試題之雙向細目表

第四分測驗：加減法						
教材內容	冊數	單元	認 知 層 次			題 數
			概念	運算	應用	
分與合	1	5	2	1	1	4
加加看	1	6	0	3	1	4
減減看	1	7	0	2	2	4
加加減減	2	4	1	2	2	5
加一加	2	5	0	2	2	4
減一減	2	7	0	2	2	4
加法	3	1	1	2	2(4)	5(7)
減法	3	4	2	2	2(4)	6(8)
加與減	3	8	1	2	2	5
加法	4	1	0(1)	3	2(3)	5(7)
減法	4	3	1	3	2	6
加法	5	7	1	2	4(5)	7(8)
減法	5	8	2	3	3	8
小數加減	7	1 0	3	2	3(4)	8(9)
總題數			14(16)	31	30(38)	75(85)

註：細格內數字為題數，( )內表示含連鎖子題的題數

表3.7 國小數學診斷測驗試題之雙向細目表

第五分測驗：乘除法						
教材內容	冊數	單元	認 知 層 次			題 數
			概念	運算	應用	
2和5 的乘法	4	5	1	2	2	5
4 和8 的乘法	4	6	1	2	2	5
3 和6 的乘法	4	7	1	3	1	5
9 的乘法	4	8	0	3	2	5
7 的乘法	4	9	1	2	2(4)	5(7)
乘法	5	1	1	2	2	5
除法(一)	5	2	1	2	2	5
除法(二)	5	5	2	2	2(4)	6(8)
乘法(一)	6	1	1	3	2(3)	6(7)
乘法(二)	6	4	1	2	3	6
乘法(一)	7	1	1	3	3(4)	7(8)
除法	7	3	1	2	3	6
除法	7	9	3	2	1(3)	6(8)
小數的乘法	8	1	2	2	2	6
小數的除法	8	5	1	3	2	6
因數	9	1	2	3	4(5)	8(10)
倍數	9	2	2	3	3	8
小數的乘法	1 0	1	1	3	1(2)	6(7)
小數的除法	1 0	3	2	2	3	7
總題數			25	46	43(53)	114(124)

註：細格內數字為題數，( )內表示含連鎖子題的題數

表3.8 國小數學診斷測驗試題之雙向細目表

第六分測驗：四則運算						
教材內容	冊數	單元	認 知 層 次			題 數
			概念	運算	應用	
整數四則混合計算	7	6	1	2	2	5
整數四則混合計算	8	2	1	2	2	5
概算	9	9	0	3	1	4
百分率	1 0	8	0	3	2	5
比和比值	1 1	5	1	2(3)	3	6(7)
分數四則	1 1	9	0	3	2(4)	5(7)
整數、小數和分數的計算	1 1	1 0	1	2	2(4)	5(7)
四則應用(一)	1 2	1	1	2	2	5
四則應用(二)	1 2	2	1	2	2	5
四則應用(三)	1 2	5	1	1	3(4)	5(6)
正比例	1 2	3	2	2	1	5
反比例	1 2	6	1	1	2	4
總題數			10	25(26)	24(30)	59(66)

註：細格內數字為題數，( )內表示含連鎖子題的題數



表3.9 國小數學診斷測驗試題之雙向細目表

第七分測驗：量						
教材內容	冊數	單元	認 知 層 次			題 數
			概念	運算	應用	
多少錢	2	2	1	0	3	4
比長短	2	6	2	0	2	4
量長度	3	2	2	0	2	4
公升和公合	5	3	1	2	1	4
稱稱看有多重	6	2	1	1	3	5
量量看有多長	6	3	3	0	2	5
量的估測	7	1 2	2	0	2	4
面積	7	1 1	2	1	3	6
體積	8	1 0	1	0	3	4
平行四邊形的面積	9	7	2	0	3	5
三角形和梯形的面積	9	1 0	2	1	2(4)	5(7)
體積和容積	1 0	5	1	0	4	5
圓周率	1 0	1 1	0	1	4	5
柱體的體積	1 2	4	0	0	5	5
柱體的表面積	1 2	8	1	0	4(7)	5(8)
總題數			21	6	43(48)	70(79)

註：細格內數字為題數，( )內表示含連鎖子題的題數

表3.10 國小數學診斷測驗試題之雙向細目表

第八分測驗：時間與計算						
教材內容	冊數	單元	認 知 層 次			題 數
			概念	理解	應用	
鐘表	1	9	3	0	2	5
星期日	2	3	3	0	2	5
時鐘與月曆	3	3	2	1	3	6
時刻和時間	6	8	0	2	3	5
時分與計算	8	1 1	0	2	3	5
時間的計算	1 0	7	0	4	2	6
速率	1 0	1 0	0	2	4	6
總題數			8	11	19	38

註：細格內數字為題數，( )內表示含連鎖子題的題數

表3.11 國小數學診斷測驗試題之雙向細目表

第九分測驗：統計與圖表						
教材內容	冊數	單元	認 知 層 次			題 數
			概念	運算	應用	
作紀錄	3	5	1(3)	0	2(7)	3(10)
長條圖	5	9	2(4)	1	3(5)	6(10)
折線圖	7	8	3(7)	0	2(6)	5(13)
直方圖	9	1 2	2(5)	0	3(5)	5(10)
平均	1 0	2	4	2	4	10
百分率	1 0	8	0	2(3)	3(4)	5(7)
位置的表示	1 0	9	2	2	2(4)	6(8)
縮圖和比例尺	1 2	7	2	0	2	4
簡單的機率	1 2	9	1	0	4	5
總題數			17(28)	7(8)	25(41)	49(79)

註：細格內數字為題數，( )內表示含連鎖子題的題數

表3.12 國小數學診斷測驗試題之雙向細目表

第十分測驗：輔助計算器與解題策略						
教材內容	冊數	單元	認 知 層 次			題 數
			概念	運算	應用	
算盤	7	2	3	0	1	4
電算器	8	8	3	0	1	4
解題策略			5	2	8	15
怎樣解題(一)	1 1	2	0	3	3(7)	6
怎樣解題(二)	1 1	6	1(4)	0	4(9)	5
怎樣解題(三)	1 1	8	2	0	3(6)	5
總題數			14(17)	5	20(32)	39(54)

註：細格內數字為題數，( )內表示含連鎖子題的題數

#### 四、編製過程

國小數學診斷測驗預試題目編製過程詳見表3.13。

表 3.13 國小數學診斷測驗預試題目編製過程

時間	項 目	具 體 工 作
83.01	蒐 集 試 題 和 擬 定 編 製 計 畫	1. 蒐集國內外相關文獻及數學診斷測驗資料。
83.02		2. 撰寫測驗編製計畫。
83.03	編 製 預 試 試 題	1. 確定現行國小數學科教材的教學目標。
83.04		2. 編製初步性數學診斷測驗的題目分類架構。 3. 依分類架構編製題目。
83.04	審 查 試 題	1. 請國小熟悉該單元的教師審題。
83.05		2. 請大學學科專家審查題目內容。 3. 心理計量教師審查試題是否符合命題規範。
83.05	印 刷 測 驗 試 題 和 預 試	1. 完成預試題本之印刷工作。
83.06		2. 抽取適當樣本，並進行預試。
83.07	施 測 結 果 分 析	1. 以傳統測驗理論進行試題之分析。
83.11		2. 以IRT 進行試題分析得到各題目的 $a, b, c$ 參數估計值 3. 題目參數複核
	撰 寫 報 告	4. 撰寫並印製研究報告

## 第二節 台灣區常模建立之研究方法與設計

### 一、抽樣程序

本研究常模建立之學校樣本隨機取自台灣省、台北市及高雄市三個地區，共 72 所小學。按地區、都市與鄉鎮的比例，自取樣學校中，以班級為單位隨機抽取部份班級。其中，班級數在 60 班以上的學校，每年級抽 3 個班級，班級數在 30 ~ 59 班的學校，每年級抽 2 個班級，班級數在 29 班以下的學校，每年級測 1 個班級。由於數學診斷測驗共有 10 個分測驗，如果全部施測，所需時間甚長，因此每個班級只施測其中一個分測驗。但是為了要能進行各分測驗之相關及因素分析研究，其中有二個學校的受試學生作答所有分測驗。