第三章 研究方法

本研究擬採傳統研究方法與灰色統計方法分別來作探討，茲分述如下

第一節 傳統統計方法

本研究採用之研究方法如下：

一、文件分析法：為探討高職電機科學生、教師及相關行業廠商就技職課程之設計之理論架構與學生在技能領域數位控制學習之相關。

二、依技職課程設計或修訂之理論架構，以部定高職電機科『數位控制』技術能力項目設計出能力清單。

三、設計問卷，編製技職教育課程之能力項目調查問卷。

四、問卷調查方法：在教師與未來之從事本領域之相關人員（電機科學生）依分立意抽樣原理抽樣，所得資料為統計分析之依據。

五、利用灰色統計分析，將問卷受訪者為統計對象，然後再利用統計軟體分析對其調查之問卷分析。

第二節 灰色統計方法

為了做衡量各因素間關聯程度的二化方法，以下即就灰關聯四公理、灰色關聯度之必要條件與量化模型分別做說明。

令 $X=\{X_j \in N\}$ 為灰關聯因素子集，$X_0 \in X$ 為參考序列，

$X_i \in X(i \neq 0)$ 為比較序列，$X_0(k).X_i(k)(k=1,2,3,....,n;i=1,2,3.....m)$ 分別為 X_0 與 X_i 第K點的數.若 X_i 對於 X_0 的灰色關聯係數為 $r(x_0(k),X_i(k))$ 為實數，則 X_i 對於 X_0 的灰色關聯度為 $r(X_0(k),X_i(k))$ 為實數，則 X_i 對於 X_0 的灰色關聯度為 $r(X_0,X_i)=1/n\sum_{k=1}^{n}(X_0(k),X_i(k))$，此灰色關聯度為 $r(X_0(x),xi(k))$ 為實數，則 X_i 對於 X_0 的灰色關聯係數為 $r(x0(k),xi(k))$ 為實數，則 x_i 對 x_0 的灰色關聯度為 $r(x_0,x_i)=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(X_0(k),X_i i(k))$，此灰色關聯度為 $r(X_0(k).X_i i(k))$ 的平均值，而且必須符合下列四項條件，此四項條件稱為灰色關聯四公理：規範性，偶對稱性，整體性與接近性，其數學定義為：

(1) 規範性

$$r(x_0,x_i)=1 \Leftrightarrow x_0=x_i$$
$$r(x_0,x_i)=0 \Leftrightarrow x_0.x_i \in \phi$$
$$0<r(x_0,x_i)\leq 1$$
$$r(x_0,x_i)\in(0,1)$$

表明系統中任何因子都不可能是嚴格無相關的。

(2) 偶對稱性

$$x,y\in X$$
$$r(x,y)=r(y,x) \Leftrightarrow X=\{x,y\}$$

在灰色關聯因子集中，只有兩個因子時，$r(x_0,x_i)$ 為兩兩比較，這是具體化的度量。

(3) 整體性

$$x_j,x_i\in X=\{x_\delta \mid \delta=0.1,\cdots,n\},n\geq 2$$
$$r(x_j,x_i)\underset{often}{\neq} r(x_i,x_j)$$

當關聯比較在一定環境中進行，不同參考序列的取捨，由於環境不

同，比較的結果也因此不一定符合對稱原理。

(4)接近性

$|x_0(k)-x_i(k)|$愈小

$r(x_0(k),x_i(k))$愈大

接近性是對灰色關聯度量化的約束。

若以 k 所代表的意義為橫軸，$x_i(k)$為縱軸，繪出$x_0 \sim x_m$之$m+1$個序列的二維平面圖，則可由個比較序列與參考序列之折線幾何形狀相似於否，判斷期間關聯度高底(如圖 3-1 中有$m=2$之三條折線，折線x_1與x_0之相似程度高過x_2與x_0，因此認為x_1、x_0之關聯度較x_2、x_0的關聯度為大)，根據此一觀點，再配合滿足灰色關聯四公理，因而產生灰色關聯度的必要條件及量化模型。

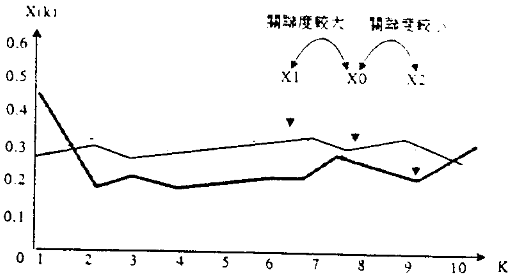

圖 3-1 關聯度大小比較圖

灰色關聯度的必要條件

灰色關聯度$r(x_0x_i)$應滿足下列的必要條件；

(1) $r(x_0,x_i)\in R$且$r(x_0,x_i)\in(0,1), i=0,1,\cdots m$。

(2) $x_i(i=0,1,2,3\cdots m)$與x_0繪於二維平面之折線幾何形狀愈相似，則$r(x_0,x_i)$愈大。

(3) $r(x_0,x_i)$ 僅和 x_0 與 x_i 繪於二維平面之折線幾何形狀有關，而和其在於空間中之相對位置無關，簡言之，若存在實數α，則 x_0 與 x_i 的灰色關聯度 $r(x_0,x_i)$，和αx_0 與 αx_i 的灰色關聯度 $r(\alpha x_0,\alpha x_i)$ 應相等，及 $r(x_0,x_i)=r(\alpha x_0,\alpha x_i)$。

(4) 為當繪圖上的 x_0 與 x_i 之折線形狀完全吻合，或以折線一端為準做兩線重疊，出現完全重和情形時，$r(x_0,x_i)$之值才會等於 1。

滿足以上四點必要條件，則稱 $r(x_0,x_i)$ 為 x_i 對於 x_0 在區間 $(1,m)$ 的灰色關聯度。

第三節 灰色關聯度的量化模型

關聯性質上是曲線間的幾何形狀的差別，因此將以曲線間幾何形狀的大小， 作為關聯程度度量的尺度，對於一個參考數列 x_0，有好幾個比較數列 $x_1,x_2,\cdots x_n$ 的情形，可用下述關係式來表示各比較與參考曲線在各點(時刻)的差。

$$\begin{aligned}\xi_{1(k)} &= r(x_0(k),x_1(k)) \\ &= \frac{\min\limits_{j}\min\limits_{k}\left|x_0(k)-x_j(k)\right|+\delta\max\limits_{j}\max\limits_{k}\left|x_0(k)-x_i(k)\right|}{\left|x_0(k)-x_i(k)\right|+\delta\max\limits_{j}\max\limits_{j}\left|x_0(k)-x_i(k)\right|} \\ &= \frac{\Delta\min+\delta\Delta\min}{\Delta_{0,i}(k)+\delta\Delta\max}\end{aligned} \tag{3-1}$$

上式中這種形式的相對差值稱為 x_i 對 x_0 在 k 時刻的關聯係數，其中序 $\Delta_{0,i}(k)$ 在為 k 時刻兩比較序列的絕對差，$1\le i\le m;m$ 為正數，$\Delta\min$、$\Delta\max$ 分別是所有比較序列在各個點的絕對差中最小值和最大

值，δ 為分辨係數，其值在 0 與 1 之間，分辨係數實際上是人為給定的(為定性分析的人為係數)，用來削弱數$\Delta\max$ 值過大而失真的影響，提高關聯係數之間的差異顯著性，分辨係數分唯一，可在 0~1 之間取值，一般取值 0.1~0.5[6.8]。

應用灰色關聯四公理而產生的灰色關聯度$r(x_0,x_i)$模型為

$$r(x_0,x_i)=\frac{1}{n}\sum r(x_0(k),x_i(k)) \tag{3-2}$$

以下兩個例題來說明灰色關聯分析及灰色關聯度

(1)理論例題：

給予初值化的序列如下：

$x_0=\{1,1,2,3,4,5\}$

$x_1=\{1,1.2,2,2.5,3.5,3.5\}$

$x_2=\{1,1.5,2.5,3.4,2.8,2.5\}$

$x_3=\{1,2,1.5,1.25,0.9,1.5\}$

第一步：求差序列

各時刻 x_i 對 x_0 的絕對差如表 3-1

表 3-1 各時刻 x_i 對 x_0 的絕對差

序號	1	2	3	4	5	6
$\Delta_1=\lvert x_0(k)-x_1(k)\rvert$	0	0.2	0	0.5	0.5	1.5
$\Delta_2=\lvert x_0(k)-x_2(k)\rvert$	0	0.5	0.5	0.4	1.2	2.5
$\Delta_3=\lvert x_0(k)-x_3(k)\rvert$	0	1	0.5	1.75	3.1	3.5

第二步：求兩最小差與最大差

$$\min_i\min_k=\lvert x_0(k)-x_i(k)\rvert=0$$

$$\max_i\max_k=\lvert x_0(k)-x_i(k)\rvert=3.5$$

第三步：計算關聯係數

將最大差與最小差及分辨係數$\delta = 0.5$帶入關聯係數計算公式

$$\zeta_i(k) = \frac{0+0.5\times3.5}{\left|x_{0(k)} - x_i(k)\right| + 0.5\times3.5.} = \frac{1.75}{\Delta_{i(k)} + 1.75}$$

帶入各時刻的絕對差得

$$\xi_1(k) = (1,0.897,1.000,0.778,0.778,0.539)$$

$$\xi_2(k) = (1,0.778,0.778,0.814,0.539,0.142)$$

$$\xi_3(k) = (1,0.636,0.778,0.500,0.361,0.333)$$

第四步：求關聯度

曲線x_1和x_0的關聯度為

$$r_1 = \frac{1}{6}\sum_{k=1}^{6}\delta_1(k) = 0.8319$$

同理$r_2 = 0.7291, r_3 = 0.6014$

總和討論：

x_1與x_0的關聯度$r_1 = 0.8319$為最大，即x_0與x_1的發展態勢為最接近的因素，或著說x_1對x_0影響最大因素。

x_3與x_0關聯度$r_3 = 0.6014$為最小，即x_0與x_3的發展態勢為最步接近的因素，或著說x_3對x_0影響最小因素。

(2)應用實例：

如果有某一研究者想了解台北市影響青少年生長發育的主要因素，他應用了灰關聯分析研究，$x_0(k)$為生長發育不良率，x_1k為所測體能訓練不及格率，x_2k為營養不良率，$x_3(k)$為常患病率，假設某年齡層女學生有關情況數據百分比如表 3-2。

表 3-2 學生生長發育不良率的主要影響因數百分比

序數	1	2	3	4	5	6
年齡	11	12	13	14	15	16
$x_0(k)$	31	45	46	45	51	47
$x_1(k)$	36	33	32	38	36	42
$x_2(k)$	37	38	25	13	10	17
$x_3(k)$	38	8	9	7	5	7

上表中找出兩級最小差與最大差

$$\min_{j\in i}\min_{k}\left|x_0(k)-x_j(k)\right| = 5$$

$$\min_{j\in i}\min_{k}\left|x_0(k)-x_j(k)\right| = 46$$

取 $\zeta = 0.5$ 的灰色關聯係數如下：

$$\zeta_1 = (\zeta_1(1),\zeta_1(2),\zeta_1(3),\zeta_1(4),\zeta_1(5),\zeta_1(6))$$
$$= (1,0.8,0.7568,0.93333,0.7368,1)$$

同理

$$\zeta_2 = (0.9333,0.9333,0.6364,0.5091,0.4375,0.5283)$$
$$\zeta_3 = (0.5957,0.4667,0.4667,0.4590,0.4058,0.4444)$$

相對應的關聯度有 $r_1 = 0.7812$，$r_2 = 0.6630$，$r_3 = 0.4713$

顯然，$r_1 > r_2 > r_3$

由計算得知影響中學女學生生長發育的主要因素是體育鍛鍊身體，其次是營養，在其次是疾病。

第四節 優勢分析

當參考數列不只一個，被比較的數列也不只一個時，就可進行優勢分析，下列參考數列為母數列(或母因素)，比較數列為子數列(或子因素)，由母數列與子數列可構成關聯矩陣。通過關聯矩陣個元素的關

係，可以分析哪些因素為優勢，哪些因素非屬優勢。

如果有 5 個母因素與六個子因素有六個關聯度

$$r_{11} = (y_1\text{與}x_1\text{的關聯度}) = r(y_1, x_1)$$
$$r_{12} = (y_1\text{與}x_2\text{的關聯度}) = r(y_1, x_2)$$
$$r_{13} = (y_1\text{與}x_3\text{的關聯度}) = r(y_1, x_3)$$
$$r_{14} = (y_1\text{與}x_4\text{的關聯度}) = r(y_1, x_4)$$
$$r_{15} = (y_1\text{與}x_5\text{的關聯度}) = r(y_1, x_5)$$
$$r_{16} = (y_1\text{與}x_6\text{的關聯度}) = r(y_1, x_6)$$

將母因素 y_1 對 6 個子因數的關聯度按次序排成一行 $[r_{11}, r_{12}, r_{13}, r_{14}, r_{15}, r_{16}]$，同理將 y_2、y_3, y_4, y_5 等四個母因素對所有子因素的關聯度排成行，可得 5 行 6 列的關聯矩陣 R。

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} & r_{15} & r_{16} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{24} & r_{25} & r_{26} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & r_{34} & r_{35} & r_{36} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} & r_{44} & r_{45} & r_{46} \\ r_{51} & r_{52} & r_{53} & r_{54} & r_{55} & r_{56} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \text{第1個母因素對6個子因素的6個關聯度} \\ \text{第2個母因素對6個子因素的6個關聯度} \\ \text{第3個母因素對6個子因素的6個關聯度} \\ \text{第4個母因素對6個子因素的6個關聯度} \\ \text{第5個母因素對6個子因素的6個關聯度} \end{bmatrix}$$

上述矩陣每一個元素有兩個下標，第一個下標表示母因素序號，第二個下標表示子因素序號，第一行表示同一母因素對不同子因素影響，每一列表示不同母因素對同一子因素影響。以上說明，則可根據 R 中

各行與各列關聯度的大小來判斷子因素和母因素的作用，分析哪一些是主要的影響，哪一些是次要的影響。主要影響的因素，相應地有優勢母因素與優勢子因素。