

第三章 結果與討論

根據目前已出版之國中新教材與高中課本相銜接之章節計有下列十個，其內容銜接狀況如下：

1. 高中第一冊 1-1 整數與國中教材第一冊 1-3 數的大小與絕對值 1-4 因數與倍數之銜接問題：

高中第一冊第一章 1-1 整數一開始即談到整數的基本性質，其整數的四則運算是有下列性質：若……（見第 8 至第 9 頁）以代數的形式描述，其中(7)若 a, b 均為正整數，則必存在唯一的一組整數 q, r 使得 $a = q \cdot b + r$ 且 $0 < r < b$ （除法原理），第 9 頁整數的大小關係(3)若 $c > 0$ ，則 $a > b \iff ac > bc$ 及(4)若 $c < 0$ ，則 $a > b \iff ac < bc$ ，以及最下面對「充要條件」的敘述：由前面的敘述可以推得後面的敘述，且由後面的敘述可以推得前面的敘述。當兩個敘述可以互相推得時，我們稱此兩敘述互為充要條件。如何推得呢？前後如何互推呢？第 10 頁例 1，第 11 頁例 3 例 5 代數的證明，例 4 利用歸謬證明，第 16 頁輾轉相除法的原理說明和證明等等，是許多學生較困擾的，學生不懂課本的敘述，需要老師耐心的引導及時間來理解。

國中大都以數字當例子，但高中課本一開始便以文字來代表未知數描述整數的一些性質，使得同學在學習上，一下子變得很難習慣，學生還來不及消化，接踵而來的教材更多，而數學是累積的科學，由整個數學史的發展即可看出，但我們卻要求學生短短的一、二個月習慣、吸收，這對大多數的高中生而言是困難的。建議以數字的例子，讓同學了解其性質，熟悉之後再引入一般性的文字敘述。

2. 高中第一冊 1-2 有理數與實數與國中第一冊 1-2 數線、1-3 數的大小與絕對值、1-4 因數與倍數之銜接問題：

高中第一冊 1-2 有理數與實數中又利用嚴密之代數來定義實數的

運算性質，在第 20 頁對有理數的定義—在數學上，凡能寫成形如 $\frac{a}{b}$

(a, b 都是整數，且 $b \neq 0$) 的數，就稱為有理數，……，此外，有限小數和循環小數都可以化成分數，它們也是有理數。其中循環小數都可以化成分數，學生較難接受。

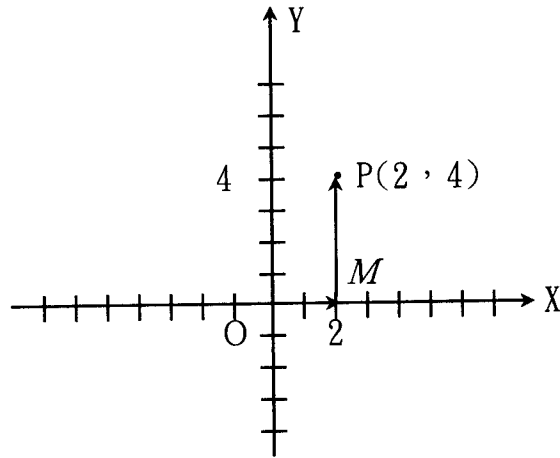
3. 高中第一冊 1-4 一元二次方程式根的討論與國中第三冊一元二次方程式之銜接問題：

在國中第三冊第 216 頁公式解的地方，討論一元二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的兩根為 $X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ，若 $b^2 - 4ac < 0$ ，則，……，

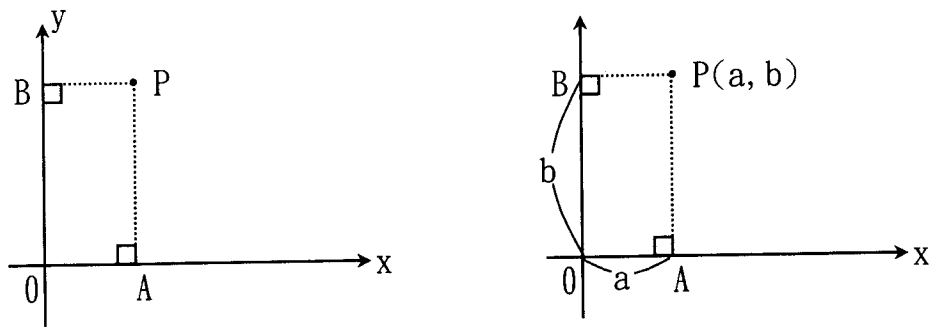
因此，當 $b^2 - 4ac < 0$ 我們就說原方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 無解，但與高中第一冊第 36 頁「如果我們遇到 $b^2 - 4ac < 0$ 的情況，便說原方程式沒有實數解，而不再進行求解工作」，說法不一，在此須向學生說明清楚彼此的差異。一般的國中生對於一元二次方程式的配方法和公式解，皆不甚了解，在此需再花時間予以複習。如此，在前一節已引進複數，因此一元二次實係數方程式都會有二個解（可以重根），學生較容易接受與了解。至於根與係數的關係，不要只要求學生背起來，試著讓學生還原推導而真正了解根與係數的關係，若文字的例子不易被學生接受，可以先以數字舉例。

4. 高中第一冊 3-1 平面坐標系與國中第二冊直角坐標與二元一次聯立方程式之銜接問題：

國中與高中對直角坐標點的描述狀況不同，希望能統一或兩者皆介紹，國中第二冊第 58 頁對坐標點的描述如下：數對 $(2, 4)$ ，要描出 $(2, 4)$ 所表示的點，我們可以從原點 O 出發，先沿 X 軸的正向（向右）走 2 個單位到 M 點（如下圖），再從 M 點開始，朝著 Y 軸的正向（向上）走 4 個單位到達 P 點。這時數對 $(2, 4)$ 所表示的點就是 P 點。



而高中是採用投影的方式，如第一冊第 82 頁「設 P 為平面上的任一點，從 P 向 X 軸與 Y 軸作垂線，分別交 X 軸與 Y 軸於 A, B 兩點在 X 軸與 Y 軸上所對應的數分別為 a 與 b ，則 P 點的坐標為 (a, b) ，如下圖：



在第 5 節直線的交點與二元一次聯立方程式的解，只談到兩線交於一點及平行的情況，重合的情形是否也該加入呢？

5. 高中第一冊 3-2 直線的斜率與方程式：

斜率概念的引入，國中未提到，因此要讓學生多些時間去熟悉。以圖形及比例的概念讓學生接受斜率的定義。

6. 高中第一冊 3-2 線性函數與國中第三冊第四章一次函數及其圖形之銜接問題：

高中對於函數的定義，在第 110 頁，其說明如下「在上例中，當 x 的值給定時， y 的值也隨著確定，此時我們稱 y 為 x 的函數， x 稱為自變數， y 稱為應變數」。不如國中第三冊第 240 頁定義的好「對於任意給定的一個 x 值，都恰有一個 y 值與它對應，這種兩量間數值的對應關係，稱為函數，我們說 y 是 x 的函數，其中 x 、 y 都是變數。」因為函數的重點是 x 給定後，「恰有一個 y 與之對應」，若如高中所述「 x 的值給定時， y 的值也隨著確定」，那一個 x 對兩個 y ，學生也會認為是「函數」。而對線性函數的說明如第 111 頁「凡是能化成 $y=ax+b$ 型式的函數，就叫做線性函數，此處 a 、 b 都是實數。」顯得有點簡略，可以用國中第三冊第 254 頁「函數 $f(x)=ax+b$ 中，當 $a=0$ 時， $f(x)=b$ ，故 f 為常數函數；當 $a\neq 0$ 時， f 為一次函數。因為一次函數及常數函數的圖形都是直線，所以形如 $f(x)=ax+b$ 的函數，我們把它叫做線性函數。」來補充說明，會更合適。在此對於函數，筆者提供下列說明以供老師參考：世上的原因和結果關係，若依照同樣的原因所產生的結果是否只有一個，或是會產生某結果的原因是否只有一個來加以分類時，可以區分為以下四種：

- (1)由某原因只產生一個結果，且某結果只由一個原因產生而來。
- (2)某原因雖只產生一個結果，但某結果並不一定只由一個原因產生的。
- (3)由某原因所產生的結果不一定只有一個，但某結果只由一個原因產生的。
- (4)由某原因所產生的結果不一定只有一個，而且某結果不一定只由一個原因產生。

上述四個因果關係中，3、4 的因果關係未定，因此我們把重點放在，決定一原因只產生一個結果的 1 和 2，把原因和結果的對應關係，定義為結果是原因的函數。即在世上的因果關係中，因若決定一原因則

只產生一個結果的因果關係特別重要，所以歸納這因果關係總稱為函數（李正宏，民 82）。也建議老師能多找些實例或將上述之因果關係用實例代入，讓學生能真正了解。

7. 高中第一冊 3-4 二元一次聯立不等式與線性規劃：

國中新教材已將二元一次聯立不等式的内容刪除，因此高中的這單元變成學生沒有接觸過，成為全然陌生的單元。以前在國中舊教材，此部份學生已學得很辛苦，如今新教材又已刪除，高中教師在講解此部份時應給予學生耐心指導。

8. 高中第一冊 4-1、4-2 二次函數及其圖形，二次函數的極大、極小值與國中第四冊第一章二次函數之銜接問題：

因國中第四冊有二次函數，因此銜接上沒有問題。並且高中課本第一冊第 138-141 頁將國中概念全部複習、整理，對學生的學習而言是非常有幫助。惟 4-3 二次不等式，屬於首次接觸的新内容，希望老師能耐心指導。

9. 高中第一冊 5-1 多項式及其運算與國中第三冊 1-2、1-3 多項式與其加減乘除的運算之銜接問題：

國中新教材的多項式其加減乘除運算，為了減輕學生的負擔及避免運算的複雜性，因此只談到二次多項式，並且在乘除部份皆引用面積的概念來介紹，這理念很好，但在此也必須向同學澄清，這只是舉例可以如此運用而已，並非一定得這樣做不可，否則學生會以此類推，三次是否以立方為之，當然也可行，但高中將之推廣到 n 次多項式該怎麼辦呢？

10. 高中第三冊 2-1 二元一次方程組與國中第二冊第一章二元一次聯立方程式之銜接問題：

國中在第二冊第一章只提到二元一次聯立方程式之解法——加減消去法與代入消去法，但高中在第三冊 2-1 二元一次方程組簡單用兩

個加減消去法與代入消去法的例子說明，就直接導入二元一次方程組的公式解，雖然學生已經經過一年的抽象數學課程的訓練，但學生仍覺得稍難。

其餘在高中課程與國中之銜接部份尚有：等差等比數列、無窮等比級數與循環小數、廣義角的三角函數、三角函數的基本恆等式、三角函數值表、三角測量、事件與集合、機率的性質、統計取樣、次數分布（配）表與累積次數分布（配）曲線、算術平均數與中位數等單元，因國中新教材尚未正式出版，所以在此暫不比較。

由以上國中與高中相關章節之比較可以得知，在高一上學期部份已包含國中一半以上的課程，學生對國中之教材內容，是否已全盤理解仍是個未知數（雖然聯考之分數可能很高，但尚不足以證明已經融會貫通），倘若老師在每一單元開始時，未能給予複習，只一味的趕著上新的進度，則學生在此情況下的學習，很可能還是假學習，即為了應付考試，仍舊採用背公式、不斷練習的方式來學習數學，在高中數學內容突然增加、範圍變廣以及敘述變得更抽象後，當然會產生適應不良的現象。

國中與高中數學相關課程銜接情況表

國中教材內容	高中教材內容	銜接狀況	建議
第一冊 1-3 數的大小與絕對值 1-4 因數與倍數	高中第一冊 1-1 整數	內容的呈現由數字變成文字定義學生難以銜接	運算性質以代數式的方式呈現，學生不知其所以然，代數證明，歸謬證法，輾轉相除法的證明，充要條件的註解等等學生需要時間理解及消化
第一冊 1-2 數線 1-3 數的大小與絕對值 1-4 因數與倍數	第一冊 1-2 有理數與實數	內容的呈現由數字變成文字定義學生難以銜接	循環小數也是有理數能舉例加以說明

第三冊一元二次方程式	第一冊 1-4 一元二次方程式根的討論	學生在國中時未能完全理解，銜接不佳	判別式 <0 由國中的無解到高中的有二解需解釋清楚
第二冊直角坐標與二元一次聯立方程式	第一冊 3-1 平面坐標系	良好	對坐標點的敘述不同，希望能一致或皆介紹，平面幾何兩線相交之情形，重合之部份希望能加入，此部份國中已刪除請高中老師能詳加說明
第三冊第四章一次函數及其圖形	第一冊 3-2 線性函數	函數的定義國中優於高中，學生易產生模糊現象	一般學生對於函數不甚清楚，希望高中老師能舉例詳加說明，再進行新單元
已刪除	第一冊 3-4 二元一次聯立不等式與線性規劃	國中不等式的觀念出現在選修教材中，沒上選修教材的同學銜接更加困難	此部份國中必修已刪除，學生又較難接受，希望高中老師能耐心說明
第四冊第一章二次函數	第一冊 4-1、4-2 二次函數及其圖形，二次函數的極大、極小值	良好	無
第三冊 1-2、1-3 多項式與其加減乘除的運算	第一冊 5-1 多項式及其運算	由國中的二次運算推到高中的 n 次情形，學生的銜接有困難	國中對多項式的運算僅止於二次，並用面積來做乘除，需說明清楚並非唯一方法，以利於高中能推到 n 次
第二冊第一章二元一次聯立方程式	第三冊 2-1 二元一次方程組	直接利用文字推導公式引入方程式，銜接困難	能予以學生再複習