

## 第四節 六年級數學標準參照測驗結果與討論

### 一、數學解題思考認知層次結構

本研究在發展國小六年級數學標準參照測驗時，主要以 83 學年度國民小學六年級數學教科書為依據，依教材內容及認知層次擬定命題計劃，再參閱相關之國內外測驗及文獻編擬試題，表 5.37則為六年級數學認知層次結構，表5.38至表5.39為兩式之雙向細目表。

表5.37 六年級數學解題思考認知層次結構

---

#### 層次二：

- 1.能明白整數十進的概念。
  - 2.能判讀統計圖或依據所提供的相關資料判斷圖表的正確性。
  - 3.能辨認簡單柱體與椎體，並區辨其透視及展開圖。
- 

#### 層次三：

- 1.能了解比例尺的意義和表示方法。
  - 2.能比較單一步驟四則運算的結果。
  - 3.了解機率的簡單觀念。
  - 4.明白比例和正比例的概念。
  - 5.能依算式找出適切配合的問題類型，並能依解題方法進行題目分類。
  - 6.能進行小數的分解、合成、定位和多位小數的加減運算。
  - 7.明白體積與容積的關係。
  - 8.知道速率的定義及必要條件。
  - 9.能區辨柱體與椎體的差異。
- 

#### 層次四：

- 1.能運用符號來代表未知數。
  - 2.能依據題意進行二步驟問題的列式或部份列式訂正。
  - 3.能辨識縮圖和擴大圖中對應角和對應邊的關係。
  - 4.能運用歸納法解題。
  - 5.能將分數視為整數除法的結果，並進行帶分數的四則運算。
  - 6.能處理乘數、除數是小數的小數乘除問題。
  - 7.能應用長方形和正方形面積公式。
  - 8.能辨認複雜柱體與椎體，並區辨其透視及展開圖。
- 

#### 層次五：

- 1.能綜合比較二到三個步驟四則運算所得的結果。
  - 2.能解決柱體表面積及體積的問題。
  - 3.能運用符號代表未知數，並進行列式或錯誤算式的修正。
  - 4.知道百分數的意義及用途。
  - 5.能利用小數的混合運算解題。
  - 6.能判別因乘數的不同，被乘數與積的大小關係。
  - 7.了解比值的意義及其相等關係。
  - 8.能運用機率進行預測。
  - 9.明白反比例的概念。
- 

#### 層次六：

- 1.能運用符號代表未知數進行列式並採用逆算方法解題。
  - 2.能進行百分率和利率的問題解決。
  - 3.能解決多步驟的時間問題。
  - 4.能解決間隔與距離的問題（如植樹問題）。
-

表5.38 六年級數學標準參照測驗甲式雙向細目表

	層次二	層次三	層次四	層次五	層次六	總題數
<b>壹、數的運用</b>						
一、整數						
1. 整數的概念	1		1			2
2. 乘與除			1			1
3. 解題策略			3	2	1	6
4. 比、比值、比例		1	1	2		4
二、分數						
			2	2	1	5
<b>貳、測量</b>						
一、時間						
					1	1
二、體積						
		1				1
三、速度						
		1				1
<b>參、圖形空間</b>						
一、平面圖形						
						1
二、立體圖形						
	1					1
<b>肆、統計圖表</b>						
	1			1		2
<b>總題數</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>9</b>	<b>7</b>	<b>3</b>	<b>25</b>

表5.39 六年級數學標準參照測驗乙式雙向細目表

	層次三	層次四	層次五	層次六	總題數
<b>壹、數的運用</b>					
一、整數					
1. 整數的概念		1			1
2. 乘與除		1			1
3. 解題策略	1	5	3	1	10
4. 比、比值、比例			1		1
二、分數					
	1	1			2
三、小數					
			1		1
<b>貳、測量</b>					
一、容量					
		1			1
二、體積					
	1				1
三、速度					
	1				1
<b>參、圖形空間</b>					
一、平面圖形					
		2			2
二、立體圖形					
	2	1			3
<b>總題數</b>	<b>6</b>	<b>12</b>	<b>5</b>	<b>1</b>	<b>25</b>

## 二、六年級數學標準參照測驗題庫結構

### (一)傳統題目參數及測驗信度

表5.40及表5.41呈現傳統項目分析結果摘要，就兩式測驗而言，題目平均答對概率P值分別為.66和.69，信度為.86和.85。就二系列相關( $r_{bis}$ )鑑別指數而言，皆達0.65以上，逐題分析資料請參閱附錄2-12、2-13。

表5.40 國小六年級數學標準參照測驗傳統題目分析摘要表(題數 n=25)

	甲式(N= 1289 )		乙式(N= 1143 )	
	答對率(P)	二系列相關( $r_{bis}$ )	答對率(P)	二系列相關( $r_{bis}$ )
平均數	.66	.65	.69	.65
標準差	.17	.12	.13	.12
中數	.69	.67	.71	.67
最大值	.88	.79	.84	.84
最小值	.16	.24	.41	.40

表5.41 六年級甲、乙兩式傳統測驗分析描述統計

統計數	甲式	乙式
題數	25	24
平均數	16.57	16.51
標準差	5.31	5.10
Cronbach $\alpha$ 係數	0.86	0.85
測量標準誤	1.99	1.97

### (二)因素分析

依 Reckase (1979) 建議測驗向度評鑑標準，最大特徵值可解釋之變異比率達20%，第一與第二特徵值之比值達4，即大致符合單向度假定。由附錄4-4中，各題在第一因素的負荷量及前二因素之特徵值比來看，最大特徵值可解釋之變異比率兩式分別為23.89%、23.82%，而前二特徵值之比分別為4.12、4.40，大致接近單向度的基本規範。

### (三)題目反應理論模式分析

數學科標準參照測驗六年級部份具有甲、乙兩式測驗，同年級各式測驗有7題共同試題，將兩份資料併成一個檔案，然後以ASCAL軟體進行同時估計，獲得所有題目在同一量尺的參數估計值。題目參數量尺化，利於使用者依不同測驗目的選擇不同的題目重新編組測驗。

本研究採用共同試題同時估計設計，以ASCAL軟體進行三參數logistic模式估計題目參數，表5.42呈現其題目參數分析摘要。二式平均鑑別度皆為1.29，

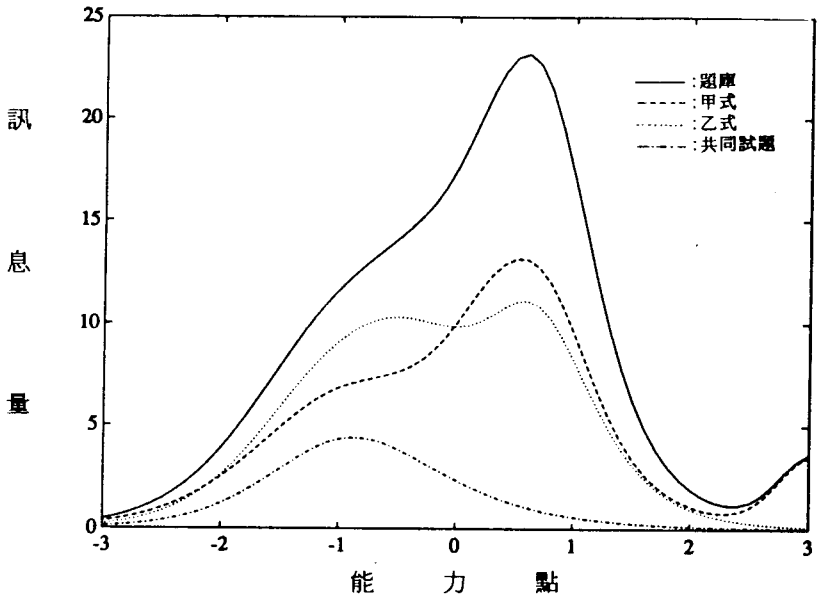
平均難度分別為-.27、-.44。逐題參數中最大卡方值除甲式第17題為111.66外，最大值僅達48.66(參閱附錄3-4)，大致符合三參數理論模式。就整個題庫而言，共有試題42題，平均鑑別度頗佳(1.33)，難度對中等程度考生而言略偏容易(-.27)。

表5.42 六年級 IRT 題目分析摘要表(題數 n=42 ; 人數=2432)

	甲 式			乙 式			題 庫		
	a	b	c	a	b	c	a	b	c
平均數	1.29	-.27	.19	1.29	-.44	.20	1.33	-.27	.20
標準差	.60	1.01	.06	.47	.67	.09	.55	.89	.08
中數	1.11	-.51	.19	1.08	-.51	.18	1.14	-.46	.20
最大值	2.50	3.00	.37	2.38	.98	.43	2.50	3.00	.43
最小值	.41	-1.59	.08	.41	-1.33	.08	.41	-1.59	.08

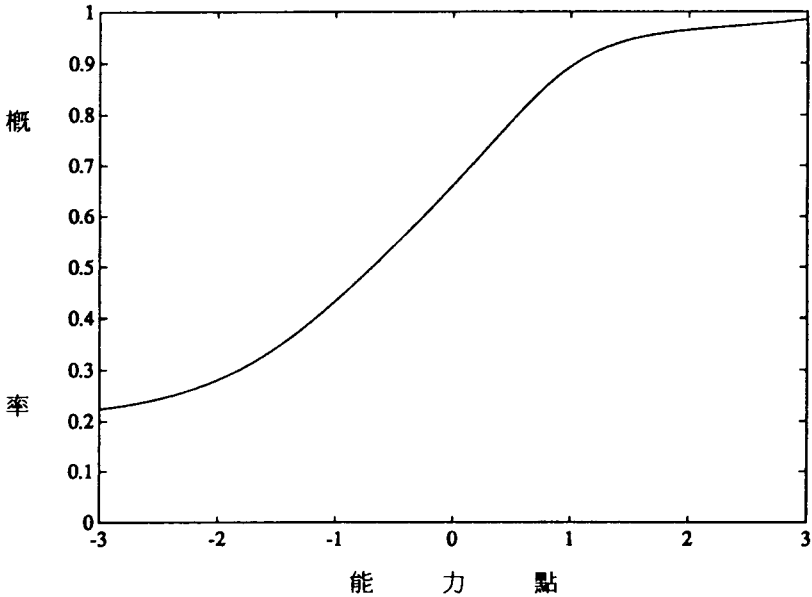
圖 5.18 呈現的是六年級數學科標準參照測驗題庫及兩式測驗的訊息曲線。訊息曲線越高的地方表示對該對應X軸能力水準考生能力的測量越精確。整體而言，對於能力點在 -1 ~ 0 之受試而言乙式提供較為豐富之訊息，共同試題大部份訊息集中在能力點 -1.5~0之間，對各式測驗及全題庫的模擬偏向容易。

圖5.18 六年級題庫及兩式及共同試題測驗訊息曲線



測驗特徵曲線也就是考生答對該測驗預期答對概率與所評量特質間的數學函數。圖 5.19 呈現的是六年級題庫的測驗特徵曲線。假設以答對率 0.7 為精熟標準，那麼能力點在 .7 以上的學生預期可達到這項標準。換句話說，如果以本題庫為六年級數學問題解決能力的代表樣本，以答對率 0.7 為精熟標準，則六年級學生的預期通過率為 42%。若將平均期望答對率調為 0.6 則六年級學生的通過比率估計值為 62% 左右。由於題庫內包含相當大幅度不同難度之試題，因此這樣一個測驗通過與否的決定，所提供的描述性訊息相當異質而難以摘要，換句話說，將題庫試題再進行認知性質分類是標準參照測驗必要的工作。

圖5.19 六年級題庫測驗特徵曲線



#### (四)各校數學及國語成績與數學標準參照測驗之相關

本研究初步以標準參照測驗結果與其考生在校數學及國語總平均成績之相關為效標關聯效度的資料，由於各校各班給分的量尺不一，因此以班級為單位先求得各班數學與國語成績與數學標準參照測驗相關後再進行描述統計討論。表5.43 及表5.44 呈現其分析摘要，就整體而言，與數學的相關多數集中在 .7 和 .8 之間，平均為 .75 左右，最高達 .95，最低為 .26，而與國語的相關略低，多數集中在 .6 和 .7 之間，平均為 .60 左右，最高達 .83、最低為 .12、大致上本測驗與學

校數學科、國語科學習評量有中強度的正相關，而與數學成績的相關又比與國語略強。表5.45及表5.46呈現的是相關係數在.4 以下及 .8 以上的學校。圖5.20及圖5.21呈現的是與數學、國語成績相關係數的次數分配圖。

表5.43 六年級各班數學成績與數學標準參照測驗相關之描述統計摘要表

平均數	標準差	中數	最大值	最小值	班級數
.75	.13	.79	.95	.26	76

表5.44 六年級各班國語成績與數學標準參照測驗相關之描述統計摘要表

平均數	標準差	中數	最大值	最小值	班級數
.60	.14	.63	.83	.12	76

表5.45 六年級各班數學成績與數學標準參照測驗相關低於.4或高於.8之學校

.4以下	學校代碼	相關值	縣市	學校
	1111103	.25	台南縣	
	2103102	.37	嘉義縣	
	2151201	.37	花蓮縣	
.8以上	學校代碼	相關值	縣市	學校
	1022101	.84	台北縣	北港
	1022201	.84	台北縣	竹園
	1041103	.88	新竹縣	竹東
	1051103	.81	苗栗縣	竹南
	1083101	.92	彰化縣	富山
	1091101	.80	雲林縣	鎮西
	1092301	.82	雲林縣	仁德
	1102201	.86	嘉義縣	後塘
	1113101	.81	台南縣	二溪
	1113201	.90	台南縣	光榮
	1131101	.88	屏東縣	鹽埔
	1151102	.87	花蓮縣	北埔
	1194113	.86	高雄市	瑞豐
	1205403	.84	台北市	東湖
	1205410	.81	台北市	東湖
	2011104	.82	宜蘭縣	光復
	2023101	.95	台北縣	濂洞
	2063101	.86	台中縣	大林
	2083201	.87	彰化縣	民靖
	2091103	.82	雲林縣	鎮西
	2102101	.93	嘉義縣	柴林
	2102301	.90	嘉義縣	光榮
	2103201	.83	嘉義縣	山美
	2123101	.82	高雄縣	新港
	2123301	.81	高雄縣	景義
	2143101	.87	台東縣	蘭嶼
	2153201	.85	花蓮縣	和平
	2172103	.80	基隆市	碇內
	2194201	.87	高雄市	明德

表5.46 六年級各班國語成績與數學標準參照測驗相關低於.4或高於.8之學校

.4以下	學校代碼	相關值	縣市	學校
	1061102	.35	台中縣	
	1072201	.39	南投縣	
	1111103	.12	台南縣	
	2023101	.26	台北縣	
	2092201	.39	雲林縣	
	2112101	.34	台南縣	
	2131204	.20	屏東縣	
	2151201	.24	花蓮縣	
.8以上	學校代碼	相關值	縣市	學校
	1113201	.83	台南縣	光榮

圖5.20 六年級各班數學成績與數學標準參照測驗相關之次數分配圖

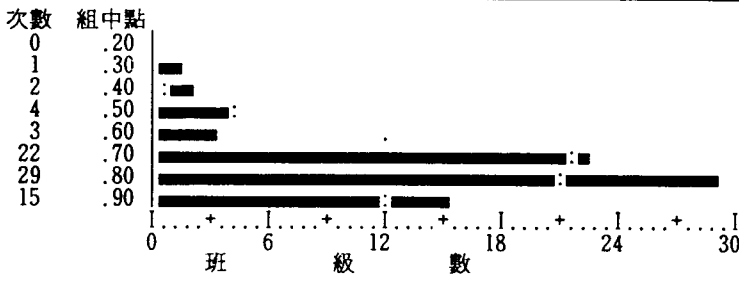
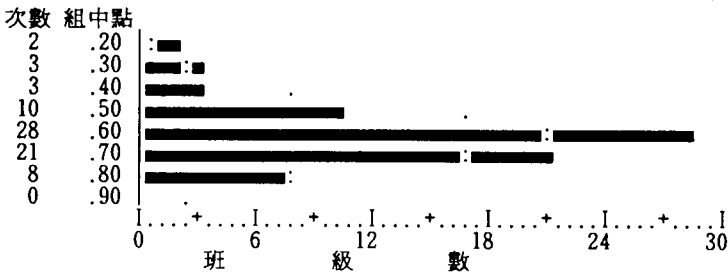


圖5.21 六年級各班國語成績與數學標準參照測驗相關之次數分配圖



#### (五) 試題層次的確定

本研究依據測驗計畫雙向細目表將試題目予以歸類，再參考實徵 IRT 量尺化難度參數進行認知層次的確認與微調。

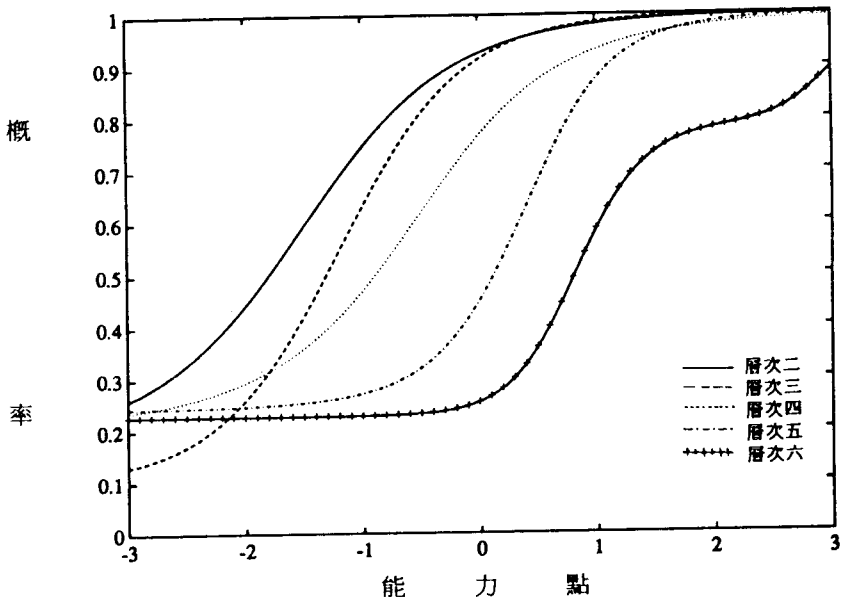
六年級題目分佈從層次二到層次六，以層次三至層次五的題目居多。表5.47所呈現的是六年級數學標準參照測驗各認知層次 IRT 參數描述統計，就量尺化難度 (b) 來看，難度值隨層次的提升而逐漸增加，可見隨著層次的提高題目有越難的趨勢；由層次二的 -1.52 至層次六的 1.39，大致上鑑別力亦隨層次的提升而增高。認知層次可解釋題目難度變異 84%。

表5.47 六年級數學標準參照測驗各認知層次IRT參數統計摘要

	層次二		層次三		層次四		層次五		層次六	
	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD
題數	3		9		14		12		4	
鑑別度(a)	.92	.22	1.06	.32	1.03	.33	1.68	.49	2.22	.30
難度(b)	-1.52	.06	-1.07	.21	-.50	.24	.37	.18	1.39	1.08
猜對率(c)	.18	.02	.13	.04	.22	.09	.24	.07	.23	.06

圖 5.22 為六年級數學標準參照測驗各認知層次之測驗特徵曲線，若以答對概率 .70 為通過標準，那麼能力點在平均數 0 左右的學生可通過層次三和四但未達層次五；能力點在 1 左右的學生可以通過層次五但未達層次六。整體而言，若採平均答對預期 0.7 為標準，圖 5.20 顯示六年級學童通過層次二~六等五個層次的估計值依序為 89%、79%、62%、41% 及 8%。換句話說，有 11% 的六年級學童亟待補救教學。因為他們尚未能精熟層次二的核心基礎概念，諸如統計圖表的判讀和立體圖型辨識等作業。接近 8% 的學童精熟大部分六年級數學科主要內容，他們對分數和小數四則運算駕馭自如，能準確估計或比較體積、面積的大小、能處理時間和速度的問題，他們也能應用機率及正、反比例的觀念，對大部份數學問題解決有相當充分的掌握。

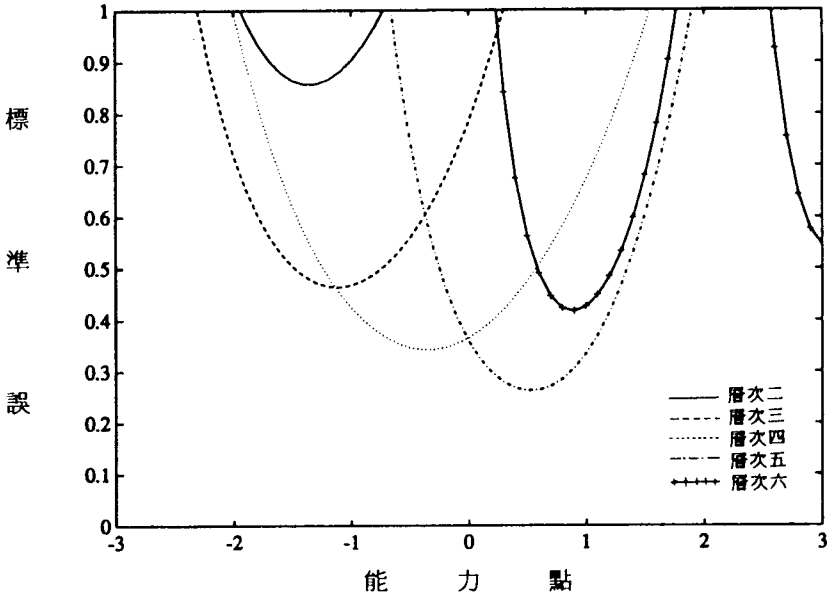
圖5.22 六年級數學標準參照測驗題庫內各認知層次特徵曲線





適當的測驗，我們期許其標準誤應在 .4 以下，(信度在 .85 以上)。由圖 5.23 顯示各層次對其預定區辨能力點鄰近學生的信度多在 .8 和 .9 之間。這些資料具體顯示測驗各層次對其預定功能的適切性，換句話說，六年級題庫可以合理準確的將學生精熟水準分為未達層次二及層次二至六等六個層次。

圖 5.23 六年級數學標準參照測驗各認知層次標準誤曲線



(六)常模

附錄 6-18、6-19 所呈現的是國小數學標準參照六年級測驗甲、乙兩式全省常模真分數與百分等級和 T 分數對照表，使用者只要根據受試的原始答對題數，就可找到相對應百分等級和 T 分數。本研究採用的 T 分數是原始分數的線性轉換，其平均數為 50，標準差為 10 的標準分數。