

的學生也在參賽國家的前 25% 中名列第一，而這些參與 TIMSS1995 測驗的 12 年級學生，許多在 1980 年代都是使用現實數學的課本(Case, 2005：378)。

荷蘭的一般數學教育，尤其是現實數學教育的數學學習中，學生在現實世界情境中尋找和組織數學要素，解決問題、應用及創造延伸並以單獨或集體方式，向其他人解釋及報告，這種數學學習方法與培養學生的創造力不能分開，遠離了機械式的背誦，或是「未分析問題的本質直接機械式死記硬背」，或「在灌輸中前進（plug-and-chug）」的學習方法。由於現實數學教育目前已是荷蘭的國家標準(Case, 2005：381)，目前老師必備的這些教學技能與 25 年前師資培育的重點大相逕庭，這些障礙可能會限制許多目前從事教學老師的成長。教學內容、教學型態和學生學習的數學教育改革中，荷蘭認為若要繼續保持數學教育的成功，要從根本上改變教學的品質，而其三項要素是教師、教師、教師，教師的素質是現實數學教育成功的關鍵(Case, 2005：381)。

(四) 日本

1. 日本數學課程沿革

日本戰後的數學教育歷經以下幾個時期(林宜臻，2009；清水靜海，2003；教育學研究会，1997)：

(1) 生活單元學習（1947-1957）

第二次世界大戰日本敗戰後，日本教育史上首次的學習指導要領以試案形式登場，告示各級學校的教育課程制訂的基準，要求各校教師自力制訂自校的教育課程(教育情報ナショナルセンター，1947)，昭和 22 年(1947 年)5 月發行《學習指導要領 算數科・數學科編（試案）》設定首次的中小學數學科目標，內含總目標與具體目標。昭和 26 年 12 月發行的《學習指導要領 算數科編（試案）》在目標中再加入「數學與我們的生活」及「數學與教育的一般目標」，各級學校的裁量權大，強調從生活經驗展開數學的學習，同年 11 月公布的《學習指導要領 數學科編（試案）》的數學一般目標中，強調「培養能善用數學所需的數學理解與能力」，以及

「使用數學解決問題所需的能力與態度」，「試案」性質，所以尚未具有法的基準性(清水靜海，2003：6-11)。

(2) 強調學科的特性與內容的系統性 (1958-1967)

昭和 33 年(1958 年)版學習指導要領，由文部省正式公佈所以不是「試案」，具法律的拘束力，成為必須嚴守的國家基準 (教育情報ナショナルセンター，1958a，1958b)。

數學科的目標除學科目標外，也設有分年目標，除了要求知識與技能的充分理解外，還要求熟練與活用，以及創意與數學思考，並以義務教育的角度，考慮中小學數學的一貫性。修訂的學習指導要領廢除「生活單元學習」強調「系統學習」，中學數學設置「選修科目」，中學數學科內容包括「式」、「數量關係」、「計量」、「圖形」4 領域，內容較以往程度高，中三選修科目的數學內容程度高。

(3) 數學教育現代化 (1968-1976)

受 1957 年蘇俄發射人造衛星「史潑尼克一號」(Sputnik I)發射成功的影響，1968 年版學習指導要領展開「教育內容的現代化運動」充實學校教育，發展科學技術，導入高難度現代化課程的教學內容，但教學節數卻與 1958 年版一樣，「新幹線」的授課速度外，教師無法勝任教學內容，造成無法跟進的學生群出(教育情報ナショナルセンター，1968、1969)。數學教育被要求反應現代化的數學內容，中學的《學習指導要領》強調培養「數學的思考方式」，學科內容包括「數與式」、「函數」、「圖形」、「機率與統計」、「集合與邏輯」5 領域，函數明確化並強化邏輯；導入集合、函數、機率、不等式、圖形變換等新概念；廢除中三選修科目的數學，因此中三增加 35 節，中學階段每個年級都有 140 節(4 節/週)的數學。

(4) 重視基礎與基本 (1977-1988)

數學教育現代化，造成教學者的困擾與混亂，並引發指導內容過密及指導過度等批判，為解決 1968 年版現代化課程的過密、現場準備不足以及教師力不足等造成大量無法跟進的學生，並基於高中升學率高達 90%以上，中教審 1971 年的答詢(文部省，1971)欲除填鴨教育的弊害，認為與其進行高難度知識的教學，建議精選教育

內容、發展孩子個性與培育人性，實施寬鬆(ゆとり)且充實的學校生活。在回應美國「回歸基礎」運動與「寬鬆與充實」的口號下，1977年版刪減學習內容並精簡各學科等的目標，同時減少教學節數(教育情報ナショナルセンター，1977a、1977b)。

數學修正現代化的軌道，重視基礎與基本，中學數學科內容包括「數與式」、「函數」、「圖形」、「機率與統計」4領域的內容，刪除「集合與邏輯」領域，並降低全部的內容程度，刪減教學時數，「集合與邏輯」領域的內容，則與其他4領域關聯之，改為以適宜的程度處理之。

(5) 教育質轉換的新學力觀(1989-1998)

隨著第二次嬰兒潮世代(1971年~1974年)學校的填鴨教育、培養具協調性勞動者的管理教育、考試戰爭等引發校內暴力、欺凌、拒絕上學、跟不上進度等學校教育及青少年相關多數的社會問題，「小政府、民營化、體制鬆綁」的體制鬆綁後，終身雇用制度瓦解，複合型、綜合型、有創新能力的知識人才需求倍增，1989年版學習指導要領以新學力觀取代舊學力觀，重視學生的體驗活動，評量重視關心、意願、態度，教師角色由指導轉為支援、援助。圖求教育的質轉換(教育情報ナショナルセンター，1989a、b、c)。

相對於以知識與技能為中心的舊學力觀，新學力觀重視學習過程及培養能主動因應社會變化的能力與態度，數學學科強調「培養邏輯思考力與直觀力」不僅只是有條理思考而且能先推估(見通しをもつ)、由「瞭解數理處理的好處」進而培養「主動活用於生活的態度」等，增加體驗學習及問題解決學習的學習內容，重視關心、意願、態度的評量。強調「個性化與自由化」，教師的角色由指導改為支援學生本身探索知識與真理。學力的重心由「知識與理解」轉為「思考力與應用力」，中學設置「課題學習」與選修科目，強調必要之際活用計算器等之效果。新學力觀被批判「輕視基礎與基本，導致學力下降」、「關心、意願、態度評量不易，導致以舉手次數決定的偏差」等。

(6) 教育內容的嚴選(1999-2008)

1998(1999)年版學習指導要領如**錯誤! 找不到參照來源。**。中小學同時於 1998 年公佈，也同時於 2002 年開始實施，高中 1999 年公佈，2003 年度從 1 年級逐年實施。

針對學童生活現狀中缺乏悠閒、社會性不足與倫理觀問題、自立延遲、體力等問題，1996 年第 15 期中教審的第 1 次答詢中，提出培養全人「生存能力」的必要性，「生存的能力」成為 1998 年版學習指導要領的基本理念，小學中年級到高中階段創設只規定節數不規定學習內容的「綜合學習時間」以為橫向的聯繫與綜合，培養學生主動性與自主性的思考力及問題解決能力；各校得以展開有特色的教育。藉由教學內容與現實生活結合，提升學生的學習意願，並培養學生主動、自主性的思考力、問題解決的能力，以及因應社會與生活等諸問題的能力，學生獲得綜合性課題知識的同時，並提升自我思考之能力。

隨著 2002 年學校週 5 日制的開始實施(文部科学省，2002 年 3 月 04 日)，以及培養學生的「生存的能力(生きる力)」及減輕學生負擔的考量下，1998 年版學習指導要領縮減總教學節數，中小學每個年級縮減 70 節(每週約 2 節)，小學數學縮減 14%，中學數學縮減 18%，每個年級縮減教學節數，每單位時間並可彈性化；擴大選擇學習幅度，增加中學選修科目時數，學校得以自行設定學科與科目；嚴選學科學習內容，刪除難度高單元或挪至高年級；數學學科目標特別強調「數學活動」及其帶來的「樂趣」，希藉此學生主體性探討數學(教育情報ナショナルセンター，1998a、b、c)。

(7) PISA 型學力觀(2007-)

日本現行課程提倡「生存能力(生きる力)」，重視 OECD 提唱的 PISA 型的學力觀，較之學科知識的學習，重視「社會中能使用的能力」，提出「觀點別評量」，由僅評量「知識與理解」的觀點再增加「關心與意願」、「技能與表達」、「思考與判斷」，其中的「關心與意願」、「思考與判斷」是 OECD 強調的「社會中能使用的能力」(中原忠男，2008)。日本自 2007 年起每年 4 月以中三及小六全體為對象，實施的學力調查內容除了調查生活習慣和學習環境的問卷調查外，尚有紙筆測

驗，借鏡 PISA 國際學力調查，將試題除「知識」外，同時將「活用」列入試題是一大特色，「知識」的部份鎖定會影響後續學年學習的內容及生活中活用不可或缺的知識、技能為主；「活用」則以能將知識、技能等活用於生活中各種場面的能力，以及為解決各種課題的構思及評鑑、改善的能力等之內容為主，重視 PISA 型的學力觀(文部科学省，2009)。

2. 日本數學課程內涵

(1) 數學教育目標

小學數學課程目標：「經由數學活動，獲得數量形的基礎、基本知識與技能，培養對日常的事象能推估及邏輯思考，以及表達的能力，同時培養由發現活動的樂趣及數理處理的好處，主動地應用於生活與學習的態度」(文部科學省，2008a：35)。

中學的數學學科目標：「經由數學的活動，加深理解數量形等相關的基礎概念及原理與法則，學會數學的表達與處理的方法，以提高數理考察事象及表達的能力，並由實際感受數學活動的樂趣與數學的好處，培養主動活用、思考及判斷的態度」(文部科學省，2008e：40)。

(2) 數學教學時數

日本為充分確保基礎/基本知識與技能的反覆學習，以及利用於觀察與實驗、報告撰寫、論述、數量形相關知識與技能活用於實際場面等的時間以培養思考力與表達力等，促使實感理解的喜悅及學習的意義，增加教學節數：小 1(每週 3.4→4 節)、小 2(每週 4.4→5 節)、小 3~小 5(每週 4.3→5 節)；中 2 仍維持 3 節外，中 1 與中 3 數學每週增加 1 節(3 節→4 節)(林宜臻，2009；文部科学省，2008a、e)。

3. 日本數學課程特色

日本 2008 年 3 月公布新學習指導要領(相當於我國的課程標準)。數理兩學科的上課時數與內容都增加外，2011 年實施的新課程，中小學的數學及理科的部份內容則提前於 2009 年度先行實施。新學習指導要領再度強調「生存的能力」，經由數學和實際日常生活的結合，提升學生的數學學習意願與內容。基於日本學生在

TIMSS2003 及 2007 無論是國二或小四都在 5 名以內，但學習意念卻是最低水準，回答「數學學習是快樂」佔 40%（國際平均 67%）是最後第 6 名，此外，日本在 PISA2000、PISA2003 及 PISA2007 學生的數學應用能力名次也逐次下滑（第 1 名→第 6 名→第 10 名），如何提升學習意願及增進數學應用能力等方法知識是日本數學教育課題（林宜臻，2009）。日本新數學課程特色有如下之特色（文部科学省，2008a-g）：

(1) 根據學習現況提出數學課程改善方向

日本根據全國學力調查、教育課程實施狀況調查以及國際教育成就調查協會（The International Association for the Evaluation of Educational Achievement, IEA）的 TIMSS2003 調查，以及 OECD 的 PISA 2003 與 2006 等調查結果，發現日本學生的數學學習尚存有如下課題：① 意義理解不夠未能充分活用：無論是日本國內的教育課程實施狀況或國際性學力調查的結果分析，雖然計算等技能沒有下降的傾向，基礎與基本知識與技能的紮根情形良好，但存有對計算意義理解不夠等的課題，而且對於已學的知識與技能未能充分活用於生活與學習的課題；② 「讀解力」不理想：活用學習於解決實際生活上的「數學素養」及「科學素養」大致良好，但有每況愈下的現象，對於事件與現象未能以數學角度擷取資訊、深思、批判、提出結論及以記述式方式表達自我思考及判斷不拿手等之課題；③ 學習意願低並感不安與無趣：由 PISA 調查發現：日本學生對於數學學習內容的興趣低於國際平均值，對於數學學習感到不安的學生比例比國際平均值高；TIMSS 的調查同樣發現學生認為數學學習是快樂的比例比國際平均值低；日本國內數學喜惡調查發現小六及中一學生回答喜歡數學的比例有下降的現象，覺得數學學習無趣、無益的孩童增多；（文部科学省，2007a；文部科学省，2007b）等之課題。根據前述課題，日本新數學課程改善的方向如下：① 充實數學的活動、紮實學會基礎/基本的知識與技能、培養數學思考力與表達力、提高學習意願；② 從數量形的基礎/基本的知識與技能確實扎根的觀點，重視數學內容的系統性，重複學年間與學校階段間內容的部份，按發展與學年的階段螺旋式安排數學課程；③ 具體明示培養能根據數據，有條理、有系統的「數學思考力」以及在理解言語、數、式、圖、表及統計圖表等下，將自己的想

法以容易明白方式說明及相互溝通自己想法的「數學表達力」等的指導內容與活動；(4) 重視經由體驗與活動，理解數量形的意義，以及由螺旋式的課程感受學習的進步，並將學過的數學活用於日常生活、其他學科和更進一部的數學學習；(5) 中小學各年級內容明示數學的活動(文部科學省，2007b；文部科學省，2008：4-6)。

因此，小學階段重視經由充實數學活動，實際感受數量形，豐富感覺，讓數學基礎/基本的知識與技能確實扎根，提高數學的思考力與表達力，並將所學活用於生活與學習。中學階段重視經由數學活動的主動探討，學習基礎/基本的知識與技能，培養數學思考力，由瞭解數學的好處，加深理解數學在生活中的功能及數學與科學技術間的關係等，培養以數理角度考察事象的能力與態度(文部科學省，2007b)。

(2) 課程目標強調數學的活動、思考力與表達力、數學的好處、活用於生活與學習

小學數學課程目標：「經由數學活動獲得數量形的基礎、基本知識與技能，培養對日常的事象能推估及邏輯思考，以及表達的能力，同時培養由發現活動的樂趣及數理處理的好處，主動地應用於生活與學習的態度」(文部科學省，2008a：35)。

中學的數學學科目標：「經由數學的活動，加深理解數量形等相關的基礎概念及原理與法則，學會數學的表達與處理的方法，以提高數理考察事象及表達的能力，並由實際感受數學活動的樂趣與數學的好處，培養主動活用、思考及判斷的態度」(文部科學省，2008e：40)。

小學數學課程目標：「經由數學活動獲得數量形的基礎、基本知識與技能，培養對日常的事象能推估及邏輯思考，以及表達的能力，同時培養由發現活動的樂趣及數理處理的好處，主動地應用於生活與學習的態度」(文部科學省，2008a：35；粗體字表新更動處，以下同)；中學的數學學科目標：「經由數學的活動，加深理解數量形等相關的基礎概念及原理與法則，學會數學的表達與處理的方法，以提高數理考察事象及表達的能力，並由實際感受數學活動的樂趣與數學的好處，培養主動活用、思考及判斷的態度」(文部科學省，2008e：40)。無論是中小學的數學課程目標，其最大的變化在於增加「經由數學的活動」及「培養表達的能力」，期待學生能於自我知識的獲得、資訊的掌握、判斷、思考的前提下，「培養表達的能力」，中

學數學課程的目標由 1998 年版的「得知(知る)數學活動的樂趣」改為「實際感受(実感する)數學活動的樂趣」，相對於現行課程後半部「主動地應用於生活的態度」，新課程不僅只停於「主動地應用於生活的態度」，而增加為「應用於生活與學習的態度」，強調活用學過的知識與技能，創造新知識與技能。整體而言，日本數學學科目標強調：1) 數學的活動；2) 思考力與表達力；3) 數學的好處(有用性等)；4) 活用於生活與學習(教育出版教育研究所，2006、2008)。

(3) 強調反覆(螺旋式) 並重構數學內容

1) 反覆(螺旋式)指導：將數量形的基礎/基本知識與技能視為生活與學習的基盤，為使基礎/基本知識與技能扎根，重視數學的系統性，並將學年間與各級學校階段間內容的部份重複，依照發展與學年階段反覆(螺旋式)編排課程(文部科学省，2008b：4)。充實按照發展與學年階段的螺旋式)指導，以落實基礎與基本的知識與技能的扎根，例如整數的四則計算安排於小三，但為定義的扎根及擴展活用能力，小四再度學習。

2) 重構數學內容：基於國際的通用性、確保數學內容的系統性，圓滑接續中學學習的觀點，重新檢討指導內容的構成。

① 小學階段：「數與計算量」、「量與實測」、「圖形」、「數量關係」4 領域外，增設「算數的活動(註：算數指小學數學)」領域；從 1 年級開始增列「數量關係」；跨複數學年部份重複學習。

② 中學階段：由現行的「數與式」、「圖形」、「數量關係」3 領域，改為「數與式」、「圖形」、「函數」、「資料的活用」4 領域，將其中的「數量關係」改為「函數」，增設「資料的活用」以為培養判斷力及指導統計與機率用；部分重複文字式、比例與反比例、圖形的全等、圖形的移動等指導內容，得以反覆學習。

(4) 充實數理教育

1) 增加教學時數

將數理教育較原預定於 2011 年實施的新課程提前於 2009 年實施，並提高數學

教學節數：小 1(每週 3.4→4 節)、小 2(每週 4.4→5 節)、小 3~小 6(每週 4.3→5 節)；國中數學增加 75 節(315 節→386 節，約 22.2%)，中 1 與中 3 數學每週增加 1 節(3 節→4 節)(林宜臻，2009；文部科学省，2008a、e)。

2) 重新檢討指導內容的系統性

以數理的國際通用性、培養擔任學術研究及科學技術的人材、培養全國民具備必要的科學素養的觀點重新檢討數理內容的系統性。

3) 整備教育條件

充實數理教育內容外，也整備數理教育的條件，例如改善教職員數以充實習熟度別與少人數的指導、活用外部人材以為高年級專科教師、充實促使反覆學習與自我發展的教科書等。

(五) 美國

1. 美國數學課程沿革

(1) 新數學運動

1957 年蘇俄發射人造衛星「史潑尼克一號」(Sputnik I)，美國學術界驚覺其科學教育落於蘇聯之後，1958 年成立學校數學研究組，編寫中學數學教材，開啟「新數學運動」，1960 年代幾乎波及所有西方國家，「新數學運動」旨在加強數學課程的現代化，培養高級技術人才，因此在中學數學課程中引進集合、純邏輯和抽象概念等現代數學概念，強調知識的結構，促使數學課程結構化、代數化，歐氏幾何代之以公理，學生提早接觸現代數學的概念與方法。

(2) 回歸基礎

「新數學」過於強調數學結構與抽象，學習障礙；忽視推理的培養、數學的實際應用，以及的培養，造成學生計算能力及應用能力的低落，「新數學」課程改革失敗之後，1970 年代「回歸基礎(Back to Basics)」重新重視學生的基礎知識和基本技能的培養，強調反覆演練以熟練各種數學的基本計算。

(3) 重視問題解決