

「中小學課程發展之相關基礎性研究」  
區塊研究一整合型研究（二）

子計畫六：臺灣高中國中學生綜合能力表現之分析與運用  
（TEPS）

由 TEPS 數學試題與測驗來檢視九年一貫課程指標與學生學習  
表現

- 一、TEPS 數學試題對應九年一貫能力指標與數學課程之分析研究
- 二、檢視影響學生數學能力表現的個人、家庭及學校因素
- 三、高中入學制度變革前後學生學習之比較分析

游錦雲（臺北市立教育大學心理與諮商學系助理教授）

陳敏瑜（臺北市立教育大學教育學系）

曾秋華（臺北市立教育大學教育學系）

李慧純（臺北市立教育大學心理與諮商學系）

張真嘉（臺北市立教育大學心理與諮商學系）



# TEPS 數學試題對應數學課程與九年一貫能力指標之分析研究

## 壹、緒論

我國以往對課程總綱及各學科領域綱要之擬訂，較缺乏長期系統性的規劃及實徵研究的佐證，故遭受挑戰或質疑時，常無法提出具有說服力的理由，因而埋下課綱推動與實施的阻礙。本研究的主要動機便是希望透過對國內現有資料庫—台灣教育長期追蹤資料庫 (Taiwan Education Panel Survey, 以下簡稱 TEPS) 的試題、測驗及相關資訊進行分析，以檢視課程指標與學生學習表現，並為教學或課程課綱的設計提供實徵研究基礎。TEPS 是由中央研究院社會學研究所與歐美研究所、教育部及國科會共同規劃的全國性調查計畫，由 2001 年開始針對我國國中生及高中/高職、五專學生進行調查，其中，分析能力測驗是 TEPS 研究群花費許多心血自編而成，也大規模施測獲得具代表性的學生能力表現分數，因此相當具有研究價值。

我國曾於民國82、83年陸續修訂國小、國中數學課程標準，復於85、86學年度分別實施國小、國中數學新課程，而九年一貫的數學課程則於90學年度國小一年級開始實施，再於91學年度自一、二、四、七年級開始全面實施。因此，參加2001年TEPS第一波測驗的國一學生，所使用的數學教科書，是以民國83年的課程綱要為主。雖然TEPS的施測對象並非接受九年一貫課程的學生，且TEPS試題在設計過程和原則並非依據課程或課綱而來，不過，TEPS訴求試題內容必須測量學生解決問題的能力，而非一般的學科成就測驗。此原則恰與九年一貫的精神相符：讓學生運用課堂上所學到的數學概念與演算能力來解決真實生活面臨的問題，以培養學生帶著走的能力。因此，本研究依據九年一貫能力指標將TEPS試題分類，瞭解TEPS數學試題與九年一貫的能力指標相對應契合之程度，藉由試題所反應出之能力表現，找出學生表現的弱項部分，進一步提供對九年一貫課綱及能力指標的建議，此為本研究目的之一。

本研究為符應目前九年一貫課程綱要改版的時效性，故以最新版本-民國100年即將實施的97年5月修訂版之九年一貫課程綱要為分析標準。我們也計畫與83年課綱版本對照，回歸TEPS數學試題所測到的課程涵蓋範圍，進而瞭解TEPS的數學試題是否反映當時學生所學的課程內容，以及試題是否切合當時課程內容所欲達到的教學目標。我們並將依據內容領域(數與量、代數、幾何、資料)，以及認知領域(知道事實及過程、使用概念、解例行性問題、推理)來劃分TEPS試題、探究TEPS試題在各內容領域與認知領域的比例，並瞭解學生在這些內容領域與認知領域的表現如何，此為研究目的二。

本研究具體的研究目的包括有：

1. 檢視 TEPS 數學試題所對應的九年一貫能力指標與內容領域。
2. 比較國一學生在各能力指標與分領域的試題表現。
3. 檢視 TEPS 數學試題所對應的認知領域
4. 從內容領域與認知領域看 TEPS 試題之學生綜合表現

最後彙整與統合研究發現，提出課程發展與運用的意義與啓示，並進一步發展學生學習能力的再精進策略。

綜合以上討論，本研究所欲分析的資料及研究問題主要可區分為兩部分，第一部份在於

數學試題的分析，主要利用內容及試題分析的方法，依據能力指標與內容領域將 TEPS 試題進行分類，並比較學生於各試題或領域的表現。

## 貳、文獻探討

### 一、九年一貫數學課程綱要及能力指標

本研究運用內容分析法，以民國 100 年即將實施的 97 年修訂版之九年一貫能力指標為分析標準，對「83 年版國立編譯館所編的數學國中教科書」共六冊、及「TEPS 數學試題」進行能力指標與分年細目之對應分析。

#### (一) 九年一貫數學學習領域

九年一貫課程強調以學習者為主體，以知識的完整面為教育的主軸，以終身學習為教育的目標。在進入 21 世紀且處於高度文明化的世界中，數學知識及數學能力，已逐漸成為日常生活及職場裡應具備的基本能力。基於以上的認知，國民教育數學課程的目標，須能反映下列理念：(1)數學能力是國民素質的一個重要指標；(2)培養學生正向的數學態度，瞭解數學是推進人類文明的要素；(3)數學教學（含教材、課本及教學法）應配合學童不同階段的需求，協助學童數學智能的發展；(4)數學作為基礎科學的工具性特質（教育部，2008）。

九年一貫數學學習領域將九年國民教育區分為四個階段：第一階段為國小一至二年級，第二階段為國小三至四年級，第三階段為國小五至六年級，第四階段為國中一至三年級。另將數學內容分為「數與量」、「幾何」、「代數」、「統計與機率」、「連結」等五大主題。由於 TEPS 的施測對象為國中與高中生，因此本研究著重在第四階段（國中一至三年級）的探討。在「數與量」方面，能認識負數與根號之概念與計算方式，並理解坐標表示的意義。「代數」方面則要熟練代數式的運算、解方程式，並熟悉常用的函數關係。「幾何」部份要學習三角形及圓的基本幾何性質，認識線對稱與圖形縮放的概念，並能學習簡單的幾何推理。另外，要能理解統計與機率的意義，並認識各種簡易統計方法（教育部，2008）。

#### (二) 能力指標

能力指標在本質上是介於一般性的教育目的與高度具體化的教學目標間的課程目標，也是介於學習領域課程目標與學習目標之間的分段課程目標（高新建，2004）。目前學者與實務工作者所提出的能力指標分析方式大致分兩種，一是以教材或教學活動為主的能力指標對應方式；二是系統化的能力指標分析方式，將能力指標分析為較具體的教學目標或學習目標，明確的指出分析成細項時所根據的類目或概念項目（高新建，2003）。本研究即參考第二種系統化的能力指標分析方式，來對照教科書中的教學目標及 TEPS 數學試題所對應的能力指標。

九年一貫數學學習領域在「數與量」、「幾何」、「代數」和「統計與機率」等四項主題的能力指標以三碼編排，其中第一碼表示主題，分別以字母 N、S、A、D 表示。第二碼表示階段，分別以 1、2、3、4 表示第一、二、三、四階段；第三碼則是能力指標的流水號，表示該細項下指標的序號。指標雖以主題與階段來區分，仍有若干能力指標採跨主題方式同時編列，如「數與量」、「幾何」，以強調其連結，此類指標皆以相關連結編碼註記。第五個主題「連結」亦以三碼編排，第一碼以字母 C 表示主題，第二碼分別以字母 R、T、S、C、E 表示察覺、轉化、解題、溝通、評析；第三碼流水號，表示該細項下指標的序號。

例如：

N-1-01 能說、讀、聽、寫 1000 以內的數，比較其大小，並做位值單位的換算。

N代表「數與量」

1代表「第一階段」（國小1-2年級）

01代表「流水號」。

### （三）分年細目

能力指標係依主題與階段的學習能力而訂定，然因多數指標須採分年教學才能達成其教學目標，因此，由階段能力指標演繹出更細緻的分年細目及詮釋，方能明確掌握分年教學的目標。分年細目與能力指標相同，亦採三碼編排，第一碼表示年級，分別以1、...、9 表示一至九年級；第二碼表示主題，分別以小寫字母n、s、a、d 表示「數與量」、「幾何」、「代數」和「統計與機率」等四個主題；第三碼則是分年細目的流水號，表示該細項下分年細目的序號。

例如：

7-a-09 能認識函數。

7代表「七年級」

a代表「代數」

09代表「流水號」。

## 參、研究方法

### 一、資料來源

本研究使用的是 TEPS 資料庫中的學生及其家長、科任教師的填答資料，以及這些學生在四波數學能力測驗卷上的評量資料。此外，我們也針對數學能力測驗卷中的試題進行內容與試題分析。

本研究所分析的是 2001 年的國一樣本，TEPS 之後分別在 2003 年、2005 年及 2007 年對此樣本進行追蹤調查，因此，我們共有此樣本在四波時間點的測量資料，有豐富的資訊提供我們進行縱貫性的分析研究。

TEPS 先採取分層隨機的抽樣方法，區分國中、高中、高職、五專等四種學程，個別抽出樣本學校，再從被抽取的學校中，隨機抽取樣本班級，再從樣本班級中隨機抽出 15 名學生進行施測。抽樣排除特殊教育班級及因身心障礙無法填寫問卷或測驗卷的學生。TEPS 第一波的實際完訪學校共有 333 所，實際完訪班級數及學生數分別是 1244 班及 20055 人（張荳雲，2008）。之後 TEPS 於 2003 年針對第一波的學生進行第二波的追蹤調查，而這些樣本在第三波測量時已進入高中職及五專就讀，並分散在全國各地，若要全數追蹤，成本相當高。TEPS 團隊在權益考量下，抽出約 4000 名學生進行追蹤，並稱為追蹤樣本（Core Panel，簡稱 CP）（張荳雲，2008），本研究使用的是現場使用版（正式版）資料。此版本所釋出的第一波國中學生人數共有 15582 人，第三波至第四波所釋出的 CP 人數各為 3746 與 3645。

此外，分析能力測驗並非一般的學科測驗，主要是測量學生解決問題的能力，並盡可能確保題項內容是各類學校學生皆有接觸過的知識（張荳雲，2008）。TEPS 的能力測驗所要評量的是學生經學習後展現的能力，與國際性學生評量計畫（The Programme for International Student Assessment，簡稱PISA）的能力素養概念相似。因此，本研究所分析的TEPS數學測驗性質應較接近成就測驗，而非智力測驗。TEPS使用項目反應理論（Item Response Theory，簡

稱IRT)技術分析這些測驗並釋出IRT分數，使得我們能夠比較同一受試對象在不同時間點的成績，據以瞭解學生學習能力的發展與趨勢。

## 二、研究架構

本研究分析著重的是 TEPS 數學題目，九年一貫能力指標及數學教科書課程內容間之關聯探討，圖 1 呈現的是此部份的研究架構。

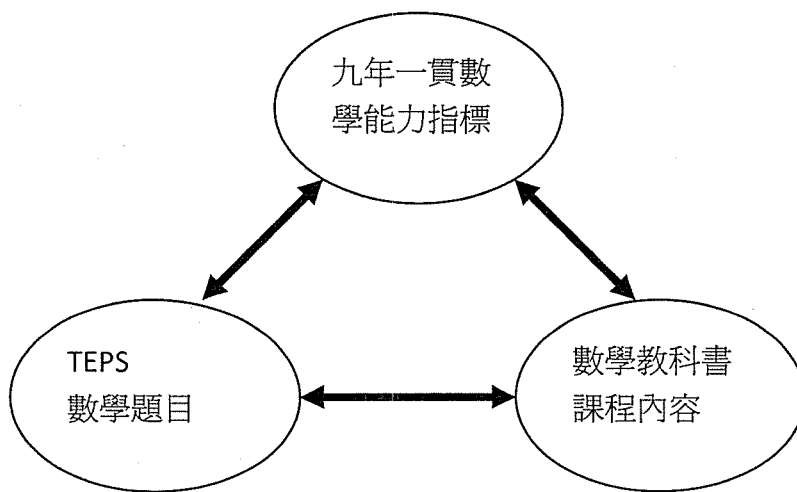
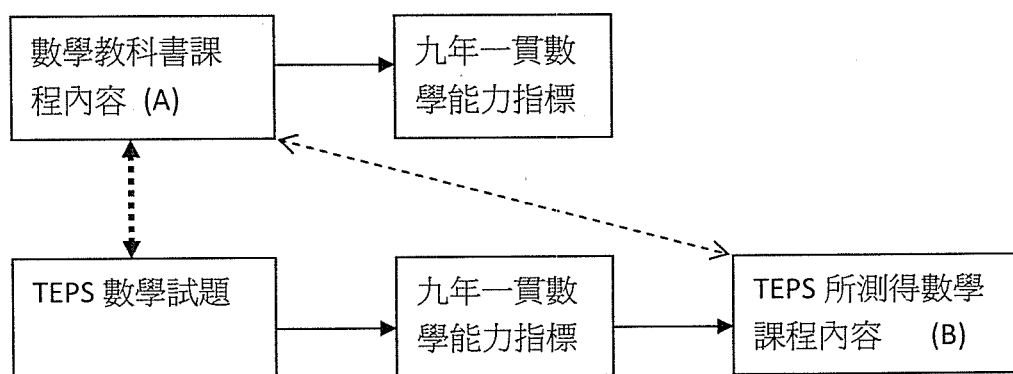


圖 1 TEPS 試題暨內容分析研究架構圖

## 三、分析方法

本研究運用內容分析法，以民國 100 年即將實施的 97 年修訂版之九年一貫能力指標為分析標準，對「83 年版國立編譯館所編的數學國中教科書」、「97 年康軒版數學領域課程內容」各六冊、及「TEPS 數學試題」做能力指標與分年細目之對應分析。

### (一)分析流程



圖二 分析流程圖

1. 分析 83 年版、97 年康軒版數學教科書與 97 年版九年一貫數學能力指標之對照情況(A)。  
根據 83 年版課綱由國立編譯館所編撰之國中數學一至六冊之課本與教師手冊，以及 97 年康軒版國中數學一至六冊之課本與教師手冊作為分析的內容，先將此兩版本六

冊之冊數、章節、單元名稱及教學目標表列後（附錄一：83 年版教科書課程內容與九年一貫能力指標對應表），尋找各自相對應之 97 年版九年一貫數學能力指標及分年細目。若無法由教學目標明確對應之內容與能力指標，必須將該項課本及教師手冊作內容對照，才確定能力指標的對應。

## 2. 分析 TEPS 數學試題與 97 年版九年一貫數學能力指標之對照情況。

本研究在 TEPS 試題的歸類部份，聘請五位具研究熱忱與國高中教學經驗之教師擔任評分員，在檢視 TEPS 數學試題之前，先以五題 PISA 數學試題為範例，討論如何使用 97 年修訂版之九年一貫能力指標與分年細目為分析標準將試題歸類，待五位專家分析標準達到共識之後，再進入中央研究院人文社會科學研究中心限制資料室內進行現場閱卷。各自將 TEPS 數學試題對應到 97 年版九年一貫能力指標及分年細目上（附錄二：TEPS 數學試題評定表）；再將五位評分員對應結果表列分析（附錄三：TEPS 數學試題對應九年一貫能力指標分析表）。

## 3. 將 TEPS 數學試題與數學教科書所對應相同的九年一貫能力指標做比對，進而推測出 TEPS 數學試題所測得的數學課程內容(B)。

### (二) 內容分析信度

內容分析信度檢定目的為檢測研究者分析類目時，是否將內容歸入相同類目使所得結果一致（歐用生，1991）；在將 TEPS 試題歸類到不同內容領域及能力指標的過程中，評分者間是否能夠一致地將試題歸於同一類目中是相當重要的信度議題。本研究所採用之信度計算方式為評分者信度（scorer reliability），係指不同評分者能否將內容歸入相同類目中，也就是不同評分者內容分析結果之一致程度，一般而言，內容分析的信度應該在 0.8 以上（楊孝榮，1989），本研究採用兩種評分者信度，以期能獲得更為準確穩定的結果。說明如下方：

#### 1. 評分者信度（R）

$$\text{評分者信度 (R)} = \frac{\text{評分人員數} \times \text{平均相互同意度}}{1 + [(\text{評分人員數} - 1) \times \text{平均相互同意度}]} \quad (\text{公式 1})$$

$$\text{平均相互同意度 (P)} = \frac{P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_i}{N} \quad (N = \text{相互比較的次數})$$

$$\text{相互同意度 (P}_i\text{)} = \frac{2M}{N_1 + N_2}$$

其中，M 為完全同意的項目數，N<sub>1</sub> 為第一評分員應有的同意數目，N<sub>2</sub> 為第二評分員應有的同意數目（楊孝榮，1989）。

本研究使用公式 1 分別計算這五位評分者在內容領域、分年細目及能力指標分類的評分者信度，估計值分別為 .99，.98 及 .97，皆在 .90 以上，顯示這幾位評分者間歸類的高度一致性。

#### 2. Kappa 一致性係數（K coefficient of agreement；K）

Kappa 一致性係數是「評分者實際評定一致的次數百分比」與「評分者理論上評定的最大可能次數百分比」的比率（林清山，1992）。公式為：

$$K = \frac{P(A) - P(E)}{1 - P(E)} \quad (\text{公式 2})$$

$$P(A) : K \text{ 位評分者評定一致的百分比； } P(A) = \left[ \frac{1}{NK(K-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m n_{ij}^2 \right] - \frac{1}{K-1}$$

N：總人數； K：評分者人數； m：評定類別； n：細格資料

P(E)：K 位評分者理論上可能評定一致的百分比；

當評分者的評定等第完全一致時，則 K=1，當評分者的評定等第完全不一致時，則 K=0。

$$P(E) = \sum_{j=1}^m P_j^2 \quad ; \quad P_j = \frac{C_j}{NK} \quad ; \quad C_j = \sum_{i=1}^N n_{ij}$$

K 計算的結果為-1~1，但通常 K 是落在 0~1 間，可分為五組來表示不同等級的吻合度：0.0~0.20 極低的吻合度(slight)、0.21~0.40 一般的吻合度(fair)、0.41~0.60 中等的吻合度(moderate)、0.61~0.80 高度的吻合度(substantial)和 0.81~1 幾乎完全吻合(almost perfect)

運用公式二進行內容領域與認知領域之 Kappa 一致性係數，得到內容領域 K 係數為 .898，代表在內容領域五位評分者在各試題的分類幾乎完全一致；認知領域 K 係數為 .449，則顯示在認知領域的分類屬中等吻合。

因認知領域五位評分者的分類沒有完全一致，為求更精確的分析效果，故研究團隊針對認知領域聘請專家再進行第二次的歸類確認。在對各試題的歸類劃分部份，則將五位評分者的劃記資料進行分析，若五位評分者中有四位的劃記是一致的，我們便將此試題進行歸類。但若超過一位的評分員在歸類上有歧見，我們便保留這些試題，進行更進一步的討論與檢視，直到將試題歸類為止。

## 肆、研究結果

### 一、 TEPS 試題所對應的九年一貫能力指標與內容領域

本研究共分析國中第一波（國一）、第二波（國三）的數學試題共有 56 題<sup>1</sup>，茲將分析結果分數如下：

#### （一） TEPS 數學試題所對應到的九年一貫能力指標

研究結果顯示每一 TEPS 試題都有其對應的九年一貫能力指標。因為一個題目不一定只涵蓋一種概念，可能包含兩種以上的概念或解題方式，例如 w1-2-10 題，S-4-01、A-4-3、A-4-07 均可代表該題所欲測量的能力指標，由本研究專家共同討論，決定同時採納才不致失去原來題目所欲測試學生不同基本能力的面向，茲整合 TEPS 數學試題所對應到的能力指標如表 1 所示。：

<sup>1</sup>根據 TEPS 數學測驗題數分配表，其中國中第一波（國一）、第二波（國三）的數學試卷共有 57 題，第一波與第二波相同的試題有 10 題，w1-2-17 此題題意不清，TEPS 已經刪除，所以針對國一及國三試卷實際需分析的題目有 46 題。此外，本研究另外還分析了 10 題在一般分析能力測驗內的題目（w1-1-07、w1-1-08、w1-1-09、w1-1-16、w1-1-17、w1-1-18、w1-1-25、w1-1-26、w1-1-27、w2-1-26），五位專家評分員在討論後，認為這 10 題可運用數學概念來解題，故一併納入本研究加以分析。



表 1 TEPS 數學試題所對應到的能力指標表

能力指標
N-4-02 能熟練求質因數分解、最大公因數、最小公倍數的短除法，並解決生活中的問題。
N-4-03 能理解比例關係、連比、正比、反比的意義，並解決生活中的問題。
N-4-07 能將負數標記在數線上，理解正負數的比較與加、減運算在數線上的對應意義，並能計算數線上兩點的距離。
N-4-08 能熟練正負數的四則混合運算。
N-4-09 能認識指數的記號與指數律。
N-4-13 能辨識數列的規則性。
S-4-01 能理解常用幾何形體之定義與性質。
S-4-04 能利用形體的性質解決幾何問題。
S-4-06 能理解外角和定理與三角形、多邊形內角和定理的關係。
S-4-08 能理解線對稱圖形的幾何性質，並應用於解題和推理。
S-4-09 能理解三角形的全等定理，並應用於解題和推理。
S-4-11 能理解一般三角形的幾何性質。
S-4-12 能理解特殊三角形(如正三角形、等腰三角形、直角三角形)的幾何性質。
S-4-13 能理解特殊四邊形(如正方形、矩形、平行四邊形、菱形、梯形)與正多邊形的幾何性質。
S-4-15 能理解三角形和多邊形的相似性質，並應用於解題和推理。
A-4-01 能用符號代表數，表示常用公式、運算規則以及常見的數量關係(例如：比例關係、函數關係)。
A-4-03 能用 $x$ 、 $y$ 、...符號表徵問題情境中的未知量及變量，並將問題中的數量關係，寫成恰當的算式(等式或不等式)。
A-4-04 能理解生活中常用的數量關係(例如：比例關係、函數關係)，恰當運用於理解題意，並將問題列成算式。
A-4-05 能理解等量公理的意義，並做應用。
A-4-07 能熟練一元一次方程式的解法，並用來解題。
A-4-08 能理解一元一次不等式解的意義，並用來解題。(此題同時具有 A-4-03)
D-4-01 能利用統計量，例如：平均數、中位數及眾數等，來認識資料集中的位置。
D-4-02 能利用統計量，例如：全距、四分位距等，來認識資料分散的情形。
D-4-04 能在具體情境中認識機率的概念。

(二) 第四階段能力指標中，TEPS 試題所占的能力指標比例

1. 數與量內容領域的能力指標 N-4-01~N-4-14 共 14 條，TEPS 試題對應 6 條的指標占了 43%。
2. 幾何內容領域的能力指標 S-4-01~S-4-19 共 19 條，TEPS 試題對應 9 條的指標占了 47%。
3. 代數內容領域的能力指標 A-4-01~A-4-20 共 20 條，TEPS 試題對應 6 條的指標占了 30%。

4. 資料內容領域的能力指標 D-4-01~D-4-04 共 4 條，TEPS 試題對應 3 條的指標占了 75%。
5. 第四階段能力指標共 57 條，TEPS 試題對應 24 條的指標共占 42%。

由以上 TEPS 數學試題與九年一貫能力指標對應的結果，第四階段能力指標(國中一至三年級)中，TEPS 試題所占的能力指標比例，數與量、幾何和資料都達四成以上的對應比例，資料更達七成以上的對應比例，只有代數較少，占了三成的對應比例。但全部試題所對應的指標數占第四階段能力指標的 42%，即 TEPS 試題在第四階段能力指標所占的比例平均達四成以上。

### (三) TEPS 試題所測量的內容領域

九年一貫能力指標中，數與量、幾何、代數、資料等內容領域所對應到的 TEPS 試題詳細歸納分析請參考附錄四；研究者將所分析的 56 題 TEPS 試題，依據九年一貫能力指標所劃分的數與量、幾何、代數、資料四種內容領域進行說明如下：

#### 1. 「數與量」的內容領域

有 22 題屬於「數與量」的內容領域，佔了全部內容領域的 39.3%；其中第一波共 37 題，其中有 15 題屬於「數與量」的內容領域，佔了第一波數學題內容領域的 40.5%。

#### 2. 「幾何」的內容領域

有 17 題屬於「幾何」的內容領域，佔了全部內容領域的 30.4%；第一波共 37 題，其中有 9 題屬於「幾何」的內容領域，佔第一波數學題內容領域的 24%。

#### 3. 「代數」的內容領域

有 26 題屬於「代數」的內容領域，第一波 37 題中有 19 題編屬於「代數」的內容領域。在此要特別說明，經由分析得到 A-4-02 中有六題 w1-2-01、w1-2-03、w1-2-04、w1-2-14、w1-2-15、w1-2-15 同時具有 N-4-08 之能力指標，且其分年細目編碼是 7-n-07，屬於數與量的範圍；細看其能力指標內容，「A-4-02 能理解數的四則運算律，並知道加與減、乘與除是同一種運算」內容很像是數與量的範圍，是代數的前導概念，與「N-4-08 能熟練正負數的四則混合運算。」極為相似，也同時屬於分年細目 7-n-07，經研究者與專家們共同討論，決定其編屬於數與量的範圍。故實際屬於代數的題目為 14 題，占全部內容領域題目的 25%，其中第一波共 37 題，其中有 12 題編屬於「代數」的內容領域，佔了第一波數學題內容領域的 32.4%(詳如附件所示)。

#### 4. 「資料」的內容領域

有 4 題屬於「資料」的內容領域，佔了全部內容領域的 7%；第一波數學試題中有 2 題屬於「資料」的內容領域，佔了第一波數學題內容領域的 5%。

由以上分析得知，占最多題數的是數與量的「N-4-08 能熟練正負數的四則混合運算。」共有 10 題，均是屬於 7-n-07；其次是「A-4-02 能理解數的四則運算律，並知道加與減、乘與除是同一種運算。」共有 8 題，但是其中有 6 題與 N-4-08 重複且分年細目也均屬於 7-n-07，原因是 A-4-02 與 N-4-08 兩者概念相近，而 TEPS 試題多屬綜合題型，故在編碼時，若非特別明顯是負數運算，則該題可能會將兩者一併編入。而分年細目 7-n-07 是屬於七年級數與量的部分，因為參加第一波測驗的國中學生是國中一年級學生，也就是七年級的學生，可以看出第一波 TEPS 數學試題剛好也著重在第一冊數與量的部分，屬於七年級的課程範圍。

w1-2-10 的能力指標包含 S-4-01、A-4-03、A-4-07，即包含幾何領域和代數領域，因為

其題型為幾何，但亦可運用代數方法列式解題，故可以屬於兩種領域。因此，在計算 TEPS 數學試題領域分配時，幾何與代數部分須各自計算 w1-2-10 這題進去，但當要計算總合時，則必須將此題與所佔的比例扣到才能符合總數。本研究之 TEPS 數學試題內容領域分配如表 2 所示。

表 2 TEPS 數學試題內容領域分配表

	數與量		幾何		代數		資料		-w1-2-10	總合
	題數	%	題數	%	題數	%	題數	%		
總共分析 56 題	22	39.3	17	30.4	14	25%	4	7.1	-1 題	56 題
	題	%	題	%	題		題	%	-1.8%	100%
第一波 37 試題	15	40.54	9	24.32	12	32.43	2	5.41	-1 題	37 題
	題	%	題	%	題	%	題	%	-2.7%	100%

由表 2 可以看出，在所有題型中數與量的內容領域在題目的分配上占最多達 39.3%，其次是幾何的內容領域占 30.4%，第三是代數領域的題目占 25%，最少的是資料內容領域的題目只有 7.1%。而第一波的題目中，仍然以數與量內容領域的題目占最多數達 40.54%，其次則為代數內容領域的題目 32.43%，第三為幾何內容領域的題目 24.32%，最後仍為資料內容領域的題目占 5.41%。當時第一波所測的國一學生，他們所學的第一冊與第二冊數學課程安排即是數與量、代數等兩個領域，而幾何領域編屬於國二第四冊才有的課程內容。因此第一波中的題目以數與量、代數兩個領域居多的情況是相當符合當時學生所學的課程內容。到第二波追蹤試題則是針對已測過第一波的學生來測驗，且第二波實施時那些學生已經是國三學生，幾何領域的分佈是在當時課程的第四冊和第五冊，而第二波測驗幾何內容領域的題目也增加到比代數領域還多。由 TEPS 數學試題在各內容領域的安排比例，可看出相當符合當時的課程安排，因此，學生在 TEPS 測驗的能力表現，應也可反映出當時學生在數學課程上的能力表現。

#### (四) 從能力指標比對出 TEPS 試題所能測得的課程內容

##### 1. 83 年版課程內容

本研究根據 TEPS 數學試題與 83 年版數學教科書所對應的能力指標進行分析，先依四個內容領域之能力指標，列出其所對應的 TEPS 試題與課程內容之教學目標，詳細內容比對請參考附錄五，而進行比對分析結果發現，TEPS 數學試題除了 w2-1-16、w1-1-14 兩題所對應的能力指標和分年細目，在 83 年版課程內容中並沒有教學目標與之相對應，其餘 TEPS 數學試題均有與之相對應的課程內容。

##### 2. 97 年康軒版課程內容

相同的步驟比對 97 年康軒版，分析結果發現，TEPS 數學試題除了 w2-1-16 這題所對應的能力指標和分年細目，在 97 年康軒版課程內容中並沒有教學目標與之相對應，其餘 TEPS 數學試題均有與之相對應的課程內容。

##### 3. 討論

w2-1-16 該題對應到的能力指標為「S-4-13 能理解特殊四邊形(如正方形、矩形、平行四邊形、菱形、梯形)與正多邊形的幾何性質。」、分年細目「9-s-11 能理解正多邊形的幾何性質(含線對稱、內切圓、外接圓)。」，w1-1-14 所對應的能力標為「A-4-08 能理解一元一次不等式解的意義，並用來解題。」、分年細目為「7-a-16 能由具體情境中列出簡單的一元一次不等式。」。再次比對 83 年版與 97 年康軒的數學課本內容，發現 83 年版沒有「正多邊形內切圓、外接圓的幾何性質」及「簡單的一元一次不等式。」，此兩項為 TEPS 數學

試題沒有對應到 83 年版的課程內容；而 97 年版沒有「正多邊形內切圓、外接圓的幾何性質」。雖然每一題 TEPS 試題都能對應到九年一貫能力指標，97 年康軒版是根據九年一貫能力指標編撰，但是本研究是根據 100 年即將實施之修正後的能力指標做對應，而 97 年康軒版是根據 92 年公布的九年一貫能力指標編撰，故沒有「能理解正多邊形的幾何性質(含線對稱、內切圓、外接圓)。」這一項，也因此 97 康軒版的課程內容沒有「正多邊形內切圓、外接圓的幾何性質」。

## (五) 比較 TEPS 所測得的課程內容與數學教科書的課程內容

### 1. 與 83 年版數學課程內容相比較

首先依六冊 83 年版數學課本，列出其有涵蓋 TEPS 試題的課程內容之教學目標，再根據有 TEPS 試題單元數與所有課程單元數的比例來計算 TEPS 數學試題所涵蓋的課程比例。83 年版數學課本全部六冊共 63 個單元，全部 56 題 TEPS 數學試題扣掉教科書課程內容沒有的 w2-1-16、w1-1-14 兩題，課程有涵蓋的 TEPS 試題共有 54 題，各冊詳細分布內容請參考附錄六，茲將各冊單元課程比例、TEPS 試題在各冊分布的課程比例及各冊所含試題比例之分析結果，分述如下：

- (1) 第一冊全部 12 個單元，TEPS 試題分布於其中的 7 個單元，所以第一冊占全部課程比例為 19%，TEPS 數學試題在第一冊分布的課程比例為 58.3%。54 題 TEPS 數學試題中有 22 題在第一冊，所以第一冊所占的試題比例為 40.7%。
- (2) 第二冊全部 10 個單元，TEPS 試題分布於其中的 3 個單元，所以第二冊占全部課程比例為 15.9%，TEPS 數學試題在第二冊分布的課程比例為 30%。54 題 TEPS 數學試題中有 3 題在第二冊，所以第二冊所占的試題比例為 5.6%。
- (3) 第三冊全部 14 個單元，TEPS 試題分布於其中的 2 個單元，所以第三冊占全部課程比例為 22.2%，TEPS 數學試題在第三冊分布的課程比例為 14.3%。全部 54 題 TEPS 數學試題中有 5 題在第三冊，所以第三冊所占的試題比例為 9.3%。
- (4) 第四冊全部 13 個單元，TEPS 試題分布於其中的 7 個單元，所以第四冊占全部課程比例為 20.6%，TEPS 數學試題在第四冊分布的課程比例為 53.8%。全部 54 題 TEPS 數學試題中有 11 題在第四冊，所以第四冊所占的試題比例為 20.4%。
- (5) 第五冊全部 7 個單元，TEPS 試題分布於其中的 1 個單元，所以第五冊占全部課程比例為 11.1%，TEPS 數學試題在第五冊分布的課程比例為 14.3%。全部 54 題 TEPS 數學試題中有 2 題在第五冊，所以第五冊所占的試題比例為 3.7%。
- (6) 第六冊全部 7 個單元，TEPS 試題分布於其中的 4 個單元，所以第六冊占全部課程比例為 11.1%，TEPS 數學試題在第六冊分布的課程比例為 57.1%。全部 54 題 TEPS 數學試題中有 11 題在第六冊，所以第六冊所占的試題比例為 20.4%。

統整上述各冊結果，將各冊的單元占有所有 63 個單元的比例，各冊涵蓋 TEPS 試題的單元數占有所有 63 個單元的比例，及 TEPS 分布在各冊的題數占含蓋到課程的全部試題(54 題)的比例，整理如下表：

表 3 TEPS 試題與各冊課程分布比例表

	第一冊	第二冊	第三冊	第四冊	第五冊	第六冊
各冊單元數占全部課程 63 個單元數比例	19%	15.9%	22.2%	20.6%	11.1%	11.1%
試題分布於各冊的課程	58.3%	30%	14.3%	53.8%	14.3%	57.1%

比例						
各冊所含試題比例	40.7%	5.6%	9.3%	20.4%	3.7%	20.4%

註：「試題分布於各冊的課程比例」指的是各冊涵蓋 TEPS 試題的單元數占各冊單元總數的比例；「各冊所含試題比例」指的是 TEPS 分布在各冊的題數占涵蓋到課程的全部試題（54 題）的比例。

由表 3 可以看出，83 年版數學教科書各冊涵蓋 TEPS 試題的單元數，第一冊所占課程比例最高達 58%，而 TEPS 試題主要分布在第一冊達 40.7%，從第一波的測驗對象國一學生來看，TEPS 試題著重在第一冊的課程範圍，試題涵蓋數最多的也是第一冊，應該可以測到國一學生的課程學習表現。

## 2. 與 97 年康軒版數學相比較

依六冊 97 年康軒版數學課本，列出其有涵蓋 TEPS 試題的課程內容之教學目標，再根據有 TEPS 試題單元數與所有課程單元數的比例來計算 TEPS 數學試題所涵蓋的課程比例。各冊詳細分布內容請參考附錄七，其結果摘要如下所示：

### (1) 第一冊數學課本

全部六冊共 65 個單元，第一冊占 12 個單元，TEPS 試題分布於其中的 5 個單元，所以第一冊占全部課程比例為 18.5%，TEPS 數學試題在第一冊分布的課程比例為 7.6%。全部 56 題 TEPS 數學試題扣掉教科書課程內容沒有的 w2-1-16 一題，課程有涵蓋的 TEPS 試題共有 55 題，其中有 22 題在第一冊，所以第一冊所占的試題比例為 40%。

### (2) 第二冊數學課本

第二冊全部 13 個單元，TEPS 試題分布於其中的 4 個單元，所以第二冊占全部課程比例為 20%，TEPS 數學試題在第二冊分布的課程比例為 6%。全部 55 題 TEPS 數學試題中有 7 題在第二冊，所以第二冊所占的試題比例為 12.7%。

### (3) 第三冊數學課本

第三冊全部 14 個單元，TEPS 試題分布於其中的 1 個單元，所以第三冊占全部課程比例為 21.5%，TEPS 數學試題在第三冊分布的課程比例為 1.5%。全部 55 題 TEPS 數學試題中有 1 題在第三冊，所以第三冊所占的試題比例為 1.8%。

### (4) 第四冊數學課本

第四冊全部 11 個單元，TEPS 試題分布於其中的 8 個單元，所以第四冊占全部課程比例為 16.9%，TEPS 數學試題在第四冊分布的課程比例為 12.3%。全部 55 題 TEPS 數學試題中有 21 題在第四冊，所以第四冊所占的試題比例為 38.1%。

### (5) 第五冊數學課本

第五冊全部 7 個單元，TEPS 試題分布於其中的 1 個單元，所以第五冊占全部課程比例為 10.7%，TEPS 數學試題在第五冊分布的課程比例為 1.5%。全部 55 題 TEPS 數學試題中有 2 題在第五冊，所以第五冊所占的試題比例為 3.6%。

### (6) 第六冊數學課本

第六冊全部 8 個單元，TEPS 試題分布於其中的 2 個單元，所以第六冊占全部課程比例為 12.3%，TEPS 數學試題在第六冊分布的課程比例為 3.07%。全部 55 題 TEPS 數學試題中有 4 題在第六冊，所以第六冊所占的試題比例為 7.2%。

### (7) 綜合比較

統整上述各冊結果，將各冊的單元占有所有 65 個單元的比例，各冊涵蓋 TEPS 試題的單元數占有所有 65 個單元的比例，及 TEPS 分布在各冊的題數占含蓋到課程的全部試題(55 題)的比例，整理如下表：

表 4 TEPS 試題與各冊課程分布比例表

	第一冊	第二冊	第三冊	第四冊	第五冊	第六冊
單元課程比例	18.5%	20%	21.5%	16.8%	10.7%	12.2%
試題所占課程比例	7.6%	6%	1.5%	12.3%	1.5%	3.07%
各冊試題比例	40%	12.7%	1.8%	38.1%	3.6%	7.2%

由上表可以看出，97 年康軒版數學教科書各冊涵蓋 TEPS 試題的單元數，占有所有 63 個單元的比例的總合只有 31.97%。而 TEPS 試題主要分布在第一冊和第四冊約占 40%和 38.1%。

### (六) 比較 83 年版與 97 年康軒版數學教科書的課程內容

從上述資料可以發現相較於 83 年版的數學課程內容(63 單元)，97 年康軒版雖然單元數(65 單元)增加，但 teps 試題所涵蓋之單元比例反而下降(38%→31%)。且有集中的現象。故我們進一步瞭解兩者之差異。

#### 1. 比較 83 年版數學課程內容和 97 年康軒版數學課程內容

筆者將 83 年版各冊數學單元內容與 97 年康軒版數學單元內容進行核對與比較，將其異同點整理如下表 22，並描述新課程在「新增課程」、「刪減課程」、「更換教學年段」之變更資料明列如下

##### (1) 新增之課程：

- 第一冊單元「1-4 指數律」與「1-5 科學記號」：前者教學目標「1.了解乘方的意義、2.熟悉指數律」；後者教學目標「1.了解科學記號的意義、2.進行簡單的科學記號運算。」
- 第二冊單元「3-3 正比與反比」、「第五單元、一元一次不等式」：前者教學目標「能理解正反比意義」；後者教學目標含「1.能列出一元一次不等式。2.能判斷一元一次不等式的解。3.能找出不等式解的範圍。4.能描述一元一次不等式解的意義。5.能列出不等式，並求出所有可滿足式子的數，再配合具體情境，檢驗其合理性。」
- 第三冊單元「2-3 勾股定理」：教學目標含「1.由拼圖及面積的計算認識勾股定理。2.已知直角三角形的兩邊長，能應用勾股定理計算第三邊長。3.應用勾股定理解決日常生活中的問題。4.能在數線上標出平方根的點。5.能運用勾股定理求直角坐標平面上兩點的距離。」

- 第四冊單元「2-2 垂直平分與線對稱圖形」：教學目標「1.了解垂線、垂足、中點、角平分線、中垂線的意義。2.能理解平面圖形線對稱的意義。3.能認識對稱點、對稱線、對稱角、對稱軸。4.能利用線對稱性質說明等腰三角形兩底角相等。5.能作出線對稱圖形。6.能理解單一圖形透過格子點作出線對稱的鏡射圖形。」並新增「梯形」的概念。
- 第六冊單元「2-2 統計圖表」和「3-2 抽樣調查」：前者教學目標含「1.能認識全距，並理解全距大小的意義。2.能認識第 1、2、3 四分位數，及四分位距。3.能理解當資料中有極端值時，四分位距比全距更適合用來描述資料的分散程度。」；後者教學目標含「1.了解要正確的解讀統計圖表，需要有正確而且具有代表性的資料。2.了解隨機抽樣調查的意義。3.能體會機會不均等(每一個樣本被抽到的機率不一樣)時所呈現的資訊。4.能體會簡單的統計推論方法。」

(2) 刪減之課程：

- 第三冊單元「3-2 簡易平方根的乘除運算」：教學目標含「1.能計算兩個平方根的乘積。2.能由數值實例的演算知道平方根乘法規則。3.能計算兩個平方根的商。4.能由數值實例的演算知道平方根除法規則。」
- 第四冊單元「3-2 多邊形的內角與外角」：教學目標含「1.能指出多邊形的內角與外角，並檢驗出多邊形的外角和等於  $360^{\circ}$ 。2.能推出四邊形的內角和等於  $360^{\circ}$ 。3.能用分割成三角形的方法推出多邊形的內角和。」
- 第五冊單元「3-2 綜合證題法」：教學目標含「1.知道並能證明：一線段的垂直平分線上任一點，與此線段的兩端點等距離。2.能利用「一線段的垂直平分線上任一點，與此線段的兩端點等距離」的性質，作簡易的證明或計算。3.知道並能證明：與線段兩端點等距離的點，在它的垂直平分線上。4.能利用「與線段兩端點等距離的點，在它的垂直平分線上」的性質，作簡易的證明或計算。5.知道並能證明：角平分線上任一點到角的兩邊等距離。6.能利用「角平分線上任一點到角的兩邊等距離」的性質，作簡易的證明或計算。7.知道並能證明：與角的兩邊等距離的點在它的角平分線上。8.能利用「與角的兩邊等距離的點，在它的角平分線上」的性質，作簡易的證明或計算。」
- 第六冊單元「1-3、1-4 等比數列」：教學目標含「1.能指出多邊形的內角與外角，並檢驗出多邊形的外角和等於  $360^{\circ}$ 。2.能推出四邊形的內角和等於  $360^{\circ}$ 。3.能用分割成三角形的方法推出多邊形的內角和。4.能了解等比級數的意義。5.能利用首項和公比求等比級數的前  $n$  項之和。」

(3) 變更教學時間之課程：

- 原 83 課程安排在第二冊之單元「近似值」，在 97 數學課程向後挪到第三冊與平方根合併。
- 原 83 課程安排在第四冊之單元「二次函數」，在 97 數學課程向後挪到第六冊。
- 原 83 課程安排在第三冊之單元「變數與函數」、「函數的圖形」，在 97 數學課程往前挪到第二冊。
- 原 83 課程安排在第六冊之單元「等差級數」，在 97 數學課程往前挪到第四冊。

綜合整理如下表 17。

表 5 各冊數學課程內容的轉化

章	83 年版單元名稱	97 年康軒版	備註
第一冊			
數與數線	1-1 正數與負數	✓	增加「1-4 指數律」與「1-5 科學記號」
	1-2 數線	✓	
	1-3 數的大小和絕對值	✓	
	1-4 整數的加減法	✓	
	1-5 整數的乘除法	✓	
因數與倍數	2-1 因數與倍數	✓	
	2-2 分數的加減運算	✓	
	2-3 分數的乘除運算	✓	
	2-4 分數的四則運算	✓	
一元一次方程式	3-1 以符號代表數	✓	
	3-2 式子的運算	✓	
	3-3 一元一次方程式的列式與解法	✓	
第二冊			
二元一次	1-1 二元一次聯立方程式與代入 去法	✓	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ 增加「3-3 正比與反比」、「第五單元、一元一次不等式」</li> <li>■ 原 83 課程安排在第三冊之單元「變數與函數」、「函數的圖形」，在 97 數學課程往前挪到第二冊。</li> </ul>
	1-2 加減 去法	✓	
直角坐標	2-1 平面上的直角坐標	✓	
	2-2 二元一次方程式的圖形	✓	
比與比例	3-1 比與比值	✓	
	3-2 比例式	✓	
	3-3 連比	✓	
近似值與方根	4-1 近似值的意義與取法	✓	
	4-2 平方根的意義	✓	
	4-3 立方根與乘方開方表	✓	
第三冊			
乘法公式與多項式	1-1 乘法公式	✓	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ 增加「2-3 勾股定理」</li> <li>■ 刪除「3-2 簡易平方根的乘除運算」</li> <li>■ 原 83 課程安排在第二冊之單元「近似值」，在 97 數學課程向後挪到第三冊與平方根合併。</li> </ul>
	1-2 多項式與其加減運算	✓	
	1-3 多項式的乘除運算	✓	
因式分解	2-1 因式與倍式	✓	
	2-2 提出公因式與分 分解	✓	
	2-3 利用乘法公式作因式分解	✓	
	2-4 字 乘法作因式分解	✓	
一元	3-1 用因式分解法解一元二次方程式	✓	



	3-2 簡易平方根的乘除運算	×	
	3-3 用配方法解一元二次方程式	✓	
	3-4 一元二次方程式的公式解	✓	
	3-5 應用問題	✓	
其 圖 形	4-1 變數與函數	✓	
	4-2 數的圖形及線型函數	✓	
第四冊			
二 次 函 數	1-1 簡易二次函數的圖形	✓	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ 增加「2-2 垂直平分與線對稱圖形」</li> <li>■ 刪減「3-2 多邊形的內角與外角」</li> <li>■ 原 83 課程安排在第六冊之單元「等差級數」，在 97 數學課程往前挪到第四冊。</li> </ul>
	1-2 配方法與二次函數的圖形	✓	
	1-3 二次函數的最大值與最小值	✓	
簡 單 的 幾 何 圖 形	2-1 生活中的平面圖形	✓	
	2-2 點、線、角與 規作圖	✓	
	2-3 垂直與平分	✓	
	2-4 生活中的立體圖形	✓	
性 質 三 角 形 的 基 本	3-1 三角形的內角與外角	✓	
	3-2 多邊形的內角與外角	×	
	3-3 三角形的全等	✓	
	3-4 三角形的邊角關係	✓	
平 行	4-1 平行線	✓	
	4-2 平行與四邊形	✓	

第五冊			
相 似 形	1-1 相似形的意義	✓	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ 刪除「3-2 綜合證題法」</li> </ul>
	1-2 相似三角形	✓	
圖 形	2-1 直線與圓及兩圓的位置關係	✓	
	2-2 圓心角、圓 角與 切角	✓	
幾 何 與 證 明	3-1 幾何推理	✓	
	3-2 綜合證題法	×	
	3-3 三角形的外心、內心與重心	✓	
第六冊			
比 數 列	1-1 等差數列	✓	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ 增加「2-2 統計圖表」和「3-2 抽樣調查」</li> <li>■ 刪除「1-3、1-4 等比數列」</li> <li>■ 原 83 課程安排在第四冊之單元「二次函</li> </ul>
	1-2 等差級數	✓	
	1-3 等比數列	×	
	1-4 等比級數	×	
與 整 理 資 料	2-1 次數分配與資料展示	✓	
	2-2 算術平均數、中位數和眾數	✓	

	2-3 機率	✓	
--	--------	---	--

中正大學數學系王慶安教授在綜合座談發表之「九年一貫數學領域新綱要－國中課程的想法與架構」中提到，90年暫行綱要修訂時我國國中小數學課程首度以階段能力指標的方式呈現。課程內容的設計接近1989年美國數學教師協會(NCTM)所訂的課程標準。相較於美國加州1996年課程標準，若僅就課程大綱而言，在暫綱中，「數與量」、「代數」等主題則已落後一年；若以2000年NCTM的新課程標準而言，則有落後一至一年半的現象；若相較於83年課程標準(不含選修部分)，亦落後至少一年。

而本研究進一步對課程內容相比較結果，發現在92課綱增加了「科學記號」和「解的圖示」加重符號式解題方式，而刪除了「綜合證題法」、「多邊形的內角與外角」等較深的課程內容，明顯簡化數學教學內容。而預計在100年推行的97課綱僅對之前課綱進行微調，將數學原本的學習階段從三個階段修改為四個階段，國中三年獨立為第四階段，課程架構並未修改，因此在內容領域的教學並未加深加廣。

## 二、從內容領域來探討學生的課程學習表現

依據上述TEPS相關之數學試題所對應之九年一貫能力指標，探討學生在TEPS試題所對應的九年一貫數學內容領域的表現，研究者以第一波國中一年級學生為對象，將試題所屬之內容領域進行整理分析，包含各題的答對率、別度、點二系列相關( $\gamma_{pbi}^2$ )，以瞭解課程內容對應之分年細目安排是否適當。本研究第一波數學試題共37題，茲將學生在第一波TEPS試題測驗結果，分析其所得各內容領域的平均答對率與別度，結果如下表所示：

表6 TEPS 第一波數學試題內容領域之答對率與別度表

項目	數與量	幾何	代數	資料
平均答對率	48.7%	49.8%	57.3%	83.3%
別度	42%	37%	45%	31%

從上表可以看出，學生在「數與量」與「幾何」的平均答對率相當接近，接近五成。在資料的平均表現最好，答對率為83.3%。以下分別就第一波國中一年級學生在各內容領域中，試題答對率、別度與點二系列相關( $\gamma_{pbi}$ )的分析結果進一步說明。

### (一) 學生在「數與量」試題的表現

TEPS試題在「數與量」內容領域共計15題，答對得1分，答0分，不扣的方式，故總分15分。此波學生在此領域之平均分數為7.36，平均答對率為48.71%。

#### 1. 國一課程範圍內的試題表現較

表10列出的是屬於學生在「數與量」領域的各題試題分析結果。從表10可發現對應到

<sup>2</sup>點二系列相關( $\gamma_{pbi}$ )是指題項與總分之間的相關係數，透過此指標可以瞭解答對i題者，是否向在整個測驗得高分，因此間接顯示該題項是否能區別出得高分者與得分者。通常認為在測驗中大多數題項的 $\gamma_{pbi}$ 在.3與.6之間最。

分年細目 7-n-07 之試題之表現較好，代表符合 7 年級即國一課程的試題，在第一波國一學生的測驗表現較佳，其中以 w1-2-01、w1-2-03 和 w1-2-04 表現佳，答對率均在 75% 以上，只有第 w1-1-18 雖屬 7 年級之試題，但答對率 24.7%，區別度亦差，其所對應的能力指標均為「N-4-08 能熟練正負數的四則混合運算。」與「A-4-02 能理解數的四則運算律，並知道加與減、乘與除是同一種運算。」。這些「數與量的四則混合計算」的題目，在課程內容屬於第一冊第一單元「1-1 正數與負數、1-4 整數的加減法、1-5 整數的乘除法」範圍中。

## 2. 數列問題表現不理

另發現其在 w1-1-04、w1-1-05、w1-1-06、w1-1-26、w1-1-27 答對率均在 25.8%~30.8%，而其對應的分年細目是 8-n-04，能力指標為「N-4-13 能辨識數列的規則性。」，課程內容為「能舉出等差數列的實例，並能判別一些數列是等差數列。能在等差數列中，指出何者為首項、第二項、...，並能計算其公差。能利用首項和公差計算等差數列的每一項。」，而這些在九年一貫課程是編列在 8 年級的課程中，但是 83 年版數學課程內容是被安排在第六冊的「1-1 等差數列」單元，雖然當時所測的學生在小學五六年級有教過簡單的數列課程，但顯然在第一波學生的表現並不理想，且九年一貫能力指標在第三階段小五小六課程已經沒有簡單的數列課程，根據課程增加的安排原則，建議考慮到學生在數列的課程學習情況可能較弱，或對數列規則性的判斷較不準確，對將來是否再度安排簡單數列課程於小學階段，到國中再加增「等差數列及等比數列」的課程是值得考量的。

## 3. 「數與量」的試題區別度

從下表可以得知在內容領域「數與量」的試題中，較具有區別度的試題為 w1-2-03、w1-2-04、w1-2-09、w1-2-15，這些題目所對應的分年細目是屬於 7 年級的課程範圍，其  $\gamma_{pbi}$  均在 .4 與 .5 之間，當這些題目答對時，得到的總分亦較高，顯示該題項能區別出得高分者與得分者。

表 7 內容領域「數與量」之試題分析

題本序	題目領域	能力指標	分年細目	內容領域	答對率(%)	別度	$\gamma_{pbi}$
w1-1-04	一般分析 1	N-4-13	8-n-04	數	26.2	0.31	0.25
w1-1-05	一般分析 2	N-4-13	8-n-04	數	28.2	0.39	0.32
w1-1-06	一般分析 3	N-4-13	8-n-04	數	25.8	0.28	0.2
w1-1-18	一般分析 12	N-4-08	7-n-07	數	24.7	0.26	0.16
w1-1-25	一般分析 16	N-4-13	8-n-04	數	55.3	0.57	0.35
w1-1-26	一般分析 17	N-4-13	8-n-04	數	28.6	0.35	0.23
w1-1-27	一般分析 18	N-4-13	8-n-04	數	30.8	0.32	0.2
w1-2-01	數學 01	A-4-02 N-4-08	7-n-07	數	89.4	0.2	0.29
w1-2-03	數學 03	A-4-02 N408	7-n-07	數	78.3	0.5	0.48

w1-2-04	數學 04	A-4-02 N-4-08	7-n-07	數	76.4	0.44	0.42
w1-2-09	數學 09	N-4-03 N-4-02	7-n-13 7-n-02	數	62.8	0.55	0.43
w1-2-13	數學 13	N-4-07	7-n-08	數	46.5	0.45	0.31
w1-2-14	數學 14	N-4-08 A-4-02	7-n-07	數	49.5	0.51	0.37
w1-2-15	數學 15	N-4-08 A-4-02	7-n-07	數	62.1	0.63	0.48
w1-2-18	數學 18	N-4-08 A-4-02	7-n-07	數	46	0.55	0.38
平均值					48.71	0.42	0.32

## (二) 學生在「幾何」試題的表現

TEPS 試題在「幾何」內容領域共計 9 題，此波學生在此領域之平均分數為 4.5，平均答對率為 49.81%。從下表之分年細目可以發現此內容領域幾乎皆屬於 8 年級的範圍，其中 w1-1-08、w1-1-09 表現較差答對率分別為 39.2%、27.4%，所對應的能力指標為「S-4-08 能理解線對稱圖形的幾何性質，並應用於解題和推理。」、分年細目為「8-s-06 能理解線對稱的意義，以及能應用到理解平面圖形的幾何性質。」。其次是 w1-1-16、w1-1-17 兩題表現亦不 答對率分別為 41.3%、43.5%，所對應的能力指標為「S-4-11 能理解一般三角形的幾何性質。」、分年細目為「8-s-10 能理解三角形的基本性質。」，這些幾何的對稱概念和三角形基本幾何性質亦安排在國二 8 年級的課程中，雖然國小階段已有簡單的幾何介 與計算，但是從這些題目的表現，可見國一學生對圖形的對稱概念較弱，對三角形的基本幾何性質之應用可能還不是很理解。

其餘題目之答對率幾乎近一，以 w1-2-08 表現最好。就能力指標「S-4-04 能利用形體的性質解決幾何問題。」及分年細目「8-s-19 能熟練計算簡單圖形及其複合圖形的面積。」來看，可能小學階段已經學過簡單幾 面積的計算，所以這方面題目的表現不 。

較具 別度的試題為 w1-2-08、w1-2-12 其  $\gamma_{pbi}$  0.46 及 0.39；其餘幾何題項之  $\gamma_{pbi}$  均小於 .3 別度 。

表 8 內容領域「幾何」之試題分析

題本 序	題目領域	能力指標	分年細目	內容領域	答對率(%)	別度	$\gamma_{pbi}$
w1-1-07	一般分析 4	S-4-08	8-s-06	幾何	53	0.37	0.19
w1-1-08	一般分析 5	S-4-08	8-s-06	幾何	39.2	0.43	0.27
w1-1-09	一般分析 6	S-4-08	8-s-06	幾何	27.4	0.32	0.17
w1-1-16	一般分析 10	S-4-11	8-s-10	幾何	41.3	0.27	0.06
w1-1-17	一般分析 11	S-4-11	8-s-10	幾何	43.5	0.32	0.14
w1-2-08	數學 08	S-4-04	8-s-19	幾何	71.4	0.53	0.46
w1-2-12	數學 12	S-4-09	8-s-07	幾何	65.5	0.47	0.39
w1-2-10	數學 10	S401 A403 A407	8s02 8s03 7a03	幾何代數	56.9	0.35	0.26

w1-2-16	數學 16	S-4-08	8s06 8s14	幾何測量	50.1	0.30	0.2
平均值					49.81	0.37	0.24

### (三) 學生在「代數」試題的表現

TEPS 試題在「代數」內容領域共計 12 題，此波學生在此領域之平均分數為 6.95，平均答對率為 57.29%。從下表之分年細目可以發現此內容領域幾乎皆屬於 7 年級的範圍，因此表現在平均水準之上，除 w1-1-14、w1-2-20 的  $\gamma_{pbi}$  值較外，其餘試題之度和別度都相當適中，因為代數課程內容大多安排於 7 年級，且 TEPS 試題中代數領域集中在能力指標 A-4-01、A-4-03、A-4-04、A-4-05、A-4-07、A-4-08 等六條，所測題目並不離 7 年級的代數課程，可見符合課程的試題，學生表現較。

表 9 內容領域「代數」之量化分析

題本序	題目領域	能力指標	分年細目	內容領域	答對率 (%)	別度	$\gamma_{pbi}$
w1-1-13	一般分析 7	A-4-02	7-n-07	代數	56.3	0.48	0.32
w1-1-14	一般分析 8	A403 A408	7-n-07 7-a-16	代數	41.9	0.31	0.17
w1-1-15	一般分析 9	A-4-02	7n07 7n13 7a02	代數	40.8	0.45	0.31
w1-1-22	一般分析 13	A-4-01	7-a-09	代數	72.8	0.41	0.32
w1-1-23	一般分析 14	A-4-01	7-a-09	代數	66	0.53	0.4
w1-1-24	一般分析 15	A-4-01	7-a-09	代數	50.3	0.62	0.42
w1-2-06	數學 06	A-4-07	7-a-05	代數	79.5	0.42	0.43
w1-2-07	數學 07	A405 A407	7-a-04	代數	71	0.58	0.51
w1-2-10	數學 10	S401 A403 A407	8s02 8s03 7a03	幾何代數	56.9	0.35	0.26
w1-2-11	數學 11	A-4-03 A-4-04 A-4-07	7-a-03 7-a-02	代數	71.3	0.62	0.54
w1-2-19	數學 19	A-4-03	7-a-03	代數	39.5	0.4	0.29
w1-2-20	數學 20	A-4-07 A-4-03	7-a-03 7-a-05	代數	41.2	0.22	0.14
平均值					57.29	0.45	0.34

### (四) 學生在「資料」的表現

TEPS 試題在「資料」內容領域共計 2 題，此波學生在此領域之平均分數為 1.67，平均答對率為 83.3%。雖然此兩題在九年一貫課程安排在 9 年級數學課程中，不過，由於受試學生在小學階段已經學過簡單的統計與機率，這兩題的題內容也是屬於簡單的統計與機率，所以學生表現不，但是 97 年版九年一貫小學階段能力指標已經將簡單機率掉，針對生活統計與簡單機率的課程的安排，須再集其他資訊再進行調整。

表 10 內容領域「資料」之量化分析

題本序	題目領域	能力指標	分年細目	內容領域	答對率 (%)	別度	點二系列相關( $\gamma_{pbi}$ )
-----	------	------	------	------	---------	----	--------------------------

w1-2-02	數學 02	D404	9d05	資料	80	0.35	0.36
w1-2-05	數學 05	D402	9d01	資料	86.6	0.27	0.35
平均值					83.3	0.31	0.355

### 三、從認知領域來探討學生的課程學習表現

#### (一) TEPS 試題所對應的認知領域

本研究利用TIMSS 題架構中的認知領域: 知道事實及過程、使用概念、解例行性問題、推理等四個向度來分析TEPS試題，結果如下表所示:

表 11 TEPS 試題的認知領域分析表

認知 領域 內容 領域	知道事實及過 程 (回、辨認、 計算、使用工 具)	使用概念 (知道、分辨、 表徵、形成、區 分)	解例行性問 題 (、模式 化、解釋、應 用、驗證)	推理 (測、分析、 評、證明、 綜合)	合計題數 (%)
數			7	7	23( 0 )
代數	2	2			13(22 )
幾何	2	9	3	3	17(29 )
測量	0	1	0	0	1(2 )
資料	0	3	1	0	(7 )
合計題數	8(1 )	20(3 )	1(2 )	1(2 )	8(100 )

註：第一波國中數學試題在一般分析能力共 18 題，數學分析能力共 20 題，其中題本順序 w1-2-17 因題意不清不知如何作答，已被刪除。第二波國中數學試題之一般分析能力扣除與第一波相同者餘 3 題，數學分析能力有 19 題，其中有 3 題與第一波重複，故兩波之數學試題計 56 題。但因題本順序 w1-2-10 及 w1-2-16 跨兩類內容領域，故上表之總題數為 58 題。

從上表中，可以發現在內容領域以「數」的試題最多共 23 題(40%)，其中多數屬認知領域「解例行性問題」(7 題)和「推理」(7 題)。最少之內容領域為「測量」(2%)，屬概念試題。在認知領域多數試題分布在「使用概念」共 20 題(34%)，其中以內容領域「幾何」所佔試題最多(9 題)；其次是解例行性問題和推理均有 1 題(2%)；最少為「知道事實及過程」(14%)。在所有向度中，「測量」和「資料」因題數少故集中在「使用概念」和「解例行性問題」。因此，有五個向度之學生能力我們無法取得。詳細 TIMSS 數學認知向度如附錄八，茲將各個內容領域所對應到的認知領域向度及其題型分析如下：

#### 1. 數與認知領域

- (1) 屬於「知道事實及過程」有 8 題，均為計算題型，知道、 $\times$ 、 $\div$ 或四則混合算法的程序、知道近似值的程序、估計測量、解方程式、值的計算表達模式和公式、照百分比分量、依百分比增加或者減少數量。簡化因子(係數)、大代數和數值表達式、集合同類項。
- (2) 屬於「使用概念」有五題，知道、表徵、公式的運算等題型分別各有一題(各題型內容請參考附錄 )，有兩題是問題的辨識，能使用一定的資訊或數據，將問題辨識出來。
- (3) 屬於「解例行性問題」有七題，皆屬於應用題型，使用知識事實、程序和概念以解決日常生活的數學(包括真正生活)問題，即：那些學生在課上可能遭類似的問題。

- ( ) 屬於「推理」有七題，均屬於 設 推測題型，在研究圖像、討論計畫、提出模型、檢查資料時做適當的推測；在 些 作或實驗進行前，明確說明將會 生的結果（數字、圖形、數量、轉化等）。

表 12 數的 TEPS 試題認知領域分配表

內容領域	認知領域	題數	比例
數	K-3	4	17%
	U-1	1	4%
	U-3	1	4%
	U-4	1	4%
	U-5	2	9%
	S-4	7	30%
	R-1	7	30%

:知道事實及過程； :使用概念；S:解例行性問題； :推理

## 2. 代數與認知領域

- (1) 屬於「知道事實及過程」有2題，一題為記 題型，關於 彙；單位；數的事實；數的特性；級數的屬性；數學的集合等。(例如： $a \times b = ab$ ； $a + a + a = 3a$ ； $a \times a \times a = a^3$ ； $a/b = a \div b$ )。一題為計算類型。
- (2) 屬於「使用概念」有2題，均為分類題型，根據共同分類的標準如：形 、數字、表示和 法，將欲分類的對象加以正確的分類。
- (3) 屬於「解例行性問題」有 題，一題是 題型， 使用有效率的方法或策略解決問題，知道 個地方用何種算法或方法來解決，例如期望學生在目標水準上一定要熟悉 個算法或方法， 適當的算法、公式或單位。三題屬於應用題型，使用知識事實、程序和概念以解決日常生活的數學（包括真正生活）問題。
- (4) 屬於「推理」有 題，一題屬於 設 推測類型，在研究圖像、討論計畫、提出模型、檢查資料時做適當的推測；在 些 作或實驗進行前，明確說明將會 生的結果（數字、圖形、數量、轉化等）。三題屬於綜合 統整題型，結合（不同的）數學步驟以得到結果；結合不同結果以 生更進一步的結果。

表 13 代數的 TEPS 試題認知領域分配表

內容領域	認知領域	題數	比例
代數	K-1	1	8%
	K-3	1	8%
	U-4	2	15%
	S-1	1	8%
	S-4	3	23%

	R-1	2	15%
	R-6	3	23%

:知道事實及過程； :使用概念； S:解例行性問題； : 推理

### 3. 測量與認知領域

只有一題，是屬於「使用概念」中的知道題型，知道長度、面積和體積 此之間的關係，有正確的概念例如：排容性（inclusion and exclusion）、 通性、相等的可能性、表示法、證明、基數和數列、數學關係、位值（place value）。

### 4. 資料與認知領域

- (1) 屬於「使用概念」有3題，2題屬於知道題型，1題屬於表徵題型，使用模式代表數量，將顯示的圖形，表格，圖，圖表的數學信 或數據，以另一種特定相等的數學形式或關係加以表示。
- (2) 屬於「解例行性問題」有1題，屬於應用題型，使用知識事實、程序和概念以解決日常生活的數學（包括真正生活）問題。

表 14 資料的 TEPS 試題認知領域分配

內容領域	認知領域	題數	比例
資料	U-1	2	50%
	U-3	1	25%
	S-4	1	25%

:使用概念； S:解例行性問題

### 5. 幾何與認知領域

- (1) 屬於「知道事實及過程」有2題，一題為識別題型，認出和識別數學就是數學上的相等，即：全部的部分的數來表示分數，也可以用相等的分數、小數，和百分比表示；簡化代數的表達模式；不同面向的簡單幾何圖形。一題為計算類型。
- (2) 屬於「使用概念」有8題，3題屬於表徵題型，使用模式代表數量，將顯示的圖形，表格，圖，圖表的數學信 或數據，以另一種特定相等的數學形式或關係加以表示。5題屬於問題的辨識題型，能使用 定的資訊或數據，將問題辨識出來。
- (3) 屬於「解例行性問題」有3題，1題是 題型， 使用有效率的方法或策略解決問題，知道 個地方用何種算法或方法來解決，例如期望學生在目標水準上一定要熟悉 個算法或方法， 適當的算法、公式或單位。2題屬於應用題型，使用知識事實、程序和概念以解決日常生活的數學（包括真正生活）問題。
- (4) 屬於「推理」有 題，均屬於 設 推測類型，在研究圖像、討論計畫、提出模型、檢查資料時做適當的推測；在 些 作或實驗進行前，明確說明將會 生的結果（數字、圖形、數量、轉化等）。

表 15 幾何的 TEPS 試題認知領域分配表

內容領域	認知領域	題數	比例
幾何	K-2	1	6%



	K-3	1	6%
	3	3	18%
	U-4	5	29%
	S-1	1	6%
	S-4	2	12%
	R-1	4	24%

:知道事實及過程； :使用概念； S:解例行性問題； : 推理

## (二) 從內容領域與認知領域之 向細目表看 TEPS 試題之學生綜合表現

下表僅以第一波之國中數學成就表現加以分析，就第一波國中數學各向度答對百分比來看，在認知領域整體答對率中，以「知道事實及過程」答對率最高76.68%，最低為「推理」41.97%。認知領域所包含的認知歷程乃採線性假設，由低層次至高層次安排主類別目標的順序，而TEPS試題分析結果符合課程的順序性，低階易懂的題目答對率要較其他向度來得高。而在細目中，可以發現學生較弱的範圍為「數」(32.48%)和「幾何」(39.87%)的推理能力。由此可以推知學生基礎數的辨認與計算能力相當不錯，但當將運用所學來分析、臆測在97年新課程安排中是否有加強該能力。

表 16 Teps 第一波國中數學題目各向度答對率

認知領域 內容領域	知道事實及過程	使用概念	解例行性問題	推理	總百分比 (%)
數	10	0	0	0	100
代數	0		7	8	100
幾何	0	7	3	0	100
資料	0	33	33	3	100

## (三) 從第三學習階段九年一貫課程在認知領域之認知歷程百分比檢視新課程

最後，採用鄭蕙如、林世華(2004)以Bloom 認知領域教育目標對九年一貫課程數學領域分段能力指標進行分類之第三學習階段結果，對照本研究所參照之「認知領域」各向度內涵，將「記憶」轉為「知道事實及過程」、「理解」轉為「使用概念」、「應用」轉為「解例行性問題」、「分析」及「評鑑」轉為「推理」。進一步抽取出國一所屬之第三階段學習領域之認知領域百分比，結果如下表。

表17 第三學習階段九年一貫課程在認知領域之認知歷程百分比

認知 領域 內容 領域	知道事實及過程	使用概念	解例行性問題	推理	平均答對率 (%)
數	3 題(81.37 )	2 題( . )	題( . 8 )	題 (32. 8 )	8.7
代數	2 題(7 .2 )	3 題( .9 )	題( .0 )	3 題 ( 3.03 )	7.3
幾何	1 題( . )	題( 7.9 )	1 題(71. )	3 題 (39.87 )	9.8
測量		1 題( 0.1 )			0.1
資料		2 題(83.3 )			83.3
平均答對 率	7 . 8	3.3	8.21	1.97	

發現第三階段數學教學多集中在「概念使用」和「解例行性問題」，除最基礎的認知領域範圍「知道事實及過程」，雖九年一貫課程所佔比例不高，但從答對率(>65%)可得知，對大多數的學生而言，這方面的能力較為具備。相對於「數與量」與「幾何」之推理能力偏低(<40%)，從下表也可發現在國一仍然缺少此兩內容領域的推理課程內容，建議在未來課綱中是否可增加此兩向度的能力指標以供教科書進行課程設計。

## 、結論與建議

### 一、結論

#### (一) TEPS 試題所對應的九年一貫能力指標與內容領域

1. 研究發現每一題 TEPS 數學試題，都可有九年一貫能力指標與之對應，此外，TEPS 試題在九年一貫第四階段能力指標所占的比例平均達四成以上。
2. 在所有題型中數與量的內容領域在題目的分配上占最多達 39.3%，其次是幾何的內容領域占 30.4%，第三是代數領域的題目占 25%，最少的是資料內容領域的題目只有 7.1%。而第一波的題目中，仍然以數與量內容領域的題目占最多數達 40.54%，其次則為代數內容領域的題目 32.43%，第三為幾何內容領域的題目 24.32%，最後仍為資料內容領域的題目占 5.41%。
3. 由 TEPS 數學試題在各內容領域的安排比例，可看出相當符合當時的課程安排，因此，學生在 TEPS 測驗的能力表現，應也可反映出當時學生在數學課程上的學習表現。
4. 根據本研究發現 83 年版數學教科書各冊涵蓋 TEPS 試題的單元數，第一冊所占課程比例最高達 58%，及 TEPS 試題主要分布在第一冊達 40.7%，從第一波的測驗對象國一學生來看，TEPS 試題剛好著重在第一冊的課程範圍，試題涵蓋數最多的也是第一冊，剛好可以測到學生的課程學習表現。

#### (二) 從 TEPS 試題探討學生的課程學習表現

1. 學生在數與量與幾何的表現較差，兩者平均答對率均未達五成，在資料的表現最好，平均答對率為 83.3%。可能原因有二：(1) 在「數與量」相關試題中混合較高年級的題目，「幾何」領域試題幾乎全部屬於 8 年級試題，因而影響了學生成績表現；(2) 各內容領域的題數不一，如「資料」領域 兩題，且 簡單的生活統計與簡單機率試題，相較於其他內容領域易有好表現。
2. 從研究結果可發現符合國一課程範圍內的試題學生表現較 。但值得注意的是 w1-1-25、w1-2-08、w1-2-02、w1-2-05 雖非屬 7 年級之試題，但亦有一 以上的答對率。
3. 在「數與量」內容領域中，學生對數列規則性的判斷較不 。這些在九年一貫課程是編列在 8 年級的課程中，但是 83 年版數學課程內容是被安排在第六冊的「1-1 等差數列」單元，雖然當時所測的學生在小學五六年級有教過簡單的數列課程，但顯然在第一波學生的表現並不理 。
4. 在「幾何」內容領域中，國一學生在計算圖形面積的表現較 ，而對圖形的對稱和三角形的基本幾何性質之應用概念較弱。國小的幾何概念主要以能認識簡單平面與立體形體的幾何性質，並理解其面積或體積之計算。國一重點在坐標、數線的內容。因此，此階段的學生 未學習到三角形的基本幾何性質及圖形對稱的概念，如內 角、同位角、同 內角或對稱軸、對稱點，因而表現較差。

### (三) 從認知領域來探討學生的課程學習表現

1. 發現在內容領域以「數」的試題最多，其中多數屬認知領域「解例行性問題」和「推理」。最少之內容領域為「測量」，屬概念試題。在認知領域多數試題分布在「使用概念」，其中以內容領域「幾何」所佔試題最多；其次是解例行性問題和推理；最少為「知道事實及過程」。在所有向度中，「測量」和「資料」因題數少故集中在「使用概念」和「解例行性問題」。
  - (1) 數的認知領域中「解例行性問題」與「推理」最多，「解例行性問題」皆屬於應用題型，使用知識事實、程序和概念以解決日常生活的數學（包括真正生活）問題，即：那些學生在課上可能遭 類似的問題。「推理」均屬於 設 推測題型，在研究圖像、討論計畫、提出模型、檢查資料時做適當的推測；在 些 作或實驗進行前，明確說明將會 生的結果（數字、圖形、數量、轉化等）。
  - (2) 幾何的認知領域中「使用概念」最多題，包含屬於問題的辨識題型，能使用 定的資訊或數據，將問題辨識出來。以及屬於表徵題型，使用模式代表數量，將顯示的圖形，表格，圖 ，圖表的數學信 或數據，以另一種特定相等的數學形式或關係加以表示。其次是推理」均屬於 設 推測題型，在研究圖像、討論計畫、提出模型、檢查資料時做適當的推測；在 些 作或實驗進行前，明確說明將會 生的結果（數字、圖形、數量、轉化等）。
2. 從內容領域與認知領域之 向細目表看 TEPS 試題之學生綜合表現，就第一波國中數學各向度答對百分比來看，在認知領域整體答對率中，以「知道事實及過程」答對率最高 76.68%，最低為「推理」41.97%。認知領域所包含的認知歷程乃採線性假設，由低層次至高層次安排主類別目標的順序，而 teps 試題分析結果符合課程的順序性，低階易懂的題目答對率要較其他向度來得高。而在細目中，可以發現學生較弱的範圍為「數」和「幾何」的推理能力。由此可以推知學生基礎數的辨認與計算能力相當不錯。
3. 發現第三階段數學教學多集中在「概念使用」和「解例行性問題」，除最基礎的認知領

域範圍「知道事實及過程」，雖九年一貫課程所佔比例不高，但從答對率(>65%)可得知，對大多數的學生而言，這方面的能力較為具備。相對於「數與量」與「幾何」之推理能力偏低(<40%)，從下表也可發現在國一仍然缺少此兩內容領域的推理課程內容，建議在未來課綱中是否可增加此兩向度的能力指標以供教科書進行課程設計。

## 二、建議

### (一) 教育實務上的建議

#### 1. 對能力指標的建議

數與量的能力指標「N-4-08 能熟練正負數的四則混合運算。」與代數的能力指標「A-4-02 能理解數的四則運算律，並知道加與減、乘與除是同一種運算。」，兩者概念相近，雖然 A-4-02 是代數課程的前導概念，建議編寫時能明確和數與量的內容有所區辨。

#### 2. 對課程安排的建議

根據 TEPS 數學測驗的學生能力表現，首先，數與量的學習是整個國中數學的基礎，也是學習的第一個重點。對數與量有一定的瞭解與掌握之後，才可以進一步的學習其它的學習領域（代數、幾何、統計與機率）（教育部，2007）。在此內容領域的學習中，由前述研究結果可得知學生在數列的課程學習情況可能較弱，而九年一貫能力指標在第三階段小五小六課程未列入簡單的數列課程，而是將此課程全部安排在國二 8 年級數學課程中。根據課程加 的安排原則，建議將來是否再度安排簡單數列課程於小學階段，到國中再加 加 「等差數列及等比數列」的課程是值得考量的。

其次，TEPS 數學測驗在「幾何」領域雖未包含 7 年級的試題，但從本研究試題分析結果可知學生對圖形的對稱概念較弱，對三角形的基本幾何性質之應用可能還不是很理解，參考各國數學課程比較，在方位辨識上，新加 於 5 年級教導 上的 一個方向，9 年級教導方位（bearings）；台灣只在 7 年級運用直角坐標系來標定位置。新加 在 6 年級已學習基本展開圖，台灣則在 8 年級才學習。對於外角一 ，新加 於 5 年級先說明三角形外角，8 年級說明多邊形外角和；台灣則於 8 年級說明多邊形外角和定理時提及外角一 。在「對稱」上，新加 於 8 年級提及 轉對稱；台灣則無（ ，2005）。或許國內在此概念的安排上，可以再進行單元切割與加 以提 學生在此方面的表現。

另，由於受試學生在小學階段已經學過簡單的統計與機率，這兩題的 題內容也是屬於簡單的統計與機率，所以學生表現不 ，但是 97 年版九年一貫小學階段能力指標已經將簡單機率 掉，而是全安排在九年級。若相較於加 的數學課程，加 綱要 述性統計在七年級已完成， 年級之後將排列 合、機率安排在代數一、二，另外亦安排機率與統計 、 ，而機率與統計 的 度超過我國高中所學範圍。我們在此課程的進度 後，且似乎不夠重視。在「機率與抽樣的意義」這個部份，台灣綱要以簡單 要的幾 來表達，而大陸課程標準從第一學段（1 至 3 年級）到第三學段（7 至 9 年級），由 漸 地加以描述，由此可見大陸課程標準對此能力指標似乎較為重視（ ，2005）。考量生活統計與簡單機率的課程都是生活中較常使用到的數學知能，或許可以提前並增加此領域的課程比例。

學生在基礎的「知道事實及過程」表現都不 ，但是「數」和「幾何」的推理能力則有待加強，建議數學課程中命題以綜合性題型為主，包含做基礎的知道事實與程序、使用概念以及解例行性問題及推理 考的題型之練習，使學生不要只有機械式的基礎練習，仍要有推理層次的命題，讓學生從解題中提高自己高層次的思考的能力。

## (二) 未來研究上的建議

在試題分析方面，本研究將 TEPS 數學試題針對九年一貫能力指標與分年細目做課程的比對分析，建議後續研究可以參考國際數學與科學成就趨勢調查 (Trends in International Mathematics and Science Study, 簡稱 TIMSS) 或 PISA 的試題架構，對 TEPS 數學試題所屬的認知領域歸類，並進一步與 TIMSS、PISA 課程相關的資料進行比較分析。此外，本研究就 TEPS 數學題目進行分析，建議可以分析 TEPS 的其他學科試題，並與其他學科的九年一貫能力指標與課程內容做比對，進而分析學生在這些領域上的表現。

## 陸、參考書目

- 高新建 (2003)。能力指標轉化模式(一):能力指標之分析及其教學轉化。於 (主編)，社會學習領域課程設計與教學策略(增訂一版)，P51-99。台：師大書。
- 高新建 (2004)。需要分析能力指標?做用?九年一貫課程社會學習領域能力指標意涵解讀與學測方向研討會。國立教育研究院 備處，立師範學院。
- 張荳雲 (2005)。Parental Closure Effects on learning: Coleman's Theory of Social Capital on Learning Revisited. 中央研究院社會所「教育階層化與家」研討會。中央研究院主。2005.01.03。台：中央研究院。
- 張荳雲 (2008)。台灣教育長期追蹤資料庫：第一波 (2001)、第二波 (2003)、第三波 (2005)、第四波 (2007) 資料手冊 公共使用版 子。中央研究院調查研究專題中心 理、釋出單位。
- 教育部 (2003)。國民小學九年一貫課程綱要數學學習領域。台，教育部。
- 教育部 (2008)。97 年國民中小學九年一貫課程綱要。自 [http://www.edu.tw/eje/content.aspx?site\\_content\\_sn=15326](http://www.edu.tw/eje/content.aspx?site_content_sn=15326)
- 正 (1994)。從教育機會均等 點探討家、學校與國小學 成就之關係。國立 大學教育學系 論文。
- (2005)。中小學數學科課程綱要評估與發展研究 書。研究主 人: ; 研究員: 單、生、; 研究助理:、子、。參考 [http://libai.math.ncu.edu.tw/~shann/article/report\\_full.doc](http://libai.math.ncu.edu.tw/~shann/article/report_full.doc)
- (1999)。灣地區教育取得新探。行 院國家科學 員會 NSC88-2412-H143-002。
- 楊孝榮 (1989)。內容分析，於楊國、文一、及亦 主編：社會及行為科學 研究法下冊，三版。台：書。
- 楊 (2005)。教育成就的價值與 少年心理 康。中央研究院社會所「教育階層化與家」研討會。中央研究院主。2005.01.03。台：中央研究院。
- 楊 (2005)。教育成就的價值與 少年的心理 康。中 心理 生學，18(2)，75-99。
- 灣教育長期追蹤資料庫 (2006)。的 子 過了 灣教育長期追蹤資料庫 子，51。 [http://www.teps.sinica.edu.tw/TEPSNews/TEPS~News\\_051.pdf](http://www.teps.sinica.edu.tw/TEPSNews/TEPS~News_051.pdf)

附錄一 83 年版教科書課程內容與九年一貫能力指標對應表(例)：

冊	章	單元名稱	教學目標	九年一貫能力指標	九年一貫分年細目	TEPS 試題	題目領域	內容領域	備註
一	一	數與數線	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 了解量的計算可以轉換為數的計算。</li> <li>2. 能 例說明一個算式可以解決幾個不同的日常生活問題。</li> <li>3. 了解同類量的例子可以比較大小。</li> <li>4. 能用生活上的例子來描述負數的意義。</li> </ol>	7-n-07	A-4-02	<p>W1-1-13</p> <p>W1-1-15</p> <p>W1-2-01</p> <p>W1-2-03</p> <p>W1-2-04</p> <p>W1-2-15</p>	<p>一般分析 7</p> <p>一般分析 9</p> <p>數學 01</p> <p>數學 03</p> <p>數學 04</p> <p>數學 15</p>	數	
		1-2 數線	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 了解數線的元素:原點、正向和單位長。</li> <li>2. 對於數線上的已知點,能說出這點所表示的數。</li> <li>3. 一個數,能在數線上找到表示這個數的點。</li> <li>4. 了解相反數的意義。</li> </ol>	7-n-08	N-4-07	<p>W1-2-13</p> <p>W2-1-23</p>	<p>數學 13</p> <p>數學 29</p>	數	

	1-3 數的 大小 和絕 對值	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 能 例說明數量大小關係的兩個性質： 三一律與 律。</li> <li>2. 了解正負數的大小與其在數線上對應 點的位置關係。</li> <li>3. 能由數線上的點與原點的距離，說出數 的絕對值的意義。</li> <li>4. 能指出表示一個數的絕對值符號。</li> </ol>	7-n-04 7-n-05 7-n-06 7-n-07	N-4-05 N-4-06 N-4-08 N-4-07 A-4-08	<b>w1-1-18</b> <b>w1-2-14</b> <b>w1-2-15</b> <b>w2-1-24</b> <b>w2-2-13</b> <b>w2-2-14</b> <b>w1-2-18</b> <b>w2-1-15</b>	一般分析 12 數學 14 數學 15 數學 30 數學 38 數學 39 數學 18 數學 18	數	
	1-4 整數 的加 減法	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 了解整數加法的意義、計算法則及圖 示。</li> <li>2. 了解整數的加法合於 換律及結合律。</li> <li>3. 了解整數減法的意義及計算法則。</li> </ol>	7-n-07	A-4-02 N-4-08	<b>w1-1-18</b> <b>w1-2-14</b> <b>w1-2-18</b> <b>w2-1-15</b> <b>w2-1-24</b> <b>w1-1-13</b> <b>w1-1-15</b> <b>w2-2-13</b> <b>w2-2-14</b> <b>w1-2-01</b> <b>w1-2-03</b> <b>w1-2-04</b> <b>w1-2-15</b>	一般分析 12 數學 14 數學 18 數學 18 數學 30 一般分析 7 一般分析 9 一般分析 21 一般分析 22 數學 01 數學 03 數學 04 數學 15	數	
	1-5 整數 的乘 除法	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 了解整數乘法的意義及計算法則。</li> <li>2. 了解整數的乘法合於 換律及結合律。</li> <li>3. 了解整數除法的意義及計算法則(整 除)。</li> </ol>						

附錄二 TEPS 數學試題評定表

TEPS 學生能力表現數學領域題目內容領域分析計分表

計分說明：

題目	內容領域					認知領域				分年細目	能力指標	備註	
	數	代數	測量	幾何	資料	知道事實 實程序	使用 概念	解例行 性問題	推理				
1													
2													
3													
4													
5													
6													
7													
8													
9													
10													



附錄三 TEPS 數學試題對應九年一貫能力指標分析表

題本序	T1	T2	T3	T	T	分年細目	T1	T2	T3	T	T	T	T	T	能力指標
110	80	80	80	80	80	80	13	13	13	80	80	13	13	13	13
110	80	80	80	80	80	80	13	13	13	80	80	13	13	13	13
110	80	80	80	80	80	80	13	13	13	80	80	13	13	13	13
1107	80	80	80	80	80	80	S 08	S 08	S 08	80	80	S 08	S 08	S 08	S 08
1108	80	80	80	80	80	80	S 08	S 08	S 08	80	80	S 08	S 08	S 08	S 08
1109	80	80	80	80	80	80	S 08	S 08	S 08	80	80	S 08	S 08	S 08	S 08
1113	707	707	707	707	707	707	A 02	A 02	A 02	707	707	A 02	A 02	A 02	A 02
1111	707	71	71	71	702	70771	A 02	A 03 A 08	A 08	707	702	A 03	A 03	A 03	A 03 A 08
1111	707	707	713	707	702	707713702	A 02	A 02	03	707	702	A 02	A 02	A 02	A 02
1111	810	810812	810	810	810	810	S 11	S 11 S 02 S 0	S 11	810	810	S 11	S 11	S 11	S 11
1117	810	812	810	810	810	810	S 11	S 02 S 0 S 12	S 11	810	810	S 11	S 11	S 11	S 11
1118	707	707	707	707	707	707	08	08	08	707	707	08	08	08	08
1122	709	709	709	709	709	709	A 01	A 01	A 01	709	709	A 01	A 01	A 01	A 01
1123	709	709	709	709	709	709	A 01	A 01	A 01	709	709	A 01	A 01	A 01	A 01
112	709	709	709	709	709	709	A 01	A 01	A 01	709	709	A 01	A 01	A 01	A 01
112	80	80	80	80	80	80	13	13	13	80	80	13	13	13	13
112	80	80	80	80	80	80	13	13	13	80	80	13	13	13	13
1127	80	80	80	80	80	80	13	13	13	80	80	13	13	13	13
1201	707	707	707	707	707	707	A 07	A 02	08	707	707	A 02	08 A 02	08 A 02	A 02 08
1202	90	90	90	90	90	90	0	0	0	90	90	0	0	0	0
1203	707	707	707	707	707	707	08	A 02	A 07	707	707	A 02	08 A 02	08 A 02	A 02 08

1 20	7 07	7 07	7 07	7 07	7 07	7 07	7 07	7 07	7 07	7 07	08	A 02	A 02	A 02	08 A 02	A 02 08
1 20	9 01	9 01	9 01	9 01	9 01	9 01	9 01	9 01	9 01	9 01	02	02	02	02	02 03	02
1 20	7 0	7 01 7 0	7 0	7 0	7 0	7 0	7 0	7 0	7 0	7 0	A 07	A 02 A 07	A 07	A 07	A 07	A 07
1 207	7 0	7 0	7 0	7 0	7 0	7 0	7 0	7 0	7 0	7 0	A 0	A 0 A 07	A 07	A 0	A 01	A 0 A 07
1 208	8 19	8 19	8 19	8 19	8 19	8 19	8 19	8 19	8 19	8 19	S 0	S 0	S 0	S 0	S 0	S 0
1 209	7 13	7 13	7 13	7 13	7 02	7 02	7 02	7 02	7 02	7 13 7 02	03	03	02	02	02	03 02
1 210	8 03	8 02 8 03	8 02	7 03	7 03	7 03	7 03	7 03	7 03	8 02 8 03 7 03	S 0	S 01 S 0	A 03 A 0 A 07	A 03 A 0 A 07	A 03 A 0 A 07	S 01 A 03 A 07
1 211	7 03	7 03	7 03	7 02	7 02	7 02	7 02	7 02	7 02	7 03 7 02	A 03	A 03 A 07	A 03	A 03 A 0	A 03 A 0	A 03 A 0 A 07
1 212	8 07	9 03	8 07	8 07	8 07	8 07	8 07	8 07	8 07	8 07	S 09	S 1	S 09	S 09	S 09	S 09
1 213	7 08	7 08	8 11	7 08	7 08	7 08	7 08	7 08	7 08	7 08	07	07	07	07	07	07
1 21	7 07	7 07	7 07	7 07	7 07	7 07	7 07	7 07	7 07	7 07	08	A 02	08	A 02	A 02	08 A 02
1 21	7 07	7 07 7 03	7 07	7 07	7 07	7 07	7 07	7 07	7 07	7 07	08	A 02 A 03	08	A 02	A 02	08 A 02
1 21	8 0	8 13 8 1	8 0	8 1	8 1	8 1	8 1	8 1	8 0 8 1	8 0 8 1	S 08	S 02 S 07 S 13	S 08	S 08	S 08	S 08
1 217	7 07				7 02	7 02	7 02	7 02			08		02	A 03		
1 218	7 07	7 07	7 07	7 07	7 07	7 07	7 07	7 07	7 07	7 07	08	A 02	08	A 02	A 02	08 A 02
1 219	7 03	7 03 7 0	7 03	7 03	7 03	7 03	7 03	7 03	7 03	7 03	A 03	A 03 A 0 A 07	A 03	A 03 A 0	A 03	A 03
1 220	7 07	7 03 7 0	7 03	7 0	7 0	7 0	7 0	7 0	7 03 7 0	7 03 7 0	08	A 03 A 0 A 07	A 03	A 07	A 07	A 07 A 03
2112	9 1	9 1	8 1	9 1	9 1	9 1	9 1	9 1	9 1	9 1	S 02	S 01 S 02	S 01	S 01	S 01	S 01
2113	9 0	9 0	9 0	9 0	9 0	9 0	9 0	9 0	9 0	9 0	0	0	0	0	0	0
211	7 03	7 03 7 0	7 03	7 03	7 03	7 03	7 03	7 03	7 03	7 03	A 03	A 03 A 0 A 07	A 03	A 03 A 0	A 03	A 03
211	7 07	7 07	7 07	7 07	7 07	7 07	7 07	7 07	7 07	7 07	08	A 02	08	A 02	A 02	08
211	9 11	9 11 8 03	9 11	9 11	9 11	9 11	9 11	9 11	9 11 8 03	9 11 8 03	S 13	S 13 S 0	S 13	S 13	S 13 S 0	S 13
2117	9 01	9 01	9 01	9 01	9 01	9 01	9 01	9 01	9 01	9 01	01	01	03	03	03	01
2118	7 1	7 1	7 1	7 1	7 1	7 1	7 1	7 1	7 1	7 1	0	03 0	03	03	03	03
2119	7 10	7 10	7 10	7 10	7 10	7 10	7 10	7 10	7 10	7 10	A 0	A 0	A 0	A 0	A 0	A 0

2 1 20	7 07	7 03	7 0	7 0	7 03 7 0	08	A 03 A 0 A 07	A 03	A 07	A 07	A 07	A 07
2 1 21	9 1	9 1	9 1	9 1	9 1	S 01	S 01	S 01	S 01	S 01	S 01	S 01
2 1 22	9 0	9 0	9 0	9 0	9 0	S 1	S 1	S 1	S 1	S 1	S 1	S 1
2 1 23	7 08	7 08	7 08	7 08	7 08	07	07	07	07	07	07	07
2 1 2	7 07	7 07	7 07	7 07	7 07	08	08	08	08	08	08	08
2 1 2	7 10	7 10	7 10	7 10	7 10	09	09	09	09	09	09	09
2 1 2	8 10	8 10	8 10	8 10	8 10	S 11	S 11 A 12	S 11 S 12	S 11 S 12	S 11 S 12	S 11 S 12	S 11 S 12
2 1 27	8 03	8 03	8 03	8 03	8 03	S 0	S 0	S 0	S 0	S 0	S 0	S 0
2 1 28	9 0	9 0	9 0	9 0	9 0	S 1	S 1	S 1	S 1	S 1	S 1	S 1
2 1 29	8 10	8 10	8 10	8 10	8 10	S 11	S 11	S 11	S 11	S 11	S 11	S 11
2 1 30	7 09	7 09	7 09	7 09	7 09	A 01	A 01	A 01	A 01	A 01	A 01	A 01
w2-2-01	8n04	8n04	8n04	8n04	8n04	N413	N413	N413	N413	N413	N413	N413
w2-2-13	7n07	7n07	7n07	7n07	7n07	N408	N408	N408	N408	N408	N408	N408
w2-2-14	7n07	7n07	7n07	7n07	7n07	N408	N408	N408	N408	N408	N408	N408

#### 附錄四 TEPS 試題所對應的九年一貫能力指標

研究者所分析的 59 題中，扣掉重複分析的三題，每一題 TEPS 數學試題，都可有九年一貫能力指標與之對應。茲將 56 題試題依據九年一貫能力指標所分的數與量、幾何、代數、資料四種內容領域進行說明如下：

##### (一)數與量

整合數與量內容領域的 TEPS 數學試題所對應到的能力指標如下表：

數與量內容領域的 TEPS 數學試題所對應到的能力指標表

能力指標	題本順序	分年細目	數量代號	題數
02 能熟練求質因數分解、最大公因數、最小公倍數的短除法，並解決生活中的問題。	1 2 09	7 02	1	1
03 能理解比例關係、連比、正比、反比的意義，並解決生活中的問題。	1 2 09	7 13	1	2
	2 1 18	7 1	2	
07 能將負數標記在數線上，理解正負數的比較與加、減運算在數線上的對應意義，並能計算數線上兩點的距離。	2 1 23	7 08	3	2
	1 2 13	7 08		
08 能熟練正負數的四則混合運算。 此項之 1 2 01、1 2 03、1 2 0、1 2 1 1 2 1、1 2 1 同時具有 A 02 之能力指標。	1 1 18	7 07		10
	1 2 01	7 07		
	1 2 03	7 07	7	
	1 2 0	7 07	8	
	1 2 1	7 07	9	
	1 2 1	7 07	10	
	1 2 18	7 07	11	
	2 1 2	7 07	12	
	w2-2-13	7 07	13	
	w2-2-14	7 07	1	
09 能認識指數的記號與指數律。	2 1 2	7 10	1	1
13 能辨識數列的規則性。	1 1 0	8 0	1	7
	1 1 0	8 0	17	
	1 1 0	8 0	18	
	1 1 2	8 0	19	
	1 1 2	8 0	20	
	1 1 27	8 0	21	
	w2-2-01	8 0	22	

表中代號相同者，代表同一題，但是具有不同的能力指標。

##### (二)幾何

整合幾何內容領域的 TEPS 數學試題所對應到的能力指標如下表：

幾何內容領域的 TEPS 數學試題所對應到的能力指標表

能力指標	題本順序	分年細目	幾何代號	題數
S 01 能理解常用幾何形體之定義與性質。	1 2 10	8 02	1	3
	2 1 12	9 1	2	
	2 1 21	9 1	3	
S 0 能利用形體的性質解決幾何問題。	1 2 08	8 19		1
S 0 能理解外角和定理與三角形、多邊形內角和定理的關係。	2 1 27	8 03		1
S 08 能理解線對稱圖形的幾何性質，並應用於解題和推理。	1 1 07	8 0		
	1 1 08	8 0	7	
	1 1 09	8 0	8	
	1 2 1	8 0 8 1	9	
S 09 能理解三角形的全等定理，並應用於解題和推理。	1 2 12	8 07	10	1
S 11 能理解一般三角形的幾何性質。	2 1 29	8 10	11	
	2 1 2	8 10	12	
	1 1 1	8 10	13	
	1 1 17	8 10	1	
S 12 能理解特殊三角形(如正三角形、等腰三角形、直角三角形)的幾何性質。	2 1 2	8 10	12	1
S 13 能理解特殊四邊形(如正方形、矩形、平行四邊形、菱形、梯形)與正多邊形的幾何性質。	2 1 1	9 11	1	1
S 1 能理解三角形和多邊形的相似性質，並應用於解題和推理。	2 1 22	9 0	1	2
	2 1 28	9 0	17	

表中代號相同者，代表同一題，但是具有不同的能力指標。

### (三)代數

整合代數內容領域的 TEPS 數學試題所對應到的能力指標如下表：

代數內容領域的 TEPS 數學試題所對應到的能力指標表

能力指標	題本順序	分年細目	代數代號	題數
A 01 能用符號代表數，表示常用公式、運算規則以及常見的數量關係(例如：比例關係、函數關係)。	1 1 22	7 09	1	
	1 1 23	7 09	2	
	1 1 2	7 09	3	
	2 1 30	7 09		
A 02 能理解數的四則運算律，並知道加與減、乘與除是同一種運算。	1 1 13	7 07		2
	1 1 1	7 07 7 13 7 02		
	1 2 01	7 07	7	

此項除了 1113、1111 兩題，其餘六題皆同時具有 08 之能力指標編碼。	1203	707	8	
	120	707	9	
	121	707	10	
	121	707	11	
	1218	707	12	
A 03 能用 $x$ 、 $y$ 、 $\dots$ 符號表徵問題情境中的未知量及變量，並將問題中的數量關係，寫成恰當的算式(等式或不等式)。	111	71	13	
	1210	703	1	
	1211	703	1	
	1219	703	1	
	1220	703 70	17	
A 0 能理解生活中常用的數量關係(例如：比例關係、函數關係)，恰當運用於理解題意，並將問題列成算式。	1211	702	1	2
	2119	710	18	
A 0 能理解等量公理的意義，並做應用。	1207	70	19	1
A 07 能熟練一元一次方程式的解法，並用來解題。	120	70	20	
	1207	70	19	
	1210	703	1	
	1211	703	1	
	1220	703 70	17	
A 08 能理解一元一次不等式解的意義，並用來解題。(此題同時具有 A-4-03)	111	71	13	1

表中代號相同者，代表同一題，但是具有不同的能力指標。

#### (四)資料

研究者扣掉重複分析的三題所分析 56 題中，共有 4 題屬於「資料」的內容領域，佔了全部內容領域的 7%；其中第一波共 37 題，其中有 2 題屬於「資料」的內容領域，佔了第一波數學題內容領域的 5%。整合資料內容領域的 TEPS 數學試題所對應到的能力指標如下表：

資料內容領域的 TEPS 數學試題所對應到的能力指標表

能力指標	題本順序	分年細目	資料代號	題數
01 能利用統計量，例如：平均數、中位數及眾數等，來認識資料集中的位置。	2117	901	1	1
02 能利用統計量，例如：全距、四分位距等，來認識資料分散的情形。	120	901	2	1
0 能在具體情境中認識機率的概念。	1202	90	3	2
	2113	90		

## 附錄五 從能力指標對應 TEPS 試題所能測得的 83 年版課程內容

本研究根據 TEPS 數學試題與 83 年版數學教科書所對應的能力指標進行分析，分析結果如下：

數與量能力指標所對應的 TEPS 試題與課程內容之教學目標

數與量之能力指標	題本順序	分年細目	課程內容之教學目標	冊別	單元
02 能熟練求質因數分解、最大公因數、最小公倍數的短除法，並解決生活中的問題。	1 2 09	7 02	1. 能判別一個數是否為另一個因數或倍數。 2. 能利用標準分解式求出幾個數的最小公倍數。	一	2-1 因數與倍數
03 能理解比例關係、連比、正比、反比的意義，並解決生活中的問題。	1 2 09	7 13	1. 能由實例了解比和比值的意義及說明比和比值的有關名詞。 2. 熟練比值的求法。	二	3-1 比與比值
	2 1 18	7 1	1. 能了解連比和連比例式的意義。 2. 能將 $x : y : z$ 寫成 $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ ，其中 $abc \neq 0$ 。 3. 熟練簡易連比例式的應用。	二	3-3 連比
07 能將負數標記在數線上，理解正負數的比較與加、減運算在數線上的對應意義，並能計算數線上兩點的距離。	2 1 23	7 08	1. 了解數線的元素：原點、正向和單位長。 2. 對於數線上的已知點，能說出這點所表示的數。 3. 一個數，能在數線上找到表示這個數的點。 4. 了解相反數的意義。	一	1-2 數線
	1 2 13				
08 能熟練正負數的四則混合運算。  此項之 1 2 01、1 2 03、1 2 0、1 2 1、1 2 1、1 2 1 同時具有 A 02 之能力指標。	1 1 18	7 07	4. 了解整數加法的意義、計算法則及圖示。 5. 了解整數的加法合於交換律及結合律。 6. 了解整數減法的意義及計算法則。 4. 了解整數乘法的意義及計算法則。 5. 了解整數的乘法合於交換律及結合律。 6. 了解整數除法的意義及計算法則(整除)。	一	1-4 整數的加減法 1-5 整數的乘除法
	1 2 01				
	1 2 03				
	1 2 0				
	1 2 1				
	1 2 1				
	1 2 18				
	2 1 2				
w2-2-13					
w2-2-14					
09 能認識指數的記號與指	2 1 2	7 10	能指出乘方開方表中每一行的上標所代表的意義。	二	4-3 立方根與

數律。					乘方開 方表
13 能辨識數列的規則性。	1 1 0	8 0	1. 能 出等差列的實例，並能判別 些數列是等差數列。 2. 能在等差數列中，指出何者為首 項、第二項、，並能計算其公差。 3. 能利用首項和公差計算等差數列 的每一項。	六	1-1 等差數 列
	1 1 0				
	1 1 0				
	1 1 2				
	1 1 2				
	1 1 27				
	w2-2-01				

幾何能力指標所對應的 TEPS 試題與課程內容之教學目標

幾何之能力指標	題本順序	分年細目	課程內容之教學目標	冊 別	單元
S 01 能理解常用幾何形體之 定義與性質。	1 2 10	8 02	能用 規作一角等於已知角。	四	2-2 點、 線、角 與 規 作圖
	2 1 12	9 1	能指出外表含有圓、圓及多面體 與角、角等立體圖形的實。		2-4 生活 中的 立體 圖形
	2 1 21	9 1	能用 和 作簡單立體圖形的 模型以 察其性質。		
S 0 能利用形體的性質解決 幾何問題。	1 2 08	8 19	能用 和 的方式，展現簡單平 面圖形的性質。	四	2-1 生活 中的 平面 圖形
S 0 能理解外角和定理與三 角形、多邊形內角和定 理的關係。	2 1 27	8 03	1. 能指出三角形的內角與外角。 2. 能說出三角形的外角和的意義，並 檢驗出三角形的外角和等於 $360^\circ$ 。 3. 能檢驗出三角形的內角和等於 $180^\circ$ 。 能從三角形的外角和等於 $360^\circ$ 的事 實，推證三角形的內角和等於 $180^\circ$ 。 能從三角形的內角和等於 $180^\circ$ 及平 角是 $180^\circ$ 的事實，推得三角形的外 角定理，及三角形的任何一外角等 於兩個內對角的和。	四	3-1 三角 形的 內角 與外 角
S 08 能理解線對稱圖形的幾 何性質，並應用於解題	1 1 07	8 0	能用 和 的方式，展現簡單平 面圖形的性質。	四	2-1 生活 中的 平面
	1 1 08				
	1 1 09				



和推理。	1 2 1	8 0 8 1	1. 知道畫平行線時所用的性質，例如，兩線被一直線所截，若同位角相等或內角相等，則此兩線平行。 2. 能透過這類活動發現平行四邊形、梯形的性質。	四	圖形
					4-2 平行與四邊形
S 09 能理解三角形的全等定理，並應用於解題和推理。	1 2 12	8 07	能說出全等形的意義及記法。	四	3-3 三角形的全等
S 11 能理解一般三角形的幾何性質。	2 1 29	8 10	1. 知道三角形任意兩邊的和大大於第三邊。 2. 知道三角形任意兩邊的差小於第三邊。 3. 知道三角形中若有兩邊不相等，則大邊對大角。 知道三角形中若有兩角不相等，則大角對大邊。	四	3-4 三角形的邊角關係
	2 1 2				
	1 1 1				
	1 1 17				
S 12 能理解特殊三角形(如正三角形、等腰三角形、直角三角形)的幾何性質。	2 1 2	8 10			
S 13 能理解特殊四邊形(如正方形、矩形、平行四邊形、菱形、梯形)與正多邊形的幾何性質。	2 1 1	9 11 能理解正多邊形的幾何性質(含線對稱、內切圓、外接圓)。			
S 1 能理解三角形和多邊形的相似性質，並應用於解題和推理。	2 1 22	9 0	1. 能由 1-2 相似三角形作活動發現三角形的 SSS 相似性質，即三對對應邊成比例的兩個三角形相似。 2. 能利用三角形的相似性質作簡易的應用。	五	1-2 相似三角形
	2 1 28				

代數幾何能力指標所對應的 TEPS 試題與課程內容之教學目標

代數之能力指標	題本順序	分年細目	課程內容之教學目標	冊別	單元
A 01 能用符號代表數，表示常用公式、運算規則以及常見的數量關係(例	1 1 22	7 09	1. 能 例說明函數是一種特殊的對應關係。 2. 能 出函數的例子。 3. 能用符號來表示函數。	三	4-1 變數與函數
	1 1 23				
	1 1 2				
	2 1 30				

如：比例關係、函數關係)。			對一個所 定的函數 $f(x)$ 和指定的 $x=a$ ，能求出對應的函數值 $f(a)$		
A 02 能理解數的四則運算律，並知道加與減、乘與除是同一種運算。  此項除了 1 1 13、1 1 1 兩題，其餘六題皆同時具有 08 之能力指標編碼。	1 1 13	7 07	<ol style="list-style-type: none"> <li>了解量的計算可以轉換為數的計算。</li> <li>能 例說明一個算式可以解決幾個不同的日常生活問題。</li> <li>了解同類量才可以比較大小。 能用生活上的例子來描述負數的意義。</li> <li>了解整數加法的意義、計算法則及圖示。</li> <li>了解整數的加法合於 換律及結合律。</li> <li>了解整數減法的意義及計算法則。</li> <li>了解整數乘法的意義及計算法則。</li> <li>了解整數的乘法合於 換律及結合律。</li> <li>了解整數除法的意義及計算法則(整除)。</li> </ol>	—	1-1 正數與負數 1-4 整數的加減法 1-5 整數的乘除法
	1 1 1	7 07			
	1 2 01	7 13 7 02			
	1 2 03				
	1 2 0				
	1 2 1				
	1 2 1				
1 2 18	7 07				
A 03 能用 $x$ 、 $y$ 、 $\dots$ 符號表徵問題情境中的未知量及變量，並將問題中的數量關係，寫成恰當的算式(等式或不等式)。	1 1 1	7 1 能由具體情境中列出簡單的一元一次不等式。			
	1 2 10		<ol style="list-style-type: none"> <li>能使用文字符號，將文字 述中一些簡單的數量關係列成算式。</li> <li>知道一元一次方程式之形式及其解的意義。</li> </ol>	—	3-3 一元一次方程式的列式與解法
	1 2 11	7 03			
	1 2 19	7 03 7 0	<ol style="list-style-type: none"> <li>能使用文字符號，將文字 述中一些簡單的數量關係列成算式。</li> <li>知道一元一次方程式之形式及其解的意義。</li> <li>能適當地使用文字符號代表未知數，將 些有關數量的問題列成一元一次方程式。</li> <li>了解等量公理。</li> <li>能熟練地利用等量公理解一元一次方程式。</li> <li>能檢驗所求的解是否合乎題意。</li> </ol>		

			7. 知道利用文字符號代表數有助於解決日常生活中有關數量的問題。		
A 0 能理解生活中常用的數量關係(例如：比例關係、函數關係)，恰當運用於理解題意，並將問題列成算式。	1 2 11	7 02	1. 知道利用文字符號代表數有助於考日常生活中有關數量的問題。 2. 了解文字式的表示方式。 3. 了解當 a 與 b 為常數時，文字式 $ax$ ， $ax+b$ ， $x^2$ ， $x^3$ 所代表的意義。 定文字符號的數值時，能計算出文字式所代表的數值。	一	3-1 以符號代表數
	2 1 19	7 10	1. 能說出函數圖形的意義。 2. 能從函數的實例中指出一次函數。	三	4-2 數的圖形及線型函數
A 0 能理解等量公理的意義，並做應用。	1 2 07	7 0	了解等量公理。	一	3-3 一元一次方程式的列式與解法
A 07 能熟練一元一次方程式的解法，並用來解題。	1 2 0	7 0	能熟練地利用等量公理解一元一次方程式。		
	1 2 07	7 0	了解等量公理。		
	1 2 10	7 03	1. 能使用文字符號，將文字 述中一些簡單的數量關係列成算式。 2. 知道一元一次方程式之形式及其解的意義。 3. 能適當地使用文字符號代表未知數，將 些有關數量的問題列成一元一次方程式。		
	1 2 11				
1 2 20	7 03 7 0	1. 能熟練地利用等量公理解一元一次方程式。 2. 能檢驗所求的解是否合乎題意。 3. 知道利用文字符號代表數有助於解決日常生活中有關數量的問題。			
A 08 能理解一元一次不等式解的意義，並用來解題。(此題同時具有 A-4-03)	1 1 1	7 1	能由具體情境中列出簡單的一元一次不等式。		

資料能力指標所對應的 TEPS 試題與課程內容之教學目標

資料之能力指標	題本順序	分年細目	課程內容之教學目標	冊別	單元
01 能利用統計量，例如： 平均數、中位數及眾數 等，來認識資料集中的 位置。	2 1 17	9 01	能知道原始資料 須經過整理和分 析後，才易於顯示它所 含的資料的 意義。	六	2-1 次 數分配 與資料 展示
02 能利用統計量，例如： 全距、四分位距等，來 認識資料分散的情形。	1 2 0	9 01	能求出所 數據資料或其次數分配 的算術平均數。		2-2 算 術平均 數、中 位數和 眾數
0 能在具體情境中認識機 率的概念。	1 2 02 2 1 13	9 0	1. 能知道實驗得到的相對次數與機 率的關係。 2. 能設計及記錄簡單事件實驗，並從 其所得數據歸納出該事件的機率。 3. 能了解在機會均等下機率的意義。 能求簡單事件的機率。		2-3 機率

附錄六 比較 TEPS 所測得的 83 年版數學教科書的課程內容

首先依六冊 83 年版數學課本，列出其有涵蓋 TEPS 試題的課程內容之教學目標，再根據有 TEPS 試題單元數與所有課程單元數的比例來計算 TEPS 數學試題所涵蓋的課程比例。

其結果如下所示：

(一) 第一冊數學課本

下表一為第一冊數學課本有涵蓋 TEPS 試題的課程內容之教學目標對照情況。

表一 涵蓋 TEPS 試題第一冊數學課本的課程內容之教學目標

單元名稱	課程內容之教學目標	能力 指標	分年 細目	TEPS 試 題	題 數
1-1 正數與負數	1. 了解量的計算可以轉換為數的計算。 2. 能 例說明一個算式可以解決幾個不同的日常生活問題。 3. 了解同類量才可以比較大小。 4. 能用生活上的例子來描述負數的意義。	A 02	7 07	1 1 13 1 1 1	2
1-2 數線	1. 了解數線的元素:原點、正向和單位長。 2. 對於數線上的已知點，能說出這點所表示的數。 3. 一個數，能在數線上找到表示這個數的點。 4. 了解相反數的意義。	07	7 08	2 1 23 1 2 13	2
1-4 整數的加減 法 1-5 整數的乘除 法	1. 了解整數加法的意義、計算法則及圖示。 2. 了解整數的加法合於 換律及結合律。 3. 了解整數減法的意義及計算法則。 4. 了解整數乘法的意義及計算法則。 5. 了解整數的乘法合於 換律及結合律。 6. 了解整數除法的意義及計算法則(整除)。	08 A 02	7 07	1 1 18 1 2 01 1 2 03 1 2 0 1 2 1 1 2 1 1 2 18 2 1 2 w2-2-13 w2-2-14	10
2-1 因數與倍數	1. 能判別一個數是否為另一個因數或倍數。 2. 能利用標準分解式求出幾個數的最小公倍數。	02	7 02	1 2 09	1
3-1 以符號代表 數	1. 知道利用文字符號代表數有助於 考日常生活有關數量的問題。 2. 了解文字式的表示方式。 3. 了解當 a 與 b 為常數時，文字式 $ax$ ， $ax+b$ ， $x^2$ ， $x^3$ 所代表的意義。 4. 定文字符號的數值時，能計算出文字式所	A 0	7 02	1 2 11	1

	代表的數值。				
3-3	1. 了解等量公理。	A 03	7 03	1 2 07	6
一元一次方程式的列式與解法	2. 能使用文字符號，將文字 述中一些簡單的數量關係列成算式。	A 0	7 0	1 2 0	
	3. 知道一元一次方程式之形式及其解的意義。	A 07	7 0	1 2 10	
	4. 能適當地使用文字符號代表未知數，將 些有關數量的問題列成一元一次方程式。			1 2 11	
	5. 能熟練地利用等量公理解一元一次方程式。			1 2 19	
	6. 能檢驗所求的解是否合乎題意。			1 2 20	
	7. 知道利用文字符號代表數有助於解決日常生活中有關數量的問題。				

根據上表進一步將第一冊有無涵蓋 TEPS 數題及所涵蓋的題數之單元羅列如下：

表二 第一冊 TEPS 數學試題分布情況

章	單元名稱	TEPS 題數
一、數與數線	1-1 正數與負數	2
	1-2 數線	2
	1-3 數的大小和絕對值	0
	1-4 整數的加減法	10
	1-5 整數的乘除法	
二、因數與倍數	2-1 因數與倍數	1
	2-2 分數的加減運算	0
	2-3 分數的乘除運算	0
	2-4 分數的四則運算	0
三、一元一次方程式	3-1 以符號代表數	1
	3-2 式子的運算	0
	3-3 一元一次方程式的列式與解法	6

全部六冊共 63 個單元，第一冊占 12 個單元，TEPS 試題分布於其中的 7 個單元，所以第一冊占全部課程比例為 19%，TEPS 數學試題在第一冊分布的課程比例為 11.1%。全部 56 題 TEPS 數學試題扣掉教科書課程內容沒有的 w2-1-16、w1-1-14 兩題，課程有涵蓋的 TEPS 試題共有 54 題，其中有 22 題在第一冊，所以第一冊所占的試題比例為 40.7%。

## (二) 第二冊數學課本

下表三為第二冊數學課本有涵蓋 TEPS 試題的課程內容之教學目標對照情況。

表三 涵蓋 TEPS 試題第二冊數學課本的課程內容之教學目標

單元名稱	教學目標	能力 指標	分年 細目	TEPS 試 題	題 數
------	------	----------	----------	-------------	--------

3-1 比與比值	1. 能由實例了解比和比值的意義及說明比和比值的有關名詞。 2. 熟練比值的求法。	03	7 13	1 2 09	1
3-3 連比	1. 能了解連比和連比例式的意義。 2. 能將 $a:b:c$ 寫成 $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$ ，其中 $abc \neq 0$ 。 3. 熟練簡易連比例式的應用。	03	7 1	2 1 18	1
4-3 立方根與乘方開方表	能指出乘方開方表中每一行的上標所代表的意義。	09	7 10	2 1 2	1

根據上表進一步將第二冊有無涵蓋 TEPS 數題及所涵蓋的題數之單元羅列如下：

表四 第二冊 TEPS 數學試題分布情況

章	單元名稱	TEPS 題數
一、二元一次聯立方程式	1-1 二元一次聯立方程式與代入 去法	0
	1-2 加減 去法	0
二、直角坐標與二元一次方程式的圖形	2-1 平面上的直角坐標	0
	2-2 二元一次方程式的圖形	0
三、比與比例式	3-1 比與比值	1
	3-2 比例式	0
	3-3 連比	1
四、近似值與方根	4-1 近似值的意義與取法	0
	4-2 平方根的意義	0
	4-3 立方根與乘方開方表	1

第二冊全部 10 個單元，TEPS 試題分布於其中的 3 個單元，所以第二冊占全部課程比例為 15.9%，TEPS 數學試題在第二冊分布的課程比例為 4.8%。全部 54 題 TEPS 數學試題中有 3 題在第二冊，所以第二冊所占的試題比例為 5.6%。

### (三) 第三冊數學課本

下表五為第三冊數學課本有涵蓋 TEPS 試題的課程內容之教學目標對照情況。

表五 涵蓋 TEPS 試題第三冊數學課本的課程內容之教學目標

單元名稱	課程內容之教學目標	能力 指標	分年 細目	TEPS 試 題	題 數
4-1	1. 能 例說明函數是一種特殊的對應關係。	A 01	7 09	1 1 22	4

變數與函數	2. 能 出函數的例子。 3. 能用符號來表示函數。 4. 對一個所 定的函數 $f(x)$ 和指定的 $x=a$ ，能 求出對應的函數值 $f(a)$			1 1 23 1 1 2 2 1 30	
4-2 數的圖形及 線型函數	1. 能說出函數圖形的意義。 2. 能從函數的實例中指出一次函數。	A 0	7 10	2 1 19	1

根據上表進一步將第三冊有無涵蓋 TEPS 數題及所涵蓋的題數之單元羅列如下：

表六 第三冊 TEPS 數學試題分布情況

章	單元名稱	TEPS 題數
一、乘法公式與多項式	1-1 乘法公式	0
	1-2 多項式與其加減運算	0
	1-3 多項式的乘除運算	0
二、因式分解	2-1 因式與倍式	0
	2-2 提出公因式與分 分解	0
	2-3 利用乘法公式作因式分解	0
	2-4 字 乘法作因式分解	0
三、一元二次方程式	3-1 用因式分解法解一元二次方程式	0
	3-2 簡易平方根的乘除運算	0
	3-3 用配方法解一元二次方程式	0
	3-4 一元二次方程式的公式解	0
	3-5 應用問題	0
四、一次函數及其圖形	4-1 變數與函數	4
	4-2 數的圖形及線型函數	1

第三冊全部 14 個單元，TEPS 試題分布於其中的 2 個單元，所以第三冊占全部課程比例為 22.2%，TEPS 數學試題在第三冊分布的課程比例為 3.2%。全部 54 題 TEPS 數學試題中有 5 題在第三冊，所以第三冊所占的試題比例為 9.3%。

#### (四) 第四冊數學課本

下表七為第三冊數學課本有涵蓋 TEPS 試題的課程內容之教學目標對照情況。

表七 涵蓋 TEPS 試題第四冊數學課本的課程內容之教學目標

單元名稱	課程內容之教學目標	能力 指標	分年 細目	TEPS 試 題	題 數
2-1 生活中的平 面圖形	能用 和 的方式，展現簡單平面圖形的性 質。	S 0	8 19	1 2 08	4
		S 08	8 0	1 1 07	
				1 1 08	
				1 1 09	



2-2 點、線、角 與 規作圖	能用 規作一角等於已知角。	S 01	8 02	1 2 10	1
2-4 生活中的 立體圖形	1. 能指出外表含有圓、圓及多面體與角、角等立體圖形的實。 2. 能用和作簡單立體圖形的模型以察其性質。	S 01	9 1 9 1	2 1 12 2 1 21	2
3-1 三角形的內 角與外角	6. 能指出三角形的內角與外角。 7. 能說出三角形的外角和的意義，並檢驗出三角形的外角和等於 $360^{\circ}$ 。 8. 能檢驗出三角形的內角和等於 $180^{\circ}$ 。 9. 能從三角形的外角和等於 $360^{\circ}$ 的事實，推證三角形的內角和等於 $180^{\circ}$ 。 10. 能從三角形的內角和等於 $180^{\circ}$ 及平角是 $180^{\circ}$ 的事實，推得三角形的外角定理，及三角形的任何一外角等於兩個內對角的和。	S 0	8 03	2 1 27	1
3-3 三角形 的全等	能說出全等形的意義及記法。	S 09	8 07	1 2 12	1
3-4 三角形 的邊角關係	1. 知道三角形任意兩邊的和大大於第三邊。 2. 知道三角形任意兩邊的差小於第三邊。 3. 知道三角形中若有兩邊不相等，則大邊對大角。 4. 知道三角形中若有兩角不相等，則大角對大邊。	S 12	8 10	2 1 2	1
4-2 平行與 四邊形	1. 知道畫平行線時所用的性質，例如，兩線被一直線所，若同位角相等或內角相等，則此兩線平行。 2. 能透過這類活動發現平行四邊形、梯形的性質。	S 08	8 0 8 1	1 2 1	1

根據上表進一步將第四冊有無涵蓋 TEPS 數題及所涵蓋的題數之單元羅列如下：

表八 第四冊 TEPS 數學試題分布情況

章	單元名稱	TEPS 題數
一、二次函數	1-1 簡易二次函數的圖形	0
	1-2 配方法與二次函數的圖形	0
	1-3 二次函數的最大值與最小值	0
二、簡單的幾何圖形	2-1 生活中的平面圖形	4
	2-2 點、線、角與 規作圖	1
	2-3 垂直與平分	0

	2-4 生活中的立體圖形	2
三、三角形的基本性質	3-1 三角形的內角與外角	1
	3-2 多邊形的內角與外角	0
	3-3 三角形的全等	1
	3-4 三角形的邊角關係	4
四、平行	4-1 平行線	0
	4-2 平行與四邊形	1

第四冊全部 13 個單元，TEPS 試題分布於其中的 7 個單元，所以第四冊占全部課程比例為 20.6%，TEPS 數學試題在第四冊分布的課程比例為 11.1%。全部 54 題 TEPS 數學試題中有 14 題在第四冊，所以第四冊所占的試題比例為 25.9%。

### (五) 第五冊數學課本

下表九為第五冊數學課本有涵蓋 TEPS 試題的課程內容之教學目標對照情況。

表九 涵蓋 TEPS 試題第五冊數學課本的課程內容之教學目標

單元名稱	課程內容之教學目標	能力指標	分年細目	TEPS 試題	題數
1-2 相似三角形	1. 能由 1-2 相似三角形作活動發現三角形的 SSS 相似性質，即三 對應邊成比例的兩個三角形相似。 2. 能利用三角形的相似性質作簡易的應用。	S 1	9 0	2 1 22 2 1 28	2

根據上表進一步將第五冊有無涵蓋 TEPS 數題及所涵蓋的題數之單元羅列如下：

表十 第五冊 TEPS 數學試題分布情況

章	單元名稱	TEPS 題數
一相似形	1-1 相似形的意義	0
	1-2 相似三角形	2
二圓形	2-1 直線與圓及兩圓的位置關係	0
	2-2 圓心角、圓 角與 切角	0
三幾何與證明	3-1 幾何推理	0
	3-2 綜合證題法	0
	3-3 三角形的外心、內心與重心	0

第五冊全部 7 個單元，TEPS 試題分布於其中的 1 個單元，所以第五冊占全部課程比例為 11.1%，TEPS 數學試題在第五冊分布的課程比例為 1.6%。全部 54 題 TEPS 數學試題中有 2 題在第五冊，所以第五冊所占的試題比例為 3.7%。

(六) 第六冊數學課本

下表十一為第五冊數學課本有涵蓋 TEPS 試題的課程內容之教學目標對照情況。

表十一 涵蓋 TEPS 試題第六冊數學課本的課程內容之教學目標

單元名稱	課程內容之教學目標	能力 指標	分年 細目	TEPS 試 題	題 數
1-1 等差數列	1. 能 出等差列的實例，並能判別 些數列是等差數列。 2. 能在等差數列中，指出何者為首項、第二項、 ，並能計算其公差。 3. 能利用首項和公差計算等差數列的每一項。	13	8 0	1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 2 1 1 2 1 1 27 w2-2-01	7
2-1 次數分配與 資料展示	能知道原始資料 須經過整理和分析後，才易於顯示它所 含的資料的意義。	01	9 01	2 1 17	1
2-2 算術平均 數、中位數 和眾數	能求出所 數據資料或其次數分配的算術平均數。	02	9 01	1 2 0	1
2-3 機率	1. 能知道實驗得到的相對次數與機率的關係。 2. 能設計及記錄簡單事件實驗，並從其所得數據歸納出該事件的機率。 3. 能了解在機會均等下機率的意義。 4. 能求簡單事件的機率。	0	9 0	1 2 02 2 1 13	2

根據上表進一步將第六冊有無涵蓋 TEPS 數題及所涵蓋的題數之單元羅列如下：

表十二 第六冊 TEPS 數學試題分布情況

章	單元名稱	TEPS 題數
一、等差數列與等比數列	1-1 等差數列	7
	1-2 等差級數	0
	1-3 等比數列	0
	1-4 等比級數	0
二、資料整理與機率	2-1 次數分配與資料展示	1
	2-2 算術平均數、中位數和眾數	1
	2-3 機率	2

第六冊全部 7 個單元，TEPS 試題分布於其中的 4 個單元，所以第六冊占全部課程比例為 11.1%，TEPS 數學試題在第六冊分布的課程比例為 6.4%。全部 54 題 TEPS 數學試題中有 11 題在第六冊，所以第六冊所占的試題比例為 20.4%。

## 附錄七 比較 TEPS 所測得的 97 年康軒版數學教科書的課程內容

首先依六冊 97 年康軒版數學課本，列出其有涵蓋 TEPS 試題的課程內容之教學目標，再根據有 TEPS 試題單元數與所有課程單元數的比例來計算 TEPS 數學試題所涵蓋的課程比例。其結果如下所示：

### (一) 第一冊數學課本

下表十三為第一冊數學課本有涵蓋 TEPS 試題的課程內容之教學目標對照情況。

表十三 涵蓋 TEPS 試題第一冊數學課本的課程內容之教學目標

單元名稱	課程內容之教學目標	TEPS 試題	題數
1-1 負數與數線	1.能以「正、負」表徵生活中相對的量。 2.認識負數在數線上的位置。 3.了解正、負數的大小。 4.了解相反數的意義。 5.了解絕對值的意義。	w1-1-13 w1-1-15 w2-1-23 w1-2-13	5
1-2 整數的加減	5. 能做整數的加法。 6. 能做整數的減法。 7. 能求數線上兩點間的距離。 8. 能做整數的加減運算。	w1-1-18 w1-2-01 w1-2-03 w1-2-04	10
1-5 整數的乘除法與四則運算	1. 了解正、負整數除法的意義及運算法則。 2. 了解正、負整數的四則運算。	w1-2-14 w1-2-15 w1-2-18 w2-1-24 w2-2-13 w2-2-14	
3-1 以符號列式	1. 能由具體情境中，用 $x$ 、 $y$ 等符號列出一元一次式。 2. 能將文字符號所代表的數代入算式中求值。	w1-2-11	1
3-3 解一元一次方程式	1. 由具體情境中列出一元一次方程式。 2. 理解一元一次方程式解的意義。 3. 以代入法或 法求一元一次方程式的解，並判斷其解是否適合於原問題情境。 4. 列出等式，並求出所有可滿足式子的數，再配合具體情境，檢驗其合理性。	w1-2-07 w1-2-06 w1-2-10 w1-2-11 w1-2-19 w1-2-20	5

根據上表進一步將第一冊有無涵蓋 TEPS 數題及所涵蓋的題數之單元羅列如下：

表十四 第一冊 TEPS 數學試題分布情況

章	單元名稱	TEPS 題數
一、數與數線	1-1 負數與數線	5
	1-2 整數的加減法	10

	1-3 整數的乘除與四則運算	
	1-4 指數律	0
	1-5 科學記號	0
二、因數與倍數	2-1 因數與倍數	0
	2-2 最大公因數與最小公倍數	0
	2-3 分數的加減	0
	2-4 分數的乘除與四則運算	0
三、一元一次方程式	3-1 以符號列式	1
	3-2 式子的簡化	0
	3-3 解一元一次方程式	5
總合		21

全部六冊共 65 個單元，第一冊占 12 個單元，TEPS 試題分布於其中的 5 個單元，所以第一冊占全部課程比例為 18.5%，TEPS 數學試題在第一冊分布的課程比例為 7.6%。全部 56 題 TEPS 數學試題扣掉教科書課程內容沒有的 w2-1-16 一題，課程有涵蓋的 TEPS 試題共有 55 題，其中有 21 題在第一冊，所以第一冊所占的試題比例為 38.1%。

## (二) 第二冊數學課本

下表十五為第二冊數學課本有涵蓋 TEPS 試題的課程內容之教學目標對照情況。

表十五 涵蓋 TEPS 試題第二冊數學課本的課程內容之教學目標

單元名稱	教學目標	TEPS 試題	題數
3-1 比例式	1. 能熟練比例式的基本運算。 2. 能了解比例式的性質。	w1-2-09	1
3-2 連比例	1. 能由兩個兩個的比求出三個的連比。 2. 能理解連比和連比例的意義。 3. 能熟練連比例式的應用。熟練簡易連比例式的應用。	w2-1-18	1
4-1 變數與函數	1. 能認識變數與函數。 2. 能知道一次函數是一種特殊的對應關係。	w1-1-22 w1-1-23 w1-1-24 w2-1-30	4
4-2 函數圖形	1. 能畫出一次函數的圖形。 2. 能由圖形求出函數。	w2-1-19	1

根據上表進一步將第二冊有無涵蓋 TEPS 數題及所涵蓋的題數之單元羅列如下：

表十六 第二冊 TEPS 數學試題分布情況

章	單元名稱	TEPS 題數
一、二元一次聯立方程式	1-1 二元一次方程式	0
	1-2 解二元一次聯立方程式	0
	1-3 應用問題	0

二、直角坐標與二元一次方程式的圖形	2-1 直角坐標平面	0
	2-2 二元一次方程式的圖形	0
三、比與比例式	3-1 比例式	1
	3-2 連比例	1
	3-3 正比與反比	0
四、線型函數及其圖形	4-1 變數與函數	4
	4-2 函數圖形	1
	4-3 立方根與乘方開方表	0
五、一元一次不等式	5-1 一元一次不等式	0
	5-2 解一元一次不等式	0
總合		7

第二冊全部 13 個單元，TEPS 試題分布於其中的 4 個單元，所以第二冊占全部課程比例為 20%，TEPS 數學試題在第二冊分布的課程比例為 6%。全部 55 題 TEPS 數學試題中有 7 題在第二冊，所以第二冊所占的試題比例為 12.7%。

### (三) 第三冊數學課本

下表十七為第三冊數學課本有涵蓋 TEPS 試題的課程內容之教學目標對照情況。

表十七 涵蓋 TEPS 試題第三冊數學課本的課程內容之教學目標

單元名稱	課程內容之教學目標	TEPS 試題	題數
2-2 根式的運算	1. 能理解：a 是任意一個整數、分數或小數，b 是大於或等於 0 的數，則 $a\sqrt{b}$ 、 $a \times \sqrt{b}$ ，形如 $a\sqrt{b}$ 的根式都是 $\sqrt{b}$ 的同類方根。 2. 能理解：「 $a \geq 0, b \geq 0$ ，則 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 」，並熟練使用。 3. 能理解：「 $a \geq 0, b \geq 0$ ，則 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ 」，並熟練使用。 4. 能理解：a、b 是正整數， $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$ 的過程稱為根式的化簡。 5. 能將任意根式 續化簡到形如 $a\sqrt{b}$ ，其中 a 是任意整數、分數或小數，而 b 沒有因數是完全平方數時，稱 $a\sqrt{b}$ 為二次方根的最簡式，或最簡根式。 6. 能利用最簡根式判斷是否為同類方根。	212	1

根據上表進一步將第三冊有無涵蓋 TEPS 數題及所涵蓋的題數之單元羅列如下：

表十八 第三冊 TEPS 數學試題分布情況

章	單元名稱	TEPS 題數
一、乘法公式與多項式	1-1 乘法公式	0
	1-2 多項式與其加減運算	0

	1-3 多項式的乘除運算	0
二、平方根與勾股定理	2-1 平方根與近似值	0
	2-2 根式的運算	1
	2-3 勾股定理	0
	2-4 字 乘法作因式分解	0
三、因式分解	3-1 因式、倍式與因式分解	0
	3-2 提出公因式與分 分解	0
	3-3 利用乘法公式做因式分解	0
	3-4 字 乘法做因式分解	0
四、一元二次方程式	4-1 因式分解解一元二次方程式	0
	4-2 配方法與公式解	0
	4-3 應用問題	0
總合		1

第三冊全部 14 個單元，TEPS 試題分布於其中的 1 個單元，所以第三冊占全部課程比例為 21.5%，TEPS 數學試題在第三冊分布的課程比例為 1.5%。全部 55 題 TEPS 數學試題中有 1 題在第三冊，所以第三冊所占的試題比例為 1.8%。

#### (四) 第四冊數學課本

下表十九為第三冊數學課本有涵蓋 TEPS 試題的課程內容之教學目標對照情況。

表十九 涵蓋 TEPS 試題第四冊數學課本的課程內容之教學目標

單元名稱	課程內容之教學目標	TEPS 試題	題數
1-1 等差數列	1. 能在等差數列中求出首項、公差、項數、第 $n$ 項。 2. 能了解等差中項的代數意義及幾何意義。	1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 2 1 1 2 1 1 27 w2-2-01	7
2-1 生活中的平面圖形	1. 能認識點、線、角及其符號的表示法。 2. 能認識兩角的關係：互餘、互、對角。 3. 能理解等腰三角形、正三角形、角三角形、角三角形、直角三角形的定義。 4. 能認識一般多邊形(四邊以上)形，及正多邊形(四邊以上)形。 5. 能認識圓心、直、形、形、圓心角等名。 6. 能理解形及形面積、長的求法。	1 2 08 1 1 07 1 1 08 1 1 09	4
2-3	1. 能認識規作圖的意義。	1 2 10	1

規作圖	<ol style="list-style-type: none"> <li>能利用尺規作線段、角、圓弧、圓周、扇形的複製。</li> <li>能利用尺規作圖做：過線外一點的垂直線、過線上一點的垂直線、角平分線、中垂線</li> </ol>		
2-4 生活中的立體圖形	<ol style="list-style-type: none"> <li>能描述複合立體圖形構成要素間的可能關係。</li> <li>計算簡單複合立體圖形的體積與表面積。</li> <li>能理解體的展開圖及點、面、邊的合因素。</li> <li>能描述複合立體圖形構成要素間的可能關係。</li> <li>能計算體體積與表面積的問題。</li> <li>計算簡單複合立體圖形的體積與表面積。</li> </ol>	<p>2 1 12</p> <p>2 1 21</p>	2
3-1 三角形的內角與外角	<ol style="list-style-type: none"> <li>能指出三角形的內角與外角。</li> <li>能說出三角形的外角和的意義，並檢驗出三角形的外角和等於 <math>360^{\circ}</math>。</li> <li>能檢驗出三角形的內角和等於 <math>180^{\circ}</math>。</li> <li>能從三角形的外角和等於 <math>360^{\circ}</math> 的事實，推證三角形的內角和等於 <math>180^{\circ}</math>。</li> <li>能從三角形的內角和等於 <math>180^{\circ}</math> 及平角是 <math>180^{\circ}</math> 的事實，推得三角形的外角定理，及三角形的任何一外角等於兩個內對角的和。</li> </ol>	2 1 27	1
3-3 三角形的全等	<ol style="list-style-type: none"> <li>能理解：三角形全等的意義。</li> <li>能理解：三角形的 <i>SSS</i>、<i>SAS</i> 規作圖與全等性質。</li> <li>能理解：三角形沒有 <i>SSA</i> 規作圖與全等性質。</li> <li>能理解：三角形的 <i>RHS</i> 全等性質。</li> <li>能理解：三角形沒有 <i>AAA</i> 規作圖與全等性質。</li> <li>能理解：三角形的 <i>ASA</i>、<i>AAS</i> 全等性質與 規作圖</li> <li>能理解：三角形的 <i>ASA</i>、<i>AAS</i> 全等性質與 規作圖。</li> <li>能理解：角平分線性質。</li> <li>能理解：線段中垂線性質。</li> <li>能理解：等腰三角形的性質。</li> </ol>	1 2 12	1
3-4 三角形的邊角關係	<ol style="list-style-type: none"> <li>理解三角形兩邊之和大於第三邊，兩邊之差小於第三邊。</li> <li>了解三角形中，等邊對等角，等角對等邊。</li> <li>了解三角形中，大邊對大角。</li> <li>了解三角形中，大角對大邊。</li> </ol>	<p>1 1 1</p> <p>1 1 17</p> <p>2 1 29</p> <p>2 1 2</p>	4
4-2 平行與四邊形	<ol style="list-style-type: none"> <li>了解平行四邊形的意義。</li> <li>探討平行四邊形的性質。</li> <li>判別一個四邊形是否為平行四邊形。</li> <li>利用工具作出平行四邊形。</li> <li>了解四邊形的包含關係。</li> <li>了解等腰梯形的性質。</li> </ol>	1 2 1	1

根據上表進一步將第四冊有無涵蓋 TEPS 數題及所涵蓋的題數之單元羅列如下：



表二十 第四冊 TEPS 數學試題分布情況

章	單元名稱	TEPS 題數
一、等差數列	1-1 等差數列	7
	1-2 等差級數	0
二、幾何圖形與 規作圖	2-1 生活中的平面圖形	4
	2-2 垂直與平分與線對稱圖形	1
	2-3 規作圖	0
	2-4 生活中的立體圖形	2
三、三角形的基本性質	3-1 三角形的內角與外角	1
	3-2 三角形的全等	1
	3-3 三角形的邊角關係	4
四、平行	4-1 平行	0
	4-2 平行四邊形與梯形	1
總合		21

第四冊全部 11 個單元，TEPS 試題分布於其中的 8 個單元，所以第四冊占全部課程比例為 16.9%，TEPS 數學試題在第四冊分布的課程比例為 12.3%。全部 55 題 TEPS 數學試題中有 21 題在第四冊，所以第四冊所占的試題比例為 38.1%。

#### (五) 第五冊數學課本

下表二十一為第五冊數學課本有涵蓋 TEPS 試題的課程內容之教學目標對照情況。

表二十一 涵蓋 TEPS 試題第五冊數學課本的課程內容之教學目標

單元名稱	課程內容之教學目標	TEPS 試題	題數
1-2 相似三角形	1. 平行線截比例線段性質：若一組平行線 $L_1 // L_2 // L_3$ 被另兩條直線 $M_1$ 、 $M_2$ 所截出來的截線段會成比例。 2. 如果一條直線將三角形的兩邊截成比例線段，那此直線會與三角形的第三邊平行。 3. 利用尺規，將一線段按整數比等分。 4. 三角形的中點連線。 5. 相似三角形的判別性質： <ul style="list-style-type: none"> <li>(1) AAA 相似：如果兩個三角形中有三組角對應相等，那麼這兩個三角形是相似的</li> <li>(2) AA 相似：如果兩個三角形中有二組角對應相等，那麼這兩個三角形是相似的。</li> <li>(3) SAS 相似：如果兩個三角形中有一組角對應相等，而且夾這個等角的兩組邊長度對應成比例，則這兩個三角形相似。</li> <li>(4) SSS 相似：如果兩個三角形中，三組邊長度對</li> </ul>	2 1 22 2 1 28	2

	<p>應成比例，則這兩個三角形相似。</p> <p>6. 對於兩個相似三角形而言，三角形內部對應的線段比，例如角平分線、高、中線，都與原來三角形的邊長比相同，而兩個相似三角形的面積比為邊長的平方比。</p> <p>7. 三角形的中點連線。</p> <p>8. 對於兩個相似三角形而言，三角形內部對應的線段比，例如角平分線、高、中線，都與原來三角形的邊長比相同，而兩個相似三角形的面積比為邊長的平方比。</p> <p>9. 能理解直角三角形中母子相似形性質。</p> <p>10. 能明瞭相似三角形中任意對應線段比等於邊長比；面積比等於對應邊長平方比。</p> <p>11. 能利用相似形比例線段，進行實物的測量。</p> <p>12. 能明瞭相似三角形中任意對應線段比等於邊長比；面積比等於對應邊長平方比。</p> <p>13. 能利用相似形比例線段，進行實物的測量。</p>		
--	--	--	--

根據上表進一步將第五冊有無涵蓋 TEPS 數題及所涵蓋的題數之單元羅列如下：

表二十二 第五冊 TEPS 數學試題分布情況

章	單元名稱	TEPS 題數
一、相似形	1-1 相似形	0
	1-2 相似三角形	2
	1-3 相似三角形的應用	0
二、圓形	2-1 點、直線與圓的關係與兩圓的位置關係	0
	2-2 圓心角、圓角與切角	0
三、幾何與證明	3-1 幾何推理	0
	3-2 三角形的外心、內心與重心	0
總合		2

第五冊全部 7 個單元，TEPS 試題分布於其中的 1 個單元，所以第五冊占全部課程比例為 10.7%，TEPS 數學試題在第五冊分布的課程比例為 1.5%。全部 55 題 TEPS 數學試題中有 2 題在第五冊，所以第五冊所占的試題比例為 3.6%。

#### (六) 第六冊數學課本

下表二十三為第六冊數學課本有涵蓋 TEPS 試題的課程內容之教學目標對照情況。

表二十三 涵蓋 TEPS 試題第六冊數學課本的課程內容之教學目標

單元名稱	課程內容之教學目標	TEPS 試題	題數
2-1 資料整理與 統計圖表	1. 能將資料視需要加以排序或分組整理成「次數分配表」、「累積次數分配表」、「相對次數分配表」、「累積相對次數分配表」。 2. 能繪製直方圖、折線圖。	2 1 17	1
3-1 機率	1. 能藉由日常生活中的經驗判斷事件發生的可能性。 2. 在實驗(活動)中 察並討論事件發生的可能性，以判斷其中 特定事件發生的機會大小多。 3. 能以比值描述 事件發生的機會。 4. 能求出簡單事件的機率。	1 2 02 2 1 13	2

根據上表進一步將第六冊有無涵蓋 TEPS 數題及所涵蓋的題數之單元羅列如下：

表二十三 第六冊 TEPS 數學試題分布情況

章	單元名稱	TEPS 題數
一、二次函數	1-1 簡易二次函數的圖形	0
	1-2 配方法與二次函數的圖形	0
	1-3 二次函數的最大值與最小值	0
二、 述統計	2-1 資料整理與統計圖表	1
	2-2 統計量	0
	2-3 統計圖表	0
三、機率與抽樣	3-1 機率	2
	3-2 抽樣調查	0
總合		3

第六冊全部 8 個單元，TEPS 試題分布於其中的 2 個單元，所以第六冊占全部課程比例為 12.3%，TEPS 數學試題在第六冊分布的課程比例為 3.07%。全部 55 題 TEPS 數學試題中有 3 題在第六冊，所以第六冊所占的試題比例為 5.5%。

## 知道事實與程序

熟練使用數學或有關數學的情境推理，主要 數學知識。學生 能記得相關知識就有能力解決更多問題。沒有透過知識基礎，學生不可能會發現有目的的數學 考，這個知識基礎是要依 於 言和基本的事實及數的集合、符號表徵以及 間關係等的記 。事實包涵提供數學的基礎 言，必要的數學事實和屬性，以為數學 考形成基礎。

程序則是基礎知識與解決日常問題之間的一 ，特別是很多人在日常生活中所遭到的問題。基本上流 的使用程序，需要一系列行動的記 及提取。學生需要有效率且準確的使用多種計算程序和工具。他們需要看見特別的程序，以用來解決「整體」的問題，並非「個別」的問題。

### 一、記

記 的定義：關於 彙；單位；數的事實；數的特性；級數的屬性；數學的集合等。( 例如： $a \times b = ab$ ； $a + a + a = 3a$ ； $a \times a \times a = a^3$ ； $a/b = a \div b$ )。

### 二、識別

認出和識別數學就是數學上的相等，即：全部的部分的數來表示分數，也可以用相等的分數、小數，和百分比表示；簡化代數的表達模式；不同面向的簡單幾何圖形。

### 三、計算

知道 、 、 $\times$ 、 $\div$ 或四則混合算法的程序、知道近似值的程序、估計測量、解方程式、值的計算表達模式和公式、照百分比比例分量，依百分比增加或者減少數量。簡化因子(係數)、大代數和數值表達式、集合同類項。

### 四、使用工具

使用數學和測量工具、讀 規、依照說明畫線、角度或形 。使用直 和圓根據測量規畫出一條線的垂直等分線、角的等分線，和三角形及四邊形。

## 使用概念 (using concepts)

熟悉數學概念是有效運用數學來解決問題、推理和發展對數學理解的基本要素。

這種數學概念的知識有助於學生將兩種被 絕的知識加以聯結並記 ；同時它有助於到學生現有的知識之外，有效地以數學的方法加以 述此知識，並 出數學的表達方式。因此，若能以概念形式 (ideas forms) 來做為數學 考和溝通的核心，並且能以此方式 出相同的表達是成 學好數學的基本要素。

### 一、知道

知道長度、面積和體積 此之間的 關係，有正確的概念例如：排容性 (inclusion and

exclusion)、通性、相等的可能性、表示法、證明、基數和數列、數學關係、位值 (place value)。

四年級的例子：在紙片被切成小紙片後，決定小紙片是否比原紙片來得大，或者較小 (圖示出完全的紙片和被切後的小紙片)。

八年級的例子：知道如果一枚公平的硬幣連續五次拋出正面，那麼下一次拋出正、反面的機率。

## 二、分類

根據共同分類的標準如：形、數字、表示和法，將欲分類的對象加以正確的分類。

四年級的例子：從各種各樣的幾何圖形，選擇三角形出來。

八年級的例子：對數量加以編組(長度、重量、費用等)第一個數量比第二個數量大。

## 三、表徵

使用模式代表數量，將顯示的圖形，表格，圖，圖表的數學信或數據，以另一種特定相等的數學形式或關係加以表示。

四年級的例子：將圖形陰影區域用特定的分數代表。

八年級的例子：給一個公式，導出另一個相同的公式。

## 四、公式的運算

能使用一定的算式或符號，將問題或處境以公式表達。

四年級的例子：Jane 有一本 87 頁的書，她已經讀完 29 頁，那麼她還有幾頁要讀？在等式中  $87 - \underline{\quad} = 29$ ，空格中要填入多少？其他的情境也可使用此等式。

八年級的例子：方程式  $4X + 3 = 51$ ，能用來解決下列問題：有 4 個盒子裝滿高爾夫球，3 個高爾夫球被遺留在外，若共有 51 個高爾夫球，請問每個盒子裝幾個高爾夫球？

## 五、問題的辨識

能使用一定的資訊或數據，將問題辨識出來。

四年級的例子：給一個統計長條圖，從一組問題中選出此圖可回答的問題。

八年級的例子：已知班級中男生的體重。請辨識可回答的問題：班級中男生的平均體重是多少？男生和女生的平均體重誰重？多少男生體重超過 70 公斤？班上的程度如何？

## 解決例行性問題

應該教育學生知道數學為一項人類的大成就，並對之心。然而，數學知識因其

自身的 故，在學校課程中，或許最 人信服的並不是數學的 內涵。數學內涵的首要目的，是使公民在工作場所中，藉由知識而大大提 成 的效力之覺識，而更重要的是，能夠使用數學。數學家在使用數學的過程中，要求高水準的熟練，或數學模式的 考，已經由於科技進步和現代 理方法 發展。

問題解決是主要目的，且通常意指學校數學教學將以此 解決問題的技術（例如：作表達模式、 、模型、證明 驗證），特別是在解決日常問題範圍。同樣地，在數學問題的安排上要與日常生活問題一致，不要 ，日常生活問題將做為課堂練習設計的標準，以在特定方法和技術上提供練習。有些問題將用文字設計成類似真實情境的問題，其他像「課本」形式的問題解決，則與 數學工具的知識有關（例如：解決方程式）。雖然很 ，每一種「課本」形式的問題期望學生能 分熟練，如此學生將自然地 和使用學習的程序。

問題解決是一種數學教學要求的結果，在TIMSS架構裡很多數學題目與其相關。問題可能被確定在真正生活的情境中，或可能只屬於 的數學問題，例如：包含數值或代數的表達模式、函數、方程式、幾何圖形或統計數據等。因此，問題解決的內涵，取決於學生是被要求解決日常問題還是 數學問題。

一、

使用有效率的方法或策略解決問題，知道 個地方用何種算法或方法來解決，例如期望學生在目標水準上一定要熟悉 個算法或方法， 適當的算法、公式或單位。

四年級的例子：有一班級要舉辦班級演奏會，這班有 28 位學生，每人有 7 張票要賣，一共有幾張票？你應該用 28 除以 7、28 乘以 7，還是 7 加 28？

八年級的例子：假使由簡單方程式可能塑造的一個問題，選擇合適的方程式。

## 二、模型

生一個合適的模型，例如一個方程式或者圖解，來解決一個日常問題。

## 三、解釋

數學模型的解釋（方程式、圖表等）；接著 行一系列的數學教學。

四年級的例子：假使有一個不熟悉，但不複雜的數或程序，寫出你將給另一個學生的口授過程，讓他／她複製出那個數。

八年級的例子：給一組表達模式包括  $4(3 + 2) = 4 \times 3 + 4 \times 2$ ，圖解能用來表示哪一個？

## 四、使用知識事實、程序和概念解決問題

使用知識事實、程序和概念以解決日常生活的數學（包括真正生活）問題，即：那些學生在課上可能遭 類似的問題。

## 五、驗證解決問題的正確方法

證明 驗證解決問題的正確方法；評價解決問題方法的合理性。

四年級的例子：Mario 以平方公尺為單位，在他的房子裡估計一個房間的面積。他的估價是 1300 平方公尺。這可能成為一個好估計嗎？請解釋。

八年級的例子：Jack 想要找出最高速度 965 公里/時的飛機，在 3.5 個小時內可飛行多遠。他使用他的電算機用 965 乘以 3.5 並告訴他的朋友 Jenny 答案是 33,775 公里，Jenny 說「不對」，她如何得知？

## 推理

在數學上，推理及性和系統性的考能力。它包含了依據圖像與規則去解決非例性(non-routine)問題時所進行的直覺上和歸納上的推理。非例問題指的是對學生來說，很有可能不熟悉的題目。即使學生已經學習解題所需的知識和技能，相較於解決例問題所需的認知要求，解決非例問題要求得更多。非例問題可能是數學上的問題，也有可能有其真實的生活。兩種題型都及了將知識和技能轉換到新情境，而且推理技能間的互作用通常為其特之一。

列入推理領域的其他行為，許多是那些可被劃入考和解決問題的行為，但是每一種自身都代表數學教育的一項有價值的成果，能夠更地學習者考。例如：推理及了察和推測的能力。它也到根據些定和規則來進行推論、並檢證結果。

### 一、設推測

在研究圖像、討論計畫、提出模型、檢查資料時做適當的推測；在些作或實驗進行前，明確說明將會生的結果（數字、圖形、數量、轉化等）。

八年級的例子：雙重（成對）的質數就是帶有另一個數字的質數。這樣的話，5 和 7，11 和 13，17 和 19 是成對的雙質數。在雙質數之間做一個推理。

### 二、分析

決定和描述或使用變項間或數學情境中事間的關係；分析單變項統計資料；分解幾何圖形來簡單地解決問題；畫出一個定、不常見之體的值(net)；從被的資訊中做出有效的推論。

### 三、評

討論及判性地評一個數學法、推論、問題解決策略、方法、證明等。

八年級的例子：評論一項調查報告中的明顯錯誤（樣本太小、樣本沒有代表性等）。

### 四、推導

藉由較及應用的來重新述結果，以至數學考和問題解決的結果可適用的領域。

八年級的例子：三角形的內角和等於兩個直角，給予被分割成三角形的四、五、六邊形的圖示，描述任何一個多邊形的邊數與其內角和的關係。

## 五、連結

連結新知識與舊有的知識；連結知識的不同元素及相關的表述；連結相關的數學方法或事件。

八年級的例子：三角形 ABC 中， $AB = 3$  公分， $BC = 4$  公分， $CA = 5$  公分。哪一個是三角形的面積：6 平方公分，7.5 平方公分，10 平方公分或 12 平方公分？

## 六、綜合 統整

結合（不同的）數學步驟以得到結果；結合不同結果以產生更進一步的結果。

八年級的例子：結合兩個不同的圖來解決問題。

## 七、解決非 例問題

解決學生非常不可能遇到的數學上的或真實生活中的類似問題；應用數學程序於不熟悉的環境中。

八年級的例子：給予不同產品之廣告中的資料和情境，選擇適切的資料，並找到方法進行有效的比較，以決定哪一個產品在某個特定情境中最为適當。

## 八、證明

藉由參考數學結果或特性，提供一項行動之有效性或一個論述之真實性的證據；在適切資料的情形下，發展數學論點來證明或支持一些說法。

八年級的例子：證明任兩個奇數數字的總和是個偶數。