第五節　資料處理

本研究依據問卷調查所蒐集的模糊德菲法問卷調查資料，本研究以Chen and Hwang（1992）提出的方法，運用Excel計算三角模糊數之fuzzy max與fuzzy min的隸屬函數，並計算與模糊數交集點所產生左值與右值的效用值作為明確值，此即為解模糊化，並以此明確值作為指標篩選的依據。以下說明模糊理論的重要概念。

一、模糊集合（Fuzzy Set）

U 為一個事物的全體對象，稱為宇集（universe），宇集中的每個對象稱為元素 u，U 上的一模糊子集 A（Fuzzy subset），以隸屬函數（membership function）u_A 表示依據某種特性所形成的集合，且其值介於 0 與 1 之間，表示如下：

$$u_A : X \rightarrow [0,1]$$

當 u_A 愈接近 1 時，則 u 屬於集合 A 的程度愈高；愈接近 0 則愈低。

二、三角模糊數（triangular fuzzy numbers）

模糊數 A，其隸屬函數 $u_A : X \rightarrow [0,1]$，須滿足下列三個條件才能稱為三角模糊數，如圖2-12：

1. $u_A(X)$ 為區段連續：指 $^{\alpha}A$ 對於所有 $\alpha \in [0,1]$ 必須是一個封閉區間。

2. $u_A(X)$ 為凸模糊子集（convex fuzzy subset）：意旨任何一點 χ_k 介於 χ_1 與 χ_2 之間，此 $\chi_k = \lambda\chi_1 + (1-\lambda)\chi_2$ 的隸屬度 $A(\chi_k)$ 必然大於 $A(\chi_1)$ 與 $A(\chi_2)$ 二者之中最小者。如下列所示：

$$A(\lambda\chi_1 + (1-\lambda)\chi_2) \geq \min(A(\chi_1), A(\chi_2))$$

3. $u_A(X)$ 為正規化模糊子集（normality of a fuzzy subset）：即存在一個實數 X_0，使得 $u_A(X_0) = 1$。

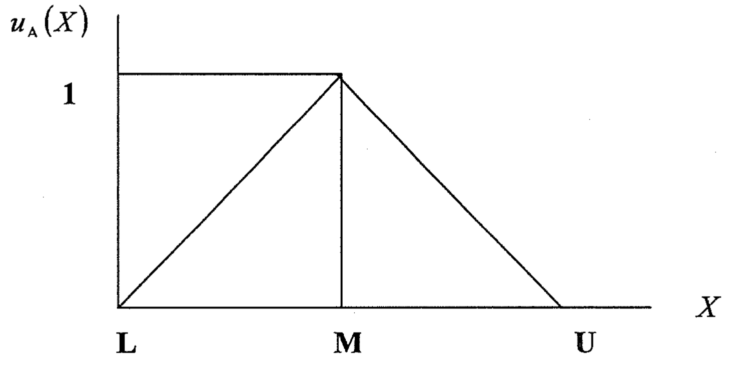

圖3-2　三角模糊函數之隸屬函數

在實際應用上以數學式表示較具方便性，假設一三角模糊數A=$(L,M,U)_{L\text{-}R}$ ，其隸屬函數的定義如下：

$$u_A(X) \quad = \quad \begin{cases} (x-1)/(m-1), 1 \le x \le m \\ (x-u)/(m-u), m \le x \le u \\ 0 \text{, otherwise} \end{cases} \qquad (1)$$

圖2-12中 L 點為專家共識的最小點（下界），U 點為專家共識的最大點（上界），當下界與上界的區間愈小，表示資料的精確性愈高（模糊性愈低），反之當下界與上界的區間愈大表示資料愈模糊，若 L＝M＝U 時表示 A 為明確值；M 點的隸屬度為 1，代表評估資料的最大可能性。

三、模糊運算

根據模糊數的性質與擴張原理（extension principle），任兩個三角模糊數的加法和減法，仍為三角模糊數；但兩個三角模糊數的乘法和除法，為近似的三角模糊數。假設兩個三角模糊數分別為：

$$A_1 = (l_1, m_1, u_1)_{L \to R}$$

$$A_2 = (l_2, m_2, u_2)_{L \to R}$$

1.模糊數加法

$$A_1 + A_2 = (l_1 + l_2\ ,\ m_1 + m_2\ ,\ u_1 + u_2)_{L\to R} \tag{2}$$

2.模糊數乘法

$$A_1 \times A_2 = \begin{pmatrix} min[l_1 \times l_2\ , l_1 \times u_2\ , u_1 \times l_2\ , u_1 \times u_2]\ ; \\ m_1 \times m_2\ ; \\ max[u_1 \times u_2\ , u_1 \times l_2\ , l_1 \times u_2\ , l_1 \times l_2] \end{pmatrix}_{L\to R} \tag{3}$$

3.模糊數減法

$$A_1 - A_2 = (l_1 - u_2\ ,\ m_1 - m_2\ ,\ l_2 - u_1)_{L\to R} \tag{4}$$

4.模糊數除法

$$A_1 / A_2 = \begin{pmatrix} min[l_1 / l_2, l_1 / u_2, u_1 / l_2, u_1 / u_2]\ ; \\ m_1 / m_2\ ; \\ max[u_1 / u_2, u_1 / l_2, l_1 / u_2, l_1 / l_2] \end{pmatrix}_{L\to R} \tag{5}$$

四、解模糊化（defuzzification）

解模糊化是將模糊資料轉換為明確資料，去模糊化的程序是找出最佳去模糊績效值（the best non-fuzzy performance value, BNP），以利模糊排序。本研究以Chen and Hwang（1992）提出的方法，是利用fuzzy max and fuzzy min的隸屬函數求出績效值，其作法為先定義fuzzy max and fuzzy min之隸屬函數與待轉換模糊數之交集（其中模糊數與fuzzy max之交集為右值（right score），而與fuzzy min score為左值（left score)），再透過右值與左值的運算求出績效值，以此值表示模糊數的明確值。其示意如圖3-3，其作法說明如下：

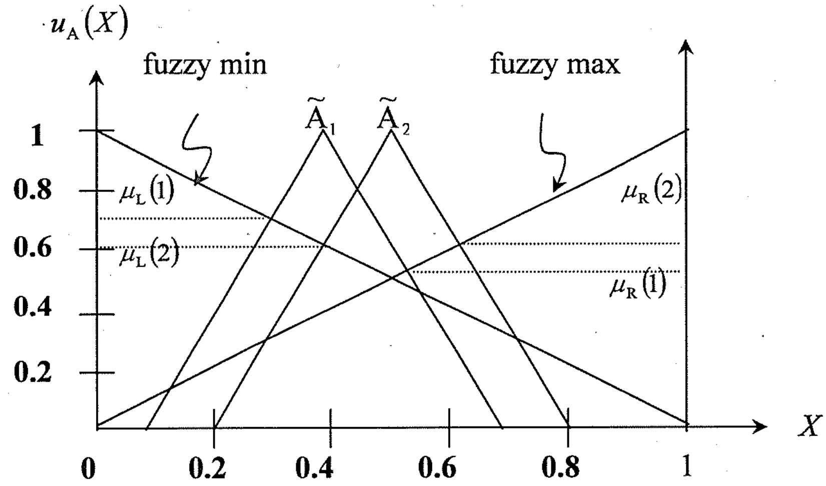

圖 3-3 模糊排序理論示意圖
資料來源：Chen & Hwang（1992: 247）

假設fuzzy max之隸屬函數 $u_{max}(\chi)$ 與 fuzzy min隸屬函數 $u_{min}(\chi)$ 為：

$$u_{max}(\chi) = \begin{cases} \chi, 0 \le \chi \le 1 \\ 0, \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

$$u_{min}(\chi) = \begin{cases} 1-\chi, 0 \le \chi \le 1 \\ 0, \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

$u_{max}(\chi)$ 與 $u_{min}(\chi)$ 分別與三角模糊數的右界與左界產生交集，已知A=（L,M,U）代表座標上的三個點（L, 0）、（M, 1）、（U, 0）。由（L, 0）、（M, 1）兩點可建立模糊函數 $y=\dfrac{x-L}{M-L}$；由（M, 1）、（U, 0）兩點可建立模糊函數 $y=\dfrac{x-U}{M-U}$。

左值與右值則經由下列的運算取得，且 $u_L(A)$ 與 $u_R(A)$ 皆是介於（0, 1）間為一明確的實數。

$$u_L(A)=sup[u_A(\chi)\cap u_{min}(\chi)] \quad (8)$$

$$u_R(A)=sup[u_A(\chi)\cap u_{min}(\chi)] \quad (9)$$

模糊數 A 的右值與左值再經下式計算後，可得模糊數A的總值（total score），此值 $u_T(A)$ 則為模糊數的明確值。

$$u_T(A) = [u_R(A) + 1 - u_L(A)] \ / \ 2 \tag{10}$$